



## شبیه‌سازی و ساخت بازوی رباتی دو درجه آزادی با محرک کابلی با فضای کاری سه‌بعدی

محمد غفوری ورزانه<sup>۱</sup>، فاطمه یوسفی‌فر<sup>۲</sup>، محمد مهدی جلیلی<sup>۳\*</sup>

۱- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

۲- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

\* یزد، صندوق پستی: ۸۹۱۹۵۷۴۱، jalili@yazd.ac.ir

### چکیده

در این مقاله یک بازوی رباتی با الهام از ستون فقرات مار و بازوهای هشت‌پا شبیه‌سازی و ساخته شده است. در تحلیل سینماتیک معکوس ربات که به صورت فضایی انجام پذیرفته است، پس از تعیین مختصه‌های تعمیم‌یافته سیستم، معادلات جبری حاکم بر سیستم به دست آمده‌اند. این معادلات در تحلیل جابه‌جایی با استفاده از روش عددی نیوتن رافسون تا اتمام زمان شبیه‌سازی حل گردیده‌اند. همچنین، فضای کاری ربات نیز با استفاده از روش عددی مذکور تعیین شده است. در تحلیل دینامیک معکوس، نیروی کشش کابل‌ها به صورت نیروهای خارجی در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده از روش جایگزینی، با مشخص بودن ماتریس قیود، ماتریس جرم و بردار شتاب‌هایی که در هر لحظه از سینماتیک معکوس به دست آمده‌اند، نیروی کشش کابل‌ها و گشتاور اعمالی لازم از سوی موتورهای جهت حرکت و طراحی ربات مشخص شده‌اند. به منظور اعتبارسنجی مدل ربات مارشکل، نمونه‌ای از این ربات ساخته شده و برای حرکت در مسیرهای فرضی دایره‌ای و کماتی برنامه‌ریزی شده است. مسیر پیموده شده توسط مجری نهایی ربات در هر حالت به دست آمده است. مقایسه نتایج حاصل با مسیر مطلوب نشان داده است که خطای استاندارد مسیر طی شده توسط ربات در حدود ۰/۱۵ می‌باشد. این امر دقت ربات طراحی‌شده را در پیمودن مسیرهای گوناگون نشان می‌دهد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۳۰ شهریور ۱۳۹۲

پذیرش: ۲۹ مهر ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۲۳ فروردین ۱۳۹۳

کلید واژگان:

بازوی رباتی مارشکل

محرک کابلی

دینامیک محاسباتی

سینماتیک معکوس

دینامیک معکوس

## Simulation and construction of a 2-DOF wire driven robotic arm with 3-D workspace

Mohammad Ghafoori Varzaneh<sup>1</sup>, Fatemeh Yousefifar<sup>2</sup>, Mohammad Mahdi Jalili<sup>3\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

3- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

\*P.O.B. 89195741, Yazd, jalili@yazd.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 21 September 2013  
Accepted 21 October 2013  
Available Online 12 April 2014

#### Keywords:

Snake like Robotic Arm  
Wire Driver  
Computational Dynamics  
Inverse Kinematics  
Inverse Dynamics

### ABSTRACT

Inspired by the muscle arrangement of the octopus and skeleton of the snakes, a wire-driven serpentine robot arm has been simulated and constructed in this article. The robot links which are connected via flexible beam act as the snake backbone. Instead of using motors at each joint, four sets of wire are employed as octopus muscles to drive the robot arm. For the spatial inverse kinematics, after determining the generalized coordinates of the system, governing algebraic equations of the system including constraint equations of the joints and cables and favorable movements have been determined. For displacement analysis, these equations have been solved using the Newton-Raphson method. Using this method robot workspace has also been determined. For the inverse dynamics of the robot, cables tension force has been considered as external forces. Using Embedding technique with specified constraint matrix, mass matrix and acceleration vectors that are determined from inverse kinematics, cables tension force and torque of motors are specified. To validate the snake robot model, a prototype has been built and programmed for some circular and arcuate routs. Travelled pass by end effector have been obtained. Comparing the results with the desired path, accuracy of the designed robot has been investigated.

### ۱- مقدمه

کاهش دهند. از این ربات‌ها می‌توان در پزشکی برای عکس‌برداری از اجزاء داخلی بدن، جستجوی مصدومان در حوادث غیرمترقبه مانند زلزله و همچنین برخی تعمیرات در ایستگاه‌های فضایی و صنایع هسته‌ای استفاده کرد. همچنین بسته به اندازه و کاربرد، مکانیزم حرکتی این ربات‌ها نیز متفاوت می‌باشد.

ربات‌های صنعتی امروزی با رابط‌های صلب، ابعاد بزرگ، درجات آزادی کم و انعطاف‌پذیری محدودی دارند. در این میان، ربات‌های الهام گرفته از طبیعت و به‌ویژه ربات‌های مارشکل، که با بهره‌گیری از آناتومی بدن خزندگان طراحی و ساخته می‌شوند، می‌توانند محدودیت‌های موجود در ربات‌های صنعتی را

### Please cite this article using:

M. Ghafoori Varzaneh, F. Yousefifar, M.M. Jalili, Simulation and construction of a 2-DOF wire driven robotic arm with 3-D workspace, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 34-40, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

که طی اعمال نیروهای کافی به هر کابل، در عین سادگی روش، فضای گسترده‌ای را در هر حرکت پوشش دهد.

در این مقاله ابتدا مدل ربات طراحی شده ارائه می‌گردد. در ادامه روابط حاکم بر حرکت بازوی رباتی به‌وسیله سینماتیک و دینامیک معکوس به‌دست آمده‌اند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی معادلات به‌دست آمده در حل سینماتیک و دینامیک معکوس و فضای کاری این بازوی رباتی در بخش سوم ذکر شده‌اند. در بخش چهارم اعتبارسنجی مدل ارائه شده با مقایسه نتایج تجربی حاصل از آزمایش نمونه ساخته شده و نتایج عددی صورت گرفته است.

## ۲-۱- مدل‌سازی ربات

ربات مارشکل ارائه شده در این مقاله از چندین نوع مهره تشکیل شده است، که در حکم ستون فقرات مار می‌باشند. یک میله انعطاف‌پذیر از میان تمام مهره‌ها عبور کرده که موجب اتصال مهره‌ها به یکدیگر می‌گردد و بسیار شبیه به نخاع عبوری از ستون فقرات است. کابل‌هایی هم که در طول مهره‌ها عبور کرده‌اند الهام گرفته از ماهیچه‌های بازوهای هشت‌پا هستند. انقباض و انبساط ماهیچه‌ها که عامل به‌وجود آوردن حرکت هستند به‌صورت تغییر طول کابل‌ها مدل‌سازی شده‌اند. این ربات در مقایسه با ربات‌های دیگر در عین سادگی دارای فضای کاری گسترده‌تری می‌باشد. همچنین در صورتی که یکی از مهره‌های میانی ربات به جایی گیر کرده و ثابت شود، مهره‌های بعد از آن هنوز توانایی حرکت توسط همان چهار کابل را دارا می‌باشند.

اصول حرکت ربات، همان‌طور که در شکل ۱-الف دیده می‌شود، بدین صورت است که در حرکت صفحه‌ای، هنگامی که ربات حالت کشیده خود را داشته باشد، طول هر چهار کابل عبوری از سوراخ‌های P1، P2، P3 و P4 با هم برابرند و طول کابل‌های P1 و P3 (که در شکل دیده نمی‌شوند) مقدار ماکزیمم خود را دارند. هنگامی که ربات به‌سمت راست حرکت کند از طول کابل P2 کاسته و به طول کابل P4 افزوده می‌گردد. این در صورتی است که طول کابل‌های P1 و P3 در هر لحظه به یک مقدار کاسته می‌شوند. برای حرکت به سمت چپ این‌بار از طول کابل P4 کاسته و به طول کابل P2 افزوده می‌گردد. برای حرکت به جلو و عقب همین تغییرات طول برای کابل‌های P1 و P3 اتفاق می‌افتد و ربات در صفحه عمود بر صفحه قبلی شروع به حرکت می‌نماید. با تغییر طول هم‌زمان چهار کابل به میزان معین و نابرابر، ربات می‌تواند در صفحات دلخواه، که حاصل دوران صفحه نشان داده شده در شکل حول محور عمودی است، جهت‌گیری نماید.

ربات نمونه‌ای که در این مقاله مورد شبیه‌سازی قرار گرفته است مطابق شکل ۱-ب دارای یک مهره اولیه، چهار مهره میانی و یک مهره انتهایی می‌باشد که چهار کابل از میان تمام این مهره‌ها گذشته و همگی به انتهای مهره انتهایی بسته شده‌اند. میله انعطاف‌پذیر عبوری از وسط مهره‌ها نیز به‌صورت مفصل کروی همراه با یک فنر پیچشی هم‌راستا با محور دوران مفصل‌ها مدل‌سازی شده است. فنر پیچشی گشتاور خمشی اعمالی از طرف میله انعطاف‌پذیر به مهره‌ها در اثر آن را مدل می‌کند. این ربات دو درجه آزادی دارد. یک درجه آزادی دورانی حول محور عمودی که تعیین‌کننده صفحه‌ای است که ربات در آن دوران می‌نماید و یک درجه آزادی دورانی دوم نیز حول محور عمود بر صفحه دوران که میزان خم شدن ربات در صفحه مذکور را مشخص می‌کند. به طور نمونه، مطابق شکل ۱-ب، جهت‌گیری ربات در یک صفحه دلخواه که حاصل دوران صفحه گذرنده از سوراخ‌های P2 و P4 به‌اندازه  $\varphi$  درجه است را نشان می‌دهد. در این حالت هر مهره از ربات در این صفحه به اندازه  $\theta$  درجه خم شده است.

در زمینه شبیه‌سازی، طراحی، ساخت و کنترل این گونه ربات‌ها، تحقیقات مختلفی صورت گرفته است. به‌عنوان نمونه شبیه‌سازی سینماتیکی یک ربات مارشکل با محرک کابلی توسط لی و همکارانش انجام شده است. به‌منظور اعتبارسنجی ربات ذکر شده، نتایج حاصل از این شبیه‌سازی با نتایج به‌دست آمده از یک ربات موجود مقایسه شده‌اند [۱]. در نمونه‌ای دیگر، پایداری و کنترل‌پذیری یک ربات مارشکل صفحه‌ای توسط لیلجک و همکارانش مورد بررسی قرار گرفته است [۲]. آنها علاوه بر مدل‌سازی و بررسی پایداری حرکت ربات، کنترل‌پذیری آن را نیز مورد بررسی قرار داده و کنترلر مناسب را نیز برای آن طراحی کرده‌اند. در پژوهشی دیگر، به‌منظور کمک به مصدومان ناشی از زلزله، گائو و همکارانش اقدام به طراحی و ساخت یک ربات مارشکل امداد کرده‌اند [۳]. این ربات به گونه‌ای طراحی شده است که بتواند در ساعات اولیه حادثه، مصدومان مدفون در زیر آوار را شناسایی نماید. همچنین کنترل ربات مارسا بدون چرخ با در نظر گرفتن اصطکاک کولمی بیضی با استفاده از انحنا مسیر سرپیوندی توسط غیور و همکارانش انجام شده است. در این پژوهش، معادلات حرکت ربات از روش لاگرانژ به‌دست آورده شده‌اند. در معادلات حرکت مختصات تعمیم یافته زوایای مطلق هر عضو ربات و مختصات مرکز جرم ربات در نظر گرفته شده‌اند [۴]. در پژوهشی دیگر، جلیلی و همکارانش سینماتیک و دینامیک یک ربات مارشکل با محرک کابلی که مهره‌های آن از طریق مفصل کروی به هم متصل شده بودند را شبیه‌سازی کردند. در این طرح، با استفاده از روش‌های کلاسیک نیروی کشش لازم در هر کابل برای جهت‌گیری دلخواه ربات محاسبه شده است [۵]. در موارد دیگر، طراحی و شبیه‌سازی ربات‌های مارشکل جنبه کاربردی‌تری پیدا کرده است. به‌عنوان مثال، در سال ۲۰۰۴، عرضه یک ربات مارشکل با پنج بازو در یکی از راکتورهای سوئد برای تکمیل و جایگزینی خطوط لوله یکی از کاربردهای بسیار کارآمد و بارز این گونه بازوهای رباتیکی می‌باشد [۶].

