



بررسی عددی و تجربی تاثیر پارامترهای فیزیکی و هندسی بر بازده میکرو توربین آبی پلتون

شهرام درخشان^{۱*}، محمد باقری مطلق^۲، احسان عبدالله نژاد^۳

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران

۲- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران

۳- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران

* صندوق پستی ۱۶۸۴۶ تهران، shderakhshan@iust.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۰۱ آبان ۱۳۹۲

پذیرش: ۲۹ آبان ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۰۳ اردیبهشت ۱۳۹۳

کلید واژگان:

میکرو توربین پلتون

شبیه سازی عددی

نیروگاه آبی کوچک

در مطالعه پیش رو میکرو توربین آبی پلتونی با ابعاد بسیار کوچک مورد بررسی قرار گرفته است. این میکرو توربین برای توان ۱۵ کیلو وات طراحی و ساخته شد و در استان خراسان رضوی مورد بهره برداری قرار گرفت. برای تحلیل و بررسی کارایی و تاثیر پارامترهای فیزیکی و هندسی، جریان عبوری از توربین با استفاده از نرم افزار تجاری انسیس سی اف ایکس ۱۳ شبیه سازی و نتایج حاصل از شبیه سازی در نقطه کاری با نتایج تجربی مقایسه و اعتبار سنجی گردید. با توجه به پیچیدگی شبیه سازی، حجم زیاد محاسبات و همچنین متناوب بودن، به جای شبیه سازی کل توربین قسمتی از آن که شامل تعدادی از بشقابها می باشد شبیه سازی شد. جریان به صورت سه بعدی و گذرا شبیه سازی شده و مدل توربولانسی تنش برشی انتقالی به کار رفته است. برای مدل کردن جریان دو فاز از مدل همگن سطح آزاد استاندارد استفاده شده است. در قسمت نتایج اثر مقدار دور بر روی بازده مورد بررسی قرار گرفت. همچنین تاثیر پارامترهای فیزیکی: دبی، ارتفاع و پارامترهای هندسی: فاصله نازل تا محور بشقابها، تعداد بشقاب با حفظ قطر گام و اندازه بشقاب، تعداد بشقاب با حفظ قطر گام و تغییر اندازه بشقاب و تعداد بشقاب با تغییر قطر گام و حفظ اندازه بشقاب بر روی عملکرد برای میکرو توربین مورد نظر بررسی گردید.

Numerical and experimental study of the effects of physical and the geometrical parameters on efficiency of a micro-pelton turbine

Shahram Derakhshan^{1*}, Mohammad Bagheri Motlagh², Ehsan Abdolhnejad³

1- Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Science and Technology University, Tehran, Iran

2- Master science, Department of Mechanical Engineering, Science and Technology University, Tehran, Iran

3- Master science, Department of Mechanical Engineering, Science and Technology University, Tehran, Iran

* P.O.B.16846 Tehran, shderakhshan@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 23 October 2013
Accepted 20 November 2013
Available Online 23 April 2014

Keywords:

Micro-Pelton Turbine
Numerical simulation
Micro hydro power plant

ABSTRACT

In the present paper a micro-pelton turbine with very small dimension has been studied. This micro turbine was designed for 15 kW output power and was utilized in Khorasan Razavi. To analyze and evaluate the efficiency and effectiveness of physical and geometrical parameters, the turbine flow was simulated using the commercial software Ansys CFX 13 and the simulation results of the performance point were compared and evaluated with experimental results. Because of complexity of simulation and heavy computation, instead of entire turbine, just a part of it containing several buckets was simulated. A 3D transient flow simulation was applied using the Shear Stress Transport turbulent model. In order to model two-phase flow, the standard homogeneous free surface model was employed. In the results the effect of rotating speed on the efficiency was investigated. Moreover, the effect of physical parameters: flow rate and head and geometric parameters: the distance from nozzle to the axis of buckets, the number of buckets in constant pitch circle diameter and constant bucket size, the number of buckets in constant pitch circle diameter and variable bucket size and the number of buckets in variable pitch circle diameter and constant bucket size on the performance of a micro-turbine was investigated.

۱- مقدمه

توربین پلتون یکی از انواع توربین های ضربه ای آبی می باشد که توسط لستر آلن پلتون اختراع گردید. این نوع توربین در نیروگاه هایی با هد بالا و دبی پایین مورد استفاده قرار می گیرد. از خصوصیات این توربین می توان به تولید توان بالا از یک واحد کوچک و فرآیند ساخت آسان آن اشاره کرد. از

وجود مناطقی کوهستانی که در آن دبی موجود پایین ولی هد موجود بالا می باشد، می تواند بستر را برای استفاده و گسترش میکرو توربین پلتون فراهم آورد.

Please cite this article using:

S. Derakhshan, M. Bagheri Motlagh, E. Abdolhnejad, Numerical and experimental study of the effects of physical and the geometrical parameters on efficiency of a micro pelton turbine, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 150-158, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

بزرگ و با توان خروجی بالا مد نظر قرار گرفته شده‌اند. همچنین شایان ذکر است که اکثر این پژوهش‌ها، به صورت آزمایشات تجربی و شبیه‌سازی‌های عددی دو بعدی و پایا بررسی گردیده‌اند.

در مطالعه پیش‌رو برخلاف مطالعات پیشین به شبیه‌سازی جریان در توربین پلتونی با اندازه میکرو پرداخته و پارامترهای هندسی و فیزیکی موثر بر کارایی توربین مورد بررسی قرار داده می‌شود.

۲- روابط حاکم

در تئوری توربومشین‌ها برای توربین پلتون روابط اویلر برای هد بصورت روابط ۱ و ۲ می‌باشد [۱۴].

$$P = \rho QU(C_1 \cos \alpha_1 - C_2 \cos \alpha_2) \quad (1)$$

$$H = \frac{1}{g} U(C_1 \cos \alpha_1 - C_2 \cos \alpha_2) \quad (2)$$

در معادله ۲ با توجه به کوچک بودن عرض بشقابک نسبت به شعاع دوران مشابه رابطه ۳ با تقریب خوبی می‌توان نوشت:

$$U_1 = U_2 \quad (3)$$

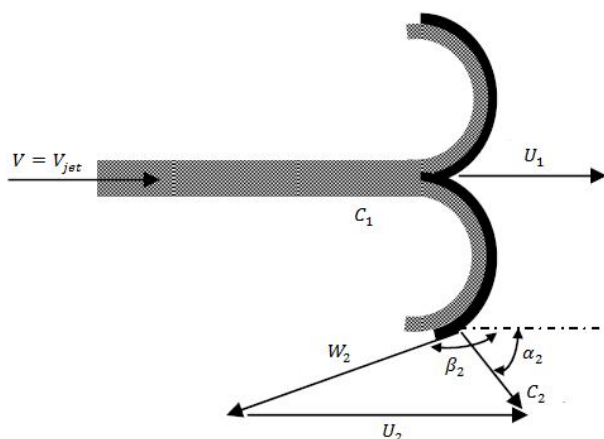
می‌توان ثابت نمود درحالتی که $\alpha_1 = 0$ ، توان بیشینه وقتی حاصل می‌شود که مشابه رابطه ۴ مقدار سرعت محیطی نصف سرعت جت باشد.

$$U = \frac{C_1}{2} \quad (4)$$

در روابط ذکر شده تعریف سرعت‌ها بر اساس شکل ۱ می‌باشند.

