



توابع صریح ضریب شدت تنش برای ترک‌های نیم‌بیضوی محیطی خارجی در استوانه تحت بارهای مکانیکی و حرارتی

رحمت‌اله قاجار^{1*}، محمد عباس پورنیاسانی²، حامد سعیدی گوگرجین³

1- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران
 2- دانشجوی کارشناسی‌ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران
 3- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران
 * صندوق پستی 19395-1999، تهران، ghajar@kntu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

در این پژوهش، به بررسی ضریب شدت تنش مود اول ترک محیطی نیم‌بیضوی در سطح خارجی استوانه با نسبت شعاع به ضخامت 30 پرداخته می‌شود. این استوانه‌ها در سکوهای حفاری نیمه‌شناور کاربرد دارد. نخست بر اساس معادلات ترموالاستیسیته نیمه کوپل، میدان تنش در استوانه-ای تحت بارهای حرارتی و مکانیکی استخراج می‌شود. سپس، با استفاده از نتایج سه بارگذاری مرجع بر جبهه ترک، توابع وزن عمیق‌ترین نقطه و نقاط سطحی ترک استخراج می‌شود. با استفاده از میدان تنش ترموالاستیسیته و توابع وزن استوانه ترک‌دار، روابطی صریح برای ضریب شدت تنش این نقاط استخراج می‌شود. اختلاف ضریب شدت تنش حاصل از توابع وزن پیشنهادی با نتایج حاصل از روش اجزا محدود و نتایج تحقیقات دیگران در تطابق خوبی قرار دارد. اثرات اندرکنش بارهای حرارتی و مکانیکی در ضریب شدت تنش نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهند که ضریب شدت تنش بی‌بعد عمیق‌ترین نقطه و نقاط سطحی ترک، با افزایش نسبت بار، به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند.

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 09 شهریور 1392
 پذیرش: 12 آبان 1392
 ارائه در سایت: 01 مهر 1393
 کلید واژگان:
 ترک نیم‌بیضوی
 ضریب شدت تنش
 استوانه ترک‌دار
 بارگذاری حرارتی و مکانیکی

Explicit expressions of stress intensity factor for external semi-elliptical circumferential cracks in a cylinder under mechanical and thermal loads

Rahmatollah Ghajar^{*}, Mohammad Abbaspour Niasani, Hamed Saeidi Googarchin

Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
 * P.O.B. 19359-1999 Tehran, Iran, ghajar@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 31 August 2013
 Accepted 03 November 2013
 Available Online 23 September 2014

Keywords:
 Semi-elliptical Crack
 Stress Intensity Factor
 Cracked Cylinder
 Thermal and Mechanical Loading

ABSTRACT

In this study, the first mode of stress intensity factor of semi-elliptical circumferential crack in the outer surface of a cylinder with radius to thickness ratio of 30, is investigated. The cylinder is applied in semi-submersible drilling platforms. First, the stress field of the cylinder under thermal and mechanical loads is extracted based on semi couple thermo-elastic equations. Then, the weight functions are derived for deepest and surface points using three reference loads results. Explicit expressions of stress intensity factors for surface and deepest points are presented using thermo-elastic stress field and the weight functions of the cracked cylinder. The results obtained by proposed weight functions and those obtained by finite element method and those presented in the literatures have a good accuracy. The interaction effects of thermal and mechanical loads on the stress intensity factors are studied. The results show that with increasing load ratio, the dimensionless stress intensity factors of deepest and surface points, decrease and increase, respectively.

1- مقدمه

بروز فجایع و ضررهای مالی و جانی جبران ناپذیر شود. در روش تعیین عمر خستگی به کمک مکانیک شکست، تعیین پارامتر ضریب شدت تنش ضروری است. از میان انواع ترک‌ها در استوانه‌های تحت فشار و حرارت دو دسته از ترک‌ها شامل ترک‌های طولی و ترک‌های محیطی بحرانی‌ترین وضعیت را خواهند داشت. سبب این موضوع، مؤلفه‌های تنش ناشی از اعمال بارگذاری‌ها است. در یک استوانه تحت فشار داخلی، تنش محیطی بیشترین مقدار را نسبت به سایر مؤلفه‌ها دارد و می‌تواند عامل ایجاد و رشد ترک طولی شود. در استوانه‌های مقید محوری تحت بارهای حرارتی، مؤلفه تنش محوری می‌تواند

استوانه‌های جدار نازک و جدار ضخیم از جمله سازه‌های پر کاربرد در صنایع مختلف است. به دلیل ماهیت هندسی این سازه‌ها، عموماً تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی تکرار شونده قرار می‌گیرند. در اثر اعمال این بارگذاری‌ها نخست ترک در سطوح داخلی و خارجی دیواره ایجاد شده و در ادامه با تکرار بارگذاری‌ها رشد و در نهایت منجر به شکست سازه می‌شود؛ بنابراین این استوانه‌ها عمر محدودی خواهند داشت و تعیین عمر خستگی آن‌ها از اهمیت به‌سزایی برخوردار است، زیرا که تخمین صحیح عمر خستگی می‌تواند مانع از

Please cite this article using:

R. Ghajar, M. Abbaspour Niasani, H. Saeidi Googarchin, Explicit expressions of stress intensity factor for external semi-elliptical circumferential cracks in a cylinder under mechanical and thermal loads, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 90-98, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

ترک‌های موضعی به یکدیگر ترک‌های سراسری محیطی تشکیل خواهد شد؛ بنابراین بررسی و تعیین ضریب شدت تنش این نوع ترک‌ها ضروری است. در پژوهش حاضر، نخست میدان تنش ترموالاستیک براساس معادلات نیمه کوپل حاکم بر استوانه تحت بار مکانیکی و حرارتی استخراج می‌شود. تابع وزن ترک محیطی نیم‌بیضوی در سطح خارجی استوانه تعیین می‌شود. سپس با استفاده از توزیع تنش ترموالاستیک و توابع وزن پیشنهادی روابطی صریح برای ضریب شدت تنش در عمیق‌ترین نقطه و نقاط سطحی ترک ارائه می‌شوند. در پایان نتایج حاصل از این روابط با نتایج روش اجزا محدود مقایسه می‌شود. اثر اندرکنش بارهای حرارتی و مکانیکی در تغییرات ضریب شدت تنش برای نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه ترک مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

2- تنش‌های مکانیکی و حرارتی

در این بخش مؤلفه تنش محوری در استوانه تحت بار مکانیکی و حرارتی استخراج می‌شود. فرض بر آن است که استوانه از ماده همگن، همسان‌گرد و با خواصی مستقل از دما است. همچنین دمای سطح داخلی استوانه صفر و سطح خارجی استوانه را سیالی با دمای θ_s احاطه می‌کند. استوانه تنها تحت فشار خارجی P_o است. معادلات نیمه کوپل حاکم بر میدان جابه‌جایی و حرارتی استوانه به‌صورت رابطه (1) است [17]:

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r}\right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} - \beta \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

در رابطه بالا θ دما و u جابه‌جایی شعاعی هر نقطه از استوانه است. پارامتر β به‌صورت رابطه (3) ارائه می‌شود:

$$\beta = \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \quad (3)$$

که در آن α ضریب انبساط حرارتی و ν ضریب پواسون است. شرایط مرزی حرارتی دیواره‌های استوانه به‌صورت رابطه (4) و (5) تعریف می‌شود:

$$k \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=R_o} = h(\theta \Big|_{r=R_o} - \theta_s) \quad (4)$$

$$\theta \Big|_{r=R_i} = 0 \quad (5)$$

در روابط بالا θ_s دمای سیال اطراف استوانه، h ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، k ضریب هدایت حرارتی در استوانه، R_o و R_i به‌ترتیب شعاع خارجی و داخلی استوانه است. شرایط مرزی مکانیکی بر دیواره‌های استوانه به‌صورت رابطه (6) و (7) است:

$$\sigma_{rr} \Big|_{r=R_i} = 0 \quad (6)$$

$$\sigma_{rr} \Big|_{r=R_o} = -P_o \quad (7)$$

که در آن P_o فشار بر سطح خارجی استوانه و σ_{rr} مؤلفه شعاعی تنش در استوانه است. با توجه به رابطه 1، تابع توزیع حرارت در جداره استوانه، به‌صورت رابطه (8) استخراج می‌شود:

$$\theta(r) = \frac{\theta_s \log \frac{R_i}{r}}{\frac{1}{Bi} - \log \frac{R_o}{R_i}} \quad (8)$$

در این رابطه عدد بایوت به‌صورت رابطه (9) تعریف می‌شود.

$$Bi = R_o \frac{h}{k} \quad (9)$$

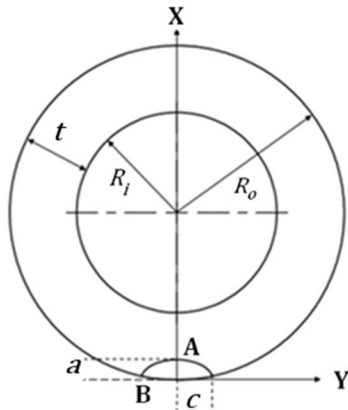
عامل ایجاد ترک محیطی مود اول شود. در چنین استوانه‌هایی بررسی ضریب شدت تنش و رشد ترک‌های محیطی از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. لین و اسمیت [1]، نشان دادند که ترک‌های سطحی پس از چند تکرار بارگذاری به شکل نیم‌بیضوی نزدیک می‌شوند.

یکی از روش‌های تعیین ضریب شدت تنش، تابع وزن است. در این روش به‌کمک نتایج ضریب شدت تنش ناشی از بارگذاری مرجع، ابتدا تابع وزن هندسه ترک‌دار استخراج می‌شود. با ضرب این تابع وزن در تابع توزیع تنش در صفحه مجازی سازه بدون ترک و انتگرال‌گیری از آن بر سطح ترک مقدار ضریب شدت تنش برای بارگذاری جدید به‌دست می‌آید. یکی از مزایای اصلی روش تابع وزن، سهولت استفاده از آن در بارگذاری‌های دلخواه مختلف است. همچنین این روش ابزار بسیار مناسبی جهت تخمین عمر خستگی سازه از دیدگاه مکانیک شکست است.

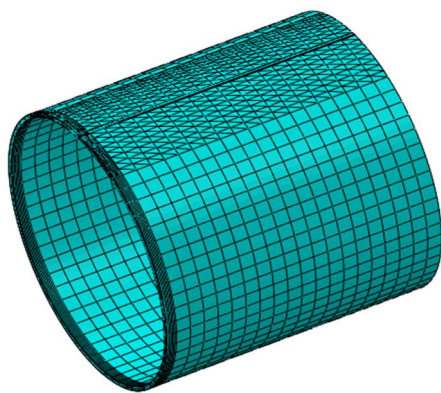
پژوهش‌های متعددی در زمینه به‌کارگیری روش تابع وزن جهت تعیین ضریب شدت تنش ترک در استوانه‌ها انجام شده است.

پتروسکی و آخنباخ [2]، بیان ساده‌ای از جابه‌جایی سطح ترک را برای محاسبه تابع وزن از ضرایب شدت تنش برای یک بارگذاری مرجع بیان کردند. لیسبر و همکاران [3]، با استفاده از دو بارگذاری مرجع، تابع وزن را برای استوانه جدار ضخیم با ترک‌های محیطی داخلی ارائه کردند. ژنگ و همکاران [4,5]، به کمک روش تابع وزن یک رابطه صریح برای ضریب شدت تنش نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه ترک طولی نیم‌بیضوی ارائه دادند. لی و همکاران [6]، با استفاده از روش معادله انتگرال مرزی، تابع وزنی را برای ترک‌های طولی و محیطی بیان کردند. وارفلومیو و هدولاک [7]، تابع وزن ترک‌های طولی و محیطی در سطح داخلی استوانه را به‌دست آورده، سپس با استفاده از این تابع، ضرایب شدت تنش تحت بارگذاری کششی یکنواخت را محاسبه کردند. وارفلومیو [8]، تابع وزنی را برای محاسبه ضرایب شدت تنش مود اول برای استوانه با ترک محیطی بیرونی سراسری تحت بارگذاری کششی ارائه کرد. در این مقاله یک رابطه کلی برای بازشدگی دهانه ترک مرجع، به‌صورت سری مجانبی ارائه شد. وارفلومیو و همکاران [9]، به همین روش یک تابع وزن برای محاسبه ضرایب شدت تنش مود اول برای استوانه با ترک محیطی داخلی راه به در تحت بارگذاری کششی ارائه کردند. جونز و راتول [10]، تابع وزن را برای ترک‌های نیم‌بیضوی محیطی داخلی راه‌به‌در در استوانه تحت بارگذاری‌های مختلف، به‌دست آوردند. شاهانی و نبوی [11,12]، به مطالعه لوله‌های جدار ضخیم حاوی ترک طولی نیم‌بیضوی تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی پرداختند. آن‌ها با استفاده از روش تابع وزن تغییرات ضریب شدت تنش در نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه ترک را برای نسبت منظرهای مختلف مطالعه کردند. قاجار و نبوی [13,14]، یک رابطه بسته برای ضریب شدت تنش ترک‌های داخلی محیطی سراسری در استوانه‌های جدار ضخیم ارائه کردند. سعیدی گوگرچین و قاجار [15]، به کمک روش تابع وزن دوبعدی مقادیر ضریب شدت تنش را برای تمام نقاط بر جبهه ترک طولی نیم‌بیضوی در جداره داخلی استوانه ارائه کردند. قاجار و سعیدی گوگرچین [16]، تغییرات ضریب شدت تنش در استوانه اتوفرتاژ، به روش تابع وزن دوبعدی را بررسی کردند. از مزایای روش ایشان امکان در نظر گرفتن توزیع تنش‌های دوبعدی در سطح ترک است.

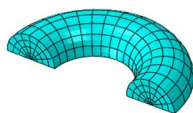
تاکنون در کلیه مطالعات ارائه شده در مورد ترک‌های محیطی خارجی پژوهش‌ها فقط محدود به ترک‌های سراسری بوده است. این درحالی است که قسمت عمده‌ای از عمر سازه متعلق به زمانی است که ترک‌های نیم‌بیضوی محیطی نخستین در سطح خارجی استوانه در حال رشد است. از پیوستن این



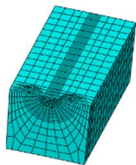
شکل 1 ترک محیطی نیم‌بیضی خارجی



(الف)



(ج)



(ب)

شکل 2 مدل المان‌بندی شده استوانه با ترک نیم‌بیضی محیطی خارجی

روش تابع وزن برای اولین بار توسط بوکنر و رایس مطرح شد که نشان دادند روش تابع وزن یک روش مناسب برای محاسبه ضرایب شدت تنش است. او نشان داد که ضریب شدت تنش ناشی از یک مجموعه دلخواه بار اعمالی را می‌توان با استفاده از انتگرال بر طول ترک از ضریب این بارها با تابع وزن جسم ترک‌دار به‌دست آورد. ضریب شدت تنش برای هر بارگذاری اعمال شده به جسم را می‌توان با رابطه (16) به‌دست آورد.

$$K_{new} = \int_0^a \sigma(r) m(r, a) dr \quad (16)$$

در رابطه بالا $\sigma(r)$ تابع توزیع تنش در سطح ترک مجازی در مدل بدون ترک و $m(r, a)$ تابع وزن آن است که به صورت رابطه (17) تعریف شده است.

در این پژوهش، مطالعات برای $Bi=1$ در نظر گرفته شده است. پژوهش‌ها نشان داده است که افزایش عدد بابت بسته به نوع بارگذاری می‌تواند سبب افزایش یا کاهش ضریب شدت تنش حرارتی شود. با حل رابطه (2)، میدان جابه‌جایی شعاعی استخراج می‌شود [17]:

$$u(r) = \frac{\beta}{r} \int r \theta(r) dr + c_1 r + \frac{c_2}{r} \quad (10)$$

ضرایب ثابت c_1 و c_2 با استفاده از اعمال شرایط مرزی مکانیکی تعیین می‌شود. پس از استخراج میدان جابه‌جایی و حرارتی، مؤلفه محوری تنش در استوانه به‌صورت رابطه (11) به‌دست می‌آید [17]:

$$\sigma_z = \frac{2\mu}{1-2\nu} [v(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}) - \alpha(1+\nu)\theta] \quad (11)$$

که μ مدول برشی ماده است.

در نهایت مؤلفه تنش محوری در استوانه انتها بسته تحت بارهای مکانیکی و حرارتی بالا، به‌صورت رابطه (12) استخراج می‌شود:

$$\sigma_z(r) = \phi + \omega \log r \quad (12)$$

که در آن طبق روابط (13) تا (15):

$$\begin{aligned} \phi = & \mu \theta_s N [2(\nu\beta - \alpha(1+\nu)) \log R_i + 2(-2\beta\nu^2 \\ & + \nu\beta) + 2\nu \frac{R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} (\frac{-p_o}{\mu \theta_s N} \\ & - \beta \log \frac{R_i}{R_o} + \alpha(1+\nu) \times 2 \log \frac{R_i}{R_o})] \quad (13) \end{aligned}$$

$$N = \frac{1}{1-2\nu} \frac{1}{\frac{1}{Bi} - \log \frac{R_o}{R_i}} \quad (14)$$

$$\omega = 2N\mu\beta(1-2\nu)\theta_s \quad (15)$$

3- مدل‌سازی عددی

در این بخش نحوه شبیه‌سازی استوانه حاوی ترک به‌روش اجزا محدود ارائه می‌شود. هدف از مدل‌سازی استخراج ضریب شدت تنش در بارگذاری مرجع برای تعیین تابع وزن هندسه ترک‌دار است.

براساس شکل 1، ترک نیم‌بیضی محیطی در سطح خارجی استوانه برای پنج نسبت منظر 1، 0/8، 0/6، 0/4 و 0/2 و پنج نسبت عمق 0/7، 0/5، 0/3، 0/1 و 0/0/5 شبیه‌سازی می‌شود. برای مدل‌سازی ناکرانداری تنش از المان‌های منفرد سه‌بعدی در جبهه ترک استفاده می‌شود. در سایر نواحی مدل المان‌های آجری مرتبه دوم و المان‌های هرمی مرتبه دوم به‌کار گرفته شده است. مدل اجزا محدود دارای حدود 40000 درجه آزادی است. شکل 2- الف، مدل مش‌بندی استوانه، شکل 2- ب، مش‌بندی نزدیک ترک با چگالی المان بیشتر نسبت به سایر نواحی و شکل 2- ج تونلی از المان‌های اطراف جبهه ترک را نشان می‌دهند. مدول الاستیسیته برابر 210 گیگاپاسکال و ضریب پواسون 0/3 است.

4- روش تابع وزن

در این بخش به معرفی تابع وزن و روند استخراج آن برای نقطه عمقی و نقاط سطحی ترک نیم‌بیضی محیطی خارجی در استوانه پرداخته می‌شود. استوانه مورد مطالعه دارای نسبت شعاع به ضخامت 30 است.

پارامترهای $K_{ref\ IB}$ و $K_{ref\ IA}$ ، به ترتیب ضریب شدت تنش مرجع نقطه عمقی و سطحی ترک در سه بارگذاری مرجع است. ضرایب ثابت تابع وزن نقطه عمقی به صورت روابط (28-30) استخراج می‌شود.

$$M_{A1} = \pi \sqrt{\frac{2}{Q}} (9Y_1 + 39Y_2 - 42Y_3) - 9.6 \quad (28)$$

$$M_{A2} = \pi \sqrt{\frac{2}{Q}} (-26.25Y_1 - 157.5Y_2 + 157.5Y_3) + 21 \quad (29)$$

$$M_{A3} = \pi \sqrt{\frac{2}{Q}} (-18Y_1 + 132Y_2 - 126Y_3) - 12.8 \quad (30)$$

پارامترهای Y_1 ، Y_2 و Y_3 طبق روابط (31) تا (33) عبارتند از:

$$Y_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi a}} (A_0 \alpha^4 + A_1 \alpha^3 + A_2 \alpha^2 + A_3 \alpha + A_4) \quad (31)$$

$$Y_2 = \sqrt{\frac{Q}{\pi a}} (B_0 \alpha^4 + B_1 \alpha^3 + B_2 \alpha^2 + B_3 \alpha + B_4) \quad (32)$$

$$Y_3 = \sqrt{\frac{Q}{\pi a}} (C_0 \alpha^4 + C_1 \alpha^3 + C_2 \alpha^2 + C_3 \alpha + C_4) \quad (33)$$

در روابط بالا $\alpha = a/c$ نسبت منظر ترک و Q انتگرال بیضی نوع دوم است که مقدار تقریبی آن به صورت رابطه (34) تعریف می‌شوند [19].

$$Q = 1.0 + 1.464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65} \quad (34)$$

$\beta = a/t$ عمق نسبی و ضرایب دیگر به صورت روابط (35-49) تعریف می‌شوند.

$$A_0 = -2833.9\beta^4 + 3046.2\beta^3 - 683.24\beta^2 - 19.416\beta + 3.3457 \quad (35)$$

$$A_1 = 8220\beta^4 - 9224\beta^3 + 2392\beta^2 - 54.634\beta - 4.8583 \quad (36)$$

$$A_2 = -8529.4\beta^4 + 10005\beta^3 - 2925.3\beta^2 + 179.37\beta + 0.1045 \quad (37)$$

$$A_3 = 3704.5\beta^4 - 4557.6\beta^3 + 1476.4\beta^2 - 143.33\beta + 1.4086 \quad (38)$$

$$A_4 = -596.8\beta^4 + 791.61\beta^3 - 299.47\beta^2 + 54.946\beta + 0.6568 \quad (39)$$

$$B_0 = -1042.5\beta^4 + 808.28\beta^3 + 86.268\beta^2 - 95.384\beta + 5.2327 \quad (40)$$

$$B_1 = 3365.1\beta^4 - 3086.2\beta^3 + 238.11\beta^2 + 170.14\beta - 10.66 \quad (41)$$

$$B_2 = -3841.5\beta^4 + 3982.6\beta^3 - 759.86\beta^2 - 62.408\beta + 6.4781 \quad (42)$$

$$B_3 = 1816.8\beta^4 - 2075\beta^3 + 555.25\beta^2 - 28.085\beta - 1.2566 \quad (43)$$

$$B_4 = -308.45\beta^4 + 387.86\beta^3 - 130.77\beta^2 + 20.727\beta + 0.3973 \quad (44)$$

$$C_0 = -1322.8\beta^4 + 1078.1\beta^3 + 51.658\beta^2 - 103.13\beta + 5.6973 \quad (45)$$

$$C_1 = 4312.3\beta^4 - 4103\beta^3 + 466.29\beta^2 + 169.23\beta - 11.15 \quad (46)$$

$$C_2 = -4965.1\beta^4 + 5285.9\beta^3 - 1131.1\beta^2 - 36.125\beta + 6.1355 \quad (47)$$

$$m(r, a) = \frac{H}{K} \frac{\partial v(a, r)}{\partial a} \quad (17)$$

در این رابطه H ثابت ماده، a عمق ترک و $v(a, r)$ جابه‌جایی سطح ترک است. در فرمول‌های بوکنر و رایس سیستم بارگذاری به صورت نیروهای سطحی در سطح ترک در نظر گرفته شده است. اطلاعات مربوط به جابه‌جایی سطوح ترک به ندرت در مراجع یافت می‌شود، بنابراین گلینکا و شن [18]، یک شکل عمومی با ضرایب ثابت برای تابع وزنی ارائه کردند تا تعیین تابع وزن محدود به تعیین این ضرایب ثابت شود. آن‌ها جهت استخراج این ضرایب ثابت به جای جابه‌جایی سطوح ترک از ضرایب شدت تنش مرجع در بارگذاری‌های مرجع استفاده کردند. در این پژوهش، از شکل عمومی تابع وزن ارائه شده توسط گلینکا و شن استفاده می‌شود. شکل عمومی این توابع وزن برای عمیق‌ترین نقطه و نقطه سطحی ترک نیم‌بیضی به صورت روابط (18) و (19) است [18].

$$m_A(x, a) = \frac{2}{\sqrt{2\pi(a-x)}} \left[1 + M_{A1} \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{1/2} + M_{A2} \left(1 - \frac{x}{a}\right) + M_{A3} \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{3/2} \right] \quad (18)$$

$$m_B(x, a) = \frac{2}{\sqrt{\pi x}} \left[1 + M_{B1} \left(\frac{x}{a}\right)^{1/2} + M_{B2} \left(\frac{x}{a}\right) + M_{B3} \left(\frac{x}{a}\right)^{3/2} \right] \quad (19)$$

در روابط ارائه شده $m_A(x, a)$ شکل عمومی تابع وزن نقطه عمقی ترک و $m_B(x, a)$ شکل عمومی تابع وزن نقطه سطحی است. M_{Bi} و M_{Ai} ضرایب مجهول و زیرنویس‌های A و B به ترتیب مربوط به نقطه سطحی و عمقی ترک است.

برای تعیین شش ضریب ثابت بالا، احتیاج به نتایج ضرایب شدت تنش مرجع در سه بارگذاری مختلف است. در این پژوهش، با شبیه‌سازی اجزا محدود استوانه حاوی ترک محیطی نیم‌بیضی خارجی و اعمال بارگذاری‌های مرجع، مقادیر ضریب شدت تنش استخراج می‌شود. بارگذاری‌های مرجع مورد استفاده به صورت روابط (20) و (21) تعریف می‌شوند.

$$\sigma_{ref\ 1}(x) = \sigma_o \quad (20)$$

$$\sigma_{ref\ 2,3}(x) = \sigma_o \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^n\right) \quad n=1,2 \quad (21)$$

در روابط بالا σ_o توزیع تنش یکنواخت بر سطح ترک و x مؤلفه دستگاه مختصات در راستای عمق ترک است که در شکل 1 معرفی شده. سه بارگذاری مرجع مورد استفاده شامل بار یکنواخت، خطی و درجه دو است. با استخراج مقادیر ضرایب شدت تنش مرجع در بارگذاری‌های بالا و برازش تابع مناسب بر آن‌ها، با حل دستگاه‌های معادلات مربوط به نقطه عمقی و نقطه سطحی ضرایب مجهول توابع وزن استخراج می‌شوند. طبق روابط (22) تا (27) داریم:

$$K_{ref\ 1A} = \int_0^a \sigma_o m_A(x, a) dx \quad (22)$$

$$K_{ref\ 2A} = \int_0^a \sigma_o \left(1 - \frac{x}{a}\right) m_A(x, a) dx \quad (23)$$

$$K_{ref\ 3A} = \int_0^a \sigma_o \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) m_A(x, a) dx \quad (24)$$

$$K_{ref\ 1B} = \int_0^a \sigma_o m_B(x, a) dx \quad (25)$$

$$K_{ref\ 2B} = \int_0^a \sigma_o \left(1 - \frac{x}{a}\right) m_B(x, a) dx \quad (26)$$

$$K_{ref\ 3B} = \int_0^a \sigma_o \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) m_B(x, a) dx \quad (27)$$

5- تابع صریح ضریب شدت تنش

در این بخش به ارائه توابع صریح برای تعیین ضریب شدت تنش در نقاط سطحی و عمیق‌ترین نقطه ترک نیم‌بیضوی محیطی خارجی در استوانه‌ای با نسبت شعاع به ضخامت 30 پرداخته می‌شود. همان‌طور که در بخش‌های پیشین اشاره شد، استوانه تحت بار مکانیکی و حرارتی قرار دارد. با جای‌گذاری تابع توزیع تنش محوری رابطه (12) و همچنین جای‌گذاری توابع وزن استخراجی در روابط (22-24)، تابع صریح ضریب شدت تنش نقطه عمقی به‌صورت رابطه (71) استخراج می‌شود.

$$K_A(a) = \phi \sqrt{\frac{2a}{\pi}} (2 + M_{A1} + \frac{2}{3} M_{A2} + \frac{M_{A3}}{2}) - \omega \sqrt{\frac{2}{\pi}} (-2\sqrt{a} \log R_o + 4\sqrt{a} - 4\sqrt{R_o - a} + \frac{M_{A1}}{\sqrt{a}} (-R_o \log R_o \operatorname{arctag} (\sqrt{\frac{a}{R_o - a}}) - a \log(R_o - a) + a) + R_o \log(R_o - a) (-\frac{2}{3} a^{\frac{3}{2}} \log R_o + \frac{4}{9} (a^{\frac{3}{2}} + \frac{M_{A2}}{a} - \sqrt{R_o - a} - 3(R_o - a)(a^{\frac{1}{2}} \times ((a R_o \operatorname{arctg} (\sqrt{\frac{a}{R_o - a}}))) + \frac{M_{A3}}{a^2} - \frac{a^2 - R_o^2}{2}) \log(R_o - a) - (a R_o - R_o - 0.5 a R_o + \frac{3}{4} a^2)) \log \frac{R_o^2}{2}) \quad (71)$$

و برای نقطه سطحی به‌صورت رابطه (72) خواهد بود:

$$-\frac{2\omega}{\sqrt{\pi}} (-2\sqrt{a} K_B = 2\phi \sqrt{\frac{a}{\pi}} (2 + M_{B1} + \frac{2}{3} M_{B2} + \frac{1}{2} M_{B3}) \log(R_o - a) + 4\sqrt{a} - 4\sqrt{R_o} \log(1 / \cos(\arcsin((a \times 1 / R_o)^{\frac{1}{2}}))) + \tan(\arcsin(a^{\frac{1}{2}} / R_o^{\frac{1}{2}}))) + \frac{M_{B1}}{a^{0.5}} ((R_o - a) \times \log(R_o - a) + a - R_o \log(R_o)) + \frac{M_{B2}}{a} (-\frac{2}{3} \times a^{\frac{3}{2}} \log(R_o - a) + \frac{4}{9} (a^{\frac{3}{2}} + 3R_o(a^{\frac{1}{2}} - R_o^{\frac{1}{2}} \log((R_o - a))^{\frac{1}{2}} + (a / (R_o - a))^{\frac{1}{2}}))) + \frac{M_{B3}}{a^{\frac{3}{2}}} ((\frac{R_o^2}{2} - \frac{a^2}{2}) \log(R_o - a) + \frac{a^2}{4} + \frac{a R_o}{2} - \frac{R_o^2}{2} \log(R_o))) \quad (72)$$

بدیهی است که با به‌کارگیری این توابع، مقدار ضریب شدت تنش برای ترک نیم‌بیضوی محیطی خارجی استوانه در هر بار حرارتی پایدار و مکانیکی استاتیکی دلخواه قابل استخراج است. البته این روابط برای استوانه‌هایی با نسبت شعاع به ضخامت 30 قابل استفاده است. دلیل انتخاب چنین استوانه‌ای کاربرد فراوان آن در سازه‌های نیمه شناور و دودکش‌های مهار شعله‌ی چاه نفت و توربین‌ها است که عمدتاً تحت بارگذاری‌های تکرار شونده بوده و عامل مهمی برای رشد ترک در سازه‌های است و از دیدگاه خستگی عمر محدودی را تجربه می‌کند. به‌کارگیری این روابط جهت تعیین عمر خستگی از دیدگاه مکانیک شکست چنین سازه‌هایی به آسانی قابل انجام است.

6- صحت‌سنجی

در این بخش به صحت‌سنجی تابع وزن استخراجی برای استوانه ترک‌دار در دو گام پرداخته می‌شود. ضریب شدت تنش با نتایج موجود در مراجع و مدل

$$C_3 = 2370.9\beta^4 - 2758.5\beta^3 + 778.91\beta^2 - 52.76\beta - 0.8473 \quad (48)$$

$$C_4 = -408.83\beta^4 + 520.81\beta^3 - 180.93\beta^2 + 29.84\beta + 0.4465 \quad (49)$$

ضرایب ثابت تابع وزن نقطه سطحی نیز به‌صورت روابط (50-70) استخراج می‌شود.

$$M_{B1} = \frac{\pi}{\sqrt{Q}} (6F_1 + 45F_2 - 42F_3) - 9.6 \quad (50)$$

$$M_{B2} = \frac{\pi}{\sqrt{Q}} (-26.25F_1 - 157.5F_2 + 157.5F_3) + 21 \quad (51)$$

$$M_{B3} = \frac{\pi}{\sqrt{Q}} (24F_1 + 120F_2 + 126F_3) - 12.8 \quad (52)$$

همچنین روابط (53-70) را می‌توان نوشت.

$$F_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi a}} (D_o \alpha^4 + D_1 \alpha^3 + D_2 \alpha^2 + D_3 \alpha + D_4) \quad (53)$$

$$F_2 = \sqrt{\frac{Q}{\pi a}} (E_o \alpha^4 + E_1 \alpha^3 + E_2 \alpha^2 + E_3 \alpha + E_4) \quad (54)$$

$$F_3 = \sqrt{\frac{Q}{\pi a}} (H_o \alpha^4 + H_1 \alpha^3 + H_2 \alpha^2 + H_3 \alpha + H_4) \quad (55)$$

$$D_o = -6087.5\beta^4 + 7137.2\beta^3 - 2379.1\beta^2 + 185.81\beta - 6.0786 \quad (56)$$

$$D_1 = 16045\beta^4 - 19044\beta^3 + 6513\beta^2 - 530.45\beta + 18.675 \quad (57)$$

$$D_2 = -14617\beta^4 + 17571\beta^3 - 6174\beta^2 + 511.22\beta - 20.362 \quad (58)$$

$$D_3 = 5279.2\beta^4 - 6439.6\beta^3 + 2326.3\beta^2 - 183.34\beta + 9.2258 \quad (59)$$

$$D_4 = -609.48\beta^4 + 778.41\beta^3 - 303.64\beta^2 + 32.866\beta - 0.6352 \quad (60)$$

$$E_o = -10401\beta^4 + 14615\beta^3 - 6471\beta^2 + 978.64\beta - 42.902 \quad (61)$$

$$E_1 = 25990\beta^4 - 36604\beta^3 + 16304\beta^2 - 2466.4\beta + 109.88 \quad (62)$$

$$E_2 = -22571\beta^4 + 31856\beta^3 - 14283\beta^2 + 2149.4\beta - 98.476 \quad (63)$$

$$E_3 = 7819.1\beta^4 - 11072\beta^3 + 5001.7\beta^2 - 737.35\beta + 35.659 \quad (64)$$

$$E_4 = -875.12\beta^4 + 1261.6\beta^3 - 584.64\beta^2 + 90.895\beta - 3.5293 \quad (65)$$

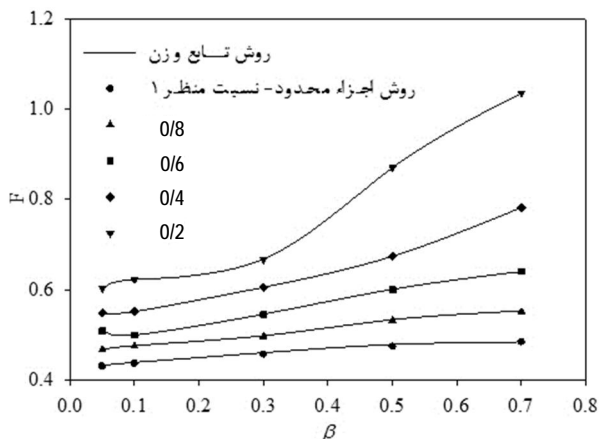
$$H_o = -5437.9\beta^4 + 6631.3\beta^3 - 2339.3\beta^2 + 236.47\beta - 16.63 \quad (66)$$

$$H_1 = 13517\beta^4 - 16465\beta^3 + 5830.4\beta^2 - 571.74\beta + 42.85 \quad (67)$$

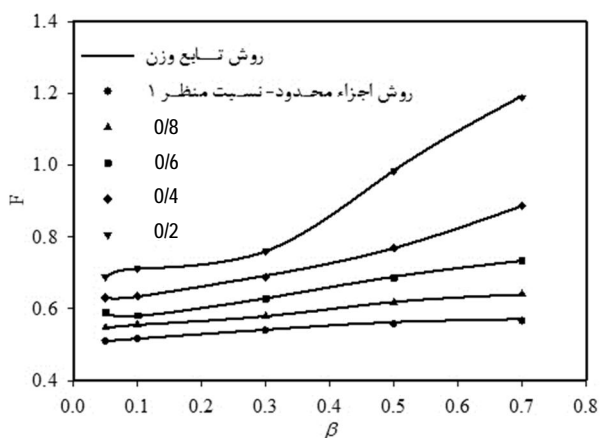
$$H_2 = -11584\beta^4 + 14073\beta^3 - 4998.5\beta^2 + 459.04\beta - 38.893 \quad (68)$$

$$H_3 = 3928\beta^4 - 4766\beta^3 + 1700\beta^2 - 132.28\beta + 14.576 \quad (69)$$

$$H_4 = -442.69\beta^4 + 563.56\beta^3 - 219.4\beta^2 + 24.662\beta - 1.1582 \quad (70)$$



شکل 5 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد F نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه عمقی تحت بارگذاری درجه دو

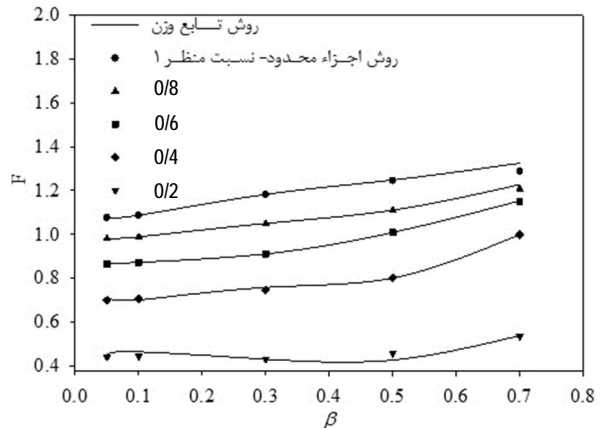


شکل 6 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد F نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه عمقی تحت بارگذاری درجه سه

چندانی در پیش‌بینی رشد جبهه ترک نخواهد داشت. در سایر نسبت منظرها و نسبت عمق‌ها اختلاف نتایج برای نقاط سطحی کمتر از 10 درصد است.

در گام بعدی، فرض بر آن است که سطح ترک تحت بارگذاری غیرخطی درجه 2 و درجه 3 قرار دارد که به‌صورت رابطه (75) بیان می‌شود.

$$\sigma(x) = \sigma_0 \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^n\right) \quad n = 2, 3 \quad (75)$$



شکل 7 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد F نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه سطحی تحت بارگذاری مرتبه دو

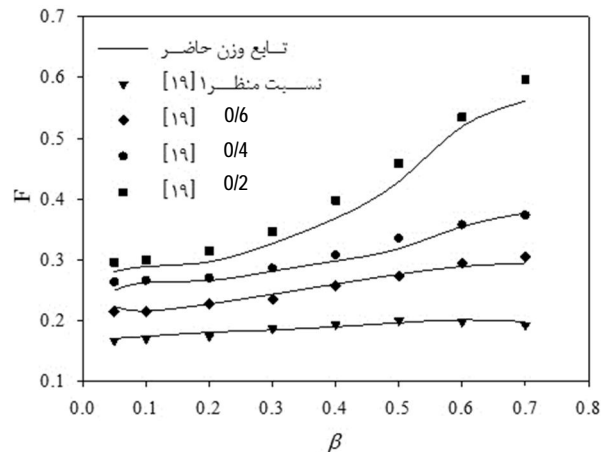
اجزا محدود مقایسه می‌شود. وانگ و همکاران [19] ضرایب شدت تنش نقطه سطحی و عمقی را برای ترک نیم‌بیضوی در ورق با ضخامت محدود، به روش تابع وزن ارائه کردند. از آن‌جا که نسبت شعاع استوانه به ضخامت آن و ابعاد ترک در حدود 30 است، در شکل‌های 3 و 4، ضریب شدت تنش بی‌بعد با نتایج مرجع [19] تحت بارگذاری رابطه (73) مقایسه می‌شود.

$$\sigma(x) = \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 \quad (73)$$

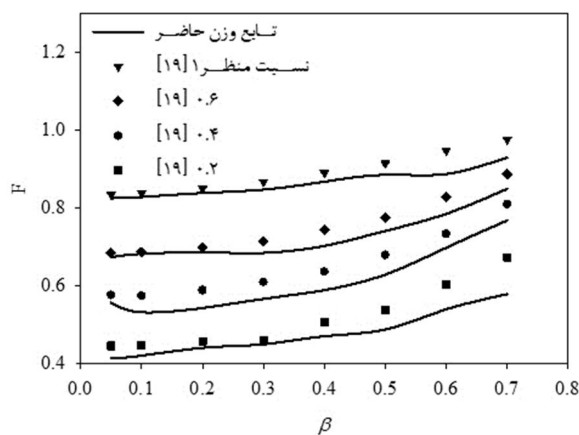
برای بی‌بعد سازی ضریب شدت تنش از رابطه (74) استفاده شد.

$$F = \frac{K}{\sigma_0 \sqrt{\pi a / Q}} \quad (74)$$

در شکل 3 مقایسه ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه عمقی ترک با نتایج مرجع [19] ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج از تطابق خوبی برخوردار است. اختلاف نتایج کمتر از 5 درصد است. دلیل این اختلاف نیز عدم تطابق ضرایب شدت تنش مرجع به‌کار گرفته شده در پژوهش حاضر و مرجع [19] است. به‌طور کلی از آن‌جا که حل تحلیلی ترک نیم‌بیضوی بر مبنای الاستیسیته سه‌بعدی وجود ندارد، در مقادیر ضریب شدت تنش ترک نیم‌بیضوی ارائه شده در مراجع، بعضاً تا 12 درصد اختلاف نیز مشاهده می‌شود [20]. این موضوع در مورد نقاط سطحی ترک به‌صورت چشم‌گیری رخ می‌دهد. در شکل 4 که ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه سطحی ترک با نتایج مرجع [19] مقایسه شده است، بیشینه اختلاف نتایج برای نسبت منظر 0/2 و نسبت عمق 0/7 در حدود 14 درصد است. البته از آن‌جا که در نسبت منظرهای پایین، نقطه عمقی ترک بحرانی است، بنابراین این اختلاف تأثیر



شکل 3 مقایسه ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه عمقی ترک با مرجع [19]



شکل 4 مقایسه ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه سطحی ترک با مرجع [19]

رشد تمایل به حرکت به سمتی از سازه دارد که بیشترین تنش‌های نرمال در آن‌جا حادث می‌شود.

7- نتایج و بحث

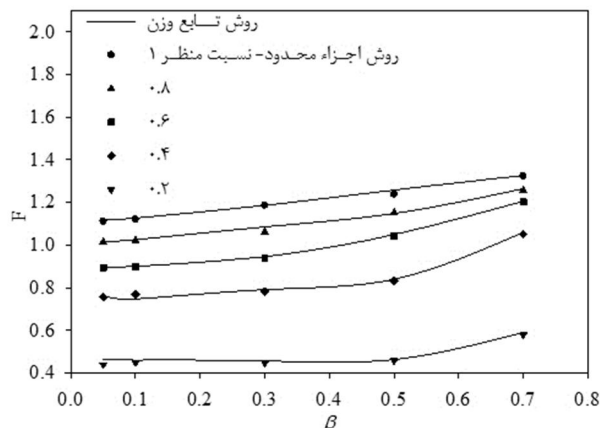
در این بخش با به‌کارگیری روابط ضریب شدت تنش بی‌بعد ترک نیم‌بیضی مکانیکی و حرارتی بر میزان ضریب شدت تنش بی‌بعد ترک نیم‌بیضی محیطی خارجی در استوانه مورد مطالعه پرداخته می‌شود. جهت بررسی بیشتر اثرات این بارگذاری‌ها، پارامتر بی‌بعد نسبت بار، L ، به صورت رابطه (76) تعریف می‌شود.

$$L = \frac{P_o}{\alpha(1+\nu)\mu\theta_s} \quad (76)$$

در شکل‌های 7 تا 9 نمودارهای ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه سطحی برحسب نسبت عمق ترک برای نسبت بارهای $0/01$ ، $0/03$ و $0/04$ و نسبت منظرهای مختلف 1 ، $0/8$ ، $0/6$ ، $0/4$ ، $0/2$ ترسیم شده است. نتایج نشان می‌دهد که میزان ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه سطحی ترک با افزایش پارامتر نسبت بار افزایش می‌یابد. همچنین افزایش نسبت عمق ترک نیز منجر به افزایش ضریب شدت تنش بی‌بعد می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که تغییرات ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه سطحی با افزایش نسبت بار و یا نسبت عمق ترک مستقل از نسبت منظر بوده و در تمامی حالت‌ها روند صعودی دارد.

در شکل‌های 9 الی 14، نمودارهای ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه عمقی برحسب نسبت عمق ترک برای نسبت بارها و نسبت منظرهای مختلف ترک ترسیم شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که برخلاف نقاط سطحی، با افزایش نسبت بار، میزان ضریب شدت تنش در یک ترک با نسبت منظر ثابت و نسبت عمق ثابت کاهش می‌یابد. بررسی این نمودارها نشان می‌دهد که در نسبت بارهای پایین مقدار ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه عمقی با افزایش عمق ترک برای نسبت منظرهای کوچک افزایش یافته و برای نسبت منظرهای بزرگ کاهش می‌یابد. این درحالی است که با افزایش نسبت بار روند تغییرات ضریب شدت تنش بی‌بعد نسبت به عمق ترک رفتاری کاملاً عکس دارد. ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه عمقی در نسبت منظرهای پایین و در تمام نسبت بارها روندی افزایشی در مقابل نسبت عمق ترک دارد. در این‌جا روند تغییرات ضریب شدت تنش بی‌بعد علاوه بر اثرات هندسه ترک‌دار ناشی از اندرکنش میان بارهای حرارتی و مکانیکی است.

به طور کلی با افزایش فشار خارجی مقدار ضریب شدت تنش کاهش می‌یابد و سبب بسته شدن ترک محیطی نیم‌بیضی خارجی می‌شود. این درحالی است که کاهش دما در سطح خارجی استوانه، اثر عکس داشته و با کاهش دما مقدار ضرایب شدت تنش افزایش می‌یابد که این امر سبب باز شدن ترک می‌شود. مطالعات و بررسی نتایج ضریب شدت تنش در نسبت بارهای مختلف نشان داد که نسبت بار آستانه برای بسته شدن کامل ترک برابر $0/05104$ است. در این نسبت بار ضریب شدت تنش در نقاط سطحی و عمقی برابر صفر است. با کاهش این نسبت بار، ترک تمایل به باز شدن داشته و تا نسبت بار $0/01$ وضعیت ضریب شدت تنش بی‌بعد منطبق بر نمودارهای ارائه شده در این بخش است. به‌کارگیری تابع وزن پیشنهادی و تابع ضریب ضریب شدت تنش امکان پیش‌بینی رشد جبهه ترک را میسر می‌نماید. مزیت اصلی به‌کارگیری تابع وزن در روند پیش‌بینی جبهه ترک نسبت به روش اجزا محدود، هزینه محاسباتی و زمانی بسیار کم آن است که سبب افزایش کاربری آن در طراحی خستگی از دیدگاه مکانیک شکست سازه و بدنه محصولات

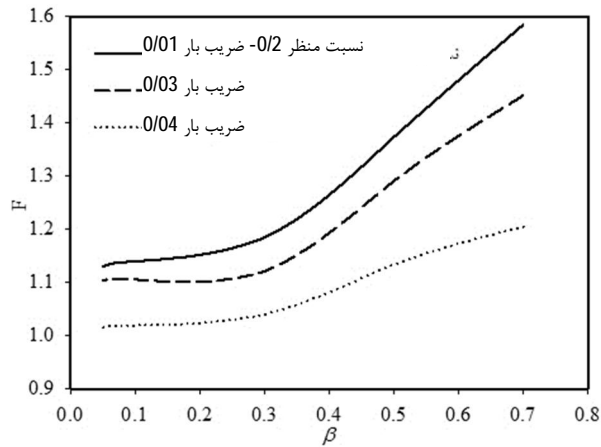


شکل 8 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد F نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه سطحی تحت بارگذاری مرتبه سه

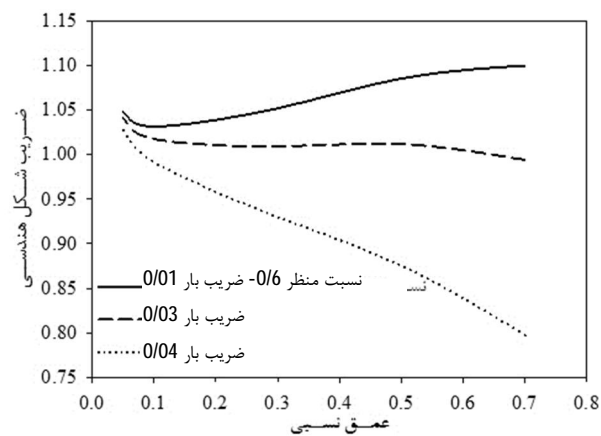
با جایگذاری این توابع تنش در رابطه (14)، مقادیر ضریب شدت تنش برای نقاط عمقی و سطحی استخراج و با نتایج ضریب شدت تنش روش اجزا محدود مقایسه می‌شود. در شکل‌های 5 تا 8 مقادیر ضریب شدت تنش بی‌بعد حاصل از دو روش تابع وزن و اجزا محدود برای نقطه سطحی و عمقی ترک ارائه شده است.

در این نمودارها مقادیر ضریب شدت تنش برحسب نسبت عمق ترک و در نسبت منظرهای مختلف ترک ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تطابق بسیار خوبی بین نتایج اجزا محدود و تابع وزن برقرار است و بیشینه اختلاف نتایج کمتر از 1% است. بررسی منحنی‌های شکل‌های 5 و 6 نشان می‌دهد که با افزایش نسبت عمق ترک مقادیر ضریب شدت تنش افزایش می‌یابد. این افزایش ضریب شدت تنش در نسبت منظرهای پایین ترک با تغییرات بزرگ‌تری حادث می‌شود. در واقع نتایج نشان می‌دهد که هرچه از نسبت منظر 1 به سمت نسبت منظرهای پایین ترک می‌رویم، شیب تغییرات ضریب شدت تنش بی‌بعد نسبت به عمق نسبی بیشتر می‌شود. در حالی که در نسبت منظرهای بزرگ‌تر ترک و در ترک‌های دایروی شیب تغییرات ضریب شدت تنش با افزایش عمق ترک کاهش می‌یابد.

بررسی منحنی‌های شکل‌های 7 و 8 موید این مطلب است که با افزایش عمق ترک مقدار ضریب شدت تنش نیز افزایش می‌یابد، ولی برخلاف نقاط عمقی، این افزایش ضریب شدت تنش در نسبت منظرهای بالای ترک، نرخ تغییرات بالاتری دارد. نکته حائز اهمیت از مقایسه نتایج نقطه سطحی و عمقی در نسبت منظرهای بالای ترک، نقاط سطحی ضریب شدت تنش بیشتری نسبت به نقاط عمقی تجربه می‌کنند. این درحالی است که با کاهش نسبت منظر ضریب شدت تنش بحرانی از نقاط سطحی به نقاط عمقی ترک منتقل می‌شود. اهمیت این موضوع از آن‌جاست که در مدل‌سازی‌های رشد ترک خستگی از دیدگاه مکانیک شکست نقطه‌ای از جبهه ترک که ضریب شدت تنش بیشینه در آن اتفاق می‌افتد نقش مهمی در تعیین الگوریتم رشد ترک ایفا می‌کند. روند جابه‌جایی نقطه بحرانی از نقاط سطحی به نقاط عمقی پیش از این در مورد ترک‌های طولی در استوانه، توسط شاهانی و نبوی [12]، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج پژوهش حاضر نشان می‌دهد که این روند در مورد ترک‌های نیم‌بیضی محیطی نیز صادق است. البته سعیدی گوگرچین و قاجار [15]، نیز نشان دادند که در بارگذاری‌های پیچیده دو-بعدی روی سطح ترک لزوماً نقاط سطحی و عمقی، نقاط بحرانی نیستند و ممکن است نقاط دیگری از جبهه ترک بحرانی باشد. همیشه ترک علاوه بر



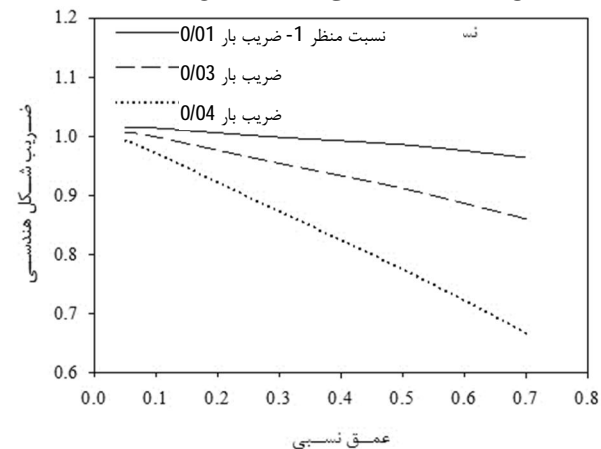
شکل 12 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد ترک نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه عمقی با نسبت منظر 0/2



شکل 13 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد ترک نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه عمقی با نسبت منظر 0/6

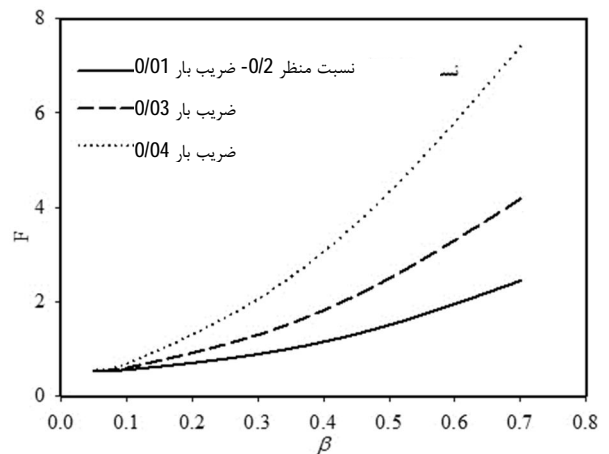
8- نتیجه‌گیری

در این پژوهش استوانه حاوی ترک محیطی نیم‌بیضی خارجی مورد مطالعه قرار گرفت. جهت بررسی ضرایب شدت تنش در نقاط سطحی و عمقی ترک تحت بارهای مکانیکی و حرارتی، ابتدا تابع وزن هندسه ترک‌دار استخراج شد. تطابق نتایج ضریب شدت تنش بی‌بعد به روش تابع وزن و روش اجزا محدود

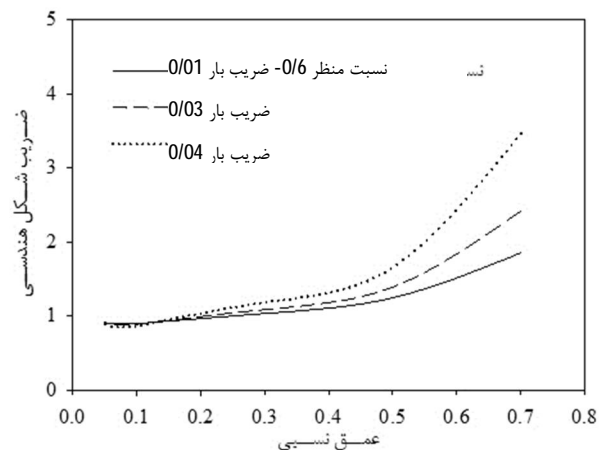


شکل 14 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد ترک نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه عمقی با نسبت منظر 1

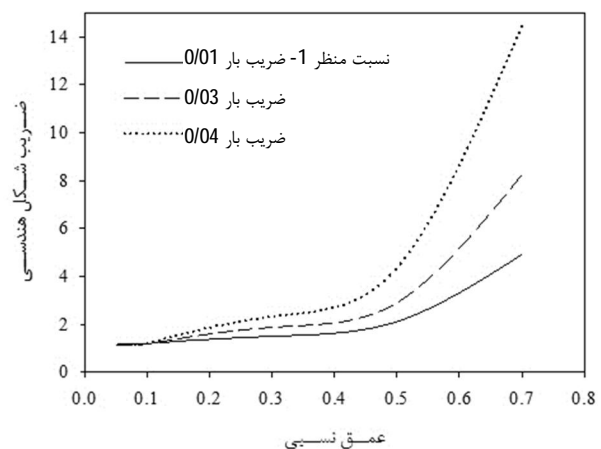
شده است. در قیاس با روش اجزا محدود، کاربری روش تابع وزن برای طراحی محصولات در صنایع پیشرفته و در پروژه‌های کلان توجیه پیدا می‌کند.



شکل 9 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد ترک نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه سطحی با نسبت منظر 0/2



شکل 10 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد ترک نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه سطحی با نسبت منظر 0/6



شکل 11 منحنی ضریب شدت تنش بی‌بعد ترک نسبت به عمق نسبی ترک برای نقطه سطحی با نسبت منظر 1

- [8] I. V. Varfolomeyev, Weight function for external circumferential cracks in hollow cylinder subjected to axisymmetric opening mode loading, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 60, No. 3, pp. 333-339, 1998.
- [9] I. V. Varfolomeyev, M. Ptrysilge, M. Buch, Stress intensity factors for internal circumferential cracks in thin and thick-walled cylinders, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 60, No. 5-6, pp. 491-500, 1998.
- [10] I. S. Jones, G. Rothwell, Reference stress intensity factors with application to weight functions for internal circumferential cracks in cylinders, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 68, No. 4, pp. 435-454, 2001.
- [11] A. R. Shahani, S. M. Nabavi, Transient thermal stress intensity factors for an internal longitudinal semi-elliptical crack in a thick-walled cylinder, *Engineering Fracture Mechanics* Vol. 74, No. 16, pp. 2585-2602, 2007.
- [12] A. R. Shahani, S. M. Nabavi, Closed form stress intensity factors for a semi-elliptical crack in a thick-walled cylinder under thermal stress, *International Journal of Fatigue*, Vol. 28, No. 8, pp. 926-933, 2006.
- [13] S. M. Nabavi, R. Ghajar, Analysis of thermal stress intensity factors for cracked cylinders using weight function method, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 48, No. 12, pp. 1811-1823, 2010.
- [14] R. Ghajar, S. M. Nabavi, Closed-form thermal stress intensity factors for an internal circumferential crack in a thick-walled cylinder, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 33, No. 8, pp. 504-512, 2010.
- [15] H. Saeidi Googarchin, R. Ghajar, Stress intensity factors calculation for surface crack in cylinders on the longitudinal gradient pressure using general point load weight function, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, doi: 10.1111-ffe.12101, 2013.
- [16] R. Ghajar, H. Saeidi Googarchin, The investigation of pressure gradient effect on stress intensity factor variation in autofettaged cracked thick-wall pipes using two dimensional weight function method, *Modares Mechanical Engineering*, accepted, 2013. (In Persian)
- [17] R. B. Hetnarski, M.R. Eslami, *Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications*, Springer, 2009.
- [18] G. Glinka, G. Shen, Universal features of weight functions for cracks in mode I, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 40, No. 6, pp. 1135-1146, 1991.
- [19] X. Wang & S. B. Lambert, Stress intensity factors for low aspect ratio semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates subjected to nonuniform stresses, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 51, No. 4, pp. 517-532, 1995.
- [20] S. M. Nabavi, A. R. Shahani, Thermal stress intensity factors for a cracked cylinder under transient thermal loading, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 86, No. 2-3, pp. 153-163, 2009.

حاکمی از صحت تابع وزن استخراجی داشت. سپس با استخراج میدان تنش حاکم بر استوانه تحت بارهای مکانیکی و حرارتی و به‌کارگیری این تابع وزن، روابطی صریح برای ضریب شدت تنش در استوانه‌ای با نسبت شعاع به ضخامت 30 ارائه شد. این نسبت ابعاد از استوانه‌ها در سکوها‌های نیمه‌شناور حفاری نفت و گاز و همچنین در دودکش‌های مهار شعله‌ی چاه نفت و توربین‌ها کاربرد دارند. روابط صریح ضریب شدت تنش امکان بررسی رشد ترک و تخمین عمر این قطعات که تحت بارهای تکرار شونده است را فراهم می‌آورد. نتایج نشان داد در استوانه تحت بار مکانیکی و حرارتی بر سطح خارجی، ضریب شدت تنش بی‌بعد نقطه سطحی با افزایش نسبت بار و نسبت عمق افزایش می‌یابد. این در حالی است که در نقطه عمقی با افزایش نسبت بار میزان ضریب شدت تنش کاهش می‌یابد.

9- مراجع

- [1] X. B. Lin, R. A. Smith, Numerical analysis of fatigue growth of external Surface cracks in pressurized cylinders, *International Journal of pressure vessels & piping*, Vol. 71, No. 3, pp. 293-300, 1997.
- [2] H. J. Petroski and Achenbach, Computation of the weight function from a stress intensity factor, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 27, No. 6, pp. 697-715, 1987.
- [3] T. D. Liebster, G. Glinka, D.J. Burns, S. R. Mettu, Calculation stress intensity factors for internal circumferential cracks by using weight functions, *PVP-high pressure technology*, Vol. 281, No. 4, pp. 1-6, 1994.
- [4] X. J. Zheng, G. Glinka, R. Dubey, Calculation of stress intensity factors for semi-elliptical cracks in a thick-wall cylinder, *International Journal Press Vessel Piping*, Vol. 62, No. 3, pp. 62:249-58, 1995.
- [5] X. J. Zheng, A. Kiciak, G. Glinka, Weight function and stress intensity factors for internal surface crack semi-elliptical crack in thick-walled cylinder, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 69, No. 3, pp. 207-221, 1997.
- [6] H.-Y. Lee, Y.-W. Kim, b. I. Yun, Stress intensity factor solution for radial and circumferential cracks in hollow cylinders using indirect boundary integral, *International Journal of Pressure Vessel and Piping*, Vol. 69, No. 1, pp. 45-52, 1996.
- [7] I. V. Varfolomeyev L. Hodulak, Improved weight functions for infinitely long axial and circumferential cracks in a cylinder, *International Journal of Pressure Vessel and Piping*, Vol. 70, No. 2, pp. 103-109, 1997.