



## شبیه‌سازی عددی و بررسی سرعت و تغییر شکل حباب در کانال شیب‌دار با دو شیب متوالی به روش VOF-PLIC

محمدرضا انصاری<sup>1\*</sup>، ابراهیم سلیمی<sup>2</sup>، بابک حبیب پور<sup>2</sup>، پویان ادیبی<sup>3</sup>

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\*تهران، صندوق پستی 143-14115، mra\_1330@modares.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 دی 1392

پذیرش: 27 بهمن 1392

ارائه در سایت: 06 مهر 1393

کلید واژگان:

شبیه‌سازی عددی

حباب

کانال شیب‌دار

روش حجم سیال

### چکیده

در تحقیق حاضر، سرعت و تغییر شکل حباب هوا در مایع ساکن در شیب‌های مختلف و متوالی 5 تا 90 درجه نسبت به افق بررسی شده است. به این منظور، جریان دوفازی آب-هوا با استفاده از روش حجم سیال شبیه‌سازی عددی شده است. برای ردیابی سطح مشترک دوفاز از روش بازسازی سطح مشترک تکه‌ای خطی استفاده شده است. نیروی کشش سطحی با مدل نیروی سطحی پیوسته مدل‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که بیشینه سرعت حباب در زاویه 45 درجه می‌باشد که با نتایج محققان پیشین تطابق دارد. در ادامه، حرکت حباب در دو شیب متوالی در حالت‌های مختلف شبیه‌سازی شده است. در محل تغییر شیب، به دلیل حرکت مایع تحت نیروی گرانش، یک گردابه تشکیل می‌شود. این گردابه باعث تغییر شکل و سرعت حباب می‌شود. گردابه در تغییر شیب کم به زیاد، موجب پخ شدن نوک حباب و کاهش سرعت آن شده و در تغییر شیب زیاد به کم، موجب تیز شدن نوک حباب و افزایش سرعت آن می‌شود. بیشینه سرعت متوسط حرکت حباب در دو شیب متوالی با شیب اول 60 و شیب دوم 30 درجه به دست آمد.

## Numerical simulation and investigation of bubble velocity and deformation in inclined channel with two consecutive slopes using VOF-PLIC method

Mohammad Reza Ansari\*, Ebrahim Salimi, Babak Habib pour, Pouyan Adibi

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

\*P.O.B. 14115-143 Tehran, mra\_1330@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 12 January 2014  
Accepted 16 February 2014  
Available Online 28 September 2014

Keywords:  
Numerical Simulation  
Bubble  
Inclined Channel  
VOF Method

### ABSTRACT

In the present article, velocity and deformation of an air bubble have been considered in quiescent liquid at different consecutive slopes from 5 to 90 degrees in respect to horizontal condition. To establish these purposes, air-water two-phase flow has been simulated numerically by using volume of fluid method. The two-phase flow interface has been traced by using Piecewise Linear Interface Calculation (PLIC) method. Surface tension force was estimated by Continuum Surface Force (CSF) model. The simulation results show that maximum bubble velocity occurred at 45 degrees which is in agreement with the previous researchers result. Simulation of bubble movement was also continued to two consecutive slopes at different angles. At slope deviation location, a vortex was generated due to liquid movement governed by gravity forces. This vortex changes the bubble velocity as well as bubble shape. This vortex also reduces the bubble velocity and changes the bubble nose shape from sharp to flatten at deviation from low to high slope values. However, at deviations from high to low slope values, the bubble nose becomes more sharpened in addition to bubble velocity increase. The maximum average velocity of bubble movement at two consecutive slopes was obtained during the condition that the first and second slopes were set to 60 and 30 degrees, respectively.

همچون افزایش بازیافت نفت<sup>1</sup>، راکتورهای قطره‌ای بستر<sup>2</sup>، ساختارهای یکپارچه<sup>3</sup>، کاربردهای پزشکی و میکروسیستم‌های خنک‌کننده الکترونیکی

### 1- مقدمه

جریان صعود حباب در کانال پر شده از مایع کاربردهای وسیعی در صنایعی

1- Enhanced oil recovery  
2- Trickle-bed reactors  
3- Monolithic structures

Please cite this article using:

M. R. Ansari, E. Salimi, B. Habibpour, P. Adibi, Numerical simulation and investigation of bubble velocity and deformation in inclined channel with two consecutive slopes using VOF-PLIC method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 11, pp. 29-36, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

حباب‌ها به‌صورت عددی با روش لیتیس-بولتزمن<sup>6</sup> سرعت بیشینه حباب را در شیب 45 درجه گزارش کردند که با نتیجه زوکوسکی مطابقت دارد. با توجه به تحقیقات پیشین روی دینامیک حباب دیده می‌شود که تمرکز بیشتر بر مدل‌سازی جریان حباب در لوله‌های تک شیب بوده است. در اکثر نتایج، زاویه 45 درجه به‌عنوان زاویه بحرانی به‌دست آمده است. از آنجا که در خطوط لوله صنعتی، شیب‌های متوالی در مسیرهای فرآیندی وجود دارد، لذا در تحقیق حاضر، جریان حباب در دو شیب متوالی مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور، کد حلگر معادلات ناپویر-استوکس و روش حجم سیال به زبان فرترن نوشته شده است. جهت اعتبارسنجی شبیه‌سازی، ابتدا سرعت حد حباب در شیب‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته و زاویه بحرانی تعیین شده است. سپس کد برای شبیه‌سازی در دو شیب متوالی توسعه داده شده است.

## 2- شبیه‌سازی عددی

### 2-1- معادلات حاکم

در کار حاضر، از روش حجم سیال<sup>7</sup> برای شبیه‌سازی جریان دوفازی حرکت حباب در مایع استفاده شده است. در این روش علاوه بر حل معادلات پیوستگی و مومنوم، یک معادله جابه‌جایی برای کسر حجمی فاز مایع در هر سلول محاسباتی حل می‌شود. معادلات مورد استفاده برای جریان تراکم ناپذیر لزج به‌صورت روابط زیر است [13]:

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (1)$$

معادله مومنوم طبق رابطه (2):

$$\rho \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 V + F_s + F_g \quad (2)$$

معادله جابه‌جایی کسر حجمی فاز مایع طبق رابطه (3):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (CV) = 0 \quad (3)$$

چگالی دوفاز طبق رابطه (4):

$$\rho = C\rho_l + (1-C)\rho_g \quad (4)$$

لزجت دوفاز طبق رابطه (5):

$$\mu = C\mu_l + (1-C)\mu_g \quad (5)$$

C کسر حجمی است که یک پارامتر اسکالر می‌باشد و مقدار بین 0 تا 1 را به خود اختصاص می‌دهد. سلول‌هایی با مقدار  $0 < C < 1$  سطح مشترک مایع و گاز را تشکیل می‌دهد. چگالی و لزجت برای معادله مومنوم به‌ترتیب از روابط (4) و (5) به‌دست می‌آید.