در این پژوهش، شبیه‌سازی و ساخت یک ربات مارشکل، که مهره‌های آن توسط یک میله انعطاف‌پذیر به هم متصل می‌گردند، ارائه می‌شود. جهت به‌دست آوردن روابط حرکت و فضای کاری این بازو از روش عددی نیوتن رافسون در سینماتیک معکوس استفاده می‌گردد. همچنین، تحلیل دینامیک معکوس، به‌منظور محاسبه نیروهای کشش محرک کابلی و گشتاور مورد نیاز جهت حرکت ربات برای ساخت نمونه، به‌کار گرفته می‌شود. جهت اعتبارسنجی این طرح، نتایج حاصل از تحلیل با نتایج مدل ساخته شده مقایسه گردیده است.

## ۲- مواد و روش‌ها

این ربات با الهام از ستون فقرات و چگونگی حرکت مارها طراحی گردیده است. ستون فقرات مارها شامل تعدادی مهره است که استخوان‌های دنده به آن متصل شده است. بازوهای هشت‌پا نیز بدون مهره و هر کدام از ۳ ماهیچه بسیار منعطف و قوی ساخته شده‌اند. ماهیچه نوع اول ماهیچه طولی، ماهیچه نوع دوم ماهیچه عرضی و ماهیچه نوع سوم ماهیچه خارجی مورب می‌باشند [۱]. انقباض و انبساط هم‌زمان این ماهیچه‌ها باعث موقعیت‌دهی فضایی به بازو می‌شوند. در این طراحی، عامل محرک با الگو گرفتن از عضلات و ماهیچه‌های بازوی هشت‌پا، که با انقباض و انبساط خود باعث حرکت یا موقعیت‌دهی به آن می‌شود، انتخاب شده است.

این شبیه‌سازی به‌منظور تحلیل حرکت یک بازوی رباتی با محرک کابلی، به‌دست آوردن روابط حاکم بر جابه‌جایی، شتاب، نیروها و گشتاورهای وارد بر آن صورت گرفته است. استفاده از محرک کابلی این امکان را فراهم می‌آورد

$$q = [Rx_1, Ry_1, Rz_1, \varphi_1, \theta_1, \psi_1, \dots, Rx_{10}, Ry_{10}, Rz_{10}, \varphi_{10}, \theta_{10}, \psi_{10}]^T \quad (1)$$

در تعریف زوایای مطلق از قانون زوایای فضایی اویلر ZXZ استفاده شده است. بردار قیود از معادلاتی تشکیل شده است که از طرف مفاصل کروی، کابل‌ها و مفاصل لولایی به سیستم تحمیل می‌گردند. مجموع این قیود سینماتیکی ۵۸ عدد است. روابط شماره (۲) و (۳) قیود سینماتیکی که از طرف مفصل کابل‌ها به مهره  $i$  ام تحمیل گردیده است را بیان می‌کنند [۷].

$$C_{iR} = R_i + A_i \bar{u}_i - R_{i-1} - A_{i-1} \bar{u}_{i-1} \quad (2)$$

$$C_{iC} = [\varphi_i - \varphi_6, \theta_i - i / 5 \times \theta_6, \psi_i + \varphi_i]^T, i = 1, \dots, 5 \quad (3)$$

قیود وارد شده به دستگاه متصل شده به انتهای مهره آخر طبق رابطه (۴) می‌باشند.

$$C_6 = \begin{bmatrix} R_6 - R_5 - A_5 \bar{u}_5 \\ \psi_6 + \varphi_6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

قیود سینماتیکی وارد شده به دستگاه‌های متصل به پولی‌ها نیز به صورت رابطه (۵) تعریف می‌گردند.

$$C_i = [Rx_i + a, Ry_i + b, Rz_i + c, \varphi_i + \alpha, \theta_i + \beta, \psi_i + f_i]^T, i = 7, \dots, 10 \quad (5)$$

که در آن پارامترهای  $a, b, c, \alpha, \beta$  به ترتیب اعداد و زوایایی هستند که مختصات مبدأ و جهت‌گیری دستگاه متصل به هر پولی را در دستگاه مرجع مشخص می‌نمایند. توابع  $f_i$  نیز برای هر پولی مطابق روابط (۶) تا (۹) محاسبه می‌گردند [۴].

$$f_7 = (d \sin(\varphi_6) \sin(\theta_6 / (2n_b))) + 2h \sin^2(\theta_6 / (4n_b)) n_b / r \quad (6)$$

$$f_8 = (d \cos(\varphi_6) \sin(\theta_6 / (2n_b))) - 2h \sin^2(\theta_6 / (4n_b)) n_b / r \quad (7)$$

$$f_9 = (d \sin(\varphi_6) \sin(\theta_6 / (2n_b))) - 2h \sin^2(\theta_6 / (4n_b)) n_b / r \quad (8)$$

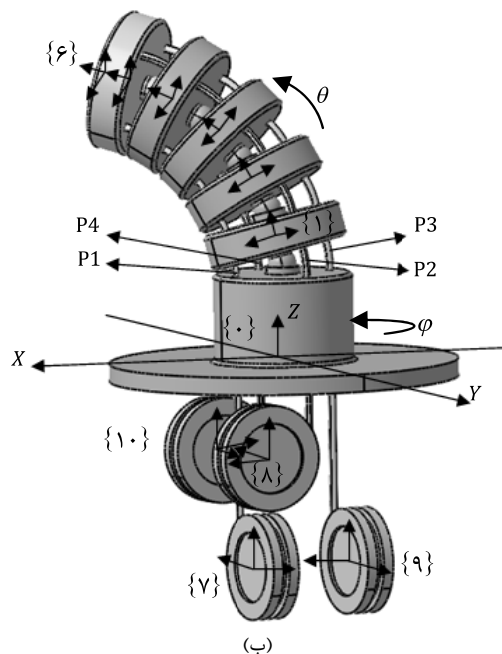
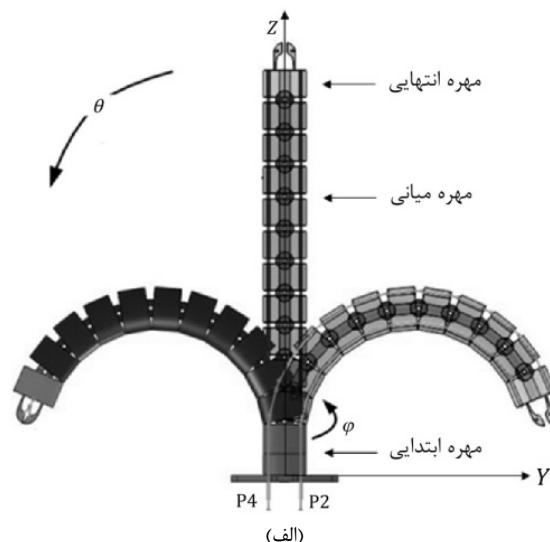
$$f_{10} = (d \cos(\varphi_6) \sin(\theta_6 / (2n_b))) + 2h \sin^2(\theta_6 / (4n_b)) n_b / r \quad (9)$$

دو درجه آزادی ربات، مختصه‌های  $\varphi_6$  و  $\theta_6$  در نظر گرفته شده‌اند. حرکت‌های دلخواه مجری نهایی ربات توسط این دو مختصه بیان می‌شوند. دو قید دیگر، که به آن‌ها قید محرک گفته می‌شود، به ۵۸ قید قبلی افزوده شده و در نتیجه تعداد معادلات قیود برابر با تعداد مختصه‌ها می‌گردند. در این حالت سیستم کاملاً مقید بوده و با روش عددی نیوتن رافسون برای تحلیل جابه‌جایی حل شده است.

### ۲-۳- دینامیک معکوس ربات

اولین مرحله در تحلیل دینامیک معکوس، تعیین بردار مختصه‌های تعمیم یافته متناظر با سیستم است. در این قسمت تنها دستگاه‌های شماره ۱ تا ۵ که در شکل ۱-ب نشان داده شده مورد استفاده قرار گرفته است. بردار مختصه‌های تعمیم یافته در این تحلیل دینامیکی به شکل رابطه (۱۰) می‌باشد.

$$q = [Rx_1, Ry_1, Rz_1, \varphi_1, \theta_1, \psi_1, \dots, Rx_5, Ry_5, Rz_5, \varphi_5, \theta_5, \psi_5]^T \quad (10)$$



شکل ۱ مدل کلی و نحوه قرارگیری دستگاه‌های مختصات ربات

### ۲-۲- سینماتیک معکوس ربات

اولین مرحله در تحلیل سینماتیک معکوس ربات تعیین بردار مختصه‌های تعمیم یافته متناظر با سیستم است. مطابق شکل ۱-ب، مهره اولیه ثابت و متصل به زمین در نظر گرفته شده که دستگاه مرجع به آن متصل گردیده است. همچنین، به مرکز جرم هر یک از مهره‌های میانی، مهره انتهایی و مرکز جرم هر کدام از قرقره‌ها یک دستگاه مختصات با شش مختصه مطلق اختصاص داده شده است. همچنین، یک دستگاه نیز به انتهای مهره آخر متصل گردیده است تا بتوان حرکت‌های مورد انتظار از ربات را به مختصات این دستگاه اعمال نمود.

پولی‌ها توسط مفاصل لولایی به زمین متصل گردیده‌اند و فقط قابلیت دوران حول محور لولا را دارا می‌باشند. در دستگاه متصل به پولی‌ها محور Z محور دوران پولی در نظر گرفته شده است. با این چیدمان در مجموع ۱۰ دستگاه مختصات و ۶۰ مختصه تعریف شده است که به صورت بردار تعریف شده در رابطه (۱) بیان می‌گردد.

مشخص بودن ماتریس قیود و بردار سرعت‌ها، به‌سادگی محاسبه می‌شوند. با برابر قرار دادن بردار عددی نیروهای خارجی تعمیم یافته با بردار پارامتری آن که تابعی از نیروی کشش کابل می‌باشد، مجموعه معادلاتی به-دست خواهند آمد که با حل آنها ماکزیمم نیروی کشش کابل‌ها تعیین می-گردد. با داشتن این مقدار نیرو که برآیند نیروی کشش تک‌تک کابل‌ها در هر لحظه است، می‌توان با توجه به حرکت شبیه‌سازی شده، هر چهار نیروی کششی را در هر لحظه به‌طور جداگانه محاسبه نمود.

### ۳- نتایج

#### ۳-۱- سینماتیک معکوس

پارامترهای استفاده شده در حل عددی در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

جدول ۱ پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی ربات

پارامتر	مقدار (mm)	پارامتر	مقدار (mm)
$H$	۱۰	$h$	۶
$D$	۴۰	$d$	۳۰
$r$	۱۴		

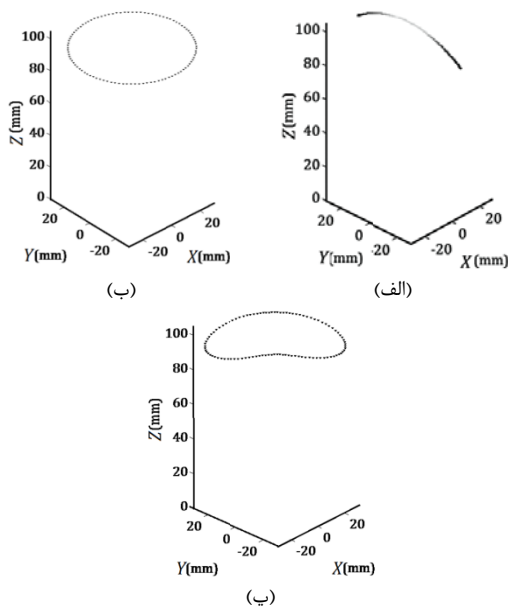
حرکات دلخواهی که به‌طور نمونه برای ربات تعریف شده است در روابط (۲۲) تا (۲۴) آمده است. این حرکات به‌ترتیب عبارت‌اند از مسیر کمائی، دایره‌ای و سینوسی دایره‌ای که در شکل ۲ نشان داده شده‌اند.

$$C = [\varphi_6 - \pi t / 5, \theta_6 - \pi / 4]^T \quad (22)$$

$$C = [\varphi_6, \theta_6 - \pi t / 18 + 5\pi / 18]^T \quad (23)$$

$$C = \begin{bmatrix} \varphi_6 - \pi t / 5 \\ \theta_6 - \pi / 18 \sin(2\pi t / 5) - 2\pi / 9 \end{bmatrix} \quad (24)$$

با حل عددی معادلات قیود ارائه شده در روابط (۲) تا (۹) به‌روش نیوتن رافسون، موقعیت، سرعت و شتاب خطی و دورانی مرکز جرم تک‌تک مهره‌ها و پولی‌ها به‌دست آمده است. موقعیت زاویه‌ای دستگاه‌های مختصات متصل به مرکز جرم هر چهار پولی طی حرکات فوق در شکل‌های ۳ تا ۵ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۲ مسیر حرکت‌های شبیه‌سازی شده برای مجری نهایی: الف) مسیر کمائی، ب) مسیر دایره‌ای پ) مسیر سینوسی دایره‌ای

نیروی وارد شده از طرف کابل‌ها به مهره‌ها به همراه گشتاور پیچشی ناشی از فنرهای پیچشی موجود در مفاصل جزو نیروهای خارجی قرار داده شده‌اند. روابط (۱۱) و (۱۲) بیانگر نیرو و گشتاور وارد شده از طرف کابل‌ها به مهره انتهایی است.

$$\bar{F} = \bar{F}_L - \bar{F}_E \quad (11)$$

$$\bar{M} = \bar{u}_E \times \bar{F}_E + \bar{u}_L \times \bar{F}_L \quad (12)$$

نیرو و گشتاور اعمال شده از طرف کابل‌ها با مهره‌های میانی در رابطه (۱۳) و (۱۴) بیان شده است.

$$\bar{F} = \bar{F}_L - \bar{F}_R \quad (13)$$

$$\bar{M} = \bar{u}_R \times \bar{F}_R + \bar{u}_L \times \bar{F}_L \quad (14)$$

که در آن:

$$\bar{F}_E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_R = \begin{bmatrix} 2T \sin \frac{\theta}{4} \cos \frac{\theta}{4} \sin \varphi \\ -2T \sin \frac{\theta}{4} \cos \frac{\theta}{4} \cos \varphi \\ -2T \sin \frac{\theta}{4} \sin \frac{\theta}{4} \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}_L = \begin{bmatrix} 2T \sin \frac{\theta}{4} \cos \frac{\theta}{4} \sin \varphi \\ -2T \sin \frac{\theta}{4} \cos \frac{\theta}{4} \cos \varphi \\ 2T \sin \frac{\theta}{4} \sin \frac{\theta}{4} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\bar{u}_E = \bar{u}_R = \begin{bmatrix} u \sin \beta \sin \varphi \\ -u \sin \beta \cos \varphi \\ u \cos \beta \end{bmatrix}, \quad \bar{u}_L = \begin{bmatrix} u \sin \beta \sin \varphi \\ -u \sin \beta \cos \varphi \\ -u \cos \beta \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن:

$$\beta = \tan^{-1}(d/H) \quad (17)$$

گشتاور خارجی ناشی از فنرهای پیچشی در مفاصل نیز این‌گونه بیان می-شوند:

$$M_s = \frac{k}{5} \theta_5 G_5^T \begin{bmatrix} -\cos \varphi_5 \\ -\sin \varphi_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

سختی فنر نیز با رابطه زیر مدل شده است.

$$k = EI / h \quad (19)$$

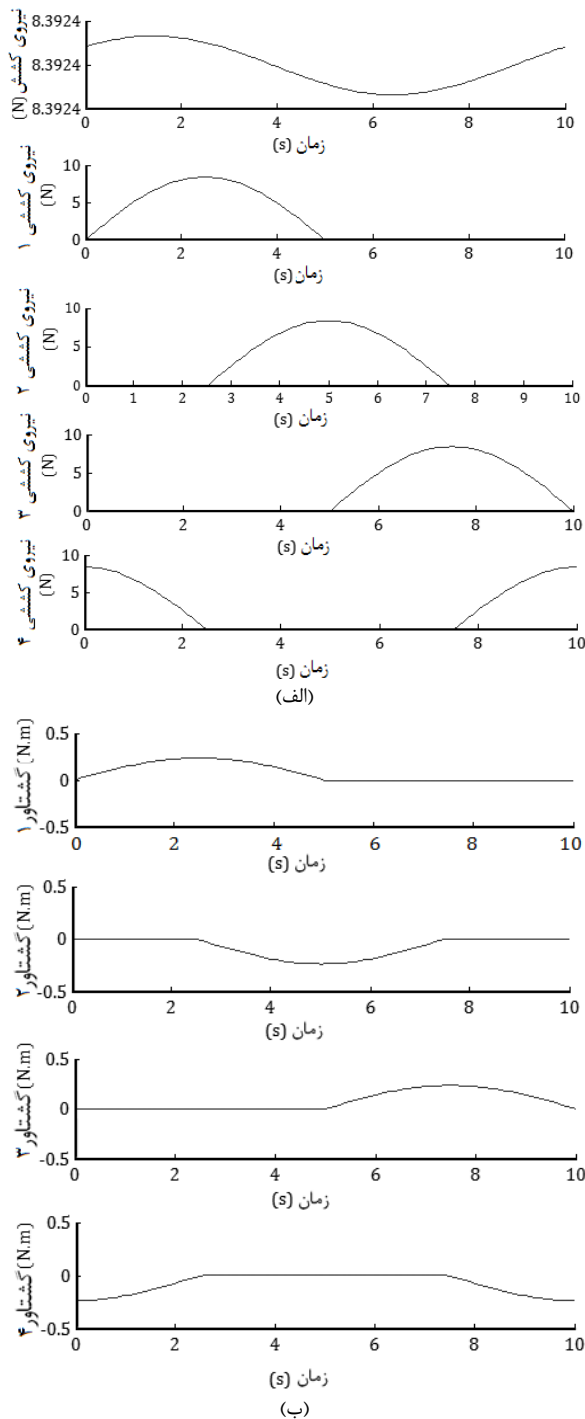
که در آن  $E$  مدول الاستیسیته میله انعطاف‌پذیر و  $I$  ممان اینرسی سطحی میله است. با مشخص بودن نیروهای خارجی، بردار پارامتری نیروهای خارجی تعمیم یافته ناشی از کشش کابل‌ها به‌صورت رابطه (۲۰) تعریف می‌گردد.

$$Q_e = [A \bar{F}, \bar{G}^T \bar{M}]^T \quad (20)$$

ماتریس جرم نیز با مشخص بودن ممان اینرسی مهره‌ها به‌سادگی محاسبه می‌گردد. با مشخص بودن بردار مختصه‌های تعمیم یافته، بردار قیود سینماتیکی، بردار پارامتری نیروهای خارجی تعمیم یافته و بردار عددی شتاب مختصه‌ها که از تحلیل سینماتیک معکوس به‌دست آمد، با استفاده از روش جایگزینی بردار نیروهای خارجی به‌صورت عددی مطابق رابطه (۲۱) محاسبه می‌شود.

$$B_i^T M B \ddot{q}_i = B_i^T Q_e - B_i^T M \gamma_i \quad (21)$$

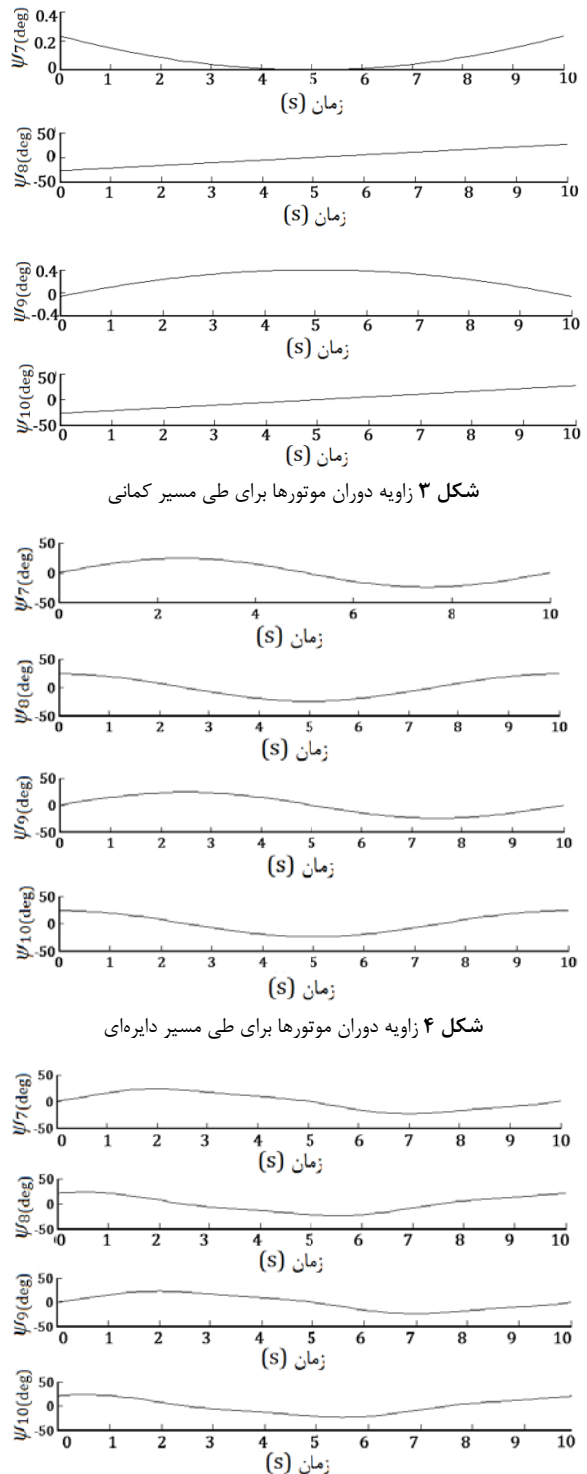
در رابطه بالا، ماتریس انتقال سرعت  $B$  و بردار مرتبه دوم سرعت‌ها  $\gamma$  با



شکل ۷ نیروی کشش کابل‌ها و گشتاور موتورهای طی حرکت دایره‌ای

### ۲-۳- فضای کاری ربات

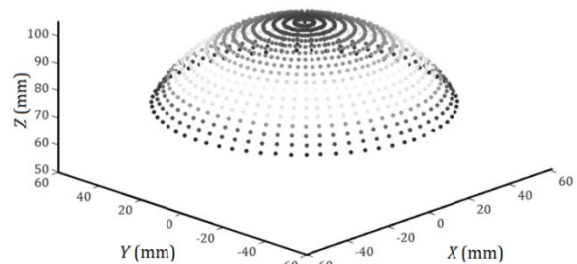
برای یافتن فضای کاری، موقعیت دستگاه‌های اختصاص داده شده همانند شکل ۱-ب است، با این تفاوت که پولی‌ها در سیستم در نظر گرفته نشده‌اند. بنابراین، ۳۶ مختصه تعمیم یافته تعریف شده است. بردار قیود نیز از روابط (۲) تا (۴) به دست می‌آید. این معادلات به روش عددی نیوتن رافسون برای رسیدن به فضای کاری بیشینه حل گردیده‌اند. حداکثر فضای کاری به پارامترهای ابعادی ربات از جمله طول مهره‌ها، قطر مهره‌ها، تعداد مهره‌ها و فاصله مهره‌ها از همدیگر بستگی دارد. برای ربات شبیه‌سازی شده در این مقاله فضای کاری به صورت شکل ۶ به دست آمده است که یک پوسته



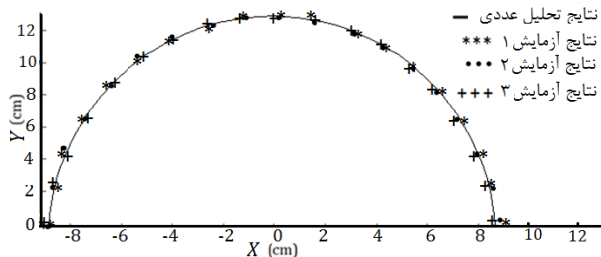
شکل ۳ زاویه دوران موتورهای برای طی مسیر کمّانی

شکل ۴ زاویه دوران موتورهای برای طی مسیر دایره‌ای

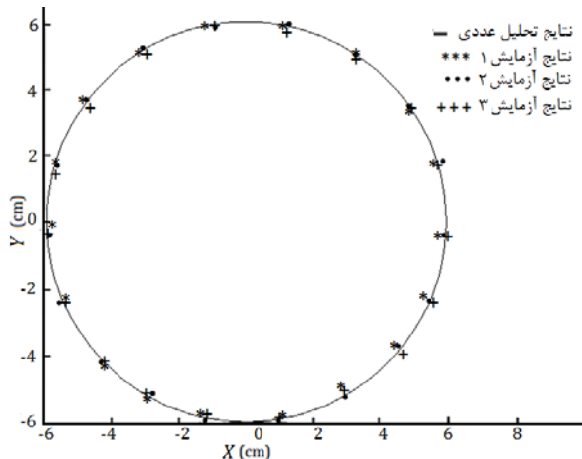
شکل ۵ زاویه دوران موتورهای برای طی مسیر سینوسی دایره‌ای



شکل ۶ فضای کاری ربات



شکل ۹ مسیر کماتی پیموده‌شده توسط مجری نهایی



شکل ۱۰ مسیر دایره‌ای پیموده‌شده توسط مجری نهایی

جدول ۲ خطای محاسبه شده نتایج تجربی

مسیر دایره	مسیر کماتی	تکرارپذیری (cm)
۰/۱۳۲۴۵۳	۰/۲۶۲۶۷۶	خطای نسبی
٪۰/۷۰	٪۰/۵۶	خطای استاندارد آزمایش اول
۰/۰۹۱۹۱	۰/۱۲۱۹۲۳	خطای استاندارد آزمایش دوم
۰/۰۷۳۸۶۱	۰/۱۴۹۹	خطای استاندارد آزمایش سوم
۰/۰۸۹۸۴۳	۰/۱۳۵۵۵۵	خطای استاندارد ماکزیمم
۰/۰۹۱۹۱	۰/۱۴۹۹	

نتایج حاصل از خطاگیری این آزمایش و تکرارپذیری، که در واقع ماکزیمم اختلاف بین داده‌های حاصل از آزمایش از میانگین آنها می‌باشد، برای هر مسیر در جدول ۲ ذکر شده است.

### ۵- نتیجه‌گیری

ربات‌های مارشکل، به دلیل شکل خاص خود، انعطاف‌پذیری زیادی داشته و در نتیجه در بسیاری از کاربردها قابل استفاده می‌باشند. در این پژوهش سینماتیک و دینامیک معکوس یک بازوی ربات مارشکل خاص به منظور طراحی و ساخت یک نمونه از آن مورد بررسی قرار گرفته است. زاویه و گشتاور مورد نیاز هر موتور برای طی مسیر دلخواه توسط مجری نهایی به دست آمده است. پس از ساخت این مدل نمونه ربات، حرکت مجری نهایی آن در پیمایش مسیرهای گوناگون مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان داده است که این ربات قابلیت طی مسیرهای مختلف و پیچیده را با دقت کافی و خطای بسیار کم نسبت به مسیر مطلوب دارا می‌باشد. این ربات در مقایسه با ربات‌های دیگر، در عین سادگی، دارای فضای کاری گسترده‌تری می‌باشد. همچنین در صورتی که یکی از مهره‌های میانی ربات به جایی گیر کرده و ثابت شود، مهره‌های بعد از آن هنوز توانایی حرکت توسط همان چهار کابل را دارا می‌باشند.

کروی ناقص می‌باشد. ابعاد این پوسته با تغییر ابعاد مهره‌ها و دیگر پارامترهای این بازوی رباتی قابل تغییر می‌باشد. هر حرکت قابل پیش‌بینی برای این بازوی رباتیک بر روی این پوسته کروی قرار می‌گیرد و آن مسیر روی این پوسته طی می‌شود. به عنوان نمونه، سه مسیر دایره و کماتی و سینوسی شکل، که در بخش قبل شبیه‌سازی شد، قسمتی از همین فضای کاری می‌باشند.

### ۳-۳- دینامیک معکوس

با مشخص شدن نیروی کشش کابل‌ها در هر لحظه براساس روش‌های گفته شده و داشتن شتاب دورانی هر یک از پولی‌ها در همان لحظه در طی حرکت شبیه‌سازی شده با استفاده از رابطه (۲۵) می‌توان گشتاور اعمالی از طرف هر ۴ موتور در هر لحظه برای طی حرکت دلخواه را به دست آورد.

$$M_{mi} - T_i r = J_i \ddot{\psi}_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (25)$$

به طور نمونه، برای مسیر دایره‌ای مقادیر نیروی کشش هر کابل و گشتاور موتورها در شکل ۷ آورده شده‌اند.

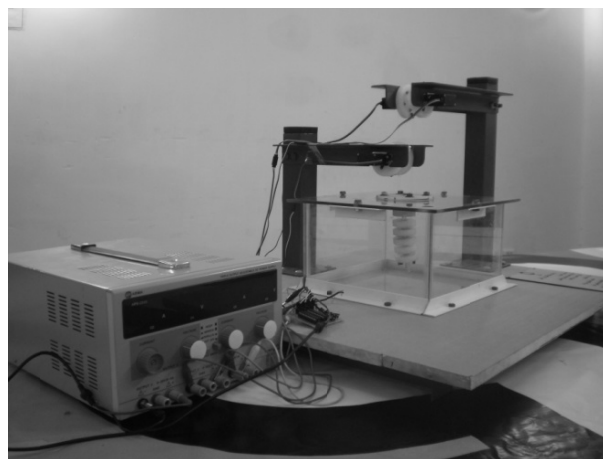
### ۴- اعتبارسنجی مدل

به منظور اعتبارسنجی مدل ربات مارشکل ارائه شده در این مقاله، نمونه‌ای از این ربات با مشخصات ارائه شده در جدول ۱ ساخته شده است. شکل ۸ نمایی از مدل ساخته شده این ربات را نشان می‌دهد.

ربات ساخته شده برای حرکت در دو مسیر کماتی و دایره‌ای برنامه‌ریزی شده و مسیر پیموده شده توسط مجری نهایی در هر حالت به دست آمده است. نتایج به دست آمده در هر حالت در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده شده‌اند. در هر شکل، مسیر پیموده شده توسط مجری نهایی با مسیر مطلوب مقایسه شده است.

آزمون خطای استاندارد یکی از آزمون‌های آمار است که برای تشخیص یکسان بودن میانگین برآورد شده نمونه‌ای با میانگین جامعه کاربرد دارد. این آزمون پارامتری است؛ یعنی استفاده از آن مشروط به آن است که دو پارامتر جامعه معلوم باشند. جهت محاسبه خطای آزمایش از رابطه خطای استاندارد ۲۶ استفاده شده است.

$$E = \sqrt{\frac{1}{(n-2)} \left[ \sum (y - \bar{y})^2 - \frac{[\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})]^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right]} \quad (26)$$



شکل ۸ نمای کلی از ربات مارشکل ساخته‌شده

۷- مراجع

- [1] Z. Li, R. Du, M. Lei, S. Yuan, Design and analysis of a biomimetic wire-driven robot arm, *ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Denver, Colorado, USA, 2011.
- [2] P. Liljeback, K. Y. Pettersen, O. Stavdahl, J. T. Gravdahl, Controllability and stability analysis of planar snake robot locomotion, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 56, No. 6, pp. 1365-1380, 2011.
- [3] J. Gao, X. Gao, W. Zho, J. Zho, B. Wei, Design and research of a new structure rescue snake robot with all body drive system, *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Takamatsu, Kagawa, Japan, 2008.
- [4] M. M. Jalili, M. Ghafoori, F. Yousefifar, Kinematic and Dynamic Simulation of a Wire Driven Snake Robot, *The First RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics*, Tehran, Iran, 2013. (In Persian)
- [5] M. Ghaioor, N. Negahbani, A. H. Nakhaee, Control of without wheel snake robot with considering elliptical coulomb friction using serpenoid curve, *17th Annual Conference on Mechanical Engineering*, Tehran, Iran, 2009. (In Persian)
- [6] Nuclear snake-arm robot, Accessed 16 November 2010; [http://www.zdnet.com/heroic-tech-ten-awe-inspiring-bits-of-kit\\_p9-3040090856](http://www.zdnet.com/heroic-tech-ten-awe-inspiring-bits-of-kit_p9-3040090856).
- [7] A. A. shabana, *Computational Dynamics*, Third Ed., New York: John Wiley & Sons, pp. 359-445, 2010.

۶- فهرست علائم

ماتریس انتقال	$A$
قطر هر مهره (m)	$D$
قطر دایره‌ی کابل‌ها (m)	$d$
ماتریس انتقال از دستگاه اویلر به دستگاه مرجع	$G$
ضخامت هر مهره (m)	$H$
فاصله دو مهره متوالی (m)	$h$
شعاع پولی (m)	$r$
متغیر مستقل از جنس فاصله (داده‌های تحلیلی)	$x$
میانگین متغیر مستقل	$\bar{x}$
داده‌های تجربی در هر زاویه	$y$
میانگین داده‌های تجربی	$\bar{y}$

علائم یونانی

زاویه دوران حول محور $Z$ طبق قرارداد اویلر	$\varphi$
زاویه دوران حول محور $X$ طبق قرارداد اویلر	$\theta$
زاویه دوران حول محور $Z$ طبق قرارداد اویلر	$\psi$

زیرنویس

شماره دستگاه مختصات مربوط	$i$
---------------------------	-----