۳- آزمایش توربین

برای آزمایش میکرو توربین پلتون مورد نظر مدار تستی مطابق با شکل ۲ ساخته شد. یک پمپ نوع ۳۱۵-۵۰ تست شده و با تراش پروانه مناسب در دور ۲۹۸۰ دور بر دقیقه وظیفه ایجاد دبی و فشار آب مورد نیاز تست توربین را بر عهده داشت. از فشار سنج‌های معمولی با حد بالای ۱۶ بار و با دقت ۰/۵ متر در ابتدا و انتهای پمپ برای اندازه‌گیری فشار استفاده گشت. با توجه به اینکه منحنی تست شده پمپ در اختیار بود، دبی آب با استفاده از هد پمپ بدست آمد. دبی آب از طریق لوله ۱۰ سانتی متری به شیر و سپس به توربین می‌رسید. ژنراتور چهار قطب (۱۵۰۰ دور بر دقیقه) سه فاز با ظرفیت ۱۵ کیلو وات جهت تولید الکتریسیته در مدار استفاده شد. چندین المنت حرارتی به صورت پله‌ای نیز به عنوان بار مصرفی مورد استفاده قرار گرفت. مشخصات بار مصرفی نیز با استفاده از وات متر، ولت متر و آمپر متر اندازه‌گیری شد. سرعت دورانی نیز با استفاده از دور سنج با دقت مناسب به صورت نوری و مکانیکی اندازه‌گیری شد. محاسبات عدم قطعیت بر اساس روش موافق [۱۵] مقادیر کمتر از ۵ درصد را برای هد و توان خروجی نشان دادند.



شکل ۱ بردار سرعت جریان در بشقابک توربین پلتون [۱۴]

دیگر خصوصیات متمایز کننده توربین پلتون نسبت به سایر توربین‌ها استفاده از یک توربین واحد برای رنج وسیعی از هد و دبی با بکارگیری چند نازل می‌باشد. از طرفی چون این نوع توربین در فضای آزاد کار می‌کند تعمیرات و نگهداری آن نسبت به سایر توربین‌های آبی موجود آسان‌تر می‌باشد.

اگرچه سال‌های نسبتاً زیادی از اختراع توربین پلتون گذشته و به ظاهر توربین شناخته شده‌ای می‌باشد، ولی در حقیقت مسائل بسیاری در مورد این توربین با ابهاماتی روبروست. شبیه‌سازی توربین پلتون از جمله شبیه‌سازی‌های دشوار در بین توربین‌های آبی موجود می‌باشد، که این امر منجر گردیده است که تا مدت‌ها شبیه‌سازی و کارهایی که در راستای بهبود آن انجام می‌پذیرفت، تنها از طریق آزمایشات تجربی صورت گیرد.

از جمله عواملی که سبب دشواری شبیه‌سازی توربین پلتون می‌گردد، می‌توان به سه بعدی بودن، گذرا بودن و دو فازی بودن جریان در توربین پلتون اشاره کرد. به‌طور کلی شبیه‌سازی عددی جریان در توربین پلتون موضوعی نسبتاً جدید بوده که کماکان در حال بررسی و بهبود می‌باشد. در ابتدا برکه یک روش تحلیلی را برای نمایش مسیر ذرات آب از روی معادلات ممنتم آنها در بشقابک ارائه داد [۱۱].

از نخستین کسانی که به شبیه‌سازی عددی جریان در بشقابک توربین پلتون پرداختند؛ هانا [۲]، پارکیسون [۵-۳]، بارگلازان [۶]، جانتسکی و همکارانش [۷] و پرمر [۸] بودند.

هانا به شبیه‌سازی دو بعدی و سه بعدی جریان گذرا در بشقابک توربین پلتون پرداخت، هانا نتیجه گرفت که محاسبات عددی نتایج نوید بخشی را ارائه می‌دهند که می‌توانند جایگزین روش ترسیمی شوند [۲].

پرمر به شبیه‌سازی دو بعدی و سه بعدی جریان گذرا در صفحه‌های تختی به‌جای بشقابک توربین پلتون پرداخت. او در تحقیقش مقدار فشار بر روی صفحه مسطح را از سه روش: شبیه‌سازی عددی، حل تحلیلی و آزمایش بدست آورد و با یکدیگر مقایسه نمود [۸].

اما یکی از تحقیقات کاملی که در زمینه‌ی شبیه‌سازی عددی جریان در توربین پلتون انجام شد کاری بود که توسط پی‌ریگ انجام گرفت. پی‌ریگ به اندازه‌گیری ضخامت لایه‌ی آب بر روی دیواره‌ی بشقابک و توزیع فشار ناپایا بر روی بشقابک در حین شبیه‌سازی عددی پرداخت. او همچنین دو مدل، دو فاز همگن و دو سیال را با هم مقایسه کرد و بیان نمود که مدل اول دقیق‌تر است [۹].

از جدیدترین کارهای انجام شده برای آنالیز توربین پلتون توسط کلمستن و برستد صورت پذیرفته است. کلمستن به بررسی جریان سطح آزاد در بشقابک یک توربین پلتون ساکن پرداخت. او توزیع فشار و همچنین مکان سطح مشترک آب و هوا را در بیشتر فضای محاسباتی جریان با استفاده از آزمایش بدست آورد سپس این نتایج را با نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی مقایسه کرد [۱۰].

برستد به شبیه‌سازی جریان در توربین پلتون متحرک پرداخت. او مقدار گشتاور وارد بر بشقابک‌ها را اندازه‌گیری نمود و با نتایج تجربی مقایسه نمود. او همچنین خطاهای موجود در اندازه‌گیری تجربی گشتاور را مورد بررسی قرار داد [۱۱].

تحقیقات دیگری نیز در زمینه‌ی استفاده از روش‌های دیگر در راستای شبیه‌سازی توربین پلتون صورت گرفته است که از جمله‌ی آن می‌توان به کارهای یوجی ناکاشی [۱۲] و همکاران و مارنگیو [۱۳] و همکارانش اشاره کرد. غالباً در پژوهش‌های صورت گرفته توربین‌های پلتونی در اندازه هندسی

$$W_H = \left[\left(\frac{\partial H}{\partial P_1} W_{P1} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial P_2} W_{P2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

با توجه به رابطه‌ی هد و از آنجا که مطابق رابطه ۸ عدم قطعیت در اندازه-گیری فشار برابر با دقت وسیله اندازه‌گیری می‌باشد، برای بدست آوردن عدم قطعیت از روابط ۹ و ۱۰ استفاده می‌شود:

$$H = H(P_1, P_2) \quad (8)$$

$$W_H = [((0.5))^2 + ((0.5))^2]^{1/2} = 0.7[m] \quad (9)$$

$$\%W_H = \frac{W_H}{H} \times 100 = \frac{0.7}{100} \times 100 = 0.7\% \quad (10)$$

و به همین ترتیب عدم قطعیت برای بازده از رابطه ۱۱ حاصل می‌گردد:

$$\%W_\eta = \frac{W_\eta}{\eta} \times 100 = \frac{0.0103}{76.4} \times 100 = 1.35\% \quad (11)$$

۴- توصیف مدل

توربین پلتون مورد نظر یک میکرو توربین بوده که برای دبی‌های پایین مورد استفاده قرار می‌گیرد. ارتفاع توربین، دبی جریان عبوری و سرعت دورانی برای طراحی به ترتیب ۱۰۰ متر، ۰/۲ متر مکعب بر ثانیه و ۱۵۰۰ دور بر دقیقه می‌باشد، که با استفاده از این داده‌ها طراحی صورت پذیرفته است. توربین دارای ۱۸ بشقابک و یک انژکتور می‌باشد. پهنای بشقابک‌ها ۸۵ میلی‌متر و قطر گام آن ۲۵۰ میلی‌متر می‌باشد. در جدول ۳ مشخصات هندسی توربین آورده شده است.

شکل ۳ طرح میکرو توربین پلتون طراحی شده را نشان می‌دهد. با توجه به تناوبی بودن جریان در توربین پلتون، برای کاهش حجم محاسبات بجای شبیه‌سازی کل بشقابک‌ها تعداد ۳ بشقابک یعنی یک ششم کل رانر شبیه سازی می‌شود.