نیروی کشش سطحی  $F_s$  در معادله مومنوم با استفاده از مدل نیروی سطحی پیوسته (CSF)<sup>8</sup> محاسبه می‌شود (رابطه 6).  $n$  و  $\kappa$  به‌ترتیب بردار نرمال سطح مشترک و انحناء سطح مشترک در هر سلول است (روابط 7 و 8) [14].

$$F_s = \sigma \kappa(x) n \quad (6)$$

$$n = \frac{\nabla C}{|\nabla C|} \quad (7)$$

$$\kappa(x) = \frac{1}{|\hat{n}|} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \cdot \hat{n} \right) - (\nabla \cdot \hat{n}) \right] \quad (8)$$

دارد [1]. درک مناسب از فیزیک صعود حباب ضروری است، به‌عنوان مثال حرکت حباب بر انتقال حرارت در فرآیندهای جوشش و افت ولتاژ در کاربردهای الکترولیتی تأثیر گذار است [2]. وجود و حرکت حباب در سیال مایع با توجه به نقش آن در اختلاط مایع به سبب حرکت حباب و گردابه ناشی از آن و همچنین نقش آن در انتقال حرارت داخل تجهیزات صنعتی حائز اهمیت است. روشن است که حرکت حباب در مایعات در جهت‌های غیرعمودی می‌تواند بر عملیات در انواع فرایندها تأثیرگذار باشد. جهت طراحی مناسب تجهیزات در فرایندها، نیاز به تعیین ویژگی‌های حرکت حباب در کانال شیب‌دار می‌باشد [3].

بررسی حرکت حباب در لوله و کانال شیب‌دار از دهه 1960 میلادی مورد تحقیق قرار گرفت. وایت و بدمور [4] در سال 1962 سرعت حرکت تک حباب هوا استوانه‌ای<sup>1</sup> را در سیالات گوناگونی در لوله با قطر 0/500 تا 3/87 سانتی‌متر مورد مطالعه قرار دادند. ایشان شیب کانال را یک پارامتر موثر بر سرعت حد حباب معرفی کردند. ایشان با بررسی اثر شیب در سرعت حد حباب برای شیب 0 تا 20 درجه نسبت به عمود دریافتند که با تغییر شیب از 0 تا 20 درجه نسبت به عمود، سرعت حد حباب افزایش می‌یابد.

اولین بررسی جامع از حرکت حباب در لوله‌های مایل توسط رانگ و والیس (1965) [5] در دامنه وسیعی از سیالات انجام شد. نتیجه این تحقیق معرفی زاویه 45 درجه به‌عنوان زاویه بحرانی سرعت حباب بود. زوکوسکی [6] با مطالعه رفتار حباب در داخل استون<sup>2</sup> و آب در لوله‌های شیب‌دار با قطر مختلف نشان داد که با افزایش شیب لوله از صفر تا 45 درجه، سرعت حباب افزایش می‌یابد و در ادامه با افزایش زاویه از 45 تا 90 درجه، سرعت حباب کاهش می‌یابد. در واقع زاویه 45 درجه یک زاویه بحرانی برای ایجاد بیشینه سرعت حباب می‌باشد. اسپدینگ و نگوین [7] با مطالعه تجربی صعود حباب در لوله با حجم‌های مختلف حباب، زاویه 35 درجه را زاویه بحرانی معرفی کردند. بندیکسن [8] با مطالعه تجربی حرکت حباب‌های طویل<sup>3</sup> در جریان مایع ساکن، زاویه بحرانی را در محدوده 30 الی 45 درجه نسبت به افق به‌دست آورد. حسن و کبیر [9] با بررسی جریان دوفازی گاز و نفت به‌صورت تجربی و مدل تحلیلی، سرعت بحرانی حباب‌های تیلور<sup>4</sup> را در زاویه حدود 50 درجه بدست آوردند. مکسورثی [10] حرکت حباب در زیر صفحه شیب‌دار را در رینولدزهای بالا مورد مطالعه قرار داد که نتایج آزمایشات او با نتایج زوکوسکی تطابق خوبی داشت. وی بیشینه سرعت حباب را در زاویه 50 درجه نسبت به افق گزارش داد. آلوز و همکاران [11] به‌صورت تجربی و تحلیلی سرعت حباب‌های کشیده شده<sup>5</sup> در لوله را مطالعه کردند. نتایج تجربی آن‌ها با نتایج زوکوسکی و بندیکسن مطابقت داشت.

رادمن و همکاران [2] به‌صورت عددی با روش حجم سیال، جریان آب و هوا در شیب‌های 2 و 4 درجه نسبت به افق و ارتفاع مقطع کانال 12، 30 و 48 میلی‌متر بررسی کردند. ایشان نشان دادند که سرعت و شکل حباب به اندازه حباب و ارتفاع مقطع کانال به‌شدت وابسته است. همچنین سرعت و شکل حباب به زاویه شیب، ضرایب لزجت و کشش سطحی وابستگی کمتری دارد. کوک و بهنیا [12] به‌صورت تجربی و عددی، حرکت حباب هوا در مایعات آب و اتیلن را مورد بررسی قرار دادند. ایشان نیز زاویه 45 درجه را زاویه بحرانی به‌دست آوردند که منطبق بر نتایج زوکوسکی بود. آمایپور و لی [1] با بررسی

1- Single cylindrical air bubble

2- Acetone

3- Long bubbles

4- Taylor bubbles

5- Elongated bubbles

6- Lattice Boltzmann method  
7- Volume Of Fluid (VOF)  
8- Continuum Surface Force (CSF)

## 2-2- روش VOF-PLIC

روش PLIC یک روش ردیابی سطح مشترک<sup>1</sup> است که معادله جابه‌جایی را به صورت صریح حل می‌کند. این روش اولین بار توسط یانگز [15] یک سال پس از روش حجم سیال دهنده-گیرنده<sup>2</sup> هرت و نیکولز [13] ارائه شد. اگر چه در سال‌های بعد بر همین مبنا روش‌های PLIC دیگر نیز معرفی شد ولی همچنان روش یانگز یکی از پرکاربردترین و دقیق‌ترین روش‌های حجم سیال است.

