

مطالعه ساختمان‌های گردابه‌ای در جریان آشفته کانال حاوی میکروفیبر با استفاده از شبیه‌سازی مستقیم عددی

امین موسائی

استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج
moosaie@yu.ac.ir

چکیده

در این تحقیق، با استفاده از نتایج شبیه‌سازی مستقیم عددی جریان آشفته کاهش درگ یافته در کanal، ساختمان‌های گردابه‌ای آشفته به ویره در نزدیکی دیوار بررسی شده‌اند. برای این منظور از یک روش مونت-کارلو لگرانژی برای شبیه‌سازی جهت‌گیری فضایی فیبرها استفاده شده است. یعنی میدان جریان به طور اولیه و دینامیک فیبر به طور لگرانژی توصیف شده است. این روش، حل دقیق معادلات پایه‌ای حاکم را بدست می‌دهد. نوسان‌های ورتیسیته در کanal بررسی شده و نشان داده شد که سطح این نوسان‌ها در جریان کاهش درگ یافته، کاهش می‌باشد. علت این کاهش توسط کاهش سطح نوسان گردابیان سرعت توضیح داده است. همچنین توزیع زاویه بین محور ورتیسیته و دیوار بررسی و نشان داده شده که در هر دو جریان نیوتونی و فیبری گردابه‌های نعل اسی ایجاد می‌شوند، ولی این گردابه‌ها در جریان کاهش درگ یافته فیبری در فاصله دورتری از دیوار تشکیل می‌شوند که این نشان دهنده تضعیف مکانیزم تزریق و جاروب در نزدیکی دیوار است که این تضعیف می‌تواند باعث کاهش درگ شود. همچنین توزیع زاویه گردابه‌ها در جریان کاهش درگ یافته منظم‌تر است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۱۳ خرداد ۱۳۹۲
پذیرش: ۰۸ تیر ۱۳۹۲
ارائه در سایت: ۲۷ اردیبهشت ۱۳۹۳
کلید واژگان:
جریان کanal آشفته
شبیه‌سازی مستقیم عددی
روش مونت-کارلو
کاهش درگ به کمک میکروفیبره
ساختمان‌های گردابه‌ای

Study of vortical structures in a microfiber-induced drag-reduced turbulent channel flow using DNS

Amin Moosaie

Mechanical Engineering Department, Yasouj University, Yasouj, Iran
P.O.B. 75914-353 Yasouj, Iran, moosaie@yu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 03 June 2013
Accepted 29 June 2013
Available Online 17 May 2014

Keywords:
Turbulent Channel Flow
Direct Numerical Simulation
Monte-Carlo Method
Microfiber-Induced Drag Reduction
Vortical Structures

ABSTRACT

In this study, using the results of a DNS of drag-reduced turbulent channel flow, vortical flow structures especially in the near-wall region are investigated. For this purpose, a Lagrangian Monte-Carlo method has been used to simulate the spatial orientation of fibers. Namely, the flow field is treated in an Eulerian manner whereas the fiber dynamics is described by a Lagrangian point of view. This method yields the exact solution of the governing equations. Vorticity fluctuations in the channel are studied and it turns out that the level of these fluctuations decreases in the drag-reduced flow. The reason for this reduction is explained using the reduction in velocity gradient fluctuations. Also, the distribution of the angle between the vorticity axis and the wall is studied and it turns out that horseshoe vortices exist in both flows. However, in the drag-reduced flow, they are formed farther away from the wall which indicates a weakening of sweep and ejection mechanism in the vicinity of the wall. This weakening leads to drag reduction. Also, the orientation of vortices in the drag-reduced flow is well ordered.

پایین که در امتداد جهت اصلی جریان یکی در میان قرار گرفته‌اند و استریک^۱ نام دارند. در بین این نوارها، گردابه‌هایی ایجاد می‌شوند که هم محور با جهت اصلی جریان هستند. محور این گردابه‌ها هر چه که از دیوار دور می‌شوند، رو به مرکز کanal جهت‌گیری کرده و کمی دور از دیوار، یافته گردابه‌هایی که با جهت جریان زاویه ۴۵ درجه می‌سازند بیشترین احتمال را دارد. این ساختمان‌های جریان آشفته را گردابه‌های نعل اسی می‌نمایند. ساختمان‌های استریکی نقش اساسی در فرایند استخراج انرژی جنبشی

1- Streaks

جریان آشفته در نزدیکی دیوار را به سه لایه تقسیم می‌کنند که عبارتند از: زیر لایه لزج، لایه بافر و ناحیه لگاریتمی. نزدیکترین لایه به دیوار، زیر لایه لزج نامیده می‌شود که ضخامت آن با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد. در این ناحیه اثرات لزجت مولکولی غالب است. البته غالب بودن اثر لزجت به این معنا نیست که در این لایه یک جریان دائم وجود دارد. ساختمان‌های گردابه‌ای جریان آشفته به درون این لایه نفوذ کرده و یک حرکت غیردائم و لی منظم ایجاد می‌کنند. این جریان منظم عبارتست از نوارهای سرعت بالا و

Please cite this article using:

A. Moosaie, Study of vortical structures in a microfiber-induced drag-reduced turbulent channel flow using DNS, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 85-93.
2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.yu.ac.ir

به طور دقیق شخص نیست که میکروفیبرها چگونه باعث کاهش درگ می‌شوند. تحقیق حاضر در راستای شناخت بیشتر پدیده کاهش درگ به کمک میکروفیبرها و تغییراتی است که این افزودنی‌ها در ساختمان‌های گردابه‌ای جریان آشفته می‌گذارند.

تا کنون تنها تحقیقی که ورتیسیتیه را در جریان کاهش درگ یافته به کمک میکروفیبرها بررسی کرده کار پاشکویتز و همکاران است [۶] که تنها نشان داده‌اند که rms نوسان‌های ورتیسیتی در جهت اصلی جریان (مطابق شکل ۳ مقاله حاضر) در جریان فیبری نسبت به جریان نیوتی کاهش می‌یابد. نوآوری مقاله حاضر نسبت به مرز تحقیقات در این زمینه، پرداختن به بررسی چرایی کاهش نوسان ورتیسیتی است. نشان داده شده که این کاهش را می‌توان نوسان‌های مؤلفه‌های گرادیان سرعت نسبت داد. در ادامه این نوسان‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

برای انجام این تحقیق از شبیه‌سازی مستقیم عددی (DNS) استفاده شده است. امروزه در کنار تحقیقات تجربی و تئوری، DNS در مرکز تحقیقات آشفته‌گی قرار دارد. در یک شبیه‌سازی مستقیم، تمامی مقیاس‌های فضایی و زمانی جریان حل می‌شوند. بنابراین، نیازی به مدل‌سازی آشفته‌گی نیست. متأسفانه حجم محاسبات DNS بسیار بالا بوده و در اعداد رینولدز بالا انجام آن با امکانات محاسباتی امروز عملًا غیر ممکن است. با این حال، DNS یک ابزار تحقیقاتی بسیار سودمند است و نتایج آن به اندازه نتایج تجربی قابل اعتماد هستند. امروزه DNS به حدی پیشرفت کرده که از نتایج آن برای کالیبره کردن ابزارهای اندازه‌گیری دقیق آزمایشگاهی استفاده می‌کنند.

به همین دلیل، در این تحقیق برای اطمینان از اینکه همه مکانیزم‌های موجود در جریان، اتفاقات فیزیکی بوده و محصول خطای مدل‌سازی آشفته‌گی بیستند، از DNS استفاده شده است. در شبیه‌سازی‌های قبلی انجام شده در زمینه کاهش درگ آشفته به کمک میکروفیبرها [۶، ۷]، میدان جریان DNS شده، اما دینامیک فیبرها مدل‌سازی شده است. بنابراین، نمی‌توان این کارها را به معنی واقعی کلمه DNS نامید. نویسنده برای نخستین بار حل کامل معادلات اساسی حاکم بر جریان و دینامیک فیبرها (از تئوری سینتیک) را بدون هیچ گونه مدل‌سازی ارائه داد و یک بانک اطلاعاتی از میدان جریان ایجاد کرد [۸]. در تحقیق حاضر، تجزیه و تحلیل آماری بانک اطلاعاتی بدست آمده از این DNS به منظور مطالعه ساختمان‌های گردابه‌ای جریان آشفته به خصوص در نزدیکی دیوار انجام شده است.

در ادامه این مقاله، در بخش ۲ تئوری و معادلات حاکم بر جریان یک سوسپانسیون رقیق فیبر ارائه شده است. روش عددی اویلری-lagrangian توسعه داده شده برای انجام DNS در بخش ۳ و جزئیات شبیه‌سازی در بخش ۴ معرفی می‌شوند. در بخش ۵ به بررسی ساختمان‌های گردابه‌ای به ویژه در نزدیکی دیوار پرداخته شده است.

۲- تئوری و معادلات حاکم

فرضیات به قرار زیر هستند. در این تحقیق، یک سوسپانسیون رقیق میکروفیبرهای صلب در یک سیال حامل نیوتی در نظر گرفته می‌شود. مطابق شکل ۱، شکل هندسی فیبرها بیضی‌گون فرض می‌شود. یک خاصیت هندسی مهم این گونه فیبرها، ضریب منظر آنها $L/a = 2$ یعنی نسبت نصف طول فیبر به شعاع استوای آن است. برای فیبرهای سیل لاغر، رابطه $r \rightarrow 2r$ برقرار می‌باشد. بر مبنای ضریب منظر r می‌توان معیاری کمی برای سنجش رقیق بودن سوسپانسیون ارائه داد. یک سوسپانسیون فیبر رقیق است، چنانچه $1/\phi^2 > 1$ باشد که در آن ϕ کسر حجمی یعنی نسبت حجم فیبرها به حجم کل سوسپانسیون می‌باشد [۸].

از میدان متوسط و تزریق آن به میدان آشفته و در نتیجه تولید آشفته‌گی دارند. بنابراین وجود آنها برای استمرار آشفته‌گی در لایه مرزی ضروری است. همچنین این ساختمان‌ها نقش اساسی در تولید تنش برشی رینولدز دارند و از این طریق نیز می‌توان به اهمیت آنها در تولید آشفته‌گی در جریان بی بود. زیرا تولید آشفته‌گی در جریان کانال توسعه یافته، متناسب با حاصل ضرب تنش برشی رینولدز در گرادیان سرعت متوسط می‌باشد. بیشترین تولید آشفته‌گی در لایه بافر صورت می‌گیرد و این همان نیوتی کاهش در گردابه‌ها کم شروع به تشکیل زاویه 45° درجه کرده و تشکیل پایه‌های نعل اسب را می‌دهند. این ساختمان‌ها از ناحیه سرعت پایین نزدیک دیوار به درون ناحیه سرعت بالای دور از دیوار تزریق می‌شوند (فرایند تزریق)، که به این ترتیب بخشی از آشفته‌گی تولید شده را به ناحیه سرعت بالای مرکز کانال حمل می‌کنند و بنابراین مسئول ایجاد و حفظ بخش مهمی از آشفته‌گی در ناحیه لگاریتمی و بالاتر از آن هستند. در کنار این فرایند، بسته‌های سیال دارای سرعت بالا از مرکز جریان به درون لایه نزدیک دیوار تزریق می‌شوند که فرایند جاروب^۱ نام دارد. حضور بسته‌های سیال با سرعت بالا در نزدیکی دیوار، گرادیان سرعت بالای را ایجاد می‌کند که این نیز به نوبه خود منجر به افزایش نیروی درگ لزج می‌شود. بنابراین، در کنار تولید و استمرار آشفته‌گی، نیروی درگ لزج آشفته نیز به کمک دینامیک نعل اسب‌ها قابل توصیف است. همان طور که توصیف شد، نیروی درگ لزج در جریان آشفته در نزدیکی دیوار به شدت افزایش می‌یابد. بنابراین در کاربردهایی که شامل جریان آشفته روی سطوح تخت یا با انحنای کم باشند، به ویژه در آبرودینامیک و هیدرودینامیک، کاهش درگ لزج از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. در برخی کاربردهای خاص، به دلایلی غیر از نیروی درگ، عمدًا از آشفته شدن جریان جلوگیری کرده و لایه مرزی را آرام نگه می‌دارند. به عنوان مثال در وسایل نقلیه فضایی به هنگام ورود مجدد به آتمسفر سعی می‌شود که لایه مرزی آرام بماند که دلیل آن کارآیی بهتر از نظر گرمایش آبرودینامیکی است. به جز مثال‌های استثنایی مانند این، در اکثر کاربردها لایه مرزی آشفته بوده و نیاز به پیدا کردن راهی جهت کاهش درگ لزج می‌باشد. به طور کلی روش‌های کاهش درگ لزج را می‌توان به غیر فعال و فعل تقسیم کرد. در روش‌های غیر فعال، یک اثر خاص به جریان اضافه شده و از این طریق کنترل آشفته‌گی صورت می‌گیرد. اما این یک کنترل حلقه بسته و بازخوردی نبوده و کنترل آشفته‌گی به طور غیر فعال صورت می‌گیرد. به عنوان مثال می‌توان به اثر ریلت[۱]، حباب‌ها و میکروبubbles^۲ و افروندی‌های پلیمری و فیبری [۳، ۴] اشاره کرد. در مقابل، می‌توان از کاهش درگ لزج به کمک کنترل فعال آشفته‌گی سخن گفت که در آن، از طریق حلقه بسته، کنترل بازخوردی جریان صورت می‌گیرد. از نظر ریاضی این به معنای کنترل پاسخ معادلات با مشتقات جزیی (در اینجا معادلات ناویر-استوکس) می‌باشد. به لحاظ آزمایشگاهی این کار مستلزم داشتن یک دیوار هوشمند است، یعنی دیوار شامل حسگر و عملگر باشد. حسگرها وجود یک گردابه را در نزدیکی دیوار تشخیص داده و به این ترتیب عملگر موردنیاز را فعال می‌کنند تا دیوار را به نحوی حرکت دهد که آن گردابه از بین رفته و یا ضعیف شود. نشان داده شده که اگر این نوع کنترل به درستی و در مدت زمان کافی انجام گیرد، می‌توان جریان آشفته را کاملاً آرام کرد و بدین ترتیب به ماکریزم کاهش درگ ممکن دست یافت [۵].

با وجود تحقیقات گسترده در زمینه کاهش درگ به کمک میکروفیبرها، تاکنون مکانیزم دقیق این کاهش درگ ناشناخته است [۴، ۸]. به عبارت دیگر

1- Sweep
2- Riblets

دیداییک است. همچنین، D و Ω به ترتیب تانسورهای نرخ کرنش و نرخ چرخش و یا به عبارتی بخش‌های متقارن و پادمتقارن تانسور گرادیان سرعت هستند:

$$D = \frac{\nabla \cdot \vec{U} + \vec{U} \cdot \nabla}{2} \quad (6)$$

$$\Omega = \frac{\nabla \times \vec{U} - \vec{U} \times \nabla}{2} \quad (7)$$

هنگامی کهتابع توزیع احتمال از حل معادله فوکر-پلانک (۴) بدست آید، می‌توان گشتاورهای آماری (آمید ریاضی) مرتبه دوم و چهارم آن را محاسبه کرد:

$$\langle \vec{n} \vec{n} \rangle_{\Psi} = \iint \vec{n} \cdot \vec{n} \Psi dS(\vec{n}) \quad (8)$$

$$\langle \vec{n} \vec{n} \vec{n} \vec{n} \rangle_{\Psi} = \iint \vec{n} \cdot \vec{n} \cdot \vec{n} \cdot \vec{n} \Psi dS(\vec{n}) \quad (9)$$

که در آن انتگرال گیری بر روی سطح کره واحد انجام شده است. گشتاورهای دوم و چهارم به ترتیب تانسورهای طبقه دوم (دید) و چهارم (ترایاد) هستند. با داشتن گشتاورهای مرتبه دوم و چهارم، می‌توان تانسور تنش غیر نیوتونی را با معادله ساختاری (۱۰) محاسبه کرد [۸]:

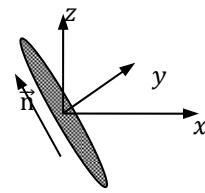
$$\begin{aligned} \underline{\tau}^{NN} &= 2\mu_0 D + \mu_1 E(D \cdots \langle \vec{n} \vec{n} \rangle_{\Psi}) \\ &+ \mu_2 D \cdot \langle \vec{n} \vec{n} \vec{n} \vec{n} \rangle_{\Psi} \\ &+ 2\mu_3 (\langle \vec{n} \vec{n} \rangle_{\Psi} \cdot D + D \cdot \langle \vec{n} \vec{n} \rangle_{\Psi}) \\ &+ 2\mu_4 D_r (\langle \vec{n} \vec{n} \rangle_{\Psi} - E) \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن E تانسور یکه است. ضرایب μ_i تا μ_4 پنج ثابت مواد بوده که تابع لزجت سیال حامل، غلظت فیبرها و خواص هندسی آنها هستند. جزئیات محاسبه آنها در [۸] داده شده است.

طبق روابط فوق می‌توان گفت که با داشتن تابع توزیع احتمال Ψ ، تانسور تنش غیر نیوتونی قابل محاسبه است. راه مستقیم برای بدست آوردن Ψ ، حل عددی معادله فوکر-پلانک (۴) است. به دلیل شش بعدی بودن این معادله، حل عددی آن با استفاده از روش‌های عددی متعارف برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی مانند روش‌های تفاضل محدود، اجزای محدود و حجم محدود مستلزم حجم محاسبات سیار سنگینی است [۱۰]. بنابراین، در این تحقیق از یک روش آماری لاغرانژی برای حل این معادله استفاده شده است که در ادامه، اصول این روش توضیح داده می‌شوند.

از آنجا که معادله فوکر-پلانک (۴) شامل عبارت نفوذ در فضای فیزیکی نیست، بنابراین کوچک‌ترین مقیاس‌های موجود در تابع احتمال بسیار ریزتر از کوچک‌ترین مقیاس‌های موجود در میدان جریان آشفته (یعنی میدان‌های سرعت و فشار) خواهد بود. بدین ترتیب انجام DNS تابع احتمال بر روی یک شبکه محاسباتی اوپلری بسیار گران و تقریباً غیر ممکن است. برای رفع این مشکل دو راه وجود دارد. یکی این که معادله فوکر-پلانک فیلتر شده و سپس حل شود. با اعمال فیلتر، عبارات جدید ظاهر شده و معادله فوکر-پلانک پیچیده‌تر می‌شود. برای عبارات جدید بسته نشده نیاز به ارائه مدل زیر شبکه است. در این صورت برای تابع احتمال، عملاً یک شبیه‌سازی گردابه بزرگ (LES) انجام می‌شود. برای رفع این مشکل یعنی نیاز به ارائه مدل زیر شبکه برای معادله فوکر-پلانک، از یک روش مونت-کارلو لاغرانژی برای حل این معادله استفاده شده است.

معادله (۱۰) نشان می‌دهد که برای محاسبه تنش غیر نیوتونی و در نتیجه حل معادله ناویر-استوکس ۲، نیاز به گشتاورهای دوم و چهارم تابع



شکل ۱ طرح واره یک فیبر صلب و بردار جهت‌گیری آن

بنابراین هر چه فیبرها لاغرتر باشند، برای آن که سوسپانسیون رقیق بماند، بایستی که ϕ کوچک‌تر باشد. همچنین از کشش سطحی میان فیبرها و سیال و نیز لختی انتقالی و دورانی فیبرها صرف‌نظر می‌شود.

با فرضیات فوق، اثر فیبرها بر جریان سیال توسط یک تانسور تنش غیر نیوتونی توصیف می‌شود. به عبارت دیگر، کل سوسپانسیون مانند یک سیال غیر نیوتونی عمل می‌کند. بنابراین، جریان سیال توسط معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس غیر نیوتونی توصیف می‌شود:

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D \vec{U}}{Dt} = -\nabla p + \nu \Delta \vec{U} + \nabla \cdot \underline{\tau}^{NN} \quad (2)$$

که در آن

$$\frac{DU}{Dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \nabla) U \quad (3)$$

مشتق مادی میدان سرعت است. $\underline{\tau}^{NN}$ تانسور تنش غیر نیوتونی است که تابع جهت‌گیری فضایی فیبرها می‌باشد. بنابراین، محاسبه $\underline{\tau}^{NN}$ و در نتیجه حل معادله (۲) نیاز به محاسبه جهت‌گیری فیبرها دارد.

مطابق شکل ۱، جهت‌گیری فضایی یک فیبر صلب به وسیله بردار یکه محوری آن \vec{n} که بردار جهت‌گیری نام دارد، توصیف می‌شود. بنابراین، تمام حالت‌های جهت‌گیری ممکن که یک فیبر در فضای سه بعدی می‌تواند داشته باشد بر روی سطح کره واحد قرار دارند. از آنجا که اندازه فیبرها بسیار کوچک است، آنها در معرض حرکت براونی دورانی قرار دارند. این حرکت ناشی از برخورد فیبرها با مولکول‌های سیال موجود در همسایگی آنها بوده و سبب یک حرکت دورانی تصادفی در فیبرها می‌شود. به دلیل وجود حرکت تصادفی تعداد بسیار زیادی فیبر، بهترین راه برای توصیف جهت‌گیری فیبرها روش آماری است. بدین ترتیب، جهت‌گیری فیبرها توسط یک تابع توزیع احتمال Ψ توصیف می‌شود. این تابع مطابق معادله فوکر-پلانک (۴) در زمان تکامل می‌یابد [۸]:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \Psi = -\nabla_n \cdot (D_n \Psi) + D_r \Delta_n \Psi \quad (4)$$

که در آن ∇_n و Δ_n به ترتیب اپانورهای نابلا و لاپلاسین بر روی سطح کره واحد هستند. D_r نیز ضریب نفوذ براونی دورانی است که تابع دما، ثابت بولتزمان و شکل هندسی فیبرها می‌باشد. عبارات ظاهر شده در معادله (۴) به ترتیب عبارتند از مشتق زمانی محلی، عبارت جابجایی در فضای فیزیکی، عبارت جابجایی در فضای حالت و عبارت نفوذ در فضای حالت. یادآوری می‌شود که فضای حالت مسئله، سطح کره واحد است. بنابراین، معادله (۴) در یک فضای شش بعدی بیان شده است. این شش بعد عبارتند از سه بعد فیزیکی، دو بعد روی سطح کره واحد و نهایتاً زمان. سرعت جابجایی در فضای حالت \vec{n} که در سمت راست معادله (۴) ظاهر شده با معادله جفری [۹] داده می‌شود:

$$\dot{\vec{n}} = \underline{\Omega} \cdot \vec{n} + \kappa (\underline{D} \cdot \vec{n} - \underline{D} \cdot \vec{n} \circ \vec{n} \circ \vec{n}) \quad (5)$$

که در آن κ ضریب شکل فیبرها و تابعی از ضریب منظر آنها، و \circ نماد ضرب

قرار دارند. تنش غیرنیوتی نیز در گره‌های فشار (مرکز سلول محاسباتی) ذخیره می‌شود.

برای حل معادله لائزین (۱۱)، از آن در زمان انتگرال گرفته می‌شود:

$$\ddot{\vec{n}}(t) = \vec{n}_0 + \int_0^t \vec{\mu}(\vec{n}, t') dt' + \int_0^t \sigma(\vec{n}, t') d\vec{W}_t \quad (16)$$

انتگرال گیری فوق به روش صریح اویلر انجام می‌شود. برای شبیه‌سازی فرایند وینتر، $d\vec{W}_t$ از یک مولد اعداد تصادفی با توزیع آماری گاوسی استفاده می‌شود که یک روش استاندارد به شمار می‌رود. در هر گام زمانی، بردار جهت‌گیری هر یک از فیبرهای یک جامعه از طریق انتگرال گیری (۱۶) انجام می‌گیرد. سپس، با انجام میانگین‌گیری‌های (۱۴) و (۱۵)، گشتاورهای دوم و چهارم محاسبه می‌شوند. برای انجام این کار، نیاز به تانسورهای نرخ کرنش و نرخ چرخش در مکان لاغرانژی هر جامعه آماری می‌باشد. این تانسورها در هر گره محاسباتی شبکه اویلری میدان جریان، با استفاده از یک روش تناضل محدود مرتبه چهارم محاسبه شده‌اند. سپس به کمک چند جمله‌ای‌های درونیاب مرتبه سوم لاغرانژ، این تانسورها در مکان لاغرانژی هر جامعه محاسبه می‌شوند. این روش به گونه‌ای طراحی شده که تانسورهای لاغرانژی محاسبه شده، در فضا و در زمان پیوسته هستند و تانسور گرادیان سرعت لاغرانژی محاسبه شده معادله پیوستگی را ارضاء می‌کند، یعنی جمع عناصر روی قطر اصلی آن در دقت ماشین صفر است.

پس از پایان هر گام زمانی، لازم است که مکان لاغرانژی جدید هر جامعه آماری محاسبه شود. بدین منظور از رابطه سینماتیکی (۱۷) استفاده می‌شود:

$$\vec{x}_p^{n+1} = \vec{x}_p^n + \Delta t \cdot \vec{U}(\vec{x}_p^n, t^n) \quad (17)$$

که طبق آن مکان جامعه در زمان $n+1$ توسط مکان جامعه در زمان n و سرعت آن تعیین می‌شود. سرعت در مکان لاغرانژی از سرعت در گره‌های محاسباتی همسایه به کمک یک درونیابی مرتبه دوم تعیین می‌شود. برای این منظور، از یک درونیابی پایستار استفاده شده، یعنی میدان سرعت لاغرانژی درونیابی شده نیز در دقت ماشین دارای دیورانس صفر بوده و معادله پیوستگی را ارضاء می‌کند. حال که تانسور تنش غیرنیوتی در مکان لاغرانژی هر یک از جامعه آماری محاسبه شد، باید آن را به نقاط گرهی شبکه اویلری منتقال داد. برای این منظور هم از یک درونیابی پایستار کمک گرفته شده که قانون بقای مومنت را ارضاء می‌نماید.

۴- جزئیات شبیه‌سازی

شرایط مرزی به قرار زیر هستند. در جهت جریان x و در جهت عرضی y مرز پریودیک فرض شده است. در جهت عمود بر دیوار z هم شرط عدم لغزش اعمال شده است. جریان توسط یک گرادیان فشار ثابت در جهت جریان رانده می‌شود. این گرادیان فشار به شکل یک نیروی بدنی به سمت راست معادله ناویر-استوکس به نحوی اضافه شده که به عدد رینولدز دلخواه رسید. این یک روش استاندارد در شبیه‌سازی جریان کانال است. پیکربندی جریان در شکل ۲ نشان داده شده است.

دامنه جریان شبیه‌سازی شده، یک مکعب مستطیل به ابعاد $(L_x, L_y, L_z) = (3\pi h, 2\pi h, 2h)$ است. این دامنه به وسیله یک شبکه محاسباتی کارتزین که دارای $(N_x, N_y, N_z) = (128, 128, 128)$ سلول است، گسترش شده است. شبکه محاسباتی در مجموع شامل 2097152 سلول می‌باشد. در مرجع [۸] با مقایسه با نتایج تجربی DNS دیگر محققان، کیفیت بالای DNS انجام شده و کافی بودن شبکه و گام زمانی مورد استفاده نشان داده شده است.

احتمال می‌باشد. برای محاسبه این گشتاورها به طریق زیر عمل می‌شود. بر روی تعداد کافی مسیرهای لاغرانژی، جوامع آماری از فیبرها قرار داده می‌شود. در هر یک از جوامع، جهت‌گیری فضایی فیبرها از حل معادله آماری معادل با معادله فوکر-پلانک که معادله لائزین زیر است، بدست می‌آید [۸]:

$$d\vec{n} = \vec{\mu}(\vec{n}, t) dt + \sigma(\vec{n}, t) d\vec{W}_t \quad (11)$$

که در آن بخش‌های مختلف به این شکل تعریف می‌شوند:

$$\vec{\mu}(\vec{n}, t) = \underline{\Omega} \cdot \vec{n} + \kappa (\underline{D} \cdot \vec{n}) \vec{n} \circ \underline{D} \quad (12)$$

$$\sigma(\vec{n}, t) = \sqrt{2D_r} \quad (13)$$

عبارت $\vec{d}\vec{W}_t$ افزایش یک فرایند آماری وینتر است که یک روش استاندارد برای شبیه‌سازی آماری حرکت براونی می‌باشد. عبارات (\vec{n}, t) و $\sigma(\vec{n}, t)$ به ترتیب معادل با عبارات جابجایی و نفوذ در سمت راست معادله فوکر-پلانک (۴) هستند. بنابراین، چنانچه معادله لائزین (۱۱) برای تعداد زیادی فیبر نمونه حل شود، جهت‌گیری فضایی آنها طبقتابع احتمالی که از حل معادله فوکر-پلانک (۴) بدست می‌آید، خواهد بود. تنها عبارت معادله (۴) که در معادله (۱۱) معادلی ندارد، عبارت جابجایی در فضای فیزیکی یعنی (Ψ, \vec{U}) است. برای در نظر گرفتن اثر این عبارت، جوامع آماری فیبرها در طول مسیرهای لاغرانژی جریان آشفته تعقیب و حل می‌شوند. برای هر جامعه، گشتاورهای دوم و چهارم از میانگین‌گیری حسابی بدست می‌آیند:

$$\langle \vec{n} \vec{n} \rangle_{\Psi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{n}_i \circ \vec{n}_i \quad (14)$$

$$\langle \vec{n} \vec{n} \vec{n} \vec{n} \rangle_{\Psi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{n}_i \circ \vec{n}_i \circ \vec{n}_i \circ \vec{n}_i \quad (15)$$

که در آن N تعداد فیبرهای موجود در جامعه است. روش تشریح شده در فوق یک روش مونت-کارلو لاغرانژی برای محاسبه جهت‌گیری فضایی فیبرها می‌باشد. در [۸]، از مقایسه نتایج این روش با حل‌های تحلیلی و نتایج تجربی نشان داده شده که روش فوق، حل دقیق معادله فوکر-پلانک را بدست می‌دهد. همچنین نتایج این روش در [۱۰] با نتایج حل عددی مستقیم معادله (۴) مقایسه شده‌اند و تطبیق بسیار خوبی میان آنها مشاهده شده است.

۳- روش عددی

مسئله مورد بررسی، یک مسئله کوپل شده است، به این معنا که میدان جریان آشفته با دینامیک فیبرها کوپل دو طرفه می‌باشد. منظور از کوپل دو طرفه این است که میدان‌ها اثر متقابل دارند، یعنی هر میدان بر دیگری اثر می‌گذارد. بنابراین روش‌های عددی برای هر یک از دو میدان و نیز الگوریتم کوپل کردن آن دو مورد نیاز است.

میدان جریان آشفته از طریق حل معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس تراکم ناپدیدی و غیرنیوتی (۱) و (۲) بر روی یک شبکه اویلری بدست می‌آید. شبکه محاسباتی و گام زمانی آن چنان ریز انتخاب شده‌اند که همه مقیاس‌های فضایی و زمانی آشفته‌گی حل شوند. به این روش شبیه‌سازی، DNS می‌گویند. برای گسسته سازی فضایی معادلات جریان از یک روش حجم محدود مرتبه دوم استفاده می‌شود. برای انتگرال گیری زمانی نیز از یک روش رونگه-کوتا مرتبه سوم با حافظه کم [۱۱] استفاده شده است. معادله پواسون برای فشار در هر گام زمانی و در هر زیرگام رونگه-کوتا با استفاده از روش تکراری SIP [۱۲] حل می‌شود. متغیرهای جریان در یک شبکه جابجا شده ذخیره می‌شوند، یعنی فشار در مرکز سلول و سرعت‌ها روی وجهه سلول

گرفتن از دیوار به سرعت کاهش یافته و به سمت صفر می‌کند. در ادامه رفتار نوسان‌های ورتیسیته در سه جهت مختصات کارتزین بررسی می‌شوند.

شکل ۳ نمایه rms ورتیسیته در جهت x را نشان می‌دهد. در اینجا بی بعد سازی به کمک رابطه ۲۶ صورت گرفته است.

$$\omega'_{x,rms} = \frac{\omega'_{x,rms} v}{(u_\tau)^2} \quad (26)$$

همان طور که مشاهده می‌شود، نوسان‌ها در جریان کاهش درگ یافته به طور قابل ملاحظه‌ای نسبت به جریان نیوتونی کاهش یافته‌اند. بیشترین اختلاف در لایه نزدیک به دیوار مشاهده شده و با دور شدن از دیوار نزدیک شدن به مرکز کanal از میزان اختلاف کاسته می‌شود. مشاهده دیگر این است که شکل عمومی دو نمایه تغییر نکرده است. به عبارت دیگر، با دور شدن از دیوار ابتدا کاهش، سپس افزایش و پس از آن دوباره کاهش می‌یابد. شکل‌های ۴ و ۵ به ترتیب rms نوسان‌های ورتیسیته در جهات u و z را نشان می‌دهند. دیده می‌شود که بین جریان نیوتونی و کاهش درگ یافته تفاوت محسوسی نیست. تنها اختلاف کوچکی در نمایه مؤلفه ورتیسیته $\omega'_{z,rms}$ در حوالی مکان ماکریم مشاهده می‌شود. بنابراین، در ادامه به بررسی جزئی تر کاهش $\omega'_{x,rms}$ پرداخته شده و تغییرات مؤلفه‌های $\omega'_{y,rms}$ و $\omega'_{z,rms}$ در نظر گرفته نمی‌شود. یادآوری می‌شود که $\omega'_{x,rms}$ نشان دهنده نوسان ورتیسیته در جهت جریان است و این مؤلفه از ورتیسیته گردابهای نعل اسپی را نمایندگی می‌کند که در مقدمه به اهمیت آن برای تولید آشفتگی و نیز درگ لرج آشفته اشاره شد. بنابراین، به نظر می‌رسد که این تغییر ارتباط مستقیمی با کاهش درگ در لایه مرزی داشته باشد.

از معادله (۲۳) می‌توان معادله (۲۷) را برای rms نوسان ورتیسیته در جهت x استخراج کرد:

$$(\omega'_{x,rms})^2 = \langle \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \rangle + \langle \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \rangle - 2 \langle \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial z} \rangle \quad (27)$$

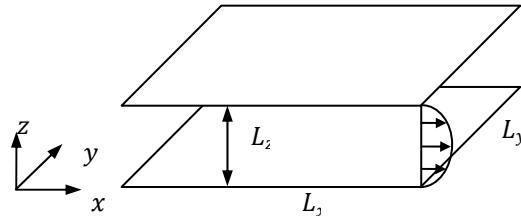
سه جمله موجود در سمت راست معادله (۲۷) به ترتیب در شکل‌های ۷، ۶ و ۸ رسم شده‌اند. همان طور که دیده می‌شود، همه این عبارت‌ها در جهت کاهش rms نوسان ورتیسیته عمل می‌کنند. بنابراین کاهش در rms نوسان ورتیسیته را می‌توان به کاهش در نوسان نزخ کرنش نسبت داد. از طرفی کاهش در عبارت سوم سمت راست معادله (۲۷) نیز می‌تواند به دلیل کاهش در نوسان‌های $\partial V / \partial z$ و $\partial W / \partial y$ یا کاهش در ضریب همبستگی بین آنها باشد که توسط رابطه (۲۸) تعریف می‌شود.

$$R \left\{ \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right\} = \frac{\langle \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial z} \rangle}{\left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)_{rms} \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)_{rms}} \quad (28)$$

اما، این ضریب همبستگی برای هر دو جریان نیوتونی و کاهش درگ یافته مقایسه و دیده شد که ضریب همبستگی تغییر قابل توجهی نکرده است. در نتیجه نمی‌تواند عامل مؤثری باشد و بنابراین در اینجا نشان داده نمی‌شود. پس کاهش در عبارت سوم سمت راست معادله (۲۷) مربوط به کاهش اجزای آن است. بنابراین نتیجه گرفته می‌شود که کاهش در rms نوسان ورتیسیته در جهت جریان ناشی از کاهش سطح نوسان‌ها در گرادیان سرعتها است.

۴- توزیع زاویه بین محور ورتیسیته و دیوار

در اینجا زاویه بین محور ورتیسیته و دیوار که با θ نشان داده می‌شود، بررسی می‌شود. نحوه تعریف و قرارداد اندازه‌گیری این زاویه در شکل ۹ نشان داده شده است.



شکل ۲ هندسه، دستگاه مختصات و ابعاد کanal

$$\frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x} = -\frac{\tau_w}{h} \quad (18)$$

طبق رابطه که در آن τ_w تنش برشی متوسط دیوار است، ضریب لرجت، چگالی و گرادیان فشار اعمالی چنان تنظیم شده‌اند که به عدد رینولدز برشی ۱۸۰ برسیم. عدد رینولدز برشی را رابطه (۱۹) تعریف می‌شود.

$$Re_\tau = \frac{\rho u_\tau h}{\mu} = \frac{u_\tau h}{v} \quad (19)$$

که در آن سرعت برشی u_τ با رابطه (۲۰) داده می‌شود.

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (20)$$

با استفاده از سرعت برشی u_τ می‌توان کمیات جریان آشفته را بی بعد کرد که به آن بی بعد کردن درونی یا وَن دریست گفته می‌شود. به عنوان مثال، فاصله از دیوار z را می‌توان به شکل رابطه (۲۱) بی بعد کرد.

$$z^+ = \frac{\rho u_\tau z}{\mu} = \frac{u_\tau z}{v} \quad (21)$$

چنانچه فواصل میان نقاط گرهی در مقیاس درونی دیوار نشان داده شود، می‌توان نوشت:

$$(\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z_{min}^+) = (13/25, 8/84, 0/675) \quad (22)$$

که در آن Δz_{min}^+ فاصله نزدیک‌ترین گره محاسباتی به دیوار می‌باشد.

اعتبار نتایج کد محاسباتی فوق در جریان کanal با عدد رینولدز برشی $Re_\tau = 180$ بررسی و تأیید شده است [۸]. در اینجا از تکرار این نتایج پرهیز می‌شود. مقیاس‌های کوچک جریان آشفته در جریان کاهش درگ یافته نسبت به جریان نیوتونی بزرگ‌تر هستند، در نتیجه یک DNS جریان نیوتونی حتماً یک DNS جریان کاهش درگ یافته هم خواهد بود.

نتایج شبیه‌سازی فوق در [۸] با نتایج موجود از کارهای دیگر پژوهشگران مقایسه و اعتبار آن مورد تأیید قرار گرفته است. در این مقاله، با استفاده از نتایج این شبیه‌سازی، ساختمان‌های گردابهای مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.

۵- بررسی ساختمان‌های گردابهای

۱- میدان ورتیسیته

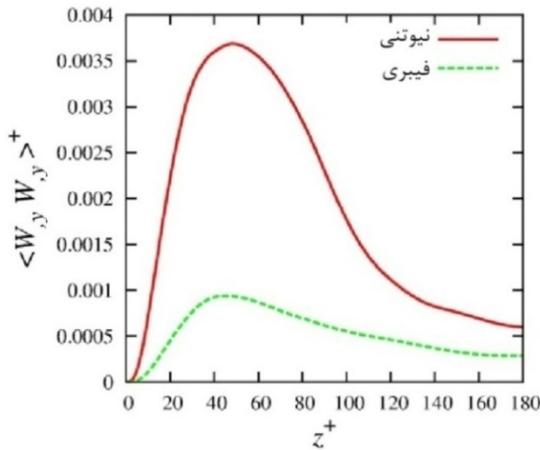
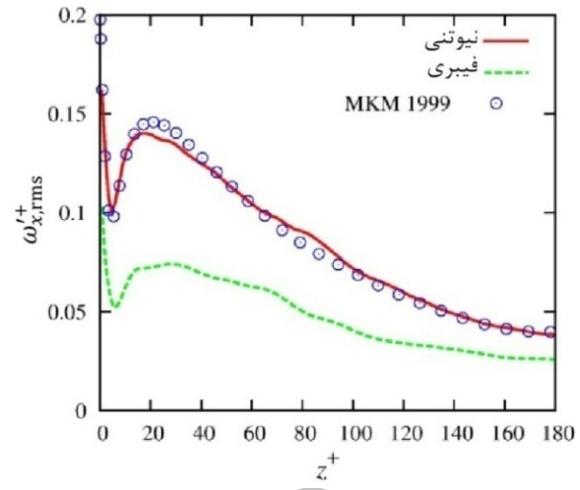
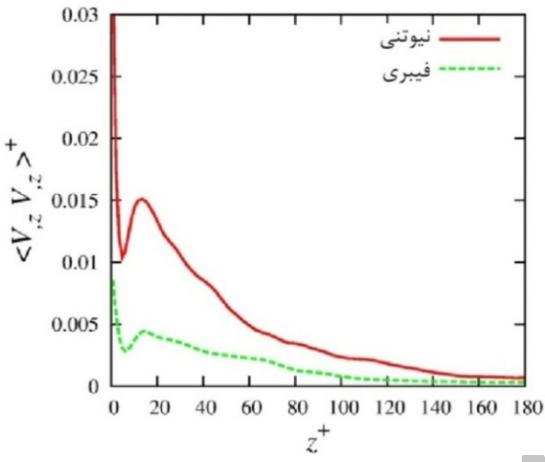
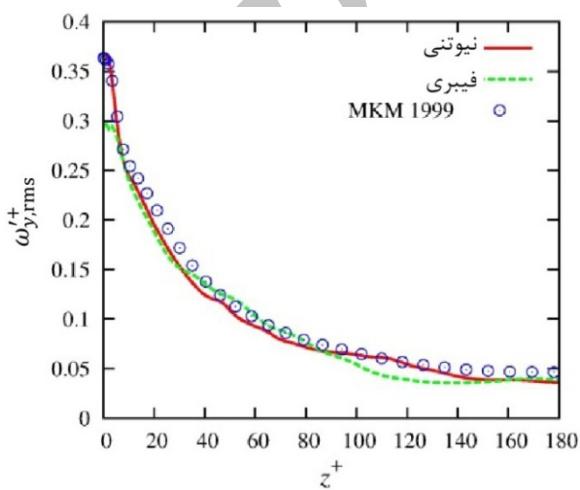
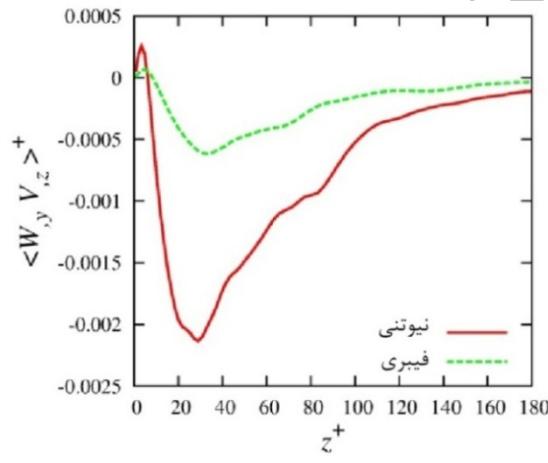
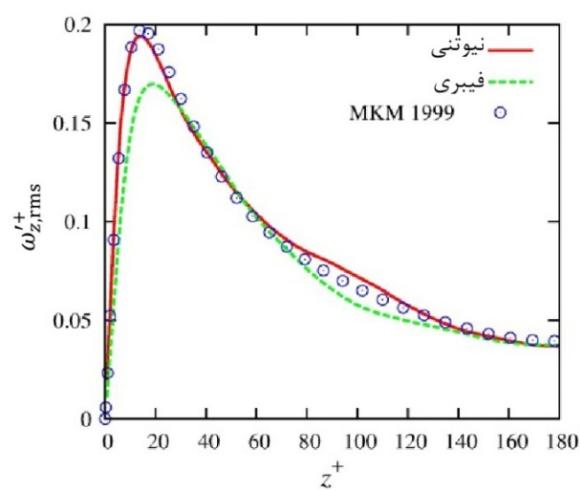
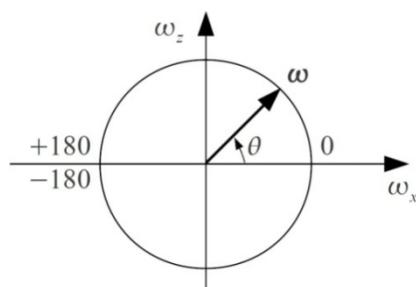
میدان ورتیسیته جریان کاهش درگ یافته با نتایج جریان سیال نیوتونی بدون کاهش درگ مقایسه شده است. میدان ورتیسیته با رابطه $\vec{U} = U \times \vec{\omega}$ به میدان سرعت مربوط می‌شود که در دستگاه کارتزین دارای مؤلفه‌های (۲۴) و (۲۵) است:

$$\omega_x = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \quad (23)$$

$$\omega_y = \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} \quad (24)$$

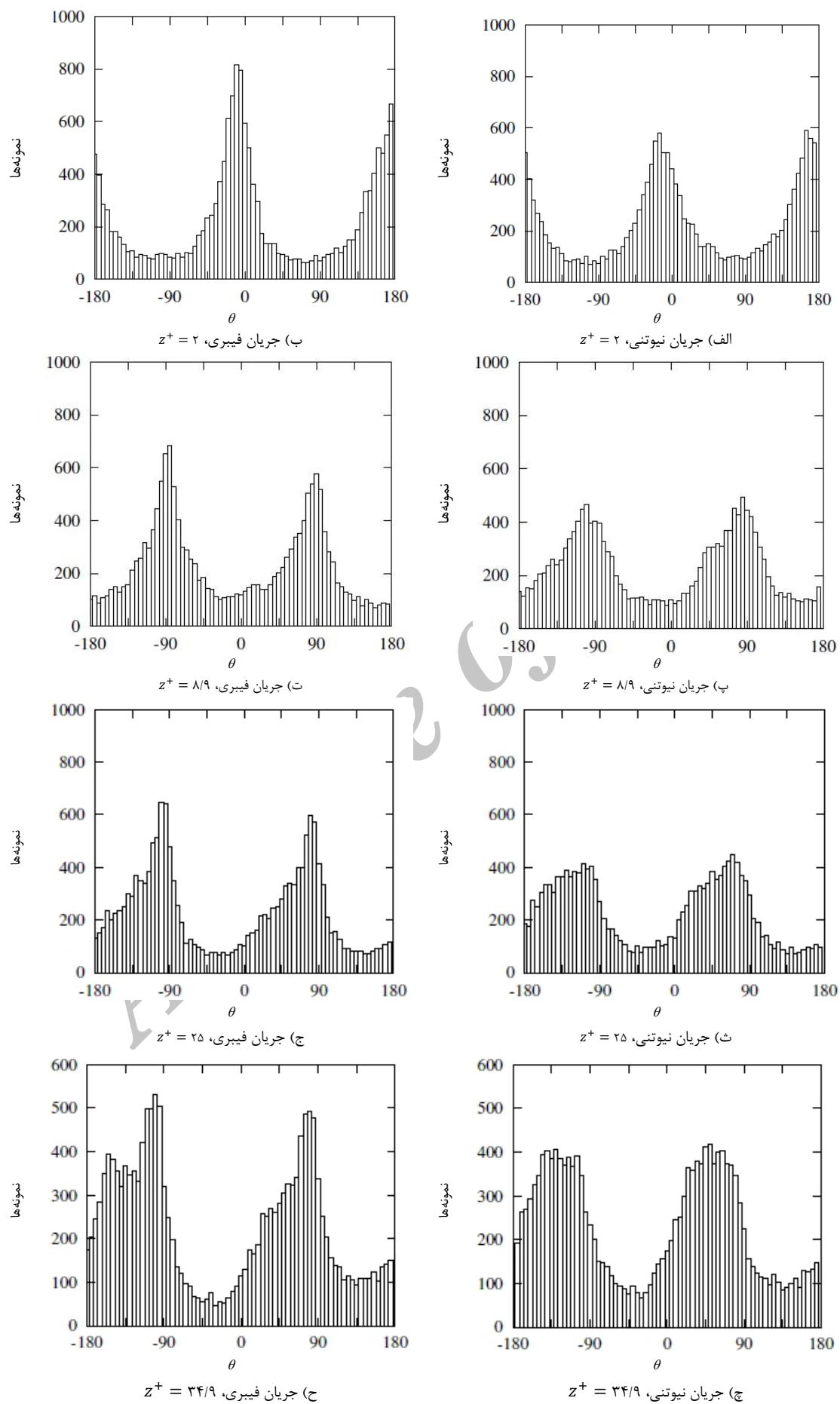
$$\omega_z = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \quad (25)$$

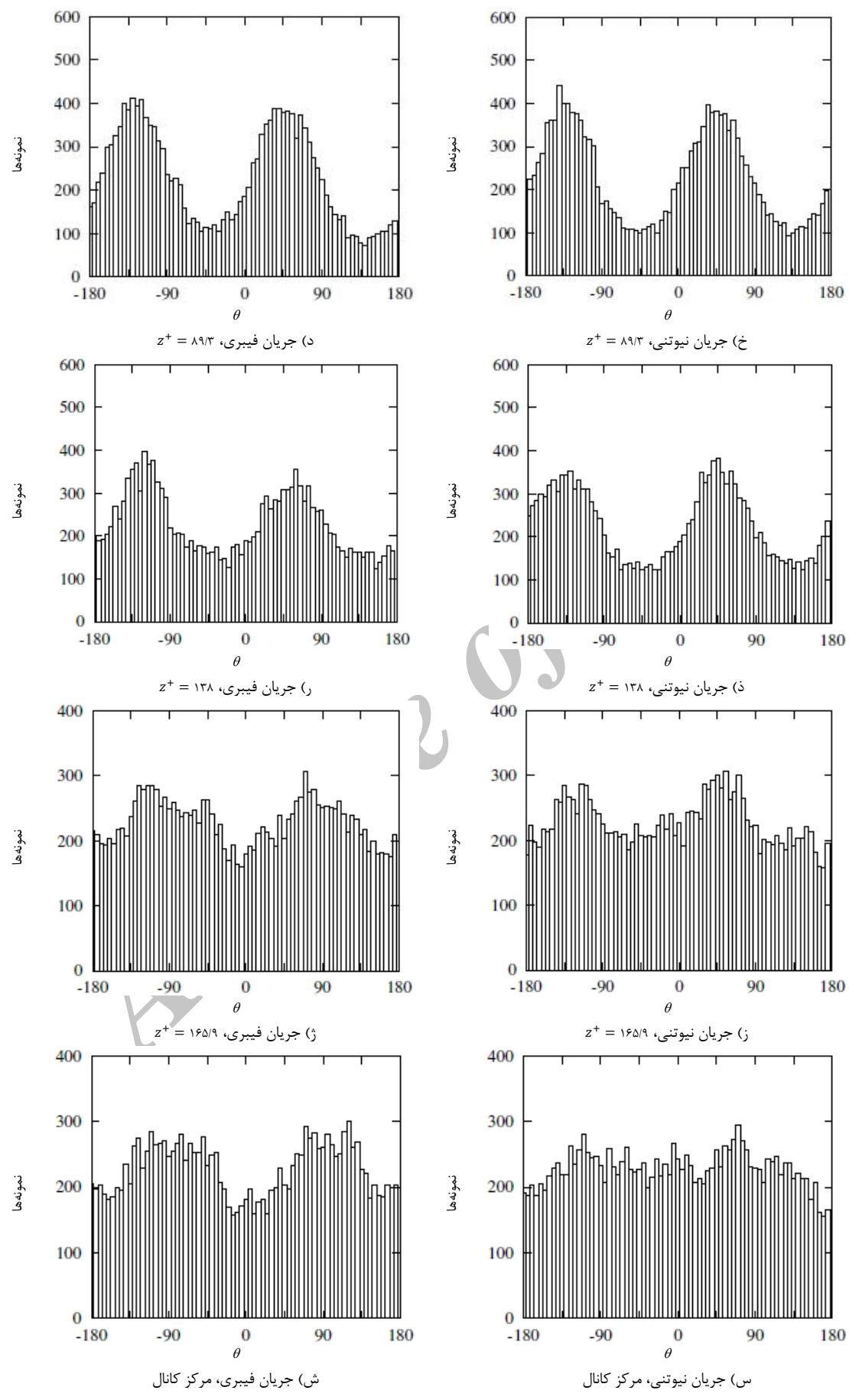
به دلیل همگنی آماری جریان کanal در جهات x و y ، روابط $\omega_x = 0$ ، $\omega_y = 0$ و $\omega_z = d(U)/dz$ برقرار هستند. به همین دلیل، رفتار $\langle \omega_y \rangle$ مانند رفتار تنش برشی لرج است. بنابراین، بر روی دیوار ماکریم بوده و با فاصله