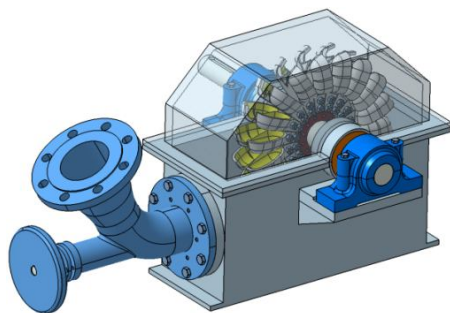
در شبیه سازی از وجود قاب صرف نظر و فشار در اطراف توربین ثابت و برابر با فشار محیط در نظر گرفته می‌شود. فرض بر آن است که جت خروجی از نازل ایده‌آل باشد. شکل ۴ قسمت مدل شده را نشان می‌دهد.

۵- روش عددی

همان‌طور که بیان شد با توجه به تناوبی بودن جریان برای کاهش حجم محاسبات به جای شبیه‌سازی کل رانر تنها سه بشقابک مدل و شبیه‌سازی و برای بررسی اثر پارامترهای مختلف از این مدل استفاده شد.

جدول ۳ مشخصات هندسی میکرو توربین

قطر گام	۲۵۰ میلی‌متر
تعداد انژکتور	۱
تعداد بشقابک	۱۸
پهنای بشقابک	۸۵ میلی‌متر
نحوه ی مونتاز	پیچ و مهره



شکل ۳ طرح توربین پلتون



شکل ۲ مدار تست میکرو نیروگاه با نوربین نوع پلتون

جدول ۱ پامترهای هندسی و فیزیکی برای بررسی بازده در آزمایش تجربی

تعداد بشقابک	۱۸
فاصله عمودی نازل تا محور	۱۲۵ میلی‌متر
فاصله افقی نازل تا محور	۱۶۵ میلی‌متر
اندازه بشقابک	a
ارتفاع	۱۰۰ متر
دبی	۲۰ لیتر بر ثانیه
قطر گام	۲۵۰ میلی‌متر
دور	۱۲۰۰، ۱۵۰۰ و ۱۸۰۰ دور بر دقیقه

جدول ۲ نتایج آزمایش برای نقطه کاری نیروگاه تست شده

Q ($\frac{L}{S}$)	H (m)	N (rpm)	I (A)	V (V)	$\eta_{turbine}$ (%)
۲۰	۱۰۰	۱۵۰۰	۱۷/۳	۴۰۰	۷۶/۴

جدول ۱ پامترهای هندسی و فیزیکی برای بررسی بازده در آزمایش تجربی را نشان می‌دهد.

نتایج آزمایش برای دور ۱۵۰۰ دور بر دقیقه در جدول ۲ مشاهده می‌شود. راندمان کل ۵۷/۳۰ درصد بدست آمد، که احتساب بازده ۷۵ درصد کاتالوگ ژنراتور در توان تولیدی بازده ۷۶/۴ درصد برای توربین نتیجه می‌شود.

۳-۱- تحلیل عدم قطعیت

یک روش دقیق برای تخمین عدم قطعیت نتایج تجربی توسط کلاین و مک‌کلین تاک ارائه شده است. این روش بر مبنای تشخیص دقیق عدم قطعیت‌ها در اندازه‌گیری‌های تجربی مقدماتی مختلف قرار دارد [۱۶].

اگر قرار باشد عدم قطعیت نتیجه محاسبه شده بر مبنای عدم قطعیت اندازه‌گیری‌های اولیه بر آورد شود، مطابق رابطه ۵ نتیجه محاسبه شده R تابع معلومی از متغیرهای مستقل $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ است.

$$R = R(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (5)$$

فرض کنید عدم قطعیت نتیجه بوده و $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$ عدم قطعیت‌های متغیرهای مستقل باشند. اگر عدم قطعیت کلیه متغیرهای مستقل با نسبت احتمالی مساوی داده شده باشند، آن وقت عدم قطعیت نتیجه با همین نسبت احتمالی به صورت معادله ۶ ارائه شده است:

$$W_R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} W_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} W_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_n} W_n \right)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

عدم قطعیت برای هد به صورت معادله ۷ می‌باشد:

حالت حرکت نسبی اجزا در محل تماس شبیه سازی می شود. در این حالت موقعیت صفحه تماس در هر گام زمانی به روز می شود. معمولا برای حدس اولیه مسئله در حالت روتور استاتور گذرا از نتایج چرخ یخ زده استفاده می شود. زمان کل حل، زمان لازم برای طی نمودن مسیریست که بخش چرخان دامنه محاسباتی از موقعیت اولیه اش نسبت به بخش ساکن تا محلی که به طور کامل از مقابل جت عبور کند، به آن نیاز دارد. زمان کل حل بر اساس سرعت دورانی حاصل می شود. با توجه به مشخص بودن سرعت دورانی (۱۵۰۰ دور بر دقیقه) این زمان ۰/۱۲۷۷ ثانیه است. سایر تنظیمات مانند حالت پایا صورت می گیرد. گام زمانی بعد از بررسی وابستگی شبیه سازی به تعداد گام زمانی ۰/۰۰۱۳۸۸ ثانیه در نظر گرفته شده است، شکل (۵).

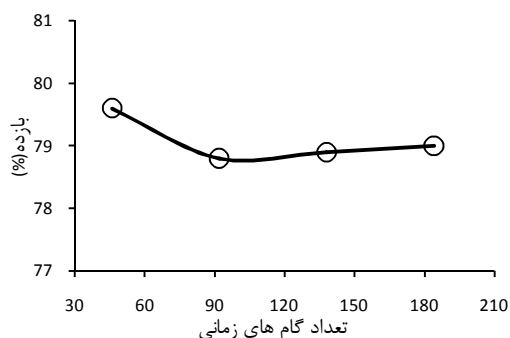
تعداد سلول بهینه برای کاهش زمان و حجم محاسبات و همچنین دقت کافی مورد بررسی قرار گرفت. بیشینه گشتاور وارد بر بشقابک میانی به عنوان پارامتر ارزیابی تاثیر اندازه سلول محاسباتی بر روی حل استفاده شد، شکل (۶). کمترین تعداد شبکه که به ازای آن گشتاور خروجی با تغییرات کمی باقی مانده است، انتخاب شد. در تعداد ۱/۸۸ میلیون تغییرات زیادی در گشتاور خروجی توربین مشاهده نمی شود که برای انجام محاسبات انتخاب شد.

۶- نتایج

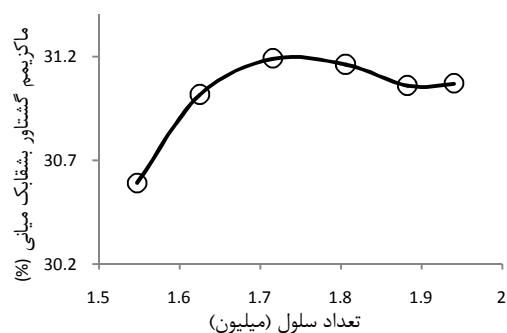
در ادامه نتایج حاصل از بررسی پارامترهای فیزیکی و هندسی آورده شده و مورد تحلیل قرار گرفته است، به این منظور حالت مرجعی بر اساس مدل ساخته شده در نظر گرفته شد. جدول ۴ مقادیر پارامترهای هندسی و فیزیکی حالت مرجع را نشان می دهد.

۶-۱- وابستگی بازده به سرعت دورانی

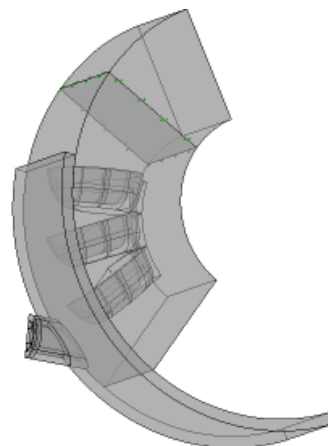
به منظور مشاهده تاثیر سرعت دورانی بر بازده با ثابت نگه داشتن سایر پارامترها عملکرد توربین در دوره های ۱۲۰۰، ۱۵۰۰ و ۱۸۰۰ دور بر دقیقه مورد بررسی قرار گرفت. شکل ۷ منحنی مقدار بازده توربین را برای مقادیر مختلف سرعت دورانی نشان می دهد.



شکل ۵ استقلال محاسبات از گام زمانی



شکل ۶ عدم وابستگی نتایج به اندازه سلول محاسباتی



شکل ۴ شماتیک قسمت مدل شده

دامنه محاسباتی به دو بخش ساکن و چرخان تقسیم شد. شبیه سازی جریان به صورت سه بعدی و با استفاده از نرم افزار تجاری انسیس سی اف ایکس^۱ صورت پذیرفت. در شبیه سازی باید جت ورودی قبل از برخورد با اولین بشقابک کاملا توسعه یافته باشد که برای این امر می توان

– یک حل پایا در موقعیت اولیه انجام داد و سپس نتایج این حل را به عنوان شرط اولیه برای حالت گذرا تعریف کرد.

– با توجه به معلوم بودن سرعت دورانی بخش محاسباتی چرخان و سرعت جت موقعیت اولیه دو بخش ساکن و متحرک را به گونه ای تعریف کرد که جت قبل از برخورد به اولین بشقابک کاملا توسعه یافته شود.

در این تحقیق از روش حل پایا به عنوان شرط اولیه استفاده شده است. برای انجام حل پایا از مدل چرخ یخ زده برای ارتباط بین دومین ساکن و چرخان استفاده شد. در یک شبیه سازی چرخ یخ زده^۲ بخش های چرخ و ثابت، یک موقعیت نسبی ثابت نسبت به هم دارند. در این مدل چارچوب اصلی تغییر می کند، اما جهت نسبی میان مولفه های بین صفحات مشترک ثابت می ماند [۱۷]. شارهای ویسکوز با استفاده از روش دقت بالا محاسبه شد. در فرآیند محاسبه از مدل توربولانسی تنش برشی انتقالی^۳ با تابع دیوار استاندارد استفاده و شدت آشفتگی به طور متوسط ۵ درصد در نظر گرفته شد [۱۱]. برای مدل نمودن جریان دو فاز از مدل همگن سطح آزاد استاندارد استفاده شد. در شبیه سازی های جریان های چند فاز به صورت همگن فرض بر این است که تمامی کمیت های انتقالی همانند میدان های سرعت و فشار، (بجز کسر حجمی) در تمامی فازها یکسان می باشند. مدل سطح آزاد نیز به وضعیتی از جریان دو فاز، همانند جریان درون کانال باز اشاره دارد که در آن فازها توسط صفحه مشخصی از هم جدا می شوند [۱۷]. در مرز ورودی نازل، سرعت جت که با توجه به معین بودن ارتفاع قابل محاسبه است به صورت یکنواخت و عمود بر سطح به عنوان شرط مرزی ورودی قرار داده شده است. سیال اولیه آب تعریف شد. حجم شکست دو فاز آب و هوا در شروع شبیه سازی برای دو بخش دامنه محاسباتی ساکن و چرخان به ترتیب صفر و یک و تنها نیروی وارد نیروی کشش سطحی در نظر گرفته شد.

برای حل ناپایا از مدل روتور استاتور گذرا^۴ برای ارتباط بین دومین ساکن و چرخان استفاده شد [۱۱]. در یک شبیه سازی، روتور استاتور گذرا برای بررسی غیر دائم اثر یک سطح مشترک متحرک بکار می رود. در این

1- Ansys CFX 13
2- Frozen rotor
3- SST (Shear Stress Transport)
4- Transient rotor stator

جدول ۴ پارامترهای هندسی و فیزیکی برای بررسی بازده

تعداد بشقابک	۱۸
فاصله عمودی نازل تا محور	۱۲۵ میلی‌متر
فاصله افقی نازل تا محور	۱۶۵ میلی‌متر
اندازه بشقابک	a
ارتفاع	۱۰۰ متر
دبی	۲۰ لیتر بر ثانیه
قطر گام	۲۵۰ میلی‌متر
دور	پارامتر مورد بررسی

نازل و قاب توربین اشاره کرد. در ضمن لازم به ذکر است که بازده اندازه‌گیری شده بازده کلی توربین است، که افت‌های مکانیکی توربین را نیز شامل می‌شود و این در حالیست که بازده حاصل از نتایج عددی، بیانگر بازده هیدرولیکی است.

۶-۲- وابستگی بازده به دبی (قطر دهانه خروجی نازل)

اثر تغییر دبی بر بازده توربین ضمن ثابت بودن سایر پارامترها و با در نظر گرفتن ۸ مقدار مختلف بررسی شد. شکل ۸ منحنی مقدار بازده توربین را برای این ۸ مقدار مختلف نشان می‌دهد.

در توربین پلتون سرعت جت متاثر از ارتفاع و دبی خروجی از نازل نیز متاثر از سرعت جت و مقدار باز شدگی نازل است. از آنجا که برای یک ارتفاع ثابت سرعت جت ثابت است، بنابراین برای تغییر دبی باید مقدار باز شدگی یا همان قطر خروجی نازل را تغییر دهیم.

نتایج نشان می‌دهد که بازده توربین با افزایش دبی افزایش یافته و در دبی ۸ لیتر بر ثانیه به بیشترین مقدار خود رسیده و سپس با افزایش دبی مقدار بازده کاهش می‌یابد. بیشینه بازده حاصل از شبیه‌سازی در ارتفاع ۱۰۰ متر و سرعت دورانی ۱۵۰۰ دور بر دقیقه ۸۲ درصد است. از آنجا که ارتفاع ثابت در نظر گرفته شده است، بنابراین سرعت جت ثابت بوده و برای افزایش دبی باید مقدار باز شدگی نازل را تغییر داد. در دبی‌های بالا با افزایش مقدار باز شدگی نازل برای افزایش دبی، قطر جت حاصل افزایش می‌یابد. با افزایش قطر جت تاثیر عوامل محیطی مانند پدیده پخش و اختلاط آب و هوا در سطح خارجی جت بیشتر شده که این باعث کاهش بازده می‌شود. برای دبی‌های بسیار پایین توان لازم برای ایجاد گشتاور در توربین پایین بوده و بازده حاصل کم است. از آنجا که برای یک محل مشخص ارتفاع ثابت بوده ولی دبی در فصول مختلف سال ممکن است دچار تغییر شود، تغییرات کم بازده برای دبی‌های مختلف نشان از مناسب بودن توربین برای استفاده در تمام سال دارد.

۶-۳- وابستگی بازده به ارتفاع

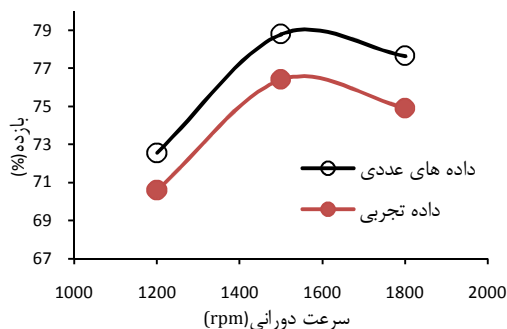
برای بررسی اثر ارتفاع بر بازده با فرض ثابت ماندن سایر پارامترها، توربین برای چهار ارتفاع ۶۰، ۸۰، ۱۰۰ و ۱۲۰ متر مورد تحلیل قرار گرفت. شکل ۹ منحنی تغییرات بازده توربین در ارتفاع‌های مختلف را نشان می‌دهد.

بر اساس تحلیل انجام شده تا ارتفاع ۸۰ متر بازده توربین با افزایش ارتفاع افزایش یافته و در ادامه با افزایش ارتفاع مقدار بازده کاهش می‌یابد. در واقع با توجه به رابطه ۴ با افزایش هد از مقدار ۸۰ متر در سرعت دورانی ثابت ۱۵۰۰ دور بر دقیقه، توربین از مقدار U بهینه دور می‌شود. به طوری که برای هد ۸۰ متر U مناسب در سرعت ۱۵۰۰ دور بر دقیقه رخ می‌دهد، در حالی که برای هد ۱۰۰ متر U مناسب طبق محاسبات در سرعت ۱۶۹۰ دور بر دقیقه رخ می‌دهد.

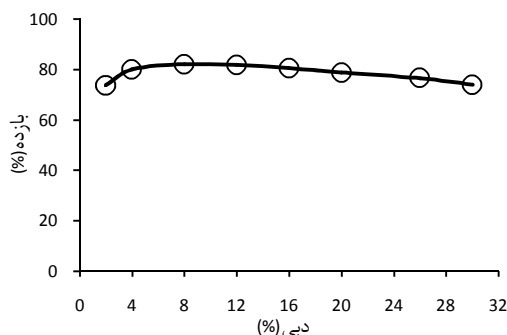
بیشینه بازده حاصله از شبیه‌سازی در دبی ۲۰ لیتر بر ثانیه و سرعت دورانی ۱۵۰۰ دور بر دقیقه برابر ۷۹/۰۸ درصد است.

برای محاسبه زاویه بین سرعت نسبی و سرعت محیطی و همچنین بررسی مثلث سرعت از شکل ۱۰ استفاده می‌شود:

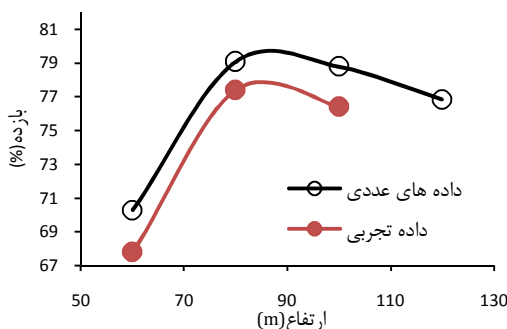
بر اساس روابط اوپلر برای توان توربین پلتون می‌توان مقدار $C_{u_{2n}}$ را با استفاده از بازده حاصل از حل عددی بدست آورد. که مقدار $C_{u_{2n}}$ برای ارتفاع ۱۰۰ متر و سرعت ۱۵۰۰ دور بر دقیقه برابر ۱/۰۸ متر بر ثانیه است. برای تعیین مقدار انحراف زاویه خروجی از حالت ایده‌آل ابتدا مقدار زاویه β_n از رابطه ۱۲ محاسبه و در ادامه پس از تعیین مقدار C_m از روابط ۱۳ و ۱۴ اندازه زاویه β_n از روابط ۱۵ و ۱۶ حاصل می‌شود.



شکل ۷ منحنی عملکرد



شکل ۸ تاثیر دبی بر روی بازده

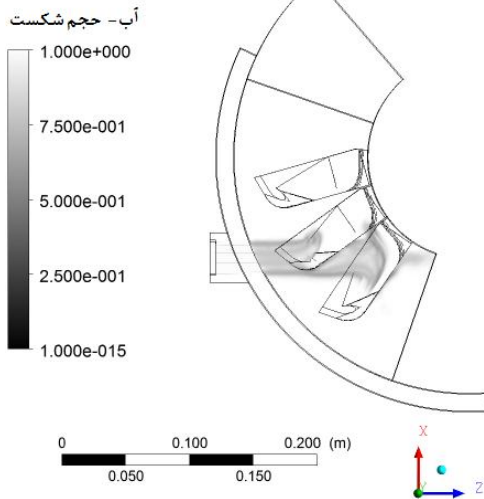


شکل ۹ تاثیر ارتفاع بر روی بازده

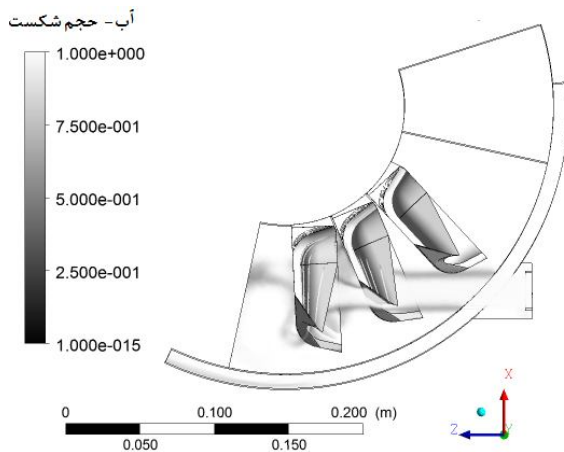
مشاهده می‌شود که بازده توربین با افزایش دور تا مقدار ۱۵۰۰ دور بر دقیقه افزایش و پس از آن با افزایش دور مقدار راندمان توربین کاهش می‌یابد. تطابق قابل قبولی بین نتایج عددی و داده‌های اندازه‌گیری شده وجود دارد، به طوریکه بازده بیشینه حاصله از شبیه‌سازی عددی در سرعت دورانی ۱۵۰۰ دور بر دقیقه ۷۸/۸ درصد و بازده حاصل از تست تجربی ۷۶/۴ درصد می‌باشد و خطای محاسبه شده بین مقادیر عددی و اندازه‌گیری حدود ۲/۴ درصد است. از جمله دلایل این اختلاف می‌توان به خطاهای حاصل از فرضیات ساده‌کننده در مدل‌های عددی پردازش اطلاعات مانند صرف‌نظر از شبیه‌سازی

گام بوده و هرگونه تغییر فاصله از آن سبب خواهد شد تا برخورد مناسبی که منجر به انتقال کامل انرژی بین جت و بشقابکها می شود، صورت نپذیرد. در واقع طرز برش جت توسط بشقابک در موارد دور از فاصله شعاع گام به شکل نامناسبی بوده که باعث برخورد قسمت زیرین بشقابک با جت گشته و گشتاور منفی زیادی بوجود می آورد. این موضوع در شکل های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است.

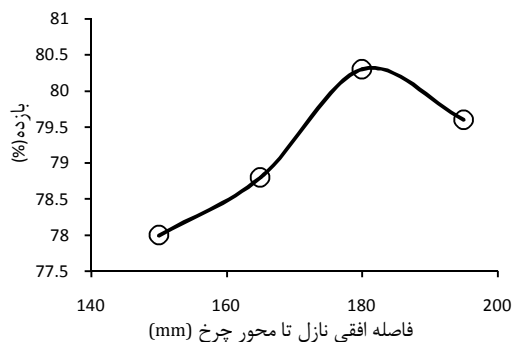
برای فاصله افقی نازل تا محور مانند فاصله عمودی عمل می شود. شکل ۱۴ منحنی مقدار بازده توربین را برای فواصل افقی ۱۵۰، ۱۶۵، ۱۸۰ و ۱۹۵ میلی متر نشان می دهد.



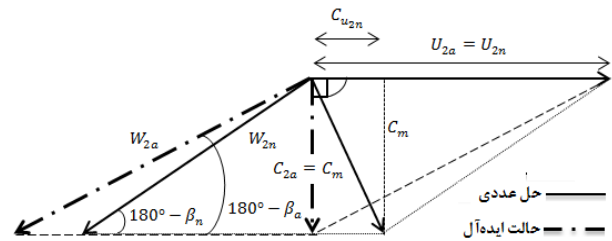
شکل ۱۲ برخورد در فاصله عمودی نامناسب



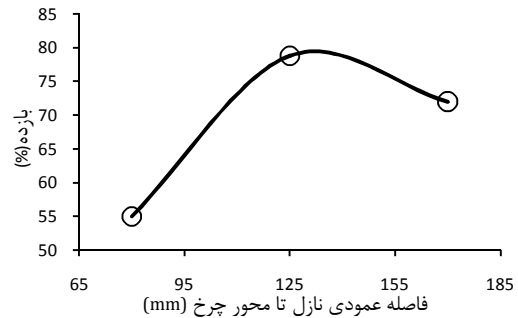
شکل ۱۳ برخورد در فاصله شعاع گام



شکل ۱۴ تاثیر فاصله افقی نازل تا محور چرخ بر بازده



شکل ۱۰ بررسی مثلث سرعت برای حالت ایده آل و حل عددی



شکل ۱۱ تاثیر فاصله عمودی نازل تا محور چرخ بر بازده

$$180^\circ - \beta_a = 15^\circ \quad (12)$$

$$\tan 15^\circ = \frac{C_m}{U_{2a}} \quad (13)$$

$$C_m = 19.63 \times \tan 15^\circ \quad (14)$$

$$\tan(180^\circ - \beta_n) = \frac{C_m}{U_{2n} - C_{u_{2n}}} \quad (15)$$

$$180^\circ - \beta_n = 15.9^\circ \quad (16)$$

نتیجه حاصل، نشان می دهد که زاویه به مقدار ۰/۹ درجه افزایش می یابد. افزایش زاویه در واقع سبب انتقال بهینه کارایی از ۱۰۰ به مقدار پایین تر می شود و این موضوع نتایج حل عددی را تصدیق می کند.

در دبی ثابت با افزایش ارتفاع، سرعت جت افزایش یافته و در نتیجه قطر جت کاهش می یابد. بنابراین در ارتفاع های بالاتر از ارتفاع ۸۰ متر با کاهش زیاد قطر جت، برخورد مناسبی با بشقابک صورت نگرفته و گشتاوری متناسب با افزایش ارتفاع تولید نمی شود، در نتیجه بازده کاهش می یابد. برای ارتفاع های پایین تر از ارتفاع ۸۰ متر با افزایش قطر تاثیر عوامل محیطی مانند پدیده پخش و اختلاط آب و هوا در سطح خارجی جت بیشتر شده که این امر باعث کاهش بازده می شود. در آزمایش ها با توجه به محدودیت های تجهیزات آزمایش تا حد اکثر ۱۰۰ متر انجام شد.

۶-۴- وابستگی بازده به فاصله نازل تا بشقابک

فاصله نازل تا محور بشقابکها به دو فاصله افقی و عمودی تقسیم می شود. تاثیر این فواصل بر بازده با ثابت در نظر گرفتن سایر پارامترها مورد ارزیابی قرار گرفت. برای بررسی اثر فاصله عمودی نازل تا محور بشقابکها سه مقدار ۸۰، ۱۲۵ و ۱۷۰ میلی متر انتخاب شد. با توجه به دایروی بودن فضای محاسباتی، فاصله افقی متناسب با فاصله عمودی تغییر داده شد تا طول جت ثابت مانده و تنها اثر فاصله عمودی بررسی شود. در شکل ۱۱ منحنی تغییرات مقدار بازده توربین برای فواصل عمودی متفاوت نشان داده شده است.

واضح است که با هرگونه تغییر مقدار فاصله عمودی از مقدار شعاع گام از آنجا که برخورد مناسبی بین جت و بشقابکها صورت نمی گیرد، مقدار بازده به طرز چشمگیری کاهش می یابد. از این رو تبادل انرژی به صورت ایده آل بین بشقابکها و جت انجام نمی شود. بنابراین بهترین فاصله عمودی همان شعاع

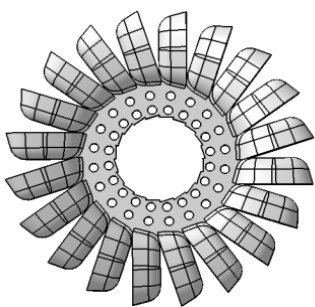
به این منظور با ثابت نگه داشتن سایر پارامترها تعداد ۱۵، ۱۶، ۱۸ و ۲۰ بشقابک مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. شکل ۱۷ منحنی مقدار بازده توربین را برای تعداد بشقابک‌های مختلف نمایش می‌دهد.

نتایج حاصل نشان می‌دهد که مقدار بازده برای تعداد ۱۵، ۱۶ و ۱۸ بشقابک بسیار نزدیک به هم است. به دلیل شرایط دینامیکی، هنگام استفاده از ۱۵ یا ۱۶ بشقابک باید بشقابک‌ها به همراه چرخ به صورت قطعه واحد ریخته‌گری شوند. هنگام استفاده از ۱۸ بشقابک می‌توان بشقابک‌ها را به همراه چرخ به صورت قطعه واحد، ریخته‌گری کرد و یا اینکه باید برای نصب بشقابک‌ها بر روی چرخ از پیچ و مهره استفاده شود. انتخاب بین تعداد ۱۵، ۱۶ و ۱۸ بشقابک بستگی به نظر سازنده و شرایط اقتصادی ساخت و نگهداری دارد. در توربین مورد مطالعه تعداد ۱۸ بشقابک و روش نصب پیچ و مهره انتخاب شد. شکل ۱۸ تعداد ۲۰ بشقابک را با حفظ اندازه بشقابک و قطر گام نشان می‌دهد.

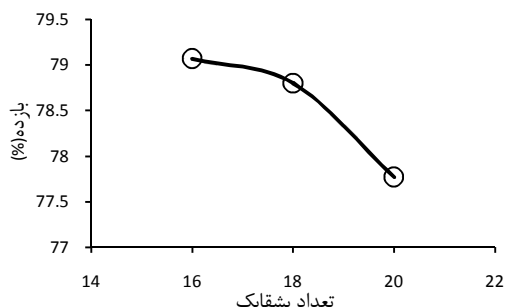
۶-۶- بررسی اثر اندازه بشقابک (وابستگی بازده به تعداد بشقابک با

تغییر اندازه بشقابک برای قطر گام ثابت)

در این بخش از تحقیق تعداد بشقابک‌ها را همراه با تغییر اندازه بشقابک‌ها در قطر گام ثابت تغییر داده تا بهترین تعداد برای قطر گام ثابت بدست آید. از آنجا که در طراحی، ابعاد بشقابک بر اساس ضرایبی از قطر گام تعریف شدند، مناسب بودن این ضرایب مورد ارزیابی واقع شد. از طرفی چون برای بشقابک‌های پیچ شده بر روی رانر به لحاظ دینامیکی، بهترین طرز قرارگیری آن است که بشقابک‌ها در تماس باشند، بنابراین تغییر اندازه بشقابک‌ها بگونه‌ای اعمال می‌شود که بشقابک‌ها پس از تغییر اندازه نیز با یکدیگر در تماس باشند. بدین منظور تعداد ۱۶، ۱۸ و ۲۰ بشقابک مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. در واقع تعداد بشقابک با تغییر دادن اندازه بشقابک (مقیاس کردن) تغییر داده می‌شود. مقیاس کردن نسبت به نقطه‌ای ثابت شده بر روی قطر گام انجام می‌شود بنابراین قطر گام ثابت می‌ماند. شکل ۱۹ منحنی تغییرات بازده توربین را با ثابت نگه داشتن سایر پارامترها و برای تغییر اندازه بشقابک نشان می‌دهد.



شکل ۱۸ تعداد ۲۰ بشقابک



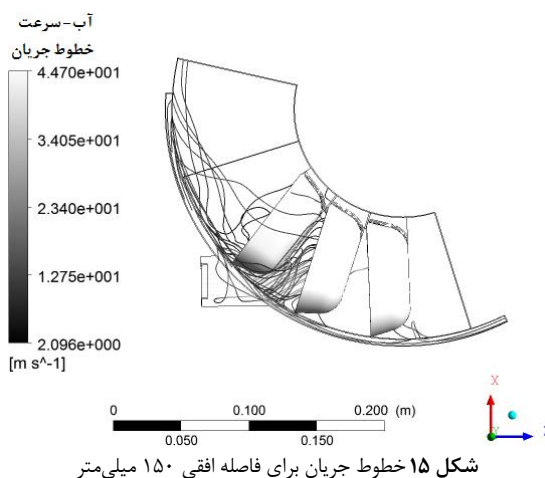
شکل ۱۹ تاثیر تعداد بشقابک با تغییر دادن اندازه بشقابک در قطر گام ثابت بر بازده

مشاهده می‌شود که با افزایش فاصله افقی تا فاصله ۱۸۰ میلی‌متر بازده افزایش و پس از آن بازده کاهش می‌یابد. فاصله کم سبب اختلاط جت با آب بازگشتی از بشقابک‌ها می‌شود و از طرفی فاصله زیاد نیز باعث افزایش تاثیر هوا بر روی آب و آشفستگی بیشتر جت شده و تاثیر آن را بر روی بشقابک‌ها کم می‌کند. بنابراین یک مقدار بهینه برای این فاصله وجود دارد. شکل‌های ۱۵ و ۱۶ خطوط جریان برای فواصل افقی به ترتیب ۱۵۰ و ۱۶۵ میلی‌متر نشان می‌دهند.

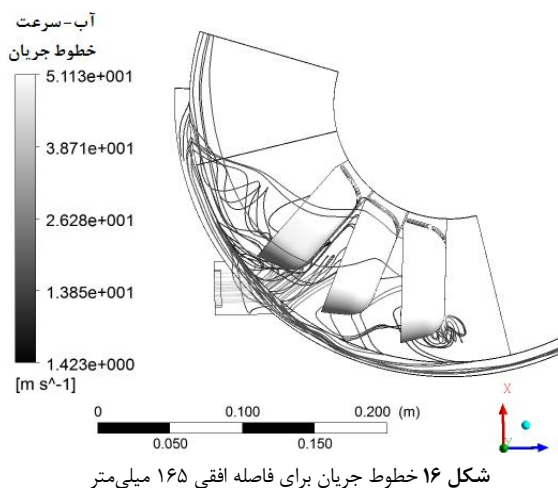
۶-۵- بررسی اثر تعداد بشقابک (وابستگی بازده به تعداد بشقابک

برای اندازه بشقابک و قطر گام ثابت)

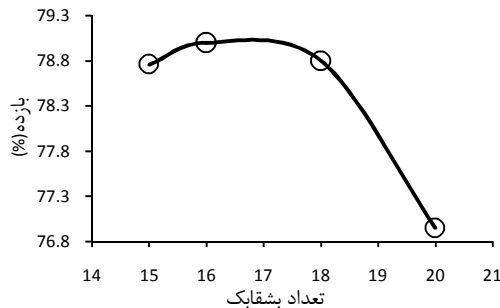
برای این مطالعه تعداد بشقابک‌ها را با حفظ اندازه بشقابک در قطر گام ثابت تغییر داده تا بهترین تعداد برای قطر گام و اندازه مشخص بشقابک که بر اساس روابط طراحی حاصل شده‌اند، بدست آید.



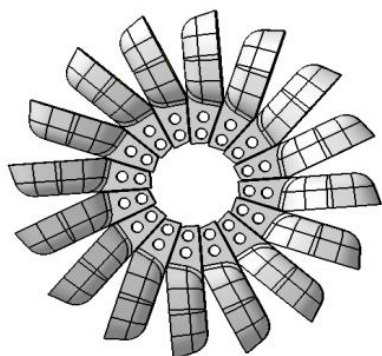
شکل ۱۵ خطوط جریان برای فاصله افقی ۱۵۰ میلی‌متر



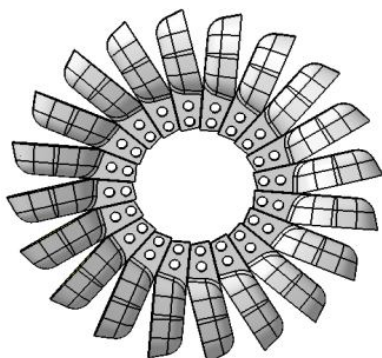
شکل ۱۶ خطوط جریان برای فاصله افقی ۱۶۵ میلی‌متر



شکل ۱۷ تاثیر تعداد بشقابک با اندازه و قطر گام ثابت بر بازده



شکل ۲۳ تعداد ۱۶ بشقابک



شکل ۲۴ تعداد ۲۰ بشقابک

۷- نتیجه گیری

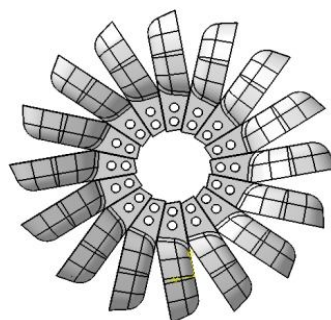
برای استفاده از ظرفیت‌های آبی با دبی پایین و ارتفاع نسبتاً بالا میکرو توربین پلتونی طراحی شد. جریان درون این میکرو توربین بصورت دو فاز آب-هوا، سه بعدی و گذرا شبیه‌سازی شد. بدلیل پیچیده بودن شبیه‌سازی برای ساده سازی مساله و با توجه به تناوبی بودن جریان در توربین پلتون بجای شبیه‌سازی کل توربین تنها سه بشقابک شبیه‌سازی و جواب حاصل از آنها به کل بشقابک‌ها تعمیم یافت. وابستگی نتایج به تعداد گام زمانی و سلول‌ها مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به دقت محاسبات و هزینه محاسباتی، تعداد ۱/۸۸ میلیون سلول انتخاب شد. منحنی عملکرد توربین برای سرعت‌های دورانی ۱۲۰۰، ۱۵۰۰ و ۱۸۰۰ دور بر دقیقه رسم و با نتایج حاصل از تست توربین مقایسه و اعتبار سنجی شد که نتایج تطابق قابل قبولی را نشان دادند. تاثیر پارامترهای فیزیکی و هندسی موثر بر بازده مورد بررسی واقع شد و منحنی مربوط به آنها رسم شد. یکی از پارامترهای هندسی تاثیر گذار بر روی راندمان فاصله افقی و عمودی نازل تا محور بود، که تاثیر به سزایی بر روی بازده توربین داشت. از دیگر پارامترهای اثرگذار بر روی شبیه‌سازی، تعداد بشقابک نصب شده بر روی چرخ بود که مورد بررسی واقع شد. نتایج حاصل نشان داد که مقدار بازده برای تعداد ۱۵، ۱۶ و ۱۸ بشقابک بسیار نزدیک بهم می‌باشد. اندازه بشقابک پارامتر هندسی دیگری بود که تاثیر آن مورد بررسی قرار گرفت. برای تغییر اندازه بشقابک از مقیاس نمودن بشقابک نسبت به نقطه‌ای بر روی قطر گام استفاده شد. تغییر اندازه بشقابک در قطر گام ثابت منجر به تغییر تعداد بشقابک گردید. نتایج نشان داد که با بزرگتر شدن بشقابک‌ها بازده کمی افزایش می‌یابد. در آخر وابستگی راندمان به قطر شفت با تغییر مقدار آن، که همراه با تغییر تعداد بشقابک‌ها است، مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که با بزرگتر شدن شعاع شفت بازده کمی افزایش می‌یابد.

شبیه‌سازی نشان داد که مقدار بازده برای تعداد ۱۶ بشقابک مقدار بسیار کمی، بیشتر از ۱۸ بشقابک است. در واقع با کمتر شدن تعداد یا به عبارتی بزرگتر شدن بشقابک‌ها بازده افزایش می‌یابد. شکل‌های ۲۰ و ۲۱ به ترتیب ۱۶ و ۲۰ بشقابک را با تغییر اندازه بشقابک در قطر گام ثابت نشان می‌دهند.

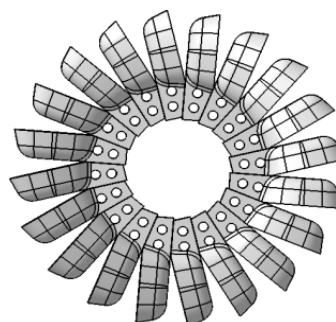
۶-۷- بررسی اثر قطر شفت (وابستگی بازده به تعداد بشقابک با تغییر قطر گام برای اندازه بشقابک ثابت)

در این بخش به منظور مشاهده اثر قطر شفت بر روی بازده، تعداد بشقابک‌ها را همراه با تغییر دادن قطر گام برای اندازه بشقابک ثابت تغییر داده تا بهترین قطر شفت برای اندازه مشخص بشقابک بدست آید. لازم به ذکر است که در استفاده از قطر بدست آمده بایستی محدودیت‌های مکانیکی در نظر گرفته شود. بدین منظور تعداد ۱۶، ۱۸ و ۲۰ بشقابک مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. شکل ۲۲ منحنی مقدار بازده توربین را برای قطرهای مختلف شفت نشان می‌دهد.

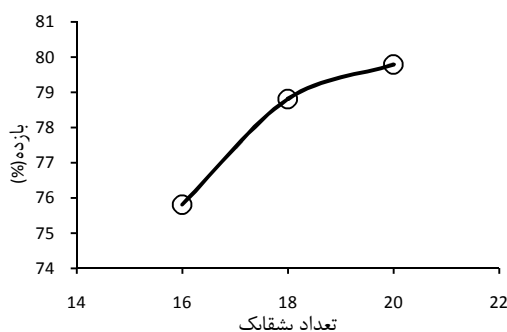
شبیه‌سازی نشان داد که مقدار بازده برای تعداد ۲۰ بشقابک، بیشتر از ۱۸ بشقابک است. در واقع با بزرگتر شدن قطر گام بازده افزایش می‌یابد. شکل‌های ۲۳ و ۲۴ به ترتیب ۱۶ و ۲۰ بشقابک را با تغییر قطر گام در اندازه ثابت بشقابک نشان می‌دهند.



شکل ۲۰ تعداد ۱۶ بشقابک



شکل ۲۱ تعداد ۲۰ بشقابک



شکل ۲۲ تاثیر تعداد بشقابک با تغییر دادن قطر گام در اندازه بشقابک ثابت بر بازده

- [2] M. Hana, A discussion on numerical simulation in Pelton turbines', *Proc 19th IAHR Symposium*. Singapore: IAHR, pp. 306-15, 1998.
- [3] E. Parkinson, et al. Analysis of Pelton turbine flow patterns for improved runner-component interaction, *International Journal on Hydropower & Dams*, Vol. 9, No. 5, pp. 100-03, 2002.
- [4] E. Parkinson, et al., Description of Pelton Flow Patterns with Computational Flow Simulations, *Hydro Conference*, Bern, Switzerland, 2002.
- [5] M. Sick, H. Keck, E. Parkinson, G. Vulliod. New Challenges in Pelton Research, in *Hydro Conference*, Bern, Switzerland, 2000.
- [6] A. Catanese, M. Barglaza, C. Hora, Numerical simulation of a free jet in Pelton turbine, *Proceedings of the 6th International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics*, Timisoara, Romania, October 21 - 22, 2004.
- [7] B. Janetzky, et al. Numerical simulation of the flow in a Pelton bucket, *Proceedings of 19th IAHR Symposium*, Singapore: IAHR, pp. 276-82. 1998.
- [8] H. B. Matthias, O. Promper, Numerical simulation of the free surface flow in Pelton turbines, *Proceedings of the 6th International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics*, Timisoara, Romania, October 21 - 22, 2004.
- [9] A. Perrig, et al. (2006), Flow in a Pelton turbine bucket: numerical and experimental investigations, *Journal of fluids engineering*, Vol. 128, No. 2, pp.350-58.
- [10] L. Klemetsen. *An experimental and numerical study of the free surface pelton bucket flow*, MSc thesis, Department of Energy and Process Engineering, Norwegian University of Science and Technology, 2010.
- [11] L. F. Barstad, *CFD Analysis of a Pelton Turbine*, MSc thesis, Department of Energy and Process Engineering, Norwegian University of Science and Technology, December 2012.
- [12] Y. Nakanishi, T. Fujii, S. Kawaguchi, Numerical and experimental investigations of the flow in a stationary Pelton bucket, *Journal of Fluid Science and Technology*, Vol. 4, No. 3, pp.490-99, 2009.
- [13] J. C. Marongiu, et al. Free surface flows simulations in Pelton turbines using an hybrid SPH-ALE method, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 4, No. 3, pp.40-49, 2010.
- [14] I. U. Atthanayake, Analytical Study on Flow through a Pelton Turbine Bucket Using Boundary Layer Theory Sri Lanka. *International Journal of Engineering & Technology IJET* Vol. 9, No. 9, pp.414-20, 2011.
- [15] R. J. Moffat, Contributions to the theory of single-sample uncertainty analysis, ASME, Transactions, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 104, No. 2, pp. 250-58, 1982.
- [16] M. Gugau, *Transient impeller-volute interaction in a centrifugal pump*, Technisch univesitat Darmstadt, FG turbo machine and fluid antriebstechnik, 2003.
- [17] M. Pasandidehpour, *numerical simulation of cross-flow Turbine*, MSc thesis, Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, 2012. (In Persian)

۸- فهرست علائم

C_1	سرعت مطلق در ورود (m/s)
C_{2a}	سرعت مطلق در خروج برای حالت ایده آل (m/s)
C_m	تصویر سرعت مطلق در راستای u (m/s)
$C_{u_{2n}}$	تصویر سرعت مطلق در راستای u برای حل عددی (m/s)
g	شتاب گرانش زمین (m/s^2)
H	ارتفاع (m)
I	جریان (A)
N	سرعت دورانی (rpm)
P	فشار (Pa)
Q	دبی (m^3/s)
R	تابع
U	سرعت محیطی (m/s)
U_{2a}	سرعت محیطی در خروج برای حالت ایده آل (m/s)
U_{2n}	سرعت محیطی در خروج برای حل عددی (m/s)
V	ولتاژ (V)
W_{2a}	سرعت نسبی در خروج برای حالت ایده آل (m/s)
W_{2n}	سرعت نسبی در خروج برای حل عددی (m/s)
x	متغیر

علائم یونانی

α_1	زاویه بین سرعت مطلق در ورود با خط افقی
α_2	زاویه بین سرعت مطلق در خروج با خط افقی
β	زاویه بین سرعت نسبی در خروج با خط افقی
ρ	چگالی (kg/m^3)
η	بازده

۹- مراجع

- [1] H. Brekke, Turbine designs In State of the Art Turbine Design, *International Association of hydraulic Engineering and research*, Vol. 29, No.4/2, pp.544-551, 2001.