در این روش، ابتدا شار روی صفحات سلول با روش بادسو مرتبه یک برای تمام سلول‌ها محاسبه می‌شود. در سلول‌های سطح مشترک، نیاز به بازسازی سطح مشترک است. برای به دست آوردن شکل سطح مشترک در سلول، زاویه سطح مشترک با افق به صورت رابطه (9) محاسبه می‌شود.

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{n^x}{n^y} \right) \quad (-\pi < \beta \leq \pi) \quad (9)$$

به منظور دسته‌بندی مناسب سطح مشترک‌های مختلف، زاویه آلفا به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود که مقداری بین صفر تا  $\frac{\pi}{2}$  دارد.

$$\alpha = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - |\beta| & \text{for } (n^x \cdot n^y \geq 0) \\ |\beta| & \text{for } (n^x \cdot n^y \leq 0) \end{cases} \quad (10)$$

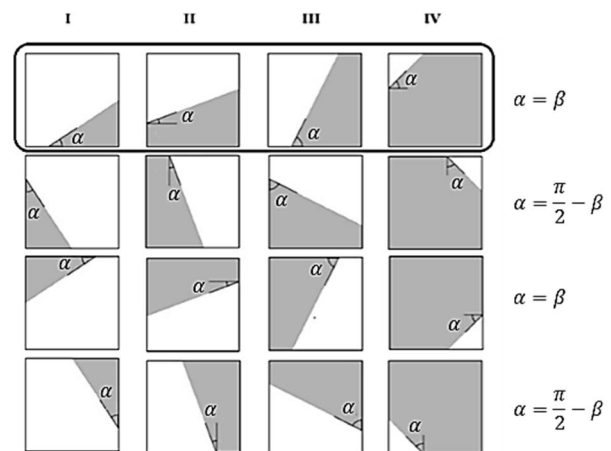
بردار نرمال سطح مشترک هر سلول از روابط (11) و (12) به دست می‌آید.

$$n_{i,j}^x = -\frac{1}{\delta x} (C_{i+1,j+1} + 2C_{i+1,j} + C_{i+1,j-1} - C_{i-1,j+1} - 2C_{i-1,j} - C_{i-1,j-1}) \quad (11)$$

$$n_{i,j}^y = -\frac{1}{\delta y} (C_{i+1,j+1} + 2C_{i,j+1} + C_{i-1,j+1} - C_{i+1,j-1} - 2C_{i,j-1} - C_{i-1,j-1}) \quad (12)$$

برای بازسازی سطح مشترک با خط مورب با توجه به زاویه آلفا محاسبه شده، چهار حالت به دست می‌آید (در اصل 16 حالت وجود دارد که با چرخاندن سلول به 4 حالت ختم می‌شود (شکل 1)).

با توجه به مقدار آلفا و مقدار تابع رنگ هر سلول، یکی از چهار حالت طبق الگوریتم زیر انتخاب می‌شود [16].



شکل 1 حالت‌های بازسازی سطح مشترک در روش PLIC

اگر  $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}$  باشد:

برای وقتی که  $0 \leq C \leq \frac{1}{2} \tan \alpha$  است، حالت اول انتخاب شود.

برای وقتی که  $\frac{1}{2} \tan \alpha \leq C \leq 1 - \frac{1}{2} \tan \alpha$  است، حالت دوم انتخاب شود.

برای وقتی که  $1 - \frac{1}{2} \tan \alpha \leq C \leq 1$  است، حالت چهارم انتخاب شود.

و در غیر این صورت اگر  $\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$  باشد:

برای وقتی که  $0 \leq C \leq \frac{1}{2} \cot \alpha$  است، حالت اول انتخاب شود.

برای وقتی که  $\frac{1}{2} \cot \alpha \leq C \leq 1 - \frac{1}{2} \cot \alpha$  است، حالت سوم انتخاب شود.

برای وقتی که  $1 - \frac{1}{2} \cot \alpha \leq C \leq 1$  است، حالت چهارم انتخاب شود. رادمن [16] برای چهار حالت سطح مشترک، جدولی را برای محاسبه شارها ارائه داده است. بعد از محاسبه شار روی سطوح سلول‌ها، معادله جابه‌جایی تابع رنگ حل می‌شود. این معادله به صورت روابط (13) تا (15) گسسته‌سازی شده است.

$$C_{i,j}^{n+1} = C_{i,j}^n - \frac{C_{i+1/2,j}^n u_{i+1/2,j}^n \Delta t - C_{i-1/2,j}^n u_{i-1/2,j}^n \Delta t}{\Delta x} - \frac{C_{i,j+1/2}^n v_{i,j+1/2}^n \Delta t - C_{i,j-1/2}^n v_{i,j-1/2}^n \Delta t}{\Delta y} \quad (13)$$

$$C_{i,j}^{n+1} = C_{i,j}^n - \frac{F_{i+1/2,j}^n - F_{i-1/2,j}^n}{\Delta x} - \frac{F_{i,j+1/2}^n - F_{i,j-1/2}^n}{\Delta y} \quad (14)$$

$$F = UC \Delta t \quad (15)$$

سلول‌هایی که مقدار تابع رنگ در آن بزرگ‌تر از یک است به یک و سلول‌هایی که مقدار تابع رنگ کمتر از صفر دارند به صفر تغییر داده می‌شود. این عمل برای جلوگیری از به وجود آمدن ناپایداری عددی در سطح مشترک است [13].

در انتها پس از حل معادله جابه‌جایی کسر حجمی، مقدار چگالی و لزجت دوفازی برای استفاده در معادلات ناویراستوکس از روابط 4 و 5 محاسبه می‌شود.

## 2-3- هندسه و شرایط مرزی

به منظور بررسی حرکت حباب در دو شیب متوالی، کانالی به طول 2 متر که 1 متر اول تحت گرانش  $g_1$  و 1 متر دوم تحت گرانش  $g_2$  قرار دارد، در نظر گرفته شده است (شکل 2). به عبارت دیگر، دو قسمت کانال، نشان‌دهنده دو شیب مختلف می‌باشد. این راه‌کار در مرجع [17] برای شبیه‌سازی جریان دوفازی در سیستم لوله-رایزر<sup>3</sup> از شیب صفر به شیب 90 درجه نیز مورد استفاده قرار گرفته است.

