



ایجاد سطوح نرم بی-اسپلاین از طریق بهبود آرایش نقاط داده

سیدفرهاد حسینی¹، بهنام معتکف ایمانی^{2*}، سعید حدیدی مود³

1- دانشجوی دکتری، گروه مکانیک دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد

2- استاد، گروه مکانیک دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد

3- استادیار، گروه مکانیک دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد

*مشهد، صندوق پستی 9177948974، imani@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 18 اردیبهشت 1393

پذیرش: 03 خرداد 1393

ارائه در سایت: 12 مهر 1393

کلید واژگان:

منحنی بی-اسپلاین

سطح بی-اسپلاین

لافتینگ

بردار گرهی مشترک

چکیده

نیاز به ایجاد سطوح پیچیده تر در طراحی به کمک کامپیوتر، سبب انگیزش به سوی روش‌هایی شده است که سطوحی نرم تر و خوشایندتر تولید کنند. در این پژوهش از یک روش جدید در سازگارسازی منحنی‌های مقطع جهت انجام فرآیند برازش سطح به مقاطع معین یا لافتینگ ارائه شده است. در این روش توزیع نقاط داده مقطع و بردار گرهی پایه جهت رسیدن به سطح مطلوب بهبود می‌یابد. در فرآیند سازگارسازی ابتدا می‌بایست درجه منحنی‌های مقطع و بردارهای گرهی متناظر پیش از انجام فرآیند لافتینگ یکسان شوند. بر اساس الگوریتم پیشنهاد شده در این پژوهش در حین اجراء فرآیند سازگارسازی سطحی نرم و هموار بدست می‌آید که می‌تواند در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند مهندسی معکوس، مهندسی پزشکی، کنترل کیفیت و غیره مورد استفاده قرار گیرد. منبای این روش بهبود در چیدمان نقاط داده و اصلاح پارامترهای متناظر آن نقاط است. به قسمی که در فرآیند تکرار، چیدمان نقاط داده اصلاح شده تا در انتها بردارهای گرهی یکسان برای کل مقاطع حاصل شود. روش بر روی چند مثال کاربردی پیاده‌سازی و کارایی آن صحت‌گذاری شده است. همچنین میزان انحراف نقاط داده نهایی از حالت اولیه منحنی مقطع توسط روش توانمند هاسدورف تحلیل شده است. لازم به ذکر است که سطوح بدست آمده از نظر کیفیت بصری نیز بسیار خوشایندتر به نظر می‌رسند. همچنین جهت اثبات ادعای دستیابی به سطوح نرم‌تر با تغییرات انحنای کمتر در راستاهای اصلی، از پارامتر کمی کمترین تغییرات انحنا استفاده شده است. در انتها نمونه‌ای از کاربرد روش در مدل‌سازی ناحیه ریشه پره توربین بادی آورده شده است.

Construction of smooth B-spline surfaces based on improving data point distribution

Seyed Farhad Hosseini, Behnam Moetakef Imani*, Saeid Hadidi Moud

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran.

*P.O.B. 9177948974 Mashhad, Iran, imani@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 08 May 2014
Accepted 24 May 2014
Available Online 04 October 2014

Keywords:
B-spline curve
B-spline surface
Lofting
Common knot vector

ABSTRACT

The need for complex surfaces in CAD motivates researchers for methods which can produce smooth and visually pleasing surfaces. In this research, a new method is presented for creating compatible cross-sectional curves for surface fitting to certain sections or lofting. In this method, the distribution of sections' data points along with basis knot vectors are improved in order to reach a desired smooth surface. In compatibility process, the section curves' degrees and their knot vectors must be set equal before implementing lofting process. Based on proposed algorithm, in this research, the constructed smooth and faired surfaces can be used in many engineering applications such as reverse engineering, biomedical engineering, quality control, etc. The main focus of the method is improvement of data points' distributions and their assigned parameters in a way that by a few iterations, data points' distribution are improved in order to reach a common knot vector for all cross-sectional curves. The method is implemented on some benchmarking examples and its efficiency are confirmed. In addition, the amount of final data points' deviation from the initial section curve is analyzed using the vigorous Hausdorff method. It is worth mentioning that the quality of obtained final surface is visually pleasing. In order to quantitatively confirm that the proposed method will result in smooth and fair surfaces, MVS is used. Finally the application of the method in modeling the root joint zone of a wind turbine blade is presented.

1- مقدمه

و الگوریتم‌های بهینه‌سازی را بر روی آن‌ها پیاده‌سازی کرد. بدیهی است که تحلیل یک مدل مجازی و انجام تغییرات بر روی آن بسیار سریع‌تر و آسان‌تر است و نقش مهمی در کاهش هزینه‌ها ایفا می‌کند. طراحی‌های مرتبط با تولید سیستم‌های پیشرفته مانند هواپیماها [2,1]، کشتی‌ها [4,3]، توربین‌ها

مدل‌سازی هندسی، امروزه، به‌عنوان یک ابزار قدرتمند، در صنایع مختلف تبدیل شده است. تقریباً تمام محصولات مهم و حساس پیش از تولید مدل‌سازی می‌شوند تا بتوان حالات مختلف طراحی، انجام تحلیل‌های مختلف

Please cite this article using:

S. F. Hosseini, B. Moetakef Imani, S. Hadidi Moud, Construction of smooth B-spline surfaces based on improving data point distribution, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 27-36, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.sti.ir

