Archive of SID

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

استفاده از روش فیلتر کالمن جهت تخمین آنی شارحرارتی روی مرز متحرک در مواد فداشونده تجزیه‌پذیر

مهدی مولوی[۱]، احمد صداقت[۲*]، محمدرضا سلیم‌پور[۳]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
۳- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
* اصفهان، کد پستی ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶، sedaghat@cc.iut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۱۳ مرداد ۱۳۹۲
پذیرش: ۱۹ شهریور ۱۳۹۲
ارائه در سایت: ۲۴ دی ۱۳۹۲

کلید واژگان:
تخمین شار حرارتی
انتقال حرارت معکوس
تکنیک فیلتر کالمن
مرز متحرک
گاز پیرولیز

چکیده

در سیستم‌های پرتابه به‌علت بالا بودن سرعت ورود به جو در اثر فشرده شدن مولکول‌های هوا و امواج ضربه‌ای قوی در جلوی پرتابه گرمایش آیرودینامیکی شدیدی به‌وجود می‌آید. استفاده از پوشش مواد فداشونده روی سازه اصلی مستلزم مدلسازی مناسب جهت تعیین شارحرارتی در مرز است که اندازه‌گیری آن به‌صورت مستقیم امری غیرممکن یا بسیار دشوار است. در کار حاضر، تخمین شارحرارتی به روش فیلتر کالمن انجام می‌شود که به علت تخمین آنی شار حرارتی محل بهینه حسگرهای دمایی را در یک مرز متحرک در اختیار قرار می‌دهد. علاوه بر این از نتایج کار حاضر می‌توان در طراحی حسگرهای شارسنج استفاده نمود. نتایج روش کنونی برای تعیین موقعیت بهینه سه حسگر دمایی در مرز متحرک فداشونده و ازبین بردن اغتشاشات در لحظه سوختن حسگر برای تخمین دقیق‌تر شار حرارتی ارائه می‌شود.

Kalman filter for estimating heat flux on moving-ablating- dispensing surface

Mehdi Molavi[1], Ahmad Sedaghat[2*], Mohammad Reza Salimpour[3]

1- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
2- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
3- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
* P.O.B. 84156-83111 Isfahan, Iran, sedaghat@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received in Revised Form 04 August 2013
Accepted 10 September 2013
Available Online 14 January 2014

Keywords:
Heat Flux Estimation
Inverse Heat Transfer
Kalman Filter
Moving Boundary
Pyrolysis Gas

ABSTRACT

In rocket systems, the re-entry speed to atmosphere is very high which leads to compression of air molecules and appearance of strong bow shock waves in the leading edge; consequently, this yields aerodynamic heating. Using ablating-dispensing materials on the leading edge surfaces, it is important to accurately determine heat flux on these moving boundaries. Measuring heat flux directly is very difficult or impossible in some situations. In the present study, the online Kalman filtering is used to determine heat flux accurately. Since the heat flux is estimated in online (non-iterative) fashion, the optimum location of temperature sensors can be effectively determined. In addition, the results of this study can be used to design heat flux sensors. In this paper, the optimum locations of three temperature sensors are calculated on the basis that the disturbances occur due to burning of sensors are reduced. More robust solutions are obtained for heat flux on the ablating surfaces.

۱- مقدمه

شروع برنامه‌های فضایی در سال ۱۹۵۶ انگیزه قابل توجهی برای مطالعه مسائل هدایت معکوس ایجاد نمود که کاربردهایی مانند محاسبه شار حرارتی ورودی به دماغه مخروطی موشک‌ها، شیپوره راکت‌ها و یا دیگر تجهیزات را دربر داشت. شروع تحقیقات در زمینه انتقال حرارت معکوس را می‌توان مرهون دانشمند روسی بنام شوماخوف[۱] در سال ۱۹۵۷ دانست.

مسائل هدایت حرارت معکوس به مسائلی اطلاق می‌شود که حداقل یکی از معلومات مسئله مستقیم مجهول بوده و باید تخمین زده شود و درعوض دمای برخی نقاط و یا شار حرارتی در داخل یا روی مرز ناحیه مورد نظر از طریق اندازه‌گیری معلوم می‌باشد. این مقادیر تجربی معمولاً با خطاهای

Please cite this article using:
M. Molavi, A. Sedaghat, M.R. Salimpour, Kalman filter for estimating heat flux on moving-ablating- dispensing surface, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 10-18, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.SID.ir

Archive of SID

اندازه‌گیری همراه بوده و این خطاها ممکن است موجب ناپایدار شدن مسئله معکوس انتقال حرارت شوند؛ درنتیجه مسائل هدایت حرارت معکوس جزء مسائل بدرفتار[1] طبقه‌بندی می‌شوند[۲]. از مزایای روش‌های معکوس انتقال حرارت این است که در این روش نیاز به تحلیل میدان جریان اطراف جسم نیست، زیرا با استفاده از حسگرهایی که در جسم کار گذاشته می‌شود دما اندازه‌گیری می‌شود. مسائل هدایت حرارت معکوس هم برای تخمین پارامتر و هم تخمین تابع کاربرد دارند. مسائل تخمین پارامتر، شامل مسائلی می‌شود که هدف کلی در آن‌ها تخمین یک یا چند پارامتر می‌باشد. این پارامترها معمولا خواص فیزیکی یک جسم همچون ضریب هدایت حرارتی، چگالی، گرمای ویژه، ضریب نفوذ حرارتی و ... می‌باشند و این گونه مسائل معمولا غیرخطی هستند. میرسپاسی[۴،۳]، در سال ۱۹۵۹، انتقال حرارت معکوس را برای اجسام نیمه بی‌نهایت با استفاده از روش‌های عددی و گرافیکی مطالعه کرد. اِستولز در سال ۱۹۶۰[۵] نحوه محاسبه نرخ انتقال حرارت در مورد اجسامی با شکل‌های ساده در فرایند آبدهی[2] را بررسی کرد. از جمله کارهای انجام‌شده در این زمینه می‌توان به تخمین مولفه‌های خواص حرارتی برای کامپوزیت کربن-کربن[۶]، تخمین خواص ترموفیزیکی به‌صورت تابعی از دما برای کامپوزیت کربن-کربن[۷] و تخمین خواص ترموفیزیکی به‌صورت تابعی از دما برای کامپوزیت کربن-فنلیک[۸] اشاره کرد. مسائل تخمین تابع جزء مسائلی است که برای تخمین شار حرارتی به‌کار می‌رود. مسائل تخمین شار حرارتی در دو دسته کلی قرار می‌گیرند: روش‌های تخمین آنی[3] و غیرآنی[4]. در روش‌های تخمین آنی با اندازه‌گیری دما هم‌زمان می‌توان شار حرارتی را در هر گام زمانی در یک مرحله محاسبه نمود. روش تخمین متوالی تابع[5] و روش فیلترکالمن دو روش مهم در تخمین آنی می‌باشند. روش تخمین متوالی تابع از حدس توابع به‌صورت متوالی در زمان‌های آینده برای تخمین شار حرارتی استفاده می‌کند[۹]. روش فیلتر کالمن نوعی روش تخمین متوالی است که شارحرارتی را در هر گام زمانی بدون تکرار در یک مرحله و به‌صورت آنی تخمین می‌زند[۱۰]. تکنیک فیلترکالمن یک روش بازگشتی است که با استفاده از ورودی داده‌های نویزدار تابع (شار حرارتی) یا پارامتر دلخواه را تخمین می‌زند[۱۱] و در حل بسیاری از مسائل ازجمله تخمین شار حرارتی در حالت دوبعدی خطی[۱۲]، تخمین شار حرارتی در حالت یک‌بعدی خطی[۱۳] و تخمین شار حرارتی و دما در حالت غیرخطی یک‌بعدی[۱۵،۱۴] از این روش برای حل مسئله انتقال حرارت معکوس استفاده می‌کنند. در روش‌های غیرآنی از تمامی دماهای اندازه‌گیری شده برای تخمین تابع (شار حرارتی) استفاده شده است. این روش‌ها از پروسه تکرار برای به‌دست آوردن جواب مسئله استفاده می‌کنند؛ لذا نیاز به حدس اولیه دارند. روش‌های گرادیانی[6] بیشترین کاربرد را در میان روش‌های غیرآنی برای تخمین تابع (شار حرارتی) و پارامتر دارا می‌باشند. روش‌های گوس‌نیوتن[7]، بوکس کانماسو[8]، لونبرگ‌مارکوارت[9]، گرادیان مزدوج[10] و شبه‌نیوتنی[11] جزء روش های گرادیانی به‌شمار می‌آیند. تخمین بسیاری از مسائل ازجمله شار حرارتی با استفاده از سه روش اول توصیه نمی‌شود. در این بین روش گرادیان‌مزدوج و شبه‌نیوتنی بیشترین کاربرد را برای تخمین تابع (شار حرارتی) دارند. روش گرادیان مزدوج به‌دلیل پیدا کردن سریع بردار گرادیان مناسب در میان الگوریتم‌های معکوس انتقال حرارت بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد[۱۶-۱۸]. جزئیات بیشتر روش گرادیان‌مزدوج توسط اوزیسک و اورلانده[۱۹] ارائه شده است.

وقتی که مواد فداشونده در معرض شار حرارتی زیاد قرار می‌گیرند، مرز متحرک ایجاد می‌شود. در حالت کلی دو نوع ماده فداشونده وجود دارد: فداشونده سطحی (ذغال‌ناشونده) و فداشونده قابل تجزیه (ذغال‌شونده). فداشونده‌های سطحی که غیرقابل تجزیه می‌باشند، تنها به‌صورت شیمیایی فرسایش می‌یابند و اکسیداسیون و تغییر فاز در سطح آن‌ها رخ می‌دهد[۲۰]. فداشونده‌های سطحی عموما در مقابل تنش‌های برشی مقاومت بیشتری نسبت به فداشونده‌های تجزیه‌پذیر از خود نشان می‌دهند، اما معمولا سنگین‌تر هستند. بنابراین، محدودیت‌هایی در استفاده از آنها وجود دارد. فداشونده‌های ذغالی یا تجزیه‌پذیر، که عموما در نازل موشک‌ها و سپرهای حرارتی که در معرض تنش‌های برشی بزرگ نیستند مورد استفاده قرار می‌گیرند، تحت تاثیر هر دو عامل فرسایش سطح و تجزیه در عمق قرار دارند. این مواد شامل انواع کامپوزیت‌های چسب-رزین می‌باشند که چگالی کمتری در مقایسه با فداشونده‌های سطحی دارند و از نظر استحکام سازه‌ای نیز ضعیف‌تر هستند. رزین‌های فنلیک عموما در کنار مواد چسبنده‌ای مثل کربن، سیلیکا، آزبست و کوارتز قرار می‌گیرند. هنگامی که این مواد در معرض برخورد با گازهای داغ قرار می‌گیرند، با انجام تغییرات فازی و واکنش‌های شیمیایی، مقداری از شار حرارتی را جذب و تلف می‌کنند. علاوه بر این، با تولید گاز حاصل از واکنش و دمش آن به داخل لایه مرزی، از طریق منافذی در سطح، سیالی را به داخل لایه مرزی تزریق می‌کنند و تا حد امکان لایه مرزی داغ را از سطح دور می‌کنند و راه رسیدن شار حرارتی را به سطح سد می‌کنند و به این ترتیب خود را فدای سازه اصلی می‌نمایند. این نوع حفاظت حرارتی به‌سادگی با یک تنظیم خود به خود انتقال حرارت و جرم همراه است. به علت بالا بودن ظرفیت گرمایی مواد فداشونده ذغال‌شو و ضریب هدایتی پایین، این مواد به‌عنوان عایق حرارتی عمل کرده و از بالا رفتن دما در سازه اصلی جلوگیری می‌کنند. این مواد در دماهای بالا فدا و پیرولیز می‌شوند، که این امر موجب خروج جرم از آنها می‌گردد. پیرولیز شدن فرایند تجزیه شیمیایی در داخل یک ماده است که بدون مصرف شدن گونه‌های اتمسفری منجر به آزاد شدن گاز از ماده می‌گردد.

برای حل مسائل معکوس انتقال حرارت یک‌بعدی با مرز متحرک یا بدون مرز متحرک خطی یا غیرخطی با استفاده از روش‌های گرادیان‌مزدوج و شبه‌نیوتنی کارهای زیادی انجام شده است. روش شبه‌نیوتنی برای مسائل انتقال حرارت معکوس، در مرز متحرک به دشواری همگرا می‌شود[۲۱]. در حالی که روش گرادیان‌مزدوج با نرخ همگرایی بهتر به‌خوبی می‌تواند شارحرارتی در مرز متحرک ناشی از فرآیند فداشوندگی را تخمین بزند[۲۲].

از معایب استفاده از روش‌های گرادیانی نسبت به روش‌های تخمین آنی در مرز متحرک به زمان‌بر بودن محاسبات می‌توان اشاره کرد که علت آن این است که مسئله معکوس را نمی‌توان با معادله الحاقی کوپل کرد[۲۲].

امروزه شاهد ارائه مقالات زیادی در زمینه انتقال حرارت معکوس هستیم که در مراجع [۲۴،۲۳] به آن اشاره شده است و کار جدیدی که در سال ۲۰۱۳ با استفاده از روش فیلترکالمن انجام شده است که از این روش برای پیشگویی تغییرات ضخامت و تخمین شار حرارتی در حالت عملکردی

1- Ill - Posed
2- Quenching
3- on line
4- off line
5- Function Specification Method
6- Gradient-based
7- Gauss-Newton
8- Box-Kanemasu
9- Levenberg-Marquart
10- Conjugate gradient
11- Quasi-Newton

www.SID.ir

Archive of SID

راکتورها استفاده شد. در اینجا مرز ما نیز متحرک است و برحسب تغییرات دمایی که در مرز ما به‌وجود می‌آید سطح ما حرکت می‌کند[۲۵]. (در مقاله جاری مرز متحرک بر اثر فرآیند فداشوندگی به‌وجود می‌آید که ناشی از تغییرات دما و فشار می‌باشد).

روش فیلترکالمن با غلبه بر این مشکل، با محاسبه شارحرارتی در یک مرحله و بدون پروسه تکرار، باعث کاهش زمان محاسبات می‌شود. کار جاری اولین کوشش استفاده از روش فیلترکالمن برای تخمین شار حرارتی ناپایا برای مسائل مرز متحرک در مواد فداشونده تجزیه‌پذیر است. در بخش دوم این مقاله معادلات حاکم بر مسئله تشریح می‌شود. سپس در بخش سوم روش معکوس ارائه و روش فیلتر کالمن تشریح می‌شود. در بخش چهارم نتایج و بحث پیرامون آن ارائه می‌شود و در بخش پنجم به نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

۲- معادلات حاکم و تشریح مسئله مستقیم

فیزیک مسئله شامل یک میله یک‌بعدی با طول L و دمای اولیه $T_0(x)$ است که در موقعیت $x=0$ شار حرارتی $q(t)$ به آن وارد می‌شود و در $x=L$ میله عایق فرض می‌شود. جنس مورد بررسی در این مقاله از نوع مواد فداشونده تجزیه‌پذیر و کامپوزیت کربن-فنلیک می‌باشد. وقتی که میله در معرض شارحرارتی زیادی قرار می‌گیرد سطح بر اثر فرآیند فداشوندگی پسروی می‌کند. در طی این فرآیند، مطابق با شکل ۱، سه ناحیه در ماده به‌وجود می‌آید که شامل ناحیه دست‌نخورده[1]، ناحیه ذغال‌شده[2] و ناحیه‌ای است که از آن گاز پیرولیز متصاعد می‌شود و همراه با انتقال جرم و حرارت است.

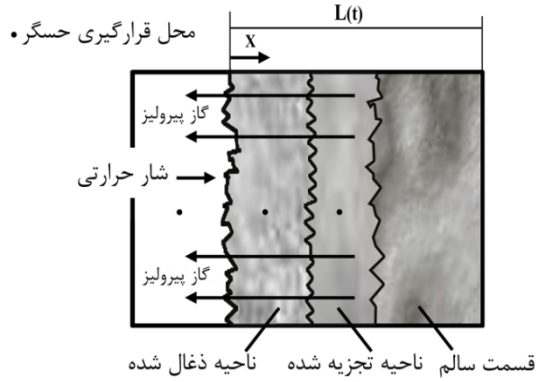
چگالی قسمت دست‌نخورده و ذغال‌شده برای هر جزء دارای مقدار ثابتی است. در صورتی که چگالی قسمت پیرولیز بستگی به گازهای پیرولیزشده دارد و چگالی آن لحظه‌ای است. معادله انرژی، شرایط اولیه و شرایط مرزی برای این مسئله به‌صورت زیر ارائه می‌شود[۲۶]:

$$\rho c_p(T)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\rho c_p(T)\dot{s}\frac{\partial T}{\partial x}+\dot{m}_g\frac{\partial h_g}{\partial x}+\Delta h_{pyr(g)}\frac{\partial \dot{m}_g}{\partial x}\quad ,0\le x\le L(t) \tag{۱}$$

$$T(x,0)=T_0,\qquad 0\le x\le L \tag{۲}$$

$$-\kappa(T)\frac{\partial T}{\partial x}=q(t),\qquad x=0 \tag{۳}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}=0,\qquad x=L(t) \tag{۴}$$



شکل ۱ اجزای مختلف ماده فداشونده تجزیه‌پذیر در اثر به‌وجود آمدن مرز متحرک

که تغییرات آنتالپی ناحیه پیرولیز به‌صورت زیر داده می‌شود:

$$\Delta h_{pyr(g)}=h_g-\bar{h} \tag{۵}$$

و کمیت $\bar{h}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{h}=\frac{\rho_v h_v-\rho_c h_c}{\rho_v-\rho_c} \tag{۶}$$

با این فرض که مقدار پسروی سطح و $L(t)$ برای حل این مسئله معلوم فرض شده است. ترم‌های معادله (۱) از چپ به راست عبارت‌اند از: نرخ ذخیرهٔ انرژی محسوس، نرخ خالص شار حرارتی، نرخ جابه‌جایی انرژی محسوس به‌خاطر حرکت مختصات سیستم، انرژی جابه‌جا شده توسط پیرولیزاسیون و نرخ مصرف انرژی پیرولیزاسیون.

گرمای ویژه محلی به‌صورت تابعی از دمای ورودی هم برای مواد دست‌نخورده و هم برای ذغال فرموله می‌شوند. در قسمت‌هایی که به‌صورت جزئی پیرولیزه شده‌اند ($\rho_c<\rho<\rho_v$)، گرمای ویژه از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود[۲۷]:

$$c_p=\tau c_{pv}+(1-\tau)c_{pc} \tag{۷}$$

که متغیر وزنی τ نسبت جرمی ماده دست‌نخورده در مخلوطی از ماده دست‌نخورده و ذغال است که از طریق آن می‌توان چگالی محلی صحیح را به‌دست آورد[۲۷].

$$\tau=\frac{\rho_v(\rho-\rho_c)}{\rho(\rho_v-\rho_c)} \tag{۸}$$

ضریب هدایت حرارتی κ نیز به همین صورت وزن‌دهی می‌شود.

معادله بقای جرم برای تجزیه شیمیایی مواد به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \dot{m}_g}{\partial x}=\frac{\partial \rho}{\partial t}-\dot{s}\frac{\partial \rho}{\partial x} \tag{۹}$$

حل معادلات انرژی و پیوستگی نیاز به برآورد $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ (سرعت تخریب ذغال‌شونده) دارد. در انتقال جرم فرض شده که اجزای پیرولیز شده‌ای که در ناحیه ذغالی نفوذ می‌کنند با ذغال واکنشی انجام نمی‌دهند. کارهای آزمایشگاهی زیادی در این زمینه انجام شده و اشکال مختلفی از فرمول‌ها پیشنهاد شده‌اند که همهٔ آنها ریشه در رابطهٔ آرنیوس (فرمول مشهور محاسبه سرعت واکنش) دارند، زیرا تخریب ذغال‌شونده خود یک واکنش است. عمومی‌ترین این فرمول‌ها عبارت‌اند از [۲۶]:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t}=-A_i\rho_{vi}\left(\frac{\rho_i-\rho_{ci}}{\rho_{vi}}\right)^{n_i}\exp\left(\frac{-B_i}{T}\right),\quad i=A,B,C \tag{۱۰}$$

که A و B مولفه‌های رزین را نشان می‌دهند و C بیانگر مادهٔ مستحکم‌کننده است و A_i فرکانس برخورد و B_i دمای فعال‌سازی می‌باشند.

می‌توان چگالی لحظه‌ای ماده‌ای را که در واکنش شرکت می‌کند، برحسب چگالی اجزای سازنده آن ماده، به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\rho=\Gamma\sum\rho_i+(1-\Gamma)\sum\rho_j \tag{۱۱}$$

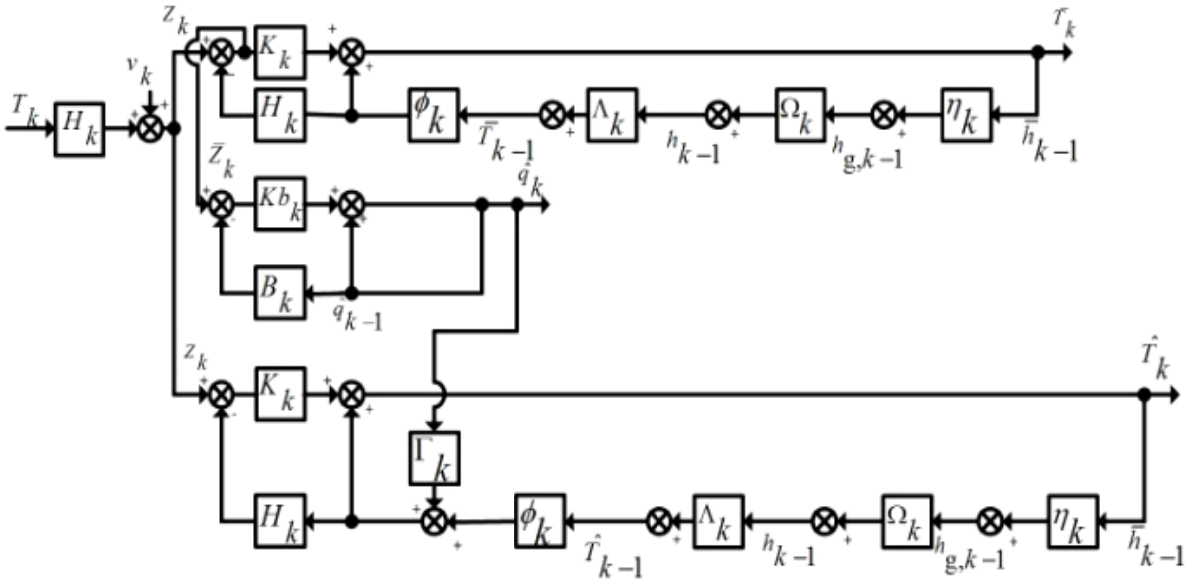
در رابطه فوق Γ معرف کسر حجمی رزین به ماده مستحکم‌کننده است و اندیس‌های i و j به‌ترتیب معرف چگالی ماده مستحکم‌کننده و اجزای گوناگون رزین می‌باشد. در روش تجزیهٔ سه‌مؤلفه‌ای، فرض می‌شود که رزین دارای دو مؤلفه است که به‌طور جداگانه تجزیه می‌شوند. به‌علاوه مادهٔ مستحکم‌کننده مؤلفه سومی است که می‌تواند تجزیه شود:

$$\rho=\Gamma(\rho_A+\rho_B)+(1-\Gamma)\rho_C \tag{۱۲}$$

1- Virgin
2- Charring

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۲ نمودار بلوکی الگوریتم فیلتر کالمن

در روش مستقیم معادلات حاکم گسسته شده و حل عددی آن برای به‌دست آوردن دما و سایر اطلاعات دیگر، که ورودی مسئله معکوس می‌باشد، در مرجع [۸] و [۲۵] به‌طور کامل تشریح شده است و از آوردن آن در اینجا اجتناب می‌شود.

۳- فرمول‌بندی مسئله معکوس

در مسئله انتقال حرارت معکوس هدف تخمین شارحرارتی مجهول بر روی مرز متحرک است، در حالی که دما از طریق اندازه‌گیری به‌وسیله ترموکوپل‌های داخل جسم معلوم باشد. با فرمول‌بندی روابط بین دما و شرایط مرزی و گسسته سازی و حل مسئله مستقیم، دمای جدید به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$T_{k+1} = \phi_k T_k + \Lambda_k h_k + \Omega_k h_{g,k} + \eta_k \bar{h}_k + \Gamma_k (q_k + w_k) \quad (۱۳)$$

ϕ_k و Λ_k و Ω_k و η_k ماتریس انتقال‌حالت[1] و Γ_k ماتریس‌ورودی[2] هستند. q_k مقدار شار حرارتی دقیق می‌باشد که در روش مستقیم معلوم فرض می‌شود. w_k مقدار اغتشاش یا نویز وارد شده می‌باشد. اثرات نویز با فرض میانگین صفر و نویز گوسی سفید با واریانس $E\{w_k . w_j^T\} = Q\delta_{kj}$ ارائه می‌شود که Q کوواریانس اغتشاش است و δ_{kj} عملگر دلتای کرونکر می‌باشد. معادله منطبق بر اندازه‌گیری دما به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$Z_k = H_k T_k + v_k \quad (۱۴)$$

که H_k ماتریس اندازه‌گیری[3] و مقدار آن در جایی که حسگر برای اندازه‌گیری دما نصب شده است برابر با یک است و در بقیه مکان‌ها برابر با صفر می‌باشد، v_kبردار نویز با فرض میانگین صفر و نویز گوسی سفید با واریانس $E\{v_k . v_j^T\} = R\delta_{kj}$ می‌باشد و Z_k بردار مشاهده[4] در زمان k می‌باشد که بیانگر مقدار دمای شبیه‌سازی‌شده در الگوریتم فیلترکالمن می‌باشد.

روش تخمین شار حرارتی با استفاده از روش فیلترکالمن شامل دو قسمت است: اول فیلترکالمن بدون ترم ورودی و دیگری تخمین‌زدن مجذور مربعات بازگشتی[5]. به تفصیل، نتایج این تکنیک به‌صورت زیر می‌باشد[۱۲]:

$$\bar{T}_{k/k-1} = \phi_k \bar{T}_{k-1} + \Lambda_k h_{k-1} + \Omega_k h_{g,k-1} + \eta_k \bar{h}_{k-1} \quad (۱۵)$$

$$R_\varepsilon = H_k P_{k/k-1} H_k^T + R \quad (۱۶)$$

$$P_{k/k-1} = \phi_k P_{k-1} \phi_k^T + \Gamma_k Q \Gamma_k^T \quad (۱۷)$$

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T R_\varepsilon^{-1} \quad (۱۸)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \quad (۱۹)$$

$$\bar{Z}_k = Z_k - H_k \bar{T}_{k/k-1} \quad (۲۰)$$

$$\bar{T}_k = \bar{T}_{k/k-1} + K_k \bar{Z}_k \quad (۲۱)$$

معادلات (۷) تا (۱۳) برای به‌دست آوردن دما و اختلاف بین دمای اندازه-گیری و دمای فیلتر شده بدون درنظر گرفتن ورودی (شار حرارتی) به‌کار می-رود. K بهره کالمن است که یک کنترل‌گر به‌شمار می‌آید و با توجه به سایر پارامترها تعیین می‌شود. H یک سیگنال اخلال‌گر می‌باشد و در جایی که حسگر دما را اندازه‌گیری می‌کند پدیدار می‌شود.

معادلات برای تخمین زدن مجذور مربعات بازگشتی به‌صورت زیر است:

$$B_k = H_k(\phi_k M_{k-1} + I)\Gamma_k \quad (۲۲)$$

$$M_k = (I - K_k H_k)(\phi_k M_{k-1} + I) \quad (۲۳)$$

$$Kb_k = \gamma^{-1} Pb_{k-1} B_k^T (B_k \gamma^{-1} Pb_{k-1} B_k^T + R_\varepsilon)^{-1} \quad (۲۴)$$

$$Pb_k = (I - Kb_k B_k)\gamma^{-1} Pb_{k-1} \quad (۲۵)$$

$$\hat{q}_k = \hat{q}_{k-1} + Kb_k(\bar{Z}_k - B_k \hat{q}_{k-1}) \quad (۲۶)$$

$$\hat{T}_k = \bar{T}_k + M_k \Gamma_k \hat{q}_k \quad (۲۷)$$

در شکل ۲ نمودار بلوکی این روش مشاهده می‌شود. مشاهده می‌شود که روش فیلترکالمن با داشتن شار حرارتی قادر به تخمین دما و حل مسئله مستقیم نیز می‌باشد. در این روش Pb_k خطای کوواریانس[6] در بردار ورودی تخمین زده شده می‌باشد، B_k و M_k ماتریس‌های حساسیت[7] در استفاده از

1- Transition matrix
2- Input matrix
3- Measurement matrix
4- Observation vector

5- Recursive Least Squares Estimator
6- Error covariance
7- Sensitivity matrices

www.SID.ir

Archive of SID

این روش هستند. R_ε واریانس مازاد[1] و γ فاکتور فراموشی[2] است که به‌وسیله فرمول زیر تعیین می‌شود:

$$\gamma_k = \begin{cases} 1 \quad , & \left|\bar{Z}_k\right| \le \sigma \\ \dfrac{\sigma}{\left|\bar{Z}_k\right|}, & \left|\bar{Z}_k\right| \ge \sigma \end{cases} \qquad (۲۸)$$

$\bar{Z}_k$ اختلاف بین دمای اندازه‌گیری و دمای فیلتر شده در معادلات (۱۲) است. در روش‌های هدایت حرارتی معکوس، فرض بر این است که خطاهای ناشی از کالیبره نبودن دستگاه‌ها صفر می‌باشد و نیز تمام مشخصات فیزیکی و هندسی جسم از قبیل ضریب هدایت، ضریب نفوذ، طول جسم و غیره به طور کاملاً دقیق تعیین شده‌اند و خطایی ندارند. درنتیجه تنها خطای موجود همان خطای تصادفی می‌باشد که ناشی از پارازیت الکتریکی دستگاه‌های اندازه‌گیری می‌باشد، در این مقاله به این گونه خطاها نویز اطلاق می‌شود. مقدار نویزی که به دما وارد می‌شود به وسیله رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$v_k = \omega_k \sigma \qquad (۲۹)$$

خطاهای اندازه‌گیری دارای توزیع نرمال (گوسی) می‌باشند. تابع توزیع احتمال برای ε_i به صورت زیر می‌باشد:

$$f\left(\varepsilon_i\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\,\pi}} \exp\left(\frac{-\varepsilon_i^2}{2\sigma^2}\right) \qquad (۳۰)$$

که ε_i خطای اندازه‌گیری می‌باشد که یک عدد تصادفی است. در شکل ۳ تابع چگالی نرمال استاندارد ایجاد شده براساس تابع فوق نشان داده شده است. با توجه به این شکل، ω اعداد تصادفی تولید شده می‌باشد که ٪۹۹ آن در بازه ۲/۷۶ تا ۲/۷۶- قرار خواهد داشت و σ انحراف استاندارد[3] در خطای اندازه‌گیری می‌باشد (R مجذور σ است) که ناشی از خطای اندازه‌گیری دما می‌باشد.

۴- نتایج و بحث پیرامون آن

در این قسمت، برای تخمین شار حرارتی محل قرارگیری حسگرها در نقاط مختلفی از جسم برای اندازه‌گیری دما به‌کار برده شده است. نمونه تست شده از مرجع [۲۸] گرفته شده است. در این مثال، موشکی از ارتفاع ۹۰ کیلومتری سطح آب‌های آزاد وارد جو زمین می‌شود، اما داده‌های مسیر پرواز آن مشخص نیست. دانسیتهٔ این کامپوزیت در حالت سالم ۱۴۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب و در حالت ذغال برابر ۱۱۹۰ کیلوگرم بر متر مکعب می‌باشد. گرمای پیرولیز آن ۲۱۶۳۰ ژول بر گرم و گرمای ویژه در فشار ثابت گاز پیرولیز ۱/۶۷۴۶ ژول بر گرم-کلوین می‌باشد.

ضریب هدایت حرارتی (k) و گرمای ویژه (c_p) و چگالی لحظه‌ای (ρ) تابعی از دما می‌باشند. اطلاعات در مورد نمونه شبیه‌سازی شده در مدت زمان کل ۴۰ ثانیه ثبت شده است.

بایاس ناشی از انحراف شار حرارتی دقیق (q_k) و شار حرارتی تخمین زده شده $(\hat{q}_k)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

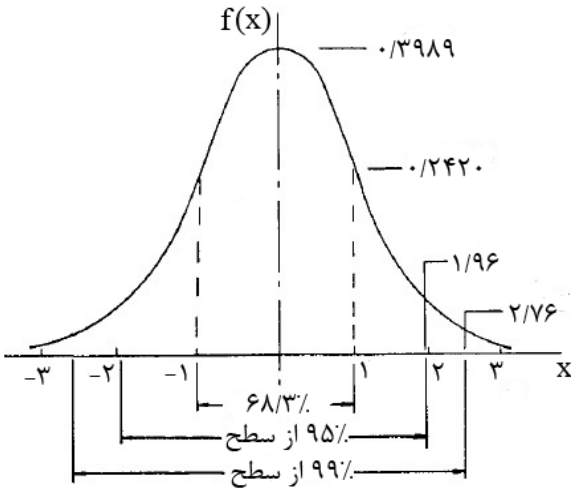
$$Bias = \left[\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(q_k - \hat{q}_k)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (۳۱)$$

در حل این مسئله از سه حسگر در نقاط ۱/۶، ۲/۵ و ۴ میلی‌متر از ماده فداشونده استفاده شد. برای اندازه‌گیری دما از یک حسگر تنها، دو حسگر به‌صورت همزمان و همچنین سه حسگر به‌صورت همزمان استفاده شد تا مطلوب‌ترین تخمین برای شار حرارتی به‌دست آید. مقدار ضخامت اولیه ماده فداشونده ۱۳میلی‌متر (L=13mm) می‌باشد که با قرار گرفتن در معرض شرایط محیطی حاد گرمایی مرز متحرک ایجاد شده و مقدار آن کاهش می‌یابد. همچنین دامنه محاسباتی به ۵۰ قسمت و گام زمانی ۰/۰۵ ثانیه درنظر گرفته شده است.

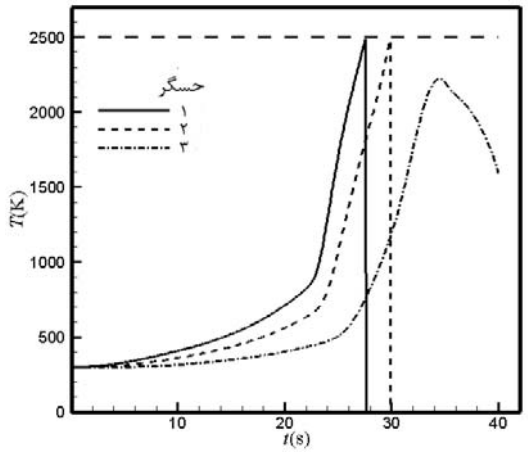
همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، با فرض استفاده از ترموکوپل نوع C برای اندازه‌گیری دما، به‌دلیل عدم توانایی این ترموکوپل در اندازه‌گیری دماهای بالاتر از ۲۵۰۰، نزدیک به ثانیه ۲۸ ترموکوپل اول سوخته و ترموکوپل شماره ۲ شروع به‌کار می‌کند که در ثانیه ۳۰ این ترموکوپل نیز می‌سوزد و نهایتاً ترموکوپل ۳ پس از سوختن دو ترموکوپل قبلی شروع به اندازه‌گیری دما می‌کند.

برای اینکه بتوانیم شرایط مسئله مورد بررسی را به شرایط آزمایشگاهی نزدیک کنیم، نویز مصنوعی به دما اضافه می‌کنیم. این نویز با توجه به معادله (۲۹) به دما اضافه می‌شود (دمای شبیه‌سازی نیز از معادله (۱۴) به‌دست می‌آید).

در شکل ۵ تخمین شار حرارتی با استفاده از سه حسگر با استفاده از الگوریتم فیلترکالمن صورت گرفته است، همان‌طور که مشاهده می‌شود دو اغتشاش شدید در مکان‌هایی که حسگر می‌سوزد رخ می‌دهد و در بقیه زمان‌ها الگوریتم به‌خوبی شار حرارتی را تخمین می‌زند. این اغتشاش به‌دلیل تغییر ناگهانی ماتریس اندازه‌گیری H_k و افزایش کوواریانس خطا P_k در الگوریتم فیلترکالمن است که به‌تبع آن B_kو M_k نیز تغییر می‌کنند.



شکل ۳ تابع چگالی نرمال استاندارد



شکل ۴ نمودار دماهای اندازه‌گیری شده برای سه حسگر

1- Residual variance
2- Forgetting factor
3- Standard deviation

www.SID.ir

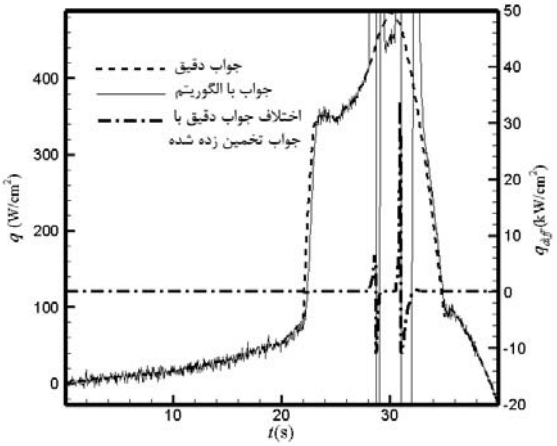
Archive of SID

به دلیل اینکه اغتشاشات ایجاد شده در جواب بسیار زیاد می‌باشد، برای رسیدن به جواب مطلوب‌تر از دو حسگر برای اندازه‌گیری دما استفاده می‌شود. در شکل ۶ از حسگر ۲ و ۳ برای تخمین استفاده شده است که اغتشاشات به‌وجود آمده در استفاده از دو حسگر کمتر می‌شود و همچنین امکان ازبین بردن نویز آسان‌تر می‌شود.

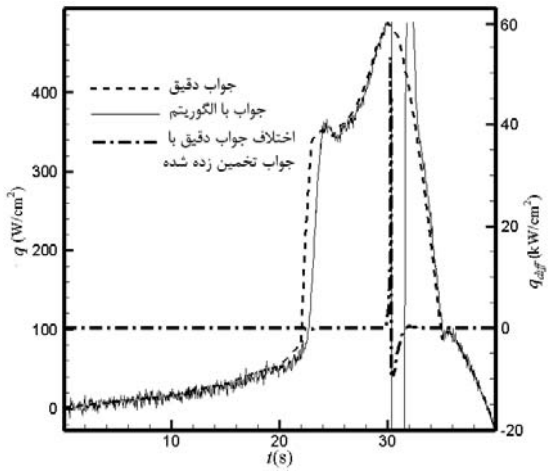
به منظور از بین بردن اغتشاشات ناگهانی اعمال شده به شار در اثر سوختن ترموکوپل، از تغییر در مقدار کوواریانس خطا در الگوریتم تخمین‌زننده مجذور مربعات بازگشتی استفاده شده است. با کاهش مقدار کوواریانس خطا، اثر اغتشاشات بر جواب کاهش می‌یابد که البته این کار تأخیر زمانی نیز به جواب اعمال می‌کند. لذا برای ازبین بردن اغتشاشات ناگهانی مقدار Pb_k از لحظه سوختن ترموکوپل و طی ۴۰ گام زمانی برابر با 10^{-8} درنظر گرفته می‌شود.

نتایج به‌دست آمده از این اصلاح در شکل ۷ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود اغتشاشات ناگهانی ناشی از سوختن ترموکوپل برطرف شده است.

در شکل ۸ فقط از حسگر ۳ برای اندازه‌گیری دما و تخمین شار حرارتی استفاده شده است که مشاهده می‌شود، به‌علت دور بودن حسگر از مرزی که به آن شارحرارتی وارد می‌شود، جواب‌ها دارای خطای زیادی است و فقط در زمان‌های پایانی دارای دقت خوبی است.

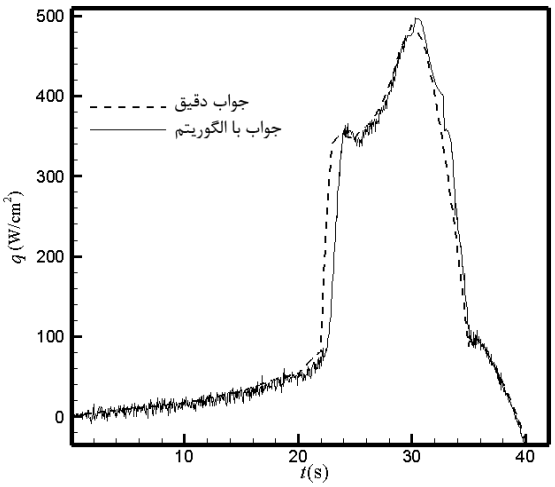


شکل ۵ نمودار شار حرارتی تخمین زده شده با Q=0.0001 و σ=1Kبا سه حسگر بدون حذف اغتشاشات

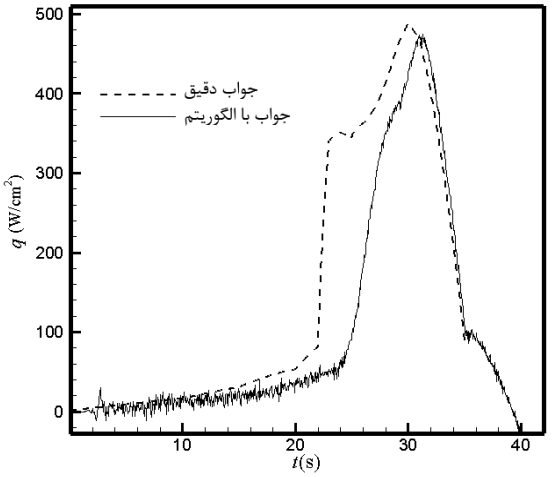


شکل ۶ نمودار شارحرارتی تخمین زده شده با Q=0.0001 و σ=1K با دو حسگر بدون حذف اغتشاشات

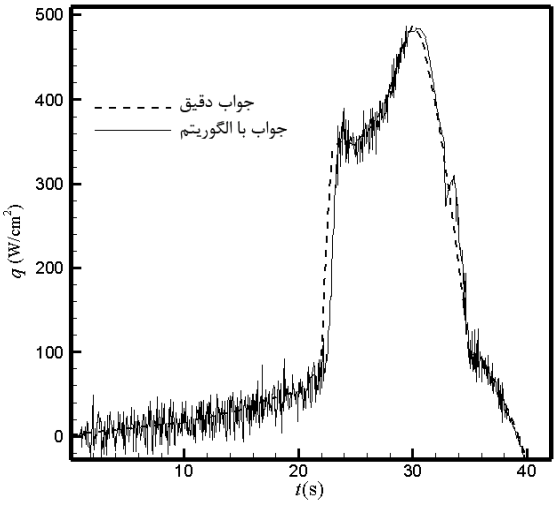
در این روش سه پارامتر ورودی Q، Pb_0و σ در جواب تاثیرگذار است. پارامتر Q کوواریانس اغتشاش ورودی در الگوریتم فیلترکالمن است و اگر بسیار بزرگ انتخاب شود، باعث افزایش اغتشاشات در جواب شده (شکل ۹) و اگر خیلی کوچک انتخاب شود، باعث ایجاد تأخیر زمانی در تخمین جواب می‌گردد (شکل۱۰).



شکل ۷ نمودار شارحرارتی تخمین زده شده با Q=0.0001 و σ=1Kبا حذف اغتشاشات



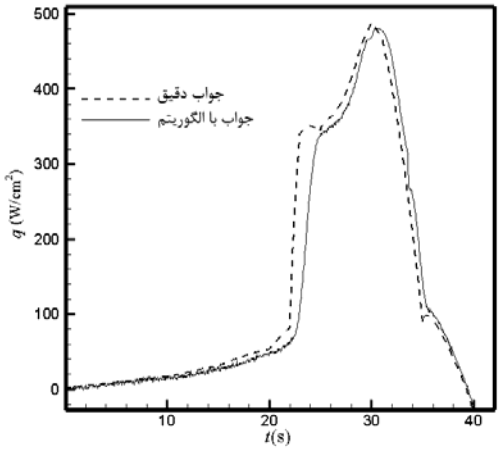
شکل ۸ نمودار شارحرارتی تخمین زده شده توسط حسگر سوم با Q=0.0001 و σ=1K



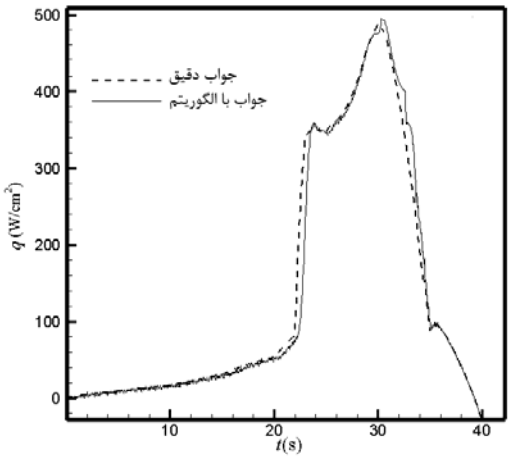
شکل ۹ نمودار شارحرارتی تخمین زده شده با Q=0.001 و σ=1K با حذف اغتشاشات

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۱۰ نمودار شارحرارتی تخمین زده شده با Q=0.00001 و σ=1K با حذف اغتشاشات



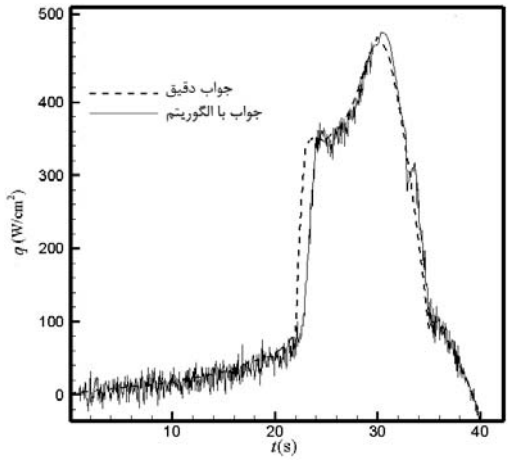
شکل ۱۱ نمودار شارحرارتی تخمین زده شده با Q=0.00001 و σ=0.1 K با حذف اغتشاشات

بنابراین، با توجه به افزایش این دو پارامتر که باعث افزایش بایاس می‌شود، مقدار کوواریانس بهینه منجر به کاهش بایاس ($Bias$<0.02) در حد امکان می‌گردد و جواب به مقدار واقعی نزدیک‌تر می‌شود (شکل ۷).

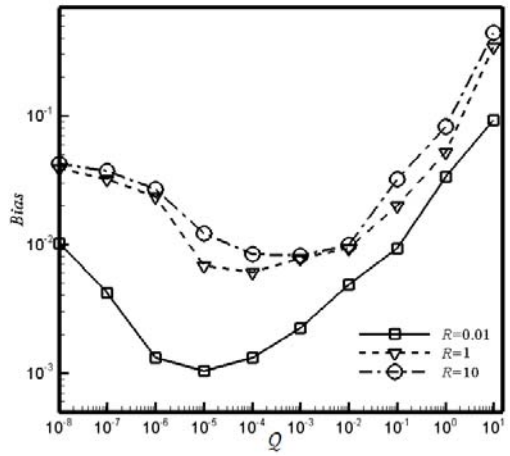
σ انحراف استاندارد در این الگوریتم می‌باشد که با افزایش آن مقدار کوواریانس افزایش (شکل ۱۱) و با کاهش آن نیز مقدار کوواریانس باید کاهش پیدا کند، تا مقدار بایاس کاهش یافته و جواب به مقادیر واقعی نزدیک شود (شکل۱۲).

در شکل ۱۳ نمودار تغییرات بایاس برحسب کوواریانس و واریانس‌های (R=σ^2) مختلف مشاهده می‌شود و با توجه به توضیحات قبل برای رسیدن به بایاس بهینه باید مقادیر کوواریانس و واریانس با هم کوپل شوند تا جواب به مقدار واقعی نزدیک‌تر شود. همچنین از این نمودار این نتیجه گرفته می‌شود که با افزایش واریانس مقدار بایاس افزایش می‌یابد.

Pb_0 مقدار اولیه کوواریانس خطا در الگوریتم تخمین زدن مجذور مربعات بازگشتی می‌باشد. هرچه این مقدار بزرگ‌تر انتخاب شود جواب در لحظات اولیه دارای اغتشاشات شدید می‌شود و مدت زمانی طول می‌کشد که الگوریتم اغتشاشات را ازبین ببرد و هرچه این مقدار کوچک‌تر درنظر گرفته شود مقدار Kb_k در لحظات اولیه کوچک می‌شود و باعث می‌شود که تاثیرات دمای ورودی بر الگوریتم فیلترکالمن کاهش یابد و جواب از مقدار واقعی فاصله بگیرد. مقدار Pb_0 در این مقاله 10^{-8} درنظر گرفته شده است.



شکل ۱۲ نمودار شارحرارتی تخمین زده شده با Q=0. 0005 و σ=3.16 K با حذف اغتشاشات



شکل ۱۳ نمودار تغییرات بایاس بر حسب کوواریانس برای واریانس‌های مختلف

۵- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر تخمین شار حرارتی به‌صورت آنی روی مرز متحرک به‌وسیله روش‌های معکوس انتقال حرارت و تکنیک فیلترکالمن انجام می‌شود و دارای مزایای زیر می‌باشد:

۱- قابلیت از بین بردن اغتشاشات در لحظه سوختن حسگر با کاهش مقدار خطای کوواریانس

۲- بهینه کردن تاخیر زمانی و اغتشاشات ایجاد شده در جواب برای کاهش بایاس و رسیدن به جواب مطلوب‌تر به‌وسیله انتخاب درست پارامترهای Q ، Pb و σ

۳- در نقطه ماکزیمم این الگوریتم برای ازبین بردن اغتشاشات شدید و تخمین شارحرارتی با مشکل روبه‌رو است؛ بنابراین حسگر دوم را طوری در داخل ماده قرار می‌دهیم که در لحظه‌ای بعد از تخمین نقطه ماکزیمم شار حرارتی بسوزد و سپس اغتشاشات به‌وجود آمده را ازبین می‌بریم. با درنظر گرفتن این نکته تنظیم محل قرارگیری حسگرها به گونه‌ای است که می‌توانیم آن را به‌صورت دلخواه در هر مکانی نصب کنیم که بهترین تخمین را برای شارحرارتی داشته باشیم.

۶- فهرست علائم

B	ماتریس حساسیت
C_p	ظرفیت حرارتی مخصوص ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
E	واریانس

www.SID.ir

Archive of SID

h	انتالپی
H	ماتریس اندازه‌گیری
I	ماتریس واحد
K	بهره کالمن
Kb	اصلاح شده بهره کالمن
L	طول میله (m)
M	ماتریس حساسیت
P	ماتریس فیلتر شده خطای کوواریانس
Pb	ماتریس خطای کوواریانس
q	شارحرارتی دقیق (Wm^{-2})
R	واریانس دمای اندازه‌گیری
R_ε	واریانس مازاد
T	دما (K)
T_0	دمای اولیه (K)
t	زمان
W	اغتشاش وارد شده
Z	بردار مشاهده
X	متغیر مکان

علائم یونانی

ρ	چگالی (kgm^{-3})
ϕ	ماتریس انتقال حالت
Γ	ماتریس ورودی
Q	کوواریانس
σ	انحراف استاندارد (K)
γ	فاکتور فراموشی
κ	ضریب هدایت حرارتی ($Wm^{-1}K^{-1}$)
δ	عملگر دلتای کرونکر
τ	نسبت جرمی ماده دست‌نخورده

بالا نویس‌ها

$\hat{}$	مقدار تخمین زده شده با الگوریتم
$\bar{}$	مقدار تخمین زده شده بدون شار حرارتی

زیرنویس‌ها

c	ناحیه ذغال‌شده
$diff$	اختلاف بین مقدار تخمینی با مقدار واقعی
g	گاز پیزولیزشده
i	ماده مستحکم‌کننده
j	اجزای گوناگون رزین
k	اندیس زمانی
v	ناحیه دست‌نخورده

۷- تقدیر و تشکر

نویسندگان این اثر از راهنمایی‌ها و همفکری‌های صمیمانه آقای مهندس حسین مولوی کمال تشکر و قدردانی را دارند.

۸- مراجع

[1] N. V. Shumakov, A method for the experimental study of the process of heating a solid body, *Soviet Physics Technical Physics* (Translated by American Institute of Physics), Vol. 2, pp. 771-780, 1957.

[2] J. Hadamard, *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*, Yale University Press: New Haven, CT, 1923.

[3] T. J. Mirsepassi, Heat-transfer charts for time-variable boundary conditions, *British Chemical Engineerin,* Vol. 4, pp. 130-136, 1959.

[4] T. J. Mirsepassi, Graphical evaluation of a convolution integral, *Mathematical Tables Other Aides Computation*, Vol. 13, pp. 202-212, 1959.

[5] G. Jr. Stolz, Numerical solutions to an inverse problem of heat conduction for simple shapes, *Journal Heat Transfer,* Vol. 82, pp. 20-26, 1960.

[6] K. J. Dowding, J. V. Beck, B. F. Blackwell, Estimation of directional-dependent thermal properties in a carbon-carbon composite, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 39, No. 15, pp. 3157-3164, 1996.

[7] H. Molavi, A., Hakkaki-Fard, I., Pourshaban, M., Mahbubi Fard, R. K. Rahmani, Estimation of temperature-dependent thermophysical properties of noncharring ablators, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 23, pp. 50-58, 2009.

[8] H. Molavi, I. Pourshaban, A. Hakkaki-Fard, M. Molavi, A. Ayasoufi, R. K. Rahmani, Inverse identification of thermal properties of charring ablators, *Numerical Heat Transfer*, *Part B*, Vol. 56, pp. 478-501, 2009.

[9] J. V. Beck, K. J. Arnold, *Parameter Estimation in Engineering and Science*, New York : Wiley, 1977.

[10] R. E. Kalman, A new approach to linear filtering and prediction problems, *ASME Journal of Basic Engineering,* Vol. 82, pp. 35-45, 1960.

[11] R. E. Kalman, R. S. Bucy, New results in linear filtering and prediction theory, *ASME Journal of Basic Engineering*, Vol. 83, pp. 95-108, 1961.

[12] P. C. Tuan, M. C. Ju, The validation of the robust input estimation approach to two-dimensional inverse heat conduction problems, *Numerical Heat Transfer*, *Part B: Fundamentals*, Vol. 37, pp. 247-265, 2000.

[13] H. M. Park, W. S. Jung, Recursive solution of an inverse heat transfer problem in rapid thermal processing systems, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 2053-2065, 2001.

[14] N. Daouas, M. S. Radhouani, A new approach of the Kalman filter using future temperature measurements for nonlinear inverse heat conduction problems, *Numerical Heat Transfer*, *Part B: Fundamentals*, Vol. 45, pp. 565-585, 2004.

[15] H. M. Wang, T. C. Chen, P. C. Tuan, S. G. Den, Adaptive-weighting input-estimation approach to nonlinear inverse heat-conduction problems, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer,* Vol. 19, pp. 209-216, 2005.

[16] O. M. Alifanov, Y. V. Egorov, Algorithms and results of solving the inverse heat conduction problem in a two-dimensional formulation, *Journal of Engineering Physics*, Vol. 48, pp. 489-496, 1985.

[17] H. Louahlia-Gualous, P. K. Panday, E. A. Artioukhine, Inverse determination of the local heat transfer coefficients for nucleate boiling on a horizontal cylinder, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, pp. 1087-1095, 2003.

[18] H. Molavi, A. Hakkaki-Fard, R. K. Rahmani, A. Ayasoufi, M. Molavi, A novel methodology for combined parameter and function estimation problems, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 132, No. 12, pp. 121-301, 2010.

[19] M. N. Ozisik, H. R. B. Orlande, *Inverse Heat Transfer Fundamentals and Applications*, Taylor & Francis: New York, 2000.

[20] A. J. Amar, *Modeling of one-dimensional ablation with porous flow using finite control volume procedure*, PhD Thesis, Department of Aero-485space Engineering, North Carolina State University, Raleigh, NC, 2006.

[21] A. J. Amar, B. F. Blackwell, J. R. Edwards, One-dimensional ablation using a full newton's method and finite control volume procedure, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 22, pp. 71-82, 2008.

[22] H. Molavi, A. Hakkaki-Fard, M. Molavi, R. K. Rahmani, A. Ayasoufi, S. Noori, Estimation of boundary conditions in the presence of unknown moving boundary caused by ablation, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 54, pp. 1030-1038, 2011.

[23] F. Kowsari, M. Nazari, A feasibility study of employing sequential function specification method for estimation of transient heat flux in a non-thermal equilibrium porous channel, *Journal of Porous Media*, Vol. 14, No. 5 , 2011.

[24] M. Nazari, S. D. Farahani, F. Kowsary, Comparison of the mollification and wavelet pre filtering of temperature data in an Ill-posed inverse heat conduction problem, application: non thermal equilibrium porous medium, *Heat Transfer Engineering*, Vol. 33, No. 8, pp. 704-711, 2012.

[25] M. Lebreux, M., Desilets, M., Lacroix, An unscented Kalman filter inverse heat transfer method for the prediction of the ledge thickness inside high- temperature metallurgical reactors, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 57, pp. 265-273, 2013.

www.SID.ir

Archive of SID

[26] C. B. Moyer, R. A. Rindal, An analysis of the coupled chemically reacting boundary layer and charring ablator, part II, finite difference solution for the in-depth response of charring materials considering surface chemical and energy balances, NASA CR-1061, 1968.

[27] Y. K. Chen, F. S. Milos, Ablation and thermal response program for spacecraft heat shield analysis, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 36, pp. 475-483, 1999.

[28] S. A. Leone, R. L. Potts, A. L. Laganelli, Enhancements to integral solutions to ablation and charring, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 32, pp. 210-216, 1995.

www.SID.ir