برای بررسی حرکت حباب در دو شیب، زاویه شیب اول 5، 15، 30، 45، 60 و 75 درجه و زاویه شیب دوم 5، 15، 30، 45، 60، 75 و 90 درجه در نظر

گرفته شده است که جمعا 42 حالت مورد بررسی قرار گرفته است. شرط مرزی دیواره، شرط عدم لغزش برای تمام مرزها می‌باشد. در لحظه صفر، یک حباب به شکل اولیه مستطیلی در سمت چپ میدان در نظر گرفته شده است.

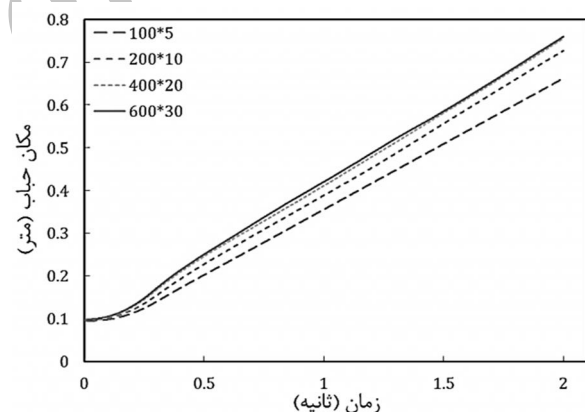
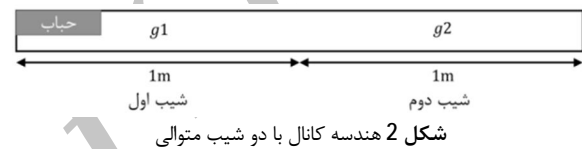
4-2- استقلال حل از شبکه

به منظور بررسی استقلال حل از شبکه، مکان صعود حباب بر حسب زمان برای شیب 5 درجه در شکل 3 رسم شده است. با توجه به نتایج به دست آمده، شبکه 400 در 20 انتخاب می‌شود.

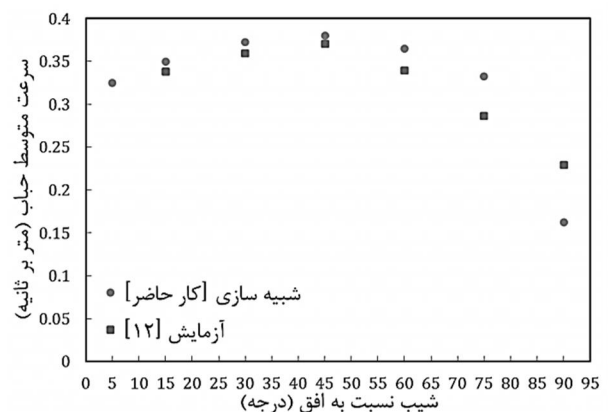
### 3- نتایج و بحث

#### 1-3- سرعت حباب در تک شیب

ابتدا برای راست آزمایی، سرعت متوسط صعود حباب برای شیب‌های مختلف با نتایج آزمایش که در مرجع [12] ارائه شده مقایسه می‌شود (شکل 4). سرعت حباب با افزایش شیب از 0 تا 45 درجه افزایش و سپس با افزایش شیب از 45 تا 90 درجه کاهش می‌یابد. در شبیه‌سازی نیز همین رفتار برای حباب در شیب مشاهده می‌شود.



شکل 3 استقلال حل از شبکه برای مکان مرکز جرم حباب در شیب 5 درجه

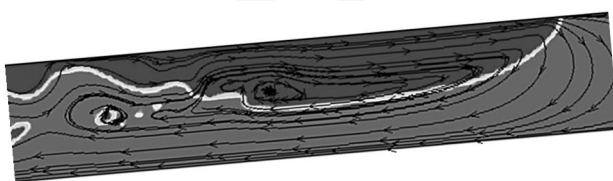


در شکل 6 خطوط جریان فازهای آب و هوا نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که خطوط جریان داخل حباب تیلور در طول کانال به سمت بالا حرکت کرده و با یک چرخش در جلوی حباب، در فیلم مایع به سمت پایین کانال حرکت می‌کند. در پشت حباب و در پرش هیدرولیکی به دلیل وجود گردابه، چرخش مشاهده می‌شود. طرحواره این پدیده در شکل 7 نشان داده شده است.

در شکل 6 مبدأ مختصات بر روی کانال قرار دارد و در حقیقت نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای ناظر بیرونی کانال می‌باشد. به منظور مشاهده چرخش جریان داخل حباب تیلور بایستی مبدأ مختصات بر روی حباب باشد. از این رو مولفه سرعت حباب در طول کانال از سرعت حد حباب در هر لحظه از زمان، کم می‌شود [18]. با اینکار بردارهای سرعت نسبت به حباب محاسبه می‌شود. به بیان دیگر حباب ثابت است و مایع به طرف آن حرکت می‌کند. در شکل 8 با تغییر مبدأ مختصات از کانال به حباب، خطوط جریان رسم شده است. مشاهده می‌شود که آب به سمت پایین حرکت کرده و خطوط جریان آب بر سطح حباب مماس شده است. خطوط جریان داخل حباب، چرخش هوا را به خوبی نشان می‌دهد.



شکل 5 اجزا تشکیل دهنده حباب تیلور در شیب 5 درجه

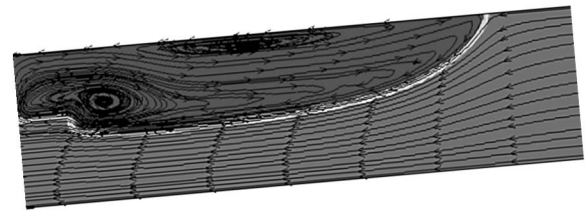
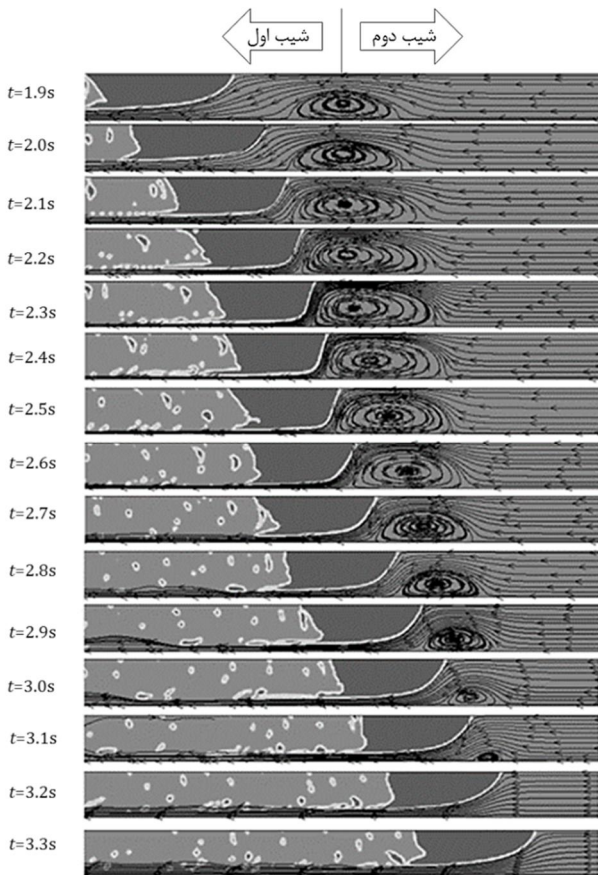


شکل 6 خطوط جریان برای حرکت حباب تیلور در کانال شیب‌دار



شکل 7 طرحواره حرکت آب و هوا در صعود حباب تیلور در کانال شیب‌دار

1- Nose  
2- Body  
3- Hydraulic jump



شکل 8 خطوط جریان برای حرکت حباب تیلور در کانال شیب‌دار

### 2-3- بررسی حرکت حباب از شیب کم به زیاد

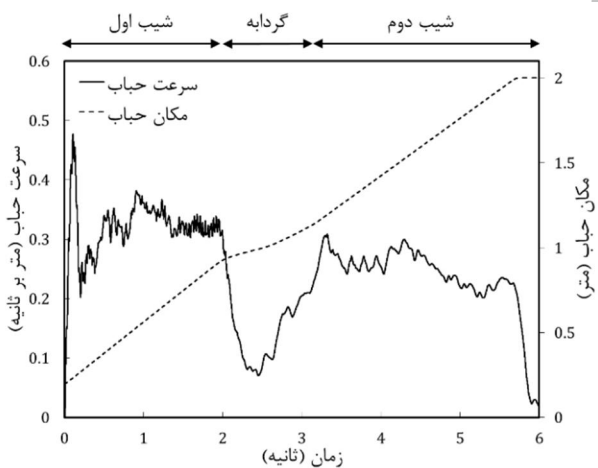
طرحواره حرکت حباب از شیب کم به زیاد در شکل 9 رسم شده است. در این هندسه به علت حرکت حباب به سمت بالا تحت نیروی شناوری و در جهت مقابل آن حرکت آب به سمت پایین تحت نیروی گرانش، در محل زانویی یک گردابه در سطح پایینی کانال تشکیل می‌شود. چرخش گردابه پادساعت‌گرد می‌باشد که این به دلیل حرکت آب از بالای گردابه و به سمت پایین کانال است.

با توجه به چرخش پادساعت‌گرد گردابه، هنگام عبور حباب از شیب کم به زیاد، گردابه نقش مانع در مقابل حرکت حباب خواهد داشت. بنابراین گردابه باعث پخ شدن نوک حباب و کاهش سرعت آن می‌شود. به عنوان نمونه حرکت حباب از شیب 60 به 75 درجه در زمان‌های مختلف و در مکان 0/7 تا 1/2 متری کانال در شکل 10 رسم شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود در زمان 1/9 ثانیه حباب در شیب 60 درجه است. در این زمان یک گردابه در مکان 1 متر در سطح پایینی کانال با چرخش پادساعت‌گرد ایجاد شده است. با نزدیک شدن حباب به گردابه، شکل حباب پخ شده و طول آن کاهش می‌یابد. سپس حباب با هل دادن گردابه به سمت بالا حرکت خود را ادامه می‌دهد (زمان 2 تا 2/5 ثانیه). گردابه کم‌کم به داخل شیب دوم هل داده شده و توسط حرکت حباب مضمحل می‌شود (زمان 2/6 تا 3/1 ثانیه).

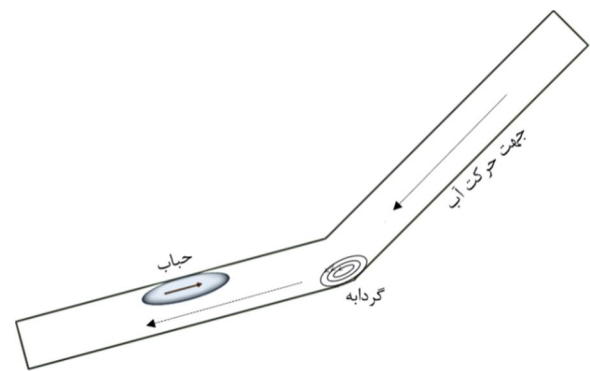
در شکل 11 مکان و سرعت مرکز جرم حباب برحسب زمان در شیب‌های اول و دوم به ترتیب 60 و 75 درجه رسم شده است. مشاهده می‌شود در مکان 1 متر در محل گردابه یک کمینه سرعت در نمودار سرعت حباب رخ می‌دهد. تاثیر شیب دوم بر اندازه گردابه تشکیل شده در شکل 12 دیده می‌شود. در این شکل، گردابه تشکیل شده در زمان 2 ثانیه و مکان 0/8 تا 1/2 متر برای شیب اول 15 درجه و شیب دوم 5 تا 90 درجه رسم شده است. می‌توان گفت گردابه تشکیل شده، با افزایش اختلاف دو شیب، بزرگ‌تر می‌شود.

شکل 10 حرکت حباب از شیب 60 به 75 درجه و تشکیل گردابه در سطح پایینی کانال

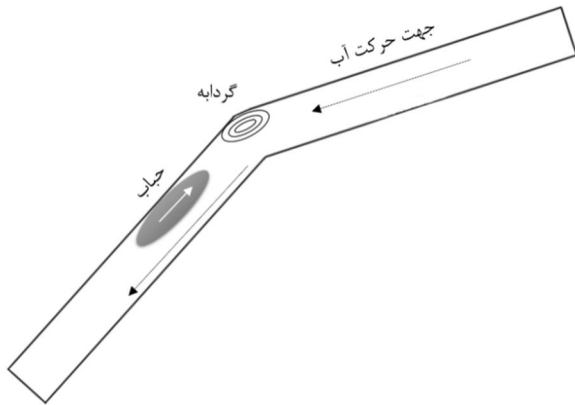


شکل 11 نمودار مکان و سرعت مرکز جرم حباب برحسب زمان از شیب 60 به 75 درجه

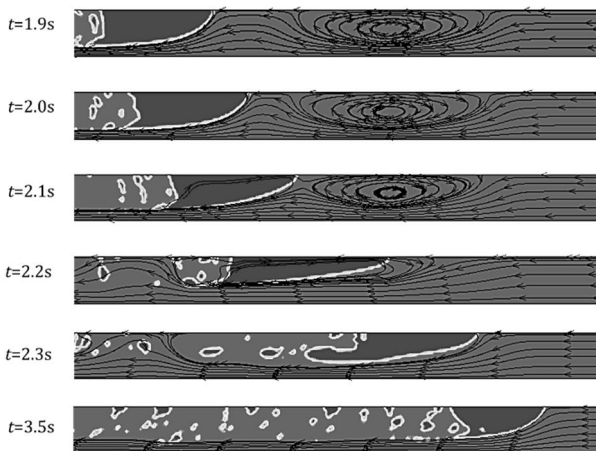
شکل نوک حباب در زمان 2 ثانیه هنگام عبور حباب از شیب 15 درجه به 45، 60، 75 و 90 درجه رسم شده است (شکل 13). مشاهده می‌شود با افزایش شیب دوم، نوک حباب پخ‌تر شده است. پدیده حاضر به این دلیل است که با افزایش شیب دوم، گردابه تشکیل شده بزرگ‌تر بوده و مانع قوی‌تری در مقابل حرکت حباب محسوب می‌شود. در زوایای شیب دوم 5، 15، 30 و 45 درجه به دلیل کوچک بودن گردابه، نوک حباب تغییر زیادی نکرده است.



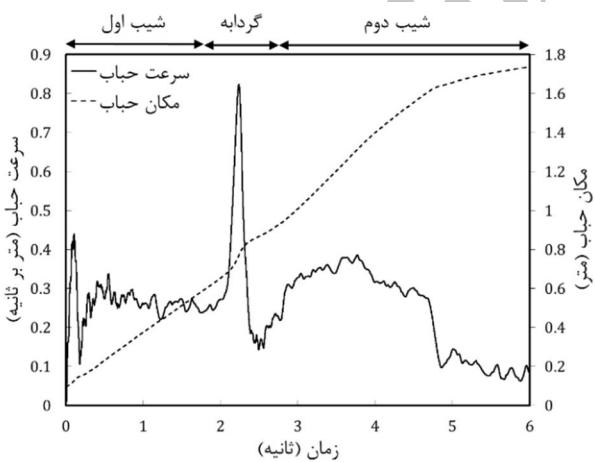
شکل 9 طرحواره حرکت حباب از شیب کم به زیاد و تشکیل گردابه در سطح پایینی کانال



شکل 14 طرحواره حرکت حباب از شیب زیاد به کم و تشکیل گردابه در سطح فوقانی کانال



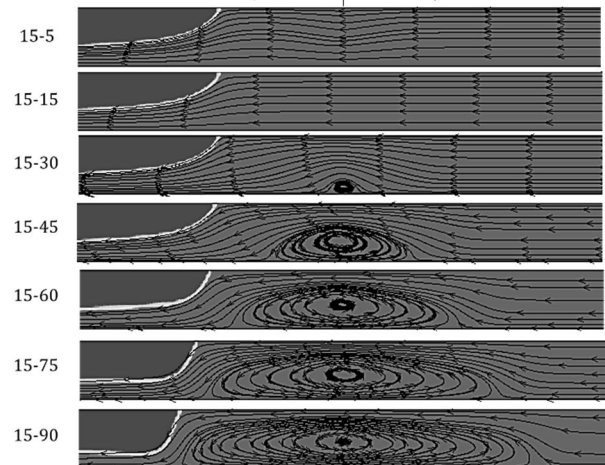
شکل 15 حرکت حباب از شیب 75 به 45 درجه و تشکیل گردابه در سطح فوقانی کانال



شکل 16 نمودار مکان و سرعت مرکز جرم حباب برحسب زمان از شیب 75 به 45 درجه

#### 3-4- سرعت بیشینه حباب در دو شیب متوالی

در قسمت 3-1 با شبیه‌سازی حرکت حباب در کانال شیب‌دار با زوایای مختلف، سرعت بیشینه حباب در زاویه 45 درجه به دست آمد. در حرکت حباب در دو شیب متوالی، انتظار می‌رود در شیب‌های اول و دوم به ترتیب 45 و 42 درجه بیشینه سرعت رخ دهد. اما با رسم سرعت متوسط حباب در



شکل 12 گردابه تشکیل شده در شیب اول 15 درجه و شیب‌های دوم مختلف،  $t=2s$



شکل 13 شکل نوک حباب، شیب اول 15 درجه و شیب‌های دوم 45 تا 90 درجه

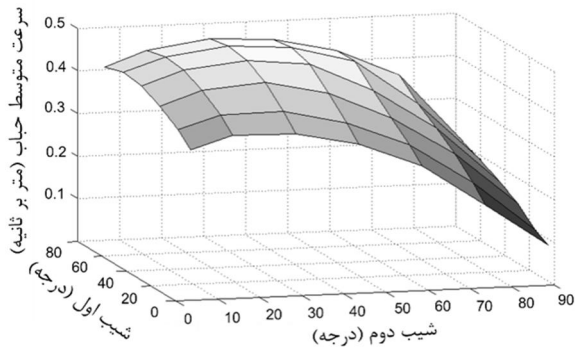
#### 3-3- بررسی حرکت حباب از شیب زیاد به کم

طرحواره حرکت حباب از شیب زیاد به کم در شکل 14 رسم شده است. در تغییر شیب از زیاد به کم، در محل زانویی به علت حرکت حباب به سمت بالا تحت نیروی شناوری و در جهت مقابل آن حرکت آب به سمت پایین تحت نیروی گرانش، یک گردابه در سطح بالایی کانال تشکیل می‌شود. به دلیل حرکت آب از پایین گردابه به سمت پایین کانال، جهت چرخش گردابه، ساعتگرد می‌باشد.

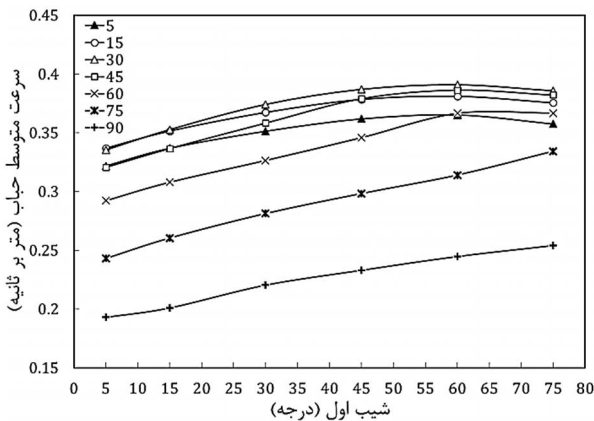
در این هندسه، هنگام عبور از شیب زیاد به کم به این دلیل که چرخش ساعتگرد گردابه در جهت حرکت حباب می‌باشد، با نزدیک شدن حباب به گردابه، گردابه حباب را به درون خود کشیده و موجب تیز شدن نوک حباب و افزایش سرعت آن می‌شود.

به عنوان نمونه حرکت حباب از شیب 75 به 45 درجه در زمان‌های مختلف و در مکان 0/7 تا 1/2 متری کانال در شکل 15 رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در زمان 1/9 ثانیه حباب در شیب 75 درجه است. در این زمان یک گردابه در مکان 1 متر در سطح فوقانی کانال با چرخش ساعتگرد ایجاد شده است. با صعود حباب در زمان 2/1 ثانیه حباب به گردابه می‌رسد. مشاهده می‌شود که در اینجا حباب به درون گردابه کشیده شده است. در زمان 2/2 ثانیه حباب کاملاً به درون گردابه کشیده شده و تیزشدگی نوک حباب به خوبی قابل مشاهده است. در زمان 2/3 ثانیه حباب از شیب 75 به 45 وارد می‌شود. در زمان 3/5 ثانیه حباب در شیب 45 درجه در حال صعود می‌باشد.

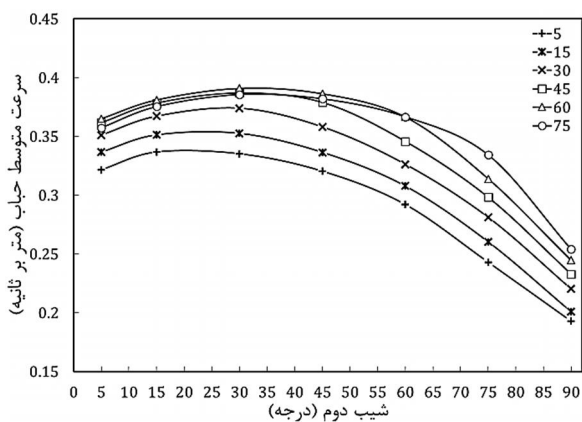
در شکل 16 مکان و سرعت مرکز جرم حباب برحسب زمان در شیب‌های اول و دوم به ترتیب 75 و 45 درجه رسم شده است. مشاهده می‌شود در مکان 1 متر در محل گردابه یک بیشینه سرعت در نمودار سرعت حباب رخ می‌دهد که مطابق با آن در نمودار مکان مرکز جرم حباب نیز افزایش سرعت مشاهده می‌شود.



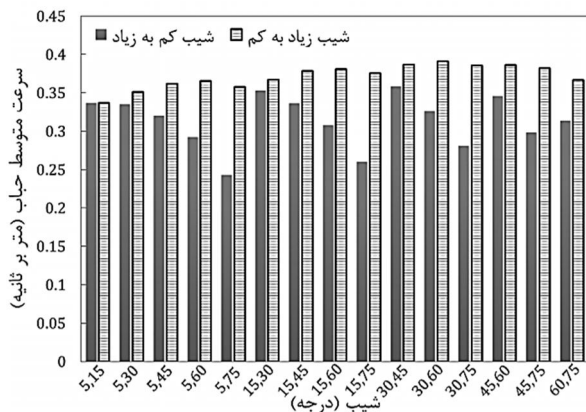
شکل 17 نمودار سرعت متوسط حباب در دو شیب برحسب شیب اول و دوم



شکل 18 نمودار سرعت متوسط حباب در کانال با دو شیب برحسب شیب اول



شکل 19 نمودار سرعت متوسط حباب در دو شیب برحسب شیب دوم



شکل 20 نمودار میله‌ای سرعت متوسط حباب در دو شیب متوالی برای شیب‌های مختلف در دو حالت شیب زیاد به کم و شیب کم به زیاد

حالت مورد بررسی، مشاهده می‌شود که بیشینه سرعت در حالت شیب اول 60 و شیب دوم 30 درجه رخ می‌دهد (شکل 17). این پدیده به دلیل نقش گردابه در زانویی کانال رخ می‌دهد. همان‌طور که پیش از این بیان شد؛ در تغییر شیب کانال از زیاد به کم، گردابه ایجاد شده موجب سرعت گرفتن حباب می‌شود.

در شکل 18 نمودار سرعت متوسط حباب در دو شیب برحسب زاویه شیب اول رسم شده است. هر منحنی نشان‌دهنده شیب دوم ثابت می‌باشد. زمانی که شیب دوم 60، 75 و 90 درجه باشد، سرعت حباب نسبت مستقیم با شیب اول دارد. در چهار شیب دوم (15، 30، 45 و 60 درجه) سرعت حباب در شیب اول 60 درجه بیشینه است. همچنین مشاهده می‌شود بیشینه سرعت حباب در تمام زوایای شیب اول هنگامی است که شیب دوم 30 درجه باشد.

در شکل 19 نمودار سرعت متوسط حباب در دو شیب برحسب زاویه شیب دوم رسم شده است. هر منحنی نشان‌دهنده شیب اول ثابت می‌باشد. در تمام زوایای شیب اول، کمینه سرعت هنگامی است که شیب دوم 90 درجه باشد. سرعت حباب در شیب اول 5 و 15 درجه وقتی بیشینه است که زاویه شیب دوم 15 درجه باشد. سرعت حباب در شیب اول 30، 45، 60 و 75 وقتی بیشینه است که زاویه شیب دوم 30 درجه باشد. در هر دو شکل 18 و 19 مشاهده می‌شود که بیشینه سرعت مربوط به دو شیب برای حالت شیب اول 60 و شیب دوم 30 درجه می‌باشد.

در شکل 20 سرعت متوسط دو شیب برای شیب‌های مختلف در دو حالت شیب کم به زیاد و شیب زیاد به کم رسم شده است. محور افقی مربوط به ترکیب دو شیب متوالی می‌باشد. به عنوان مثال، برای ترکیب شیب 5 و 75 درجه، سرعت متوسط حباب در حالت تغییر شیب از 5 به 75 کمتر از تغییر شیب از 75 به 5 درجه می‌باشد. بنابراین در تمام شیب‌ها، سرعت حباب در حالتی که تغییر شیب از زیاد به کم باشد بیشتر از حالتی است که تغییر شیب از کم به زیاد باشد. دلیل این رخداد با توجه به نتایج بیان شده، مربوط به تشکیل گردابه در بین دو شیب است. با تغییر شیب از زیاد به کم، گردابه موجب سرعت یافتن حباب و در حالت تغییر شیب از کم به زیاد، گردابه موجب کاهش سرعت حباب می‌شود.

#### 4- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، با استفاده از روش حجم سیال، حرکت حباب در کانال شیب‌دار با شیب‌های مختلف و متوالی بررسی شد. زاویه بحرانی شیب کانال در حالت تک شیب 45 درجه به دست آمد که با نتایج محققان پیشین مطابقت دارد. زاویه بحرانی برای دو شیب متوالی، زاویه اول 60 و زاویه دوم 30 درجه به دست آمد. در دو شیب متوالی به دلیل حرکت مایع، یک گردابه در محل تغییر شیب رخ می‌دهد. حباب در حالت شیب کم به زیاد دچار کاهش سرعت در محل تغییر شیب شده و نوک حباب پخ می‌شود. در حالی که سرعت حباب در حالت شیب زیاد به کم افزایش می‌یابد. در کانال با دو شیب متوالی، سرعت متوسط حباب در حالت شیب زیاد به کم، همواره بیشتر از شیب کم به زیاد است.

## 5- علائم

- $C$  کسر حجمی مایع  
 $F_g$  نیروی گرانش (N)  
 $F_s$  نیروی کشش سطحی (N)  
 $G$  شتاب گرانش ( $m/s^2$ )  
 $n$  بردار نرمال سطح مشترک  
 $P$  فشار (Pa)  
 $t$  زمان (s)  
 $U$  مقدار سرعت ( $m/s$ )  
 $u$  سرعت افقی ( $m/s$ )  
 $v$  بردار سرعت ( $m/s$ )  
 $V$  سرعت عمودی ( $m/s$ )

## علائم یونانی

- $\alpha$  زاویه سطح مشترک دوفاز در روش PLIC (rad)  
 $\beta$  زاویه سطح مشترک دوفاز با افق (rad)  
 $\kappa(x)$  انحناى سطح مشترک  
 $\mu$  لزجت سیال ( $kg/m.s$ )  
 $\rho$  چگالی سیال ( $kg/m^3$ )  
 $\sigma$  ضریب کشش سطحی ( $N/m^3$ )

## بالانویس‌ها

- $n$  زمان  $n$  ام  
 $x$  راستای افقی  
 $y$  راستای عمودی

## زیرنویس‌ها

- $g$  گاز  
 $i$  سلول  $i$  ام  
 $j$  سلول  $j$  ام  
 $l$  مایع

## 6- مراجع

- [1] L. Amaya-Bower, T. Lee, Numerical simulation of single bubble rising in vertical and inclined square channel using lattice boltzmann method, *Chemical Engineering Science*, Vol. 66, pp. 935-952, 2011.
- [2] M. J. Rudman, H. M. Blackburn, J. Merrell, Bubble rise in an inclined channel, *International Conference on CFD in Mineral & Metal Processing and Power Generation*, Melbourne, Australia, pp. 307-312, 1997.
- [3] C. C. Maneri, N. Zuber, An experimental study of plane bubbles rising at inclination, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 1, pp. 623-645, 1974.
- [4] E. T. White, R. H. Beardmore, The velocity of rise of single cylindrical air bubbles through liquids contained in vertical tubes, *Chemical Engineering Science*, Vol. 17, pp. 351-361, 1962.
- [5] D. E. Runge, G. B. Wallis, *The Rise Velocity of Cylindrical Bubbles in Inclined Tubes*, AEC Report, No. NYO-3114-8, 1965.
- [6] E. E. Zukoski, Influence of viscosity, surface tension, and inclination angle on the motion of long bubbles in closed tubes, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 25, pp. 821-837, 1966.
- [7] P. L. Spedding, V. T. Nguyen, Bubble rise and liquid content in horizontal and inclined tubes, *Chemical Engineering Science*, Vol. 33, pp. 987-994, 1978.
- [8] H. K. Bendiksen, An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 10, No. 4, pp. 467-483, 1984.
- [9] A. R. Hasan, C. S. Kabir, *Predicting Multiphase Flow Behavior in a Deviated Well*, SPEPE 474, November 1988.
- [10] T. Maxworthy, Bubble rise under an inclined plate, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 229, pp. 659-674, 1991.
- [11] I. N. Alves, O. Shoham, Y. Taitel, Drift velocity of elongated bubbles in inclined pipes, *Chemical Engineering Science*, Vol. 48, pp. 3063-3070, 1993.
- [12] M. Cook, M. Behnia, Bubble motion during inclined intermittent flow, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 22, No. 5, pp. 543-551, 2001.
- [13] C. W. Hirt, B. D. Nichols, Volume Of Fluid (VOF) methods for the dynamics of free boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, pp. 201-225, 1981.
- [14] J. U. Brackbill, D. B. Kothe and C. Zemach, A continuum method for modelling surface tension, *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, pp. 335-354, 1992.
- [15] D. L. Youngs, Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion, K. W. Morton and M. J. Baines (eds), *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Academic press, New York, pp. 273-285, 1982.
- [16] M. Rudman, Volume-tracking methods for interfacial flow calculations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 24, pp. 671-691, 1997.
- [17] M. O. Bay, *Development of Transient One-Dimensional Solver for Severe Slugging Simulation*, Master Thesis, Oil and Gas Technology, Aalborg University Esbjerg, Denmark, 2008.
- [18] M. R. Ansari, M. E. Nimvari, Bubble viscosity effect on internal circulation within the bubble rising due to buoyancy using the level set method, *Annals of Nuclear Energy*, Vol. 38, pp. 2770-2778, 2011.