شکل ۶ نوسان گرادیان سرعت $y/\partial W/\partial y$ برای جریان‌های نیوتونی و فیبریشکل ۷ نوسان مؤلفه ورتیسیتیه $\omega_{x,rms}^+$ برای جریان‌های نیوتونی و فیبریشکل ۷ نوسان گرادیان سرعت $z/\partial V/\partial z$ برای جریان‌های نیوتونی و فیبریشکل ۹ نوسان مؤلفه ورتیسیتیه $\omega_{y,rms}^+$ برای جریان‌های نیوتونی و فیبریشکل ۸ نوسان گرادیان سرعت مزدوج $y/\partial W/\partial z \cdot z/\partial V/\partial z$ برای جریان‌های نیوتونی و فیبریشکل ۱۰ نوسان مؤلفه ورتیسیتیه $z/\omega_{z,rms}^+$ برای جریان‌های نیوتونی و فیبری

شکل ۱۲ تعریف زاویه بین محور ورتیسیتیه و دیوار

توزیع این زاویه در فواصل مختلف از دیوار در هیستوگرام‌های شکل ۱۰ برای هر دو جریان نیوتونی و کاهش درگ یافته نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود، برای هر دو جریان در زیر لایه لرج ($z^+ = 2$) بیشتر نمونه‌ها زاویه صفر و زوایای مکمل $+180^\circ$ و -180° درجه قرار دارند. به عبارت دیگر ساختمان‌های گردابی با دیوار موازی هستند. اما در جریان کاهش درگ یافته، تعداد بیشتری از نمونه‌ها با دیوار موازی هستند.





۴۵ درجه می‌سازد که نشانه تشکیل گردابه‌های نعل اسی است. به تدریج با حرکت به سمت مرکز کanal، یک توزیع ایزوتروپ زاویه مشاهده می‌شود. یعنی احتمال یافتن همه زوایا تقریباً یکسان است. جریان کاهش درگ یافته اولًا در فاصله دورتری از دیوار تشکیل گردابه‌های نعل اسی می‌دهد و ثانیاً در هر فاصله‌ای از دیوار، محور گردابه در جریان فیبری به طور منظم‌تری توزیع شده است و بدین دلیل تابع توزیع احتمال شکل تیزتری دارد. همچنین در مرکز کanal دارای ایزوتروپی کمتری است.

۷- مراجع

- [1] H. Choi, P. Moin, J. Kim, Direct numerical simulation of turbulent flow over ripples, *J. Fluid Mech.*, Vol. 255, pp. 503-539, 1993.
- [2] J. Xu, M.R. Maxey, G.E. Karniadakis, Numerical simulation of turbulent drag reduction using micro-bubbles, *J. Fluid Mech.*, Vol. 468, pp. 271-281, 2002.
- [3] J.L. Lumley, Drag reduction by additives, *Annu. Rev. Fluid Mech.*; Vol. 1, pp. 367-384, 1969.
- [4] C.M. White, M.G. Mungal, Mechanics and prediction of turbulent drag reduction with polymer additives, *Annu. Rev. Fluid Mech.*; Vol. 40, pp. 235-256, 2008.
- [5] T.R. Bewley, P. Moin, R. Temam, DNS-based predictive control of turbulence: an optimal benchmark for feedback algorithms, *J. Fluid Mech.*; Vol. 447, pp. 179-225, 2001.
- [6] J.S. Paschkewitz, Y. Dubief, C.D. Dimitropoulos, E.S.G. Shaqfeh, P. Moin, Numerical simulation of turbulent drag reduction using rigid fibres, *J. Fluid Mech.*, Vol. 518, pp. 281-317, 2004.
- [7] J.J.J. Gillissen, B.J. Boersma, P.H. Mortensen, H.I. Andersson, The stress generated by non-Brownian fibers in turbulent channel flow simulations, *Phys. Fluids*, Vol. 19, 115107, 2007.
- [8] A. Moosaie, Direct Numerical Simulation of Turbulent Drag Reduction by Rigid Fiber Additives, PhD Thesis, Technical University of Munich, 2011.
- [9] G. Jeffery, The motion of ellipsoidal particles immersed in a viscous fluid, *Proc. R. Soc. Lond. A*, Vol. 102, pp. 161-179, 1922.
- [10] E. Zharovsky, A. Moosaie, A. Le Duc, M. Manhart, B. Simeon, On the numerical solution of a convection-diffusion equation for particle orientation dynamics on geodesic grids, *Appl. Numer. Math.*, Vol. 62, pp. 1554-1566, 2012.
- [11] J.H. Williamson, Low-storage Runge-Kutta schemes, *J. Comput. Phys.*, Vol. 35, pp. 48-56, 1980.
- [12] H.L. Stone, Iterative solution of implicit approximations of multi-dimensional partial differential equations, *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 5, pp. 530-538, 1968.
- [13] A. Moosaie, Evaluation of induced-flow in two-room compartment fire using large eddy simulation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 117-127, 2013. (In Persian)
- [14] A. Moosaie, M. Manhart, Direct Monte-Carlo simulation of turbulent drag reduction by rigid fibers in a channel flow, *Acta Mech.*, accepted, 2013.

بنابراین در يك z^+ ثابت، جریان فیبری آرامتر بوده و ساختمان‌های آشفته کمتری به درون آن نفوذ کرده‌اند.

با دور شدن از دیوار، محور گردابه‌ها از حالت موازی دیوار تغییر کرده و به مرور به ۴۵ درجه و زاویه مکمل آن می‌رسند. جریان کاهش درگ یافته در فاصله دورتری از دیوار به این حالت می‌رسد.تابع توزیع احتمال به طور کلی برای جریان فیبری تیزتر است که می‌تواند به دلیل از بین رفتن مقیاس‌های کوچک باشد. چرا که عامل اصلی پخش محلی زاویه محور ورتیسیته مقیاس‌های کوچک آشفتگی هستند. در مرکز کanal، هر دو جریان فیبری کمتر تقریباً ایزوتروپ توزیع θ از خود نشان می‌دهند. اما θ در جریان فیبری کمتر کاهش درگ یافته در مرکز کanal کمتر است که می‌تواند این مشاهده را توضیح دهد. همچنین دور شدن گردابه‌های نعل اسی از دیوار در جریان کاهش درگ یافته ارتباط مستقیم با تضعیف مکانیزم تزریق و جاروب در نزدیکی دیوار دارد [۱۴]. در [۱۴] نشان داده شده که این تضعیف منجر به کاهش درگ می‌شود.

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، با استفاده از نتایج شبیه‌سازی مستقیم عددی، ساختمان‌های گردابه‌ای جریان کanal کاهش درگ یافته به کمک میکروفیبرها بررسی و با حالت جریان عادی بدون کاهش درگ مقایسه شده‌اند. تئوری مورد نیاز برای مطالعه یک سوسپانسیون رقیق فیبر ارائه شده و روش عددی اوبلر-لاگرانژی توسعه داده شده به اختصار توضیح داده شده است. بانک اطلاعاتی بدست آمده از DNS مورد بررسی آماری قرار گرفته و مشاهده شد که نوسان‌های مؤلفه ورتیسیته در جهت اصلی جریان در جریان فیبری نسبت به جریان نیوتونی کاهش قابل ملاحظه‌ای یافته و در دو جهت دیگر تغییر چندانی نکرده است. برای بررسی تغییر در مؤلفه جهت اصلی جریان، رابطه‌ای برای آن بر حسب نوسان‌های گرادیان سرعت نوشته شده و عوامل مؤثر بر ورتیسیته بررسی شدند. دیده شد که کاهش در نوسان گرادیان‌های سرعت $\partial W / \partial y$ و $\partial V / \partial z$ باعث کاهش نوسان ورتیسیته در جهت اصلی جریان شده‌اند. سپس توزیع زاویه بین محور ورتیسیته و دیوار بررسی شده است. در فاصله بسیار نزدیک به دیوار، محور ورتیسیته اکثر نمونه‌ها موازی با دیوار است. با فاصله گرفتن از دیوار، در لایه بافر محور اکثر نمونه‌ها با دیوار زاویه