در روش اول، که روش دقیق¹⁰ نام دارد، با گرفتن اجتماع از تمامی بردارهای گرهی منحنی‌ها، بردار گرهی مشترک تعریف و سپس فرآیند جایگذاری گره¹¹ بر روی هر منحنی برای هر گره غیرمشترک با بردار گرهی مشترک انجام می‌پذیرد [9]. با انجام این فرآیند، شکل ظاهری منحنی‌ها هیچ‌گونه تغییری نمی‌کند و روش کاملاً دقیق است، ولی، با افزایش تعداد گره‌های هر منحنی، تعداد نقاط کنترل آن نیز اضافه شده و محاسبات بسیار زیادی برای تولید سطح لازم است. اگر میانگین تعداد نقاط کنترل منحنی‌های مقاطع را n در نظر گرفته و K منحنی مقطع وجود داشته باشد، بعد از انجام فرآیند سازگارسازی به روش دقیق، تعداد نقاط کنترل از درجه $O(k^2n)$ خواهد بود [11]. لذا، با افزایش تعداد مقاطع، این روش عملاً با محدودیت‌های زیادی روبه‌رو می‌شود. جهت رفع این مشکل از روش‌های تقریبی استفاده می‌شود که در آنها منحنی‌ها پس از فرآیند سازگاری دقیقاً منحنی‌های قبل نیستند، بلکه تقریب قابل قبولی از آنها هستند [12-20]. بدین منظور پارک [14] ابتدا یک بردار گرهی مشترک با تعداد گره کمتر در نظر گرفته (که طبیعتاً در گام اول برای همه منحنی‌های مقاطع مناسب نیست) و سپس گام به گام تعداد گره‌ها در بردار گرهی مشترک را افزایش می‌دهد تا پارامتر انرژی کرنشی منحنی مقطع کمینه شود. همچنین، تیلر و پیگل [20] به گره‌های درون بردار گرهی مشترک (که همان‌طور که پیشتر عنوان شد از اجتماع گره‌های اولیه هر مقطع به دست آمده است) نوعی انعطاف داده و سعی کردند گره‌های غیرضرور را حذف کنند. همچنین، یانگ و ژنگ [21] از خواص تی-اسپلاین‌ها برای غلبه بر مسئله سازگاری استفاده کرده‌اند. روش دیگری که در حوزه روش‌های تقریبی قرار می‌گیرد روش نمونه‌گیری¹² از منحنی است [22, 20]. در این روش، تاکید بر روی توزیع مجدد نقاط داده است. روش‌های نمونه‌گیری از منحنی و ایجاد آرایش جدید در نقاط داده معمولاً بر این مبنا انجام می‌پذیرد که علاوه بر ایجاد بردار گرهی مشترک، بهترین و نرم‌ترین سطح ممکن را نیز ایجاد کند. بدین منظور تیلر و پیگل [20] افزایش محدود تعداد گره و پارک و همکاران [22] نیز توزیع منظم پارامتر در طول منحنی مقطع را پیشنهاد داده‌اند. منظور از سطوح نرم‌تر این است که از نظر بصری خوشایندتر¹³ و فاقد انحنای ناخواسته تغییرات انحنای غیرضرور باشد. آنچه در این مقاله ارائه می‌شود نیز در همین راستا قرار دارد، به طوری که روش جدیدی برای نمونه‌گیری پیشنهاد می‌شود که قادر است، به سادگی و پس از انجام مجموعه‌ای از مراحل کوتاه، توزیع مناسب نقاط داده و بردار گرهی مشترک را برای ایجاد سطح معرفی کند. در ادامه، منحنی‌ها و سطوح بی-اسپلاین و روش لافیتینگ معرفی خواهند شد. سپس، تئوری روش‌های تقریب‌زنی و درونیابی در ایجاد منحنی و سطح از نقاط داده ارائه خواهد شد. در گام بعدی، ضمن معرفی روش مد نظر در سازگار کردن منحنی‌ها، مثال‌های کاربردی ارائه و در مورد صحت خروجی‌ها راستی‌آزمایی خواهد شد. در انتها، کاربرد روش پیشنهادی در اتصال دایره به ایرفویل در پره توربین باد مطرح و به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری از این پژوهش پرداخته شده است.

2- منحنی‌ها و سطوح بی-اسپلاین

بی-اسپلاین‌ها روشی برای توصیف منحنی‌ها و سطوح به روش پارامتری هستند، که به علت قابلیت انعطاف بالا، در طراحی بسیار رایج شده‌اند. برخلاف

[6,5] و غیره از مزایای متعدد پیشرفت‌های اخیر در نمایش و طراحی سطوح بهره برده‌اند. در میان روش‌های تولید سطوح، در طراحی به کمک کامپیوتر، روش لافیتینگ¹، که از آن به‌عنوان اسکینینگ² نیز یاد می‌شود، از پرکاربردترین روش‌هاست. در این فرآیند یک سطح از تعدادی منحنی مقطع عبور می‌کند. کاربردهای این روش بسیار زیاد است که به‌عنوان مثال می‌توان به کاربرد آن‌ها در کنترل کیفیت، مهندسی معکوس و مهندسی پزشکی اشاره کرد. در مهندسی معکوس تعدادی از نقاط (معمولاً 2 بعدی) در هر مقطع با استفاده از روش‌های مختلف مانند اسکن نوری یا دیجیت تماسی به دست می‌آیند. پیشرفت در روش‌های ثبت این داده‌های 2 بعدی محسوس است. لذا، نقطه مبهم همچنان در الگوریتم‌های تولید سطح معطوف است [7]. در مسایل مرتبط با مهندسی پزشکی نیز می‌توان به تولید سطح بر روی مقاطع به دست آمده از عکس‌های ام‌آرآی³ یا سی‌تی⁴ اشاره کرد [8].

فرآیند ایجاد یک سطح با استفاده از لافیتینگ در یک دید کلی به 2 بخش تقسیم می‌شود. در ابتدا، یک منحنی بر روی نقاط 2 بعدی (یا حتی 3 بعدی) هر مقطع برازش و سپس یک سطح بر روی منحنی‌های مقاطع ایجاد می‌شود. این منحنی‌ها و سطوح معمولاً از نوع توابع بی-اسپلاین⁵ هستند که هر منحنی یا سطح بی-اسپلاین با مجموعه‌ای از نقاط کنترل⁶ و نیز یک بردار گرهی⁷ تعریف می‌شود. براساس دقت مورد نظر، برای هر یک از مراحل برازش عنوان شده می‌توان از دو روش درونیابی⁸ و تقریب‌زنی⁹ استفاده کرد [9]. اگر تعداد داده‌های مربوط به هر برازش و نویز آن‌ها زیاد باشد، از روش تقریب‌زنی استفاده می‌شود و برعکس اگر تعداد داده‌ها و پراکندگی و نویز آن‌ها کم باشد، از درونیابی استفاده می‌شود. استفاده از روش درونیابی به نتایج دقیق‌تری منجر می‌شود، اما سبب بالا رفتن تعداد نقاط کنترل می‌شود که در نتیجه آن محاسبات افزایش چشمگیر داشته و انحناهای نامناسب در منحنی و سطح ایجاد می‌شود [10]. در فرآیند لافیتینگ، بسته به نظر طراح، می‌توان هر دو مرحله برازش منحنی و برازش سطح را با استفاده از درونیابی یا هر دو را با استفاده از تقریب‌زنی انجام داد یا ترکیبی از این دو روش را در مدل‌سازی به-کار برد.

همان‌طور که عنوان شد، در مرحله اول، بر روی نقاط 2 بعدی موجود در هر مقطع یک منحنی برازش شود. شرط انجام‌پذیر بودن لافیتینگ بین این منحنی‌ها این است که آن‌ها با هم سازگار باشند. در مورد منحنی‌های بی-اسپلاین شرط سازگار بودن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

1- درجه منحنی بی-اسپلاین در همه یکسان باشد.

2- همه منحنی‌های مقطع روی بردار گرهی مشترک تعریف شوند.

در نگاه اول، می‌توان درونیابی یا تقریب‌زنی را برای هر سری از داده‌های مقاطع به صورت جداگانه انجام داد. در این فرآیند، می‌توان درجه منحنی را، که یک پارامتر ورودی است، برای همه منحنی‌ها یکسان در نظر گرفت. اما مشکل اصلی یکسان کردن بردارهای گرهی است، زیرا نحوه انتخاب این بردار مشترک بر روی کیفیت سطح نهایی بسیار موثر است. مطالعات زیادی در این زمینه انجام پذیرفته و محققان روش‌های مختلف و متعددی را برای سازگار-سازی پیشنهاد داده‌اند. این روش‌ها را می‌توان به 2 بخش عمده تقسیم کرد.

1- Lofting
2- Skinning
3- MRI
4- CT
5- B-spline
6- Control points
7- Knot vector
8- Interpolation
9- Approximation

10- Exact
11- Knot insertion
12- Sampling
13- Visually pleasing

منحنی‌های بزیئر¹، تغییرات در منحنی‌های بی-اسپلاین موضعی است و در اثر تغییر یک فاکتور، مانند گره یا نقطه کنترل، فقط نواحی تحت اثر آن فاکتور تغییر کرده و بقیه قسمت‌های منحنی بدون تغییر باقی می‌مانند. یک تابع منحنی بی-اسپلاین یک چندجمله‌ای چندتکه است که با رابطه (1) بیان می‌شود [9]:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)P_i \quad (1)$$

که در آن p درجه منحنی و $P_i, i = 0, \dots, n$ چند ضلعی کنترل است که با نقاط کنترل $P_i = (x_i, y_i, z_i)$ تعریف می‌شود. $N_{i,p}(u), i = 0, \dots, n$ نیز توابع پایه بی-اسپلاین هستند که بر روی بردار گرهی $U = \{u_0, \dots, u_m\}$ تعریف می‌شوند. در این مقاله، فرض بر این است که بردار گرهی به شکل رابطه (2) است:

$$U = \{0, \dots, 0, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}\} \quad (2)$$

که در این حالت به بی-اسپلاین، یک بی-اسپلاین از نوع کلمپ² می‌گویند. با تعمیم منحنی‌های بی-اسپلاین به صورت حاصل ضرب تانسوری دو منحنی سطح بی-اسپلاین حاصل می‌شود. سطح بی-اسپلاین به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود:

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u)N_{j,q}(v)P_{i,j} \quad (3)$$

که در آن p و q درجات سطح در جهت به ترتیب U و V و $P_{i,j}, i=0, \dots, n, j=0, \dots, m$ یک شبکه نقاط کنترل است که با مجموعه‌ای از نقاط کنترل به شکل $P_{i,j} = (x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j})$ تعریف می‌شود. همچنین، $N_{i,p}(u), i = 0, \dots, n$ و $N_{j,q}(v), j = 0, \dots, m$ توابع پایه مرتبط هستند که بر روی بردارهای گرهی $U = \{u_0, \dots, u_p\}$ و $V = \{v_0, \dots, v_s\}$ تعریف می‌شوند. شایان ذکر است که در این مقاله بردارهای گرهی سطح به صورت کلمپ به شکل رابطه (4) هستند:

$$U = \{0, \dots, 0, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}\} \\ V = \{0, \dots, 0, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{q+1}\} \quad (4)$$

برای اطلاعات بیشتر در زمینه منحنی‌ها و سطوح بی-اسپلاین به مرجع [9] رجوع کنید.

3- درونیابی و تقریب‌زنی منحنی‌ها و سطوح

در فرآیند درونیابی، یک منحنی (یا سطح) از روی تمام نقاط داده (یا منحنی‌های مقطع) عبور می‌کند، در حالی که در فرآیند تقریب‌زنی باید از یک روش کمکی استفاده کرد تا بتوان بهترین منحنی (یا سطح) عبوری از میان نقاط داده را شناخت که معمولاً از روش حداقل مربعات³ استفاده می‌شود. لذا، درونیابی حالت خاصی از تقریب‌زنی است که در آن نقاط کنترل با نقاط داده برابر است [9].

ورودی فرآیند تعدادی نقطه داده است. این نقاط می‌توانند از اسکن نوری، دیجیت تماسی، ام‌آر‌آی و غیره به دست آیند. هدف برازش یک منحنی با تعداد نقاط کنترل مشخص بر روی این نقاط است. در طی فرآیند تقریب‌زنی انجام 3 مرحله ضروری است:

1- انتخاب پارامتر متناظر مناسب برای هر نقطه

2- انتخاب بردار گرهی مناسب
3- حل معادلات و تعیین نقاط کنترل به عنوان خروجی مساله
برای انجام هر یک از مراحل فوق روش‌های متعددی وجود دارد، آنچه در ادامه می‌آید فرمول‌بندی مرتبط با روش خاصی است که در این پژوهش از آن استفاده شده است.

1-3- انتخاب پارامتر متناظر

پارامترهای متناظر در حقیقت منعکس‌کننده توزیع نقاط هستند. استفاده از روش‌های طول وتر⁴ و مرکزگرا⁵ برای اغلب کارها توصیه شده است [9]. در این پژوهش از روش مرکزگرا استفاده شده است. اگر نقاط داده ورودی با $Q_i, i = 0, \dots, k$ تعریف و پارامتر متناظر با هر نقطه روی منحنی با $t_i, i = 0, \dots, k$ مشخص شود، به طوری که $C(t_i) = Q_i$ همان منحنی تقریب زده شده نهایی است، رابطه (5) برقرار است:

$$\begin{cases} t_0 = 0 \\ t_i = t_{i-1} + \frac{\sqrt{|Q_i - Q_{i-1}|}}{L} \\ t_k = 1 \end{cases} \quad (5)$$

که در آن L به صورت رابطه (6) تعریف می‌شود.

$$L = \sum_{i=1}^k \sqrt{|Q_i - Q_{i-1}|} \quad (6)$$

بدین ترتیب پارامترهای متناظر به دست آمده و در بخش بعد از آن‌ها در تعیین بردار گرهی مناسب استفاده می‌شود.

2-3- انتخاب بردار گرهی مناسب

روش‌های مختلفی برای یافتن بردار گرهی پیشنهاد شده است. در این بین الگوریتم زیر در تعیین نقاط گرهی استفاده شد [9]:

ابتدا $p+1$ گره ابتدایی را برابر صفر و $p+1$ گره انتهایی را برابر یک در نظر گرفته تا شرایط کلمپ بودن ایجاد شود. برای یافتن گره‌های درونی، معادلاتی که در رابطه (7) آمده است (به ترتیب نوشته شده) به کار رفت:

$$d = \frac{k+1}{n-p+1} \\ i = \text{int}(jd), \quad \alpha = jd - i \\ u_{p+j} = (1-\alpha)u_{i-1} + \alpha u_i, \quad j = 1, \dots, n-p \quad (7)$$

که در این روابط k تعداد نقاط داده، n تعداد نقاط کنترل و p درجه منحنی است. دستور int نیز بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از مقدار عبارت جلوی آن را می‌دهد.

الگوریتم فوق به ما این تضمین را می‌دهد که در بین هر دو مقدار گره، تعداد مشخص و تقریباً برابری پارامتر متناظر قرار خواهد گرفت که این مساله در پایداری حل و گرفتن نتایج نقش بسزایی دارد [23].

3-3- یافتن نقاط کنترل:

برای یافتن نقاط کنترل و برازش منحنی بی-اسپلاین بر روی نقاط داده ورودی، روش حداقل مربعات مورد استفاده قرار گرفت. در روش حداقل مربعات باید تابع خطای (8) مینیمم شود:

$$\sum_{i=1}^{k-1} |Q_i - C(t_i)|^2 \quad (8)$$

این کار به دستگاه معادلات (9) منتج می‌شود:

1- Bezier
2- Clamped
3- Least Square

4- Chord length
5- Centripetal

5- الگوریتم یکسان سازی بردارهای گرهی

الگوریتم مورد استفاده در این تحقیق جهت یکسان سازی بردارهای گرهی به صورت زیر بیان می شود:

ورودی:

منحنی های مقاطع $(C_k(u))$ که در آن k تعداد مقاطع است، δ (حداقل اختلاف گره های متناظر)، پارامترهای متناظر با نقاط داده اولیه (از روش مرکزگرا)

خروجی:

منحنی های مقطع سازگار شده

روش:

1- تعیین منحنی $C_h(u)$ که $0 \leq h \leq k$ ، به عنوان مرجع

2- قرار دادن پارامترهای متناظر $C_h(u)$ در سایر منحنی ها و ایجاد نقاط

داده جدید در این منحنی ها

3- انجام مجدد فرآیند تقریب زنی یا درونیابی بر روی نقاط داده جدید

هر مقطع شامل گرفتن پارامترهای متناظر جدید از روش مرکزگرا و گرفتن نقاط داده جدید از رابطه (7)

4- محاسبه ماکزیمم اختلاف بین هر گره از بردار گرهی هر منحنی با

مقدار متناظر آن از بردار گرهی منحنی مرجع

5- اگر ماکزیمم مقدار به دست آمده در 4 δ کمتر بود خروج در غیر

این صورت به روزرسانی منحنی های غیرمرجع با منحنی های غیرمرجع جدید (به دست آمده در 3) و بازگشت به 2

در این الگوریتم:

منحنی های مقاطع به عنوان ورودی مطرح هستند که پیش از ورود به الگوریتم فوق با استفاده از روش های تقریب زنی یا درونیابی از روی نقاط داده هر مقطع به دست آمده اند. این منحنی ها به طور مستقل از یکدیگر به دست آمده و بردار گرهی آن ها متفاوت است. همچنین، پارامترهای متناظر با نقاط داده اولیه نیز به عنوان ورودی از روش مرکزگرا به دست آمده اند.

در گام بعدی یک منحنی به عنوان منحنی مرجع انتخاب می شود $(C_h(u))$ در صورتی که حساسیت روی یک مقطع خاص بیشتر باشد،

منحنی آن مقطع به عنوان مرجع انتخاب می شود و در غیر این صورت منحنی یک مقطع دلخواه را می توان به عنوان مرجع انتخاب کرد. منحنی مرجع در حقیقت منحنی ای است که تا انتهای فرآیند ثابت باقی مانده و بردار گرهی سایر منحنی ها با بردار گرهی این منحنی (با اختلاف δ) برابر می شود.

سپس، پارامترهای متناظر در منحنی مرجع را در سایر منحنی ها قرار داده تا نقاط داده جدیدی با آرایشی متفاوت برای این منحنی ها ایجاد شود. مجدداً با استفاده از نقاط کنترل جدید عملیات تقریب زنی را بر روی این منحنی ها انجام داده و بردار گرهی جدید محاسبه می شود. اگر ماکزیمم اختلاف بین هر گره از بردار گرهی هر کدام از این منحنی ها با مقدار متناظر آن از بردار گرهی منحنی مرجع از حد مشخصی کمتر باشد، بردار گرهی مشترک به دست آمده است، در غیر این صورت مجدداً فرآیند تکرار شده و پارامترهای متناظر منحنی مرجع در منحنی های تقریب زده شده جدید قرار می گیرد تا نقاط داده جدید با آرایشی جدید به دست آید. این فرآیند سبب می شود که نقاط داده در سایر منحنی ها آرایشی مشابه نقاط داده در منحنی مرجع پیدا کنند. اغلب شبیه نبودن این آرایش که از آن به عنوان مشکل در محاسبه پارامتر متناظر [23] یاد می شود سبب ایجاد ناهمواری در سطح می شود و روش ارائه شده این آرایش را به شکل مناسبی تغییر خواهد داد. مراحل گام

$$(N^T N)P = R \quad (9)$$

که در آن N یک ماتریس $(n-1) \times (k-1)$ و به صورت رابطه (10) است:

$$\begin{bmatrix} N_{1,p}(t_1) & \cdots & N_{n-1,p}(t_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{1,p}(t_{k-1}) & \cdots & N_{n-1,p}(t_{k-1}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

و R برداری است که $(n-1)$ عضو دارد و به صورت رابطه (11) است:

$$\begin{bmatrix} N_{1,p}(t_1)R_1 + \cdots + N_{1,p}(t_{k-1})R_{k-1} \\ \vdots \\ N_{n-1,p}(t_1)R_1 + \cdots + N_{n-1,p}(t_{k-1})R_{k-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در آن R_i به صورت رابطه (12) تعریف می شود.

$$R_i = Q_i - N_{0,p}(t_i)Q_0 - N_{n,p}(t_i)Q_k, \quad i = 1, \dots, k-1 \quad (12)$$

P نیز بردار نقاط کنترل است که مجهولات مساله را تشکیل می دهد:

$$\begin{bmatrix} P \\ \vdots \\ P_{n-1} \end{bmatrix}$$

البته توجه به این نکته ضروری است که $C(t_0)$ و $C(t_k)$ به صورت رابطه

(13) تعریف می شوند:

$$C(t_0) = p_0 = Q_0, \quad C(t_k) = P_n = Q_k \quad (13)$$

اگر تعداد نقاط کنترل برابر نقاط داده انتخاب شود، مقدار خطای حداقل

مربعات (رابطه (8)) برابر صفر شده و این حالت در حقیقت درونیابی بوده، که همان طور که پیشتر نیز عنوان شد، حالت خاصی از تقریب زنی است.

4- تقریب زنی سطح و لافیتینگ

لافیتینگ یک فرآیند درونیابی یا تقریب زنی سطح است [24]. در لافیتینگ هدف عبور یک سطح مناسب از یک سری منحنی های مقاطع مختلف است. مراحلی که در بخش قبل در تقریب زنی منحنی به کار رفت در تقریب زنی سطح نیز به کار می رود، با این تفاوت که باید این کار را در دو جهت انجام داده و ملاحظاتی را نیز در نظر گرفت.

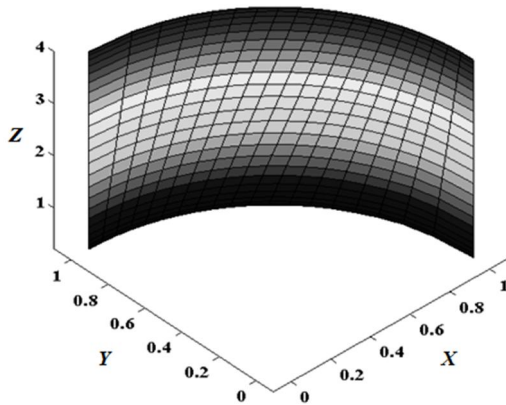
نقاط داده $i = 0, \dots, n$ و $j = 0, \dots, m$ ورودی های یک مساله لافیتینگ هستند. در تقریب زنی سطح، ابتدا بر روی هر ردیف از نقاط داده (Q_i) در z ثابت یک منحنی تقریب زده می شود (جهت u). این منحنی ها همان منحنی های مقاطع در فرآیند لافیتینگ هستند. هر یک از این منحنی های مقاطع به صورت زیر نامگذاری شدند:

$$C_k(u), \quad k = 0, \dots, l, \quad l \leq m$$

سطح بی-اسپلاین این منحنی ها را تقریب می زند (درونیابی می کند) و این کار در جهت v انجام می پذیرد. لذا در حالت درونیابی اگر S سطح نهایی تولید شده باشد، رابطه (14) برقرار است:

$$S(u, v_k) = C_k(u), \quad k = 0, \dots, l \quad (14)$$

نکته بسیار مهم در لافیتینگ این است که منحنی های مقاطع باید سازگار باشند، یعنی (همان طور که در مقدمه نیز عنوان شد) باید درجه و بردار گرهی یکسان داشته باشند. درجه در ابتدا به عنوان ورودی مطرح است و می توان آن را یکسان فرض کرد، اما از آنجا که هر منحنی به طور جداگانه تقریب زده شده است، بردارهای گرهی یکسان نیست و باید جهت انجام لافیتینگ، بردارهای گرهی یکسان شود. در بخش بعد، روش جدیدی که از یک سو باعث یکسان سازی بردارهای گرهی شده و از سوی دیگر و همزمان با یکسان سازی باعث نرم تر و بهتر شدن سطح ایجاد شده نیز می شود معرفی می شود.

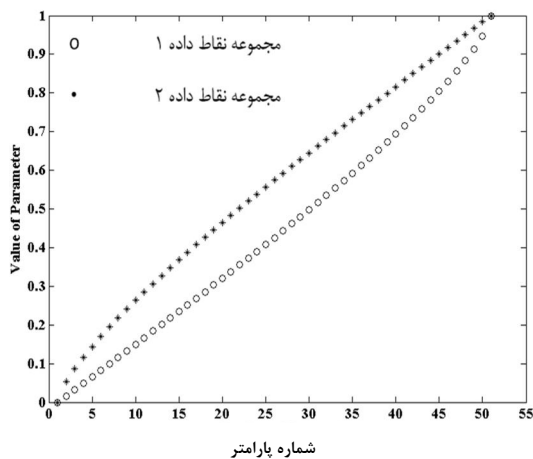


شکل 3 سطح بی-اسپلاین برازش شده بر روی داده‌های اولیه

بوده متمایل شده‌اند. لذا عدم وجود آرایش یکسان نقاط داده در دو منحنی، که به پارامتر بندی و بردارهای گرهی کاملاً متفاوت منجر شده، عامل پیدایش این مساله است. اختلاف پارامترهای متناظر نقاط داده برای دو منحنی فوق در شکل 4 نشان داده شده است.

کاهش اختلاف پارامترهای متناظر نقاط داده موید هم‌خوانی بهتر در آرایش نقاط داده دو منحنی مقطع است. ایده‌آل‌ترین حالت وقتی به وجود می‌آید که هر پارامتر متناظر از یک منحنی دقیقاً برابر با پارامتر متناظر آن از منحنی دیگر باشد و نقاط متناظر آن‌ها در شکل 4 بر روی هم می‌افتند. در این پژوهش، هدف این است که این دو توزیع بسیار نزدیک شوند. البته یک منحنی و بردار گرهی آن به‌عنوان مرجع انتخاب شده و بردار گرهی دیگر مطابق آن در نظر گرفته می‌شود. این فرآیند به‌صورت گام به گام با پیاده‌سازی الگوریتم ارائه شده در بخش 5 انجام می‌پذیرد. با در نظر گرفتن نقاط داده 1 به‌عنوان مرجع پس از یک مرحله تولید نقاط داده و میانگین‌گیری از بردارهای گرهی (توجه شود که پس از یک مرحله بردارهای گرهی به هم نزدیک شده‌اند ولی هنوز اختلاف غیر قابل قبولی دارند)، سطح به شکل 5 تغییر می‌کند.

منحنی‌های ایزوپارامتریک سطح آرایش بهتری پیدا کرده‌اند، اما هنوز می‌توان سطح نرم‌تر با کیفیت بصری بالاتری ایجاد نمود. با در نظر گرفتن تolerانس $\delta = 0.001$ برای اختلاف گره‌های متناظر و پس از 12 تکرار ایجاد داده‌ها، بردارهای گرهی یکسان‌سازی شده و سطح ارائه شده در شکل 6



شکل 4 تغییرات پارامترهای متناظر نقاط داده در دو منحنی مقطع

به گام ایجاد سطح با استفاده از این الگوریتم در مثال 1 بخش بعد توضیح داده شده است.

6- پیاده‌سازی روش بر روی چند مثال کاربردی

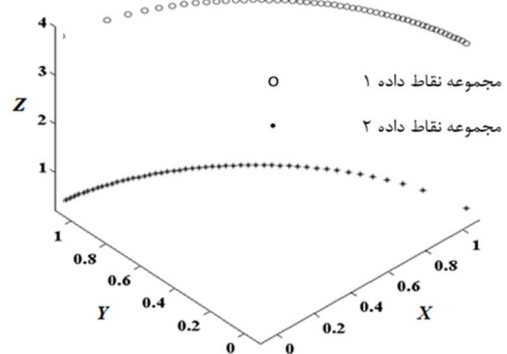
در تمامی مثال‌های ارائه شده در این مقاله، منحنی‌های ورودی و منحنی‌های ایزوپارامتریک هم‌راستا با آن‌ها در جهت u و راستای دیگر سطح در جهت v در نظر گرفته شده است.

1-6- مثال 1

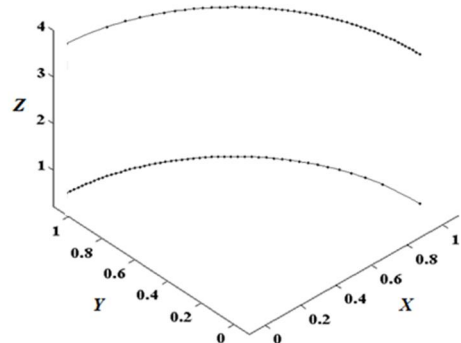
مختصات دو مجموعه نقاط مقطع، مطابق شکل 1، داده شده است. این نقاط از معادله ربع دایره در $z = 4$ و $z = 0.2$ با آرایش متفاوت استخراج شده‌اند. ابتدا 2 منحنی با استفاده از روش تقریب‌زنی و با در نظر گرفتن نقاط کنترل و درجه یکسان بر روی این 2 مجموعه نقاط داده برازش شده است (شکل 2).

با وجود شباهت ظاهری این دو منحنی، بردار گرهی و نقاط کنترل آن‌ها متفاوت است، لذا، رابطه پارامتری چندجمله‌ای آن‌ها کاملاً متفاوت است. در گام اول، جهت ایجاد سطح، یک بردار گرهی مشترک با استفاده از روش میانگین‌گیری ایجاد می‌شود. در روش میانگین‌گیری بردار گرهی مشترک در واقع میانگین درایه‌های متناظر دو بردار گرهی اولیه است. سطح حاصل از اعمال الگوریتم لافتینگ و بردار گرهی مشترک در شکل 3 نمایش داده شده است.

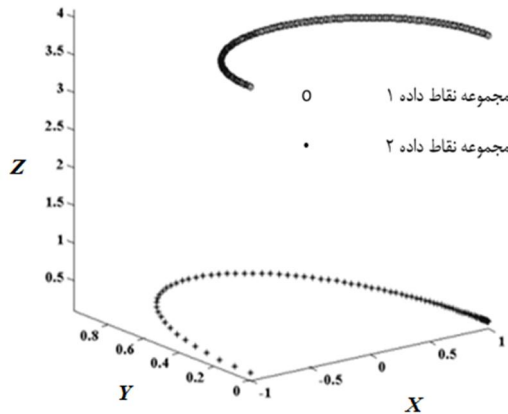
ضمن بررسی منحنی‌های ایزوپارامتریک در شکل 3 مشخص می‌شود که توزیع و یکنواختی مورد نظر را نداشته، به‌لحاظ بصری خوشایند نبوده و به یک‌سو انحراف دارند. در واقع، منحنی‌های ایزوپارامتریک هنگام رسیدن به مقاطع بالا یا پایین، به سمتی که در آن تعداد نقاط داده در واحد طول بیشتر



شکل 1 نقاط داده ورودی در دو مقطع (مثال 1)



شکل 2 منحنی‌های بی-اسپلاین برازش شده بر روی داده‌ها



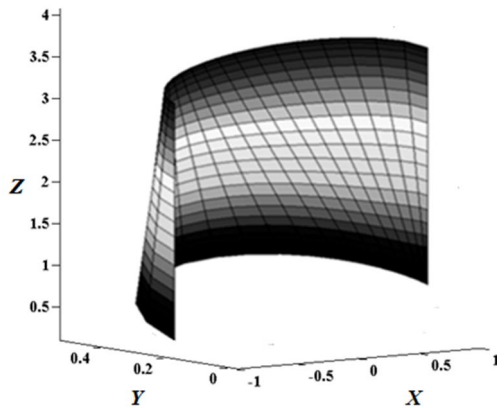
شکل 8 نقاط داده ورودی دو مقطع (مثال 2)

شکل 9 سطح تولید شده به وسیله میانگین گیری را نشان می دهد. در شکل 10، سطح با اعمال الگوریتم پیشنهادی و در نظر گرفتن $\delta = 0.001$ و 7 تکرار ایجاد نقاط داده به دست آمده است. مجموعه نقاط داده 2 به عنوان مرجع انتخاب شده است.

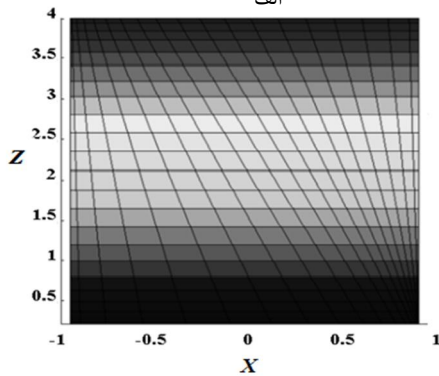
3-6- مثال 3

در این مثال یک خط به یک نیم بیضی متصل شده است. نقاط داده 2 مقطع مطابق شکل 11 است.

شکل 12 سطح ایجاد شده به وسیله میانگین گیری را نشان می دهد.

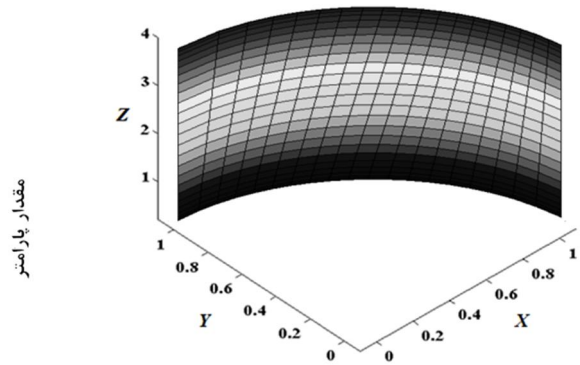


الف



ب

شکل 9 سطح بی-اسپلاین برازش شده بر روی داده های اولیه (با استفاده از روش میانگین گیری): الف) نمای ایزومتریک و ب) نمای XZ

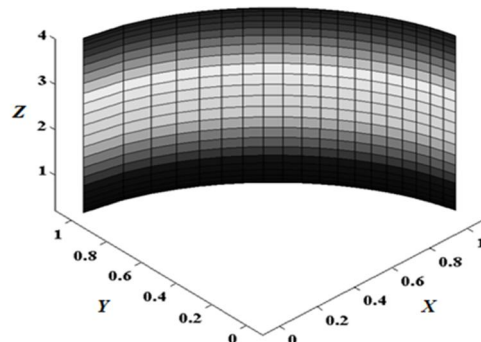


شکل 5 سطح بی-اسپلاین برازش شده بر روی داده ها با یک مرحله اصلاح نقاط داده به دست می آید. با توجه به این شکل، می توان دریافت که منحنی های ایزوپارامتریک منظم تر و در نتیجه سطح نرم و یکنواخت تری ایجاد شده است. از بررسی شکل 6 همچنین مشخص می شود که شبکه منحنی های ایزوپارامتریک به سمت راست متراکم تر شده اند. دلیل این امر این است که نقاط داده منحنی مرجع (نقاط داده 1 در شکل 1) در سمت راست تراکم بیشتری داشته اند.

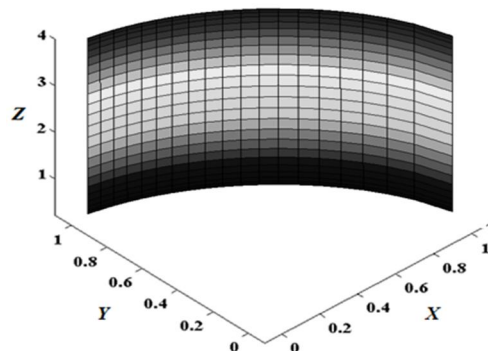
اگر مجموعه نقاط 2 به عنوان نقاط داده مرجع انتخاب شوند، سطح به دست آمده مطابق شکل 7 است. تراکم بیشتر شبکه ها به سمت چپ، تابع تراکم بیشتر مجموعه نقاط داده 2 به آن سمت است.

2-6- مثال 2

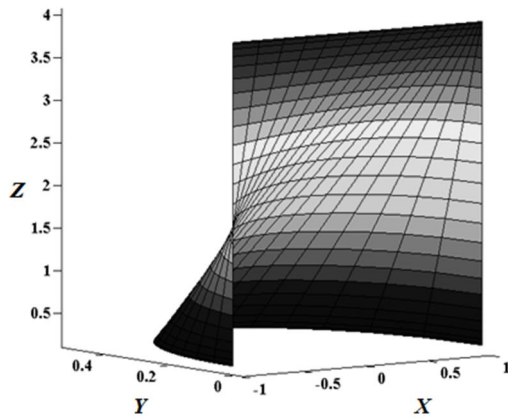
شکل 8 نقاط داده ورودی دو مقطع را نشان می دهد که با استفاده از روابط نیم دایره و بیضی به دست آمده اند. مشاهده می شود که تراکم نقاط نیم دایره در یک سمت بیشتر است، در حالی که نقاط بیضی تراکم یکسانی دارند.



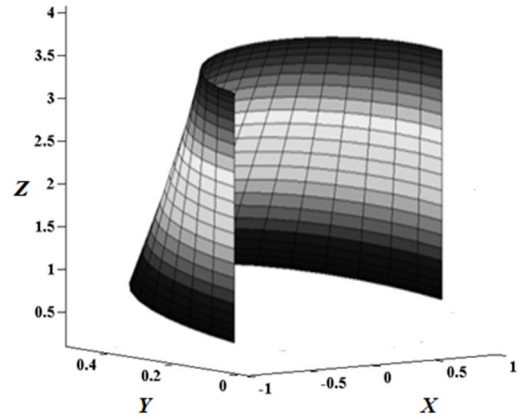
شکل 6 سطح نهایی با گرفتن مجموعه داده 1 به عنوان مرجع



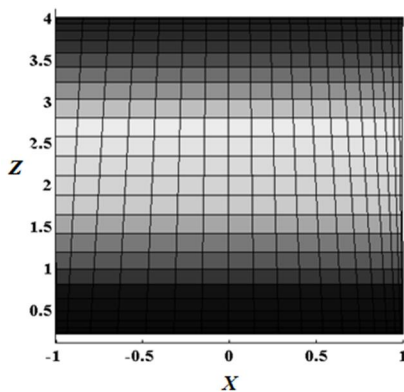
شکل 7 سطح نهایی با گرفتن مجموعه داده 2 به عنوان مرجع



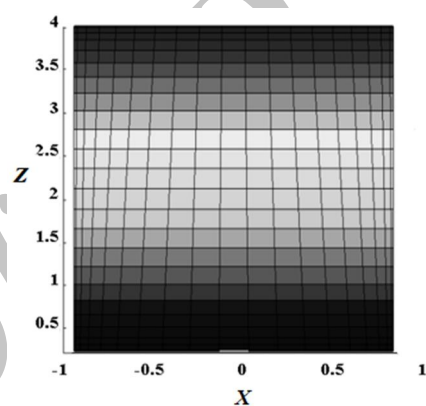
الف



الف



ب



ب

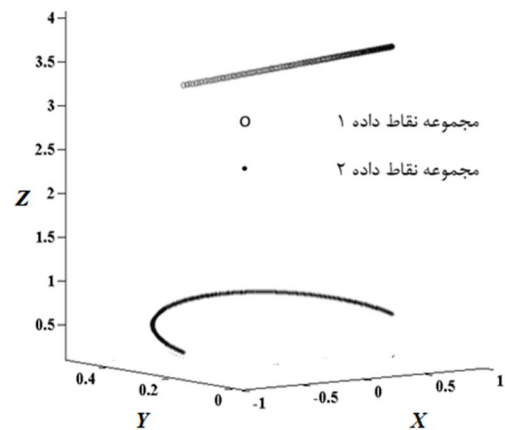
شکل 12 سطح بی-اسپلاین برازش شده بر روی داده‌های اولیه (با استفاده از روش میانگین گیری): الف) نمای ایزومتریک و ب) نمای XZ.

شکل 10 سطح نهایی با گرفتن مجموعه داده 2 به عنوان مرجع: الف) نمای ایزومتریک و ب) نمای XZ.

7-1- ارزیابی انحراف منحنی‌های غیرمرجع از حالت پایه

تولید پیاپی نقاط داده بر روی منحنی‌های غیرمرجع می‌تواند منحنی نهایی آن‌ها را از منحنی اولیه دور کند. این حد نباید از یک محدودیت فیزیکی یا کاربردی (به عنوان مثال تیرانس ساخت) بیشتر شود. جهت تقریب خطا در مواردی که منحنی اولیه پیچیده است و رابطه تحلیلی برای آن در دسترس نیست، باید از تابع بی-اسپلاین اولیه استفاده و با ایجاد نقاط بسیار زیاد بر روی آن، آن‌ها را با نقاط نهایی تابع بی-اسپلاین نهایی مقایسه کرد. در صورت کمتر بودن خطا از تیرانس‌های لازم، روش ارائه شده کارایی لازم را دارد. این مقایسه می‌تواند مثلاً با الگوریتم توانمند بروت-فورث¹ و محاسبه مقدار فاصله هاسدورف² [25] صورت گیرد. مطابق این روش باید بیشترین مقدار از بین کمترین فواصل هر نقطه جدید روی منحنی‌های غیرمرجع را با نقاط داده اولیه آن مقطع محاسبه کرده و هرچه تعداد نقاط اولیه و نهایی بیشتر باشد، پاسخ دقیق‌تر خواهد بود. به عنوان مثال با در نظر گرفتن 100 نقطه بر روی منحنی، مقدار فاصله هاسدورف برای مثال 1 مطابق شکل 14 به دست آمد.

مشاهده می‌شود که پس از چندین بار تولید مجدد داده، کم‌کم آرایش نقاط ثابت شده و مقدار فاصله هاسدورف به سمت ثابت شدن می‌رود که خود دلیلی بر همگرایی روش است. اعمال این الگوریتم به سایر مثال‌های ذکر شده



شکل 11 نقاط داده ورودی در دو مقطع (مثال 3)

شکل 13 سطح ایجاد شده با الگوریتم پیشنهادی و $\delta = 0.001$ (که به 7 بار تولید مجدد نقاط داده منجر شد) و انتخاب نقاط خط به عنوان مرجع را نشان می‌دهد.

7- ارزیابی سطوح و بررسی کمی بهبود سطح

در این بخش ارزیابی سطوح به دست آمده به وسیله دو فاکتور بررسی می‌شود که فاکتور اول میزان خطای سطح و فاکتور دوم میزان نرمی سطح را نشان خواهد داد.

1- Brute-forth
2- Hausdorff

که در آن K_1 و K_2 مقادیر انحناهای اصلی (مقادیر ویژه) و e_1 و e_2 جهت‌های اصلی (بردارهای ویژه) هستند. روش محاسبه پارامتر کمترین تغییرات انحنا به این شرح است که پس از ایجاد سطح بی-اسپلاین، مقادیر مشتقات اول و دوم سطح محاسبه و با استفاده از آن‌ها انحناها محاسبه می‌شوند. با داشتن انحناها، ماتریس انحنا تشکیل می‌شود که مقادیر ویژه این ماتریس مقادیر انحناهای اصلی و بردارهای ویژه آن جهت‌های اصلی هستند. جهت مطالعه بیشتر در این زمینه به [26] رجوع کنید. برای مثال، اول، تغییرات مقدار پارامتر کمترین تغییرات انحنا برحسب مرحله تولید مجدد نقاط داده در جدول 1 آورده شده است (پس از پایان هر مرحله بردار گرهی مشترک با استفاده از میانگین‌گیری از بردارهای گرهی مقاطع به دست آمده است).

با افزایش مراحل تولید داده، مقدار کمترین تغییرات انحنا کم می‌شود. با توجه به استوانه‌ای بودن سطح در مثال 1، مقدار کمترین تغییرات انحنا به صورت تئوری برابر صفر است و لذا میل کردن نتایج به سمت صفر به صحت روش اعمالی و بهبود سطح دلالت دارد. مقدار کمترین تغییرات انحنا برای مثال‌های 2 و 3 نیز در جداول 2 و 3 آورده شده است. براساس آنچه در جداول 1 تا 3 آمده است، بر طبق فاکتور کمی نیز می‌توان گفت الگوریتم ایجاد شده سبب بهبود نرمی سطح می‌شود.

جدول 1 مقدار کمترین تغییرات انحنا برحسب دفعات تولید نقاط داده (مثال 1)

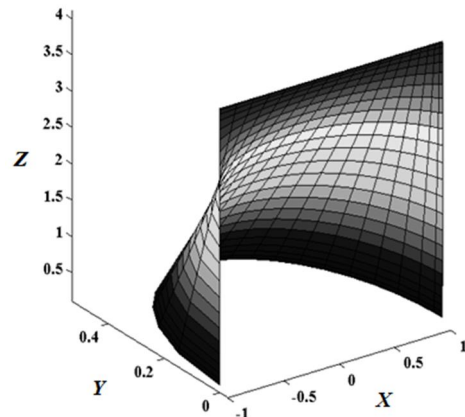
تعداد دفعات تولید مجدد نقاط داده	مقدار پارامتر کمترین تغییرات انحنا
0	0/35
1	$3/30 \times 10^{-6}$
2	$1/84 \times 10^{-7}$
5	$1/06 \times 10^{-10}$
12	$1/91 \times 10^{-11}$

جدول 2 مقدار کمترین تغییرات انحنا برحسب دفعات تولید نقاط داده (مثال 2)

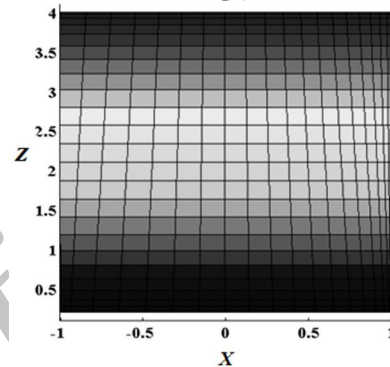
تعداد دفعات تولید مجدد نقاط داده	مقدار پارامتر کمترین تغییرات انحنا
0	148/11
1	4/21
2	2/58
3	1/74
5	1/40
7	1/33

جدول 3 مقدار کمترین تغییرات انحنا برحسب دفعات تولید نقاط داده (مثال 3)

تعداد دفعات تولید مجدد نقاط داده	مقدار پارامتر کمترین تغییرات انحنا
0	40/67
1	15/12
2	15/01
3	14/02
5	13/80
7	13/53



الف



ب

شکل 13 سطح نهایی با گرفتن مجموعه داده 1 (خط) به عنوان مرجع: الف) نمای

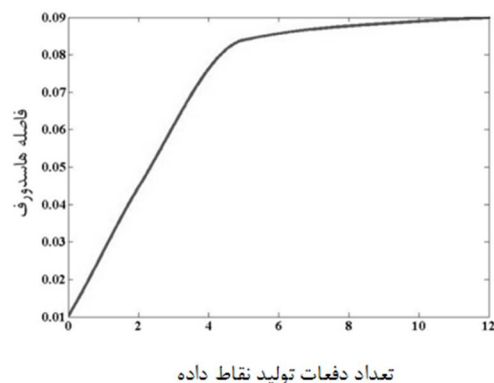
ایزومتریک و ب) نمای XZ

نیز به نتایج همگرایی مشابهی ختم شد. در صورتی که فاصله هاسدورف از تیرانس مد نظر (تیرانس ساخت و ...) بیشتر باشد، استفاده از روش ارائه شده در این پژوهش توصیه نمی‌شود.

2-7- بررسی کمی نرمی سطوح

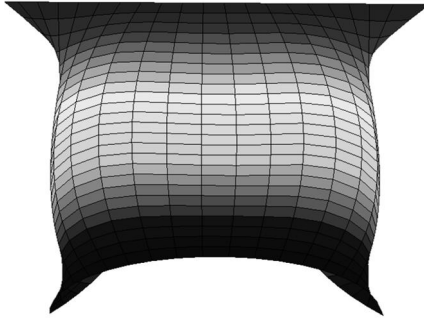
در بخش‌های قبل عنوان شد که سطح ایجاد شده از نظر کیفی و با در نظر گرفتن آرایش شبکه‌های روی سطح، به لحاظ بصری، خوشایندتر شده است. در این بخش با یک پارامتر کمی به نام مینیمم تغییرات انحنا نیز این اثر بررسی می‌شود. این رابطه به صورت زیر است:

$$MVS = \int \left[\left(\frac{dK_1}{de_1} \right)^2 + \left(\frac{dK_2}{de_2} \right)^2 \right] dA \quad (15)$$



شکل 14 مقدار فاصله هاسدورف برحسب تعداد دفعات تولید نقاط داده

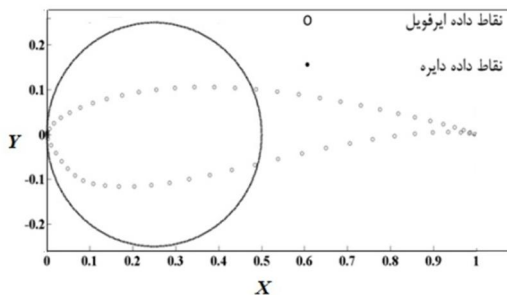
8- مثال محک با در نظر گرفتن 3 مقطع



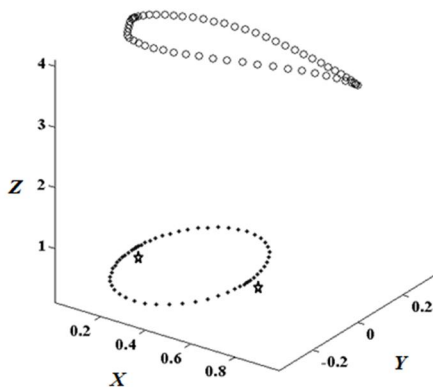
شکل 18 سطح نهایی گذر داده شده از 3 مقطع با اعمال الگوریتم ارائه شده

نقاط داده معمولاً در لبه‌های حمله و فرار بیشتر است. ایجاد آرایش مشابه در دایره (که معمولاً نقاط داده آن با استفاده از روابط قطبی و به صورت یکنواخت توزیع شده‌اند) می‌تواند به بهتر شدن سطح کمک کند. به عبارت بهتر، در اینجا ایرفویل و نقاط داده آن را به عنوان مرجع در نظر گرفته و آرایش نقاط داده دایره را به آن شبیه می‌کنیم. شکل 19 نقاط داده ورودی و شکل 20 تغییر آرایش ایجاد شده در نقاط دایره را پس از اعمال روش ارائه شده در این پژوهش نشان می‌دهد.

در این شکل مشخص شده است که چگالی نقاط داده دایره پس از اعمال الگوریتم ارائه شده در 2 ناحیه بیشتر شده است. دلیل این امر این است که چگالی نقاط داده در ایرفویل، که به عنوان مرجع در نظر گرفته شده است، در 2 ناحیه لبه حمله و لبه فرار بیشتر است و بدین ترتیب دایره توزیع نقاط داده خود را به ایرفویل شبیه کرده است. سطح نهایی به دست آمده در شکل 21 به تصویر کشیده شده است.



شکل 19 نقاط داده ورودی ایرفویل و دایره



شکل 20 نقاط داده ایرفویل و نقاط داده دایره پس از اعمال الگوریتم ارائه شده، تراکم نقاط دایره در نواحی مشخص شده با علامت ستاره بیشتر از سایر نقاط است که نشان می‌دهد چیدمان نقاط داده دایره با ایرفویل هماهنگ شده است.

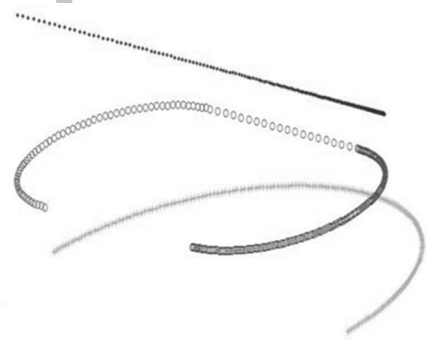
جهت نشان دادن قابلیت‌های روش در بسط به مقاطع بیشتر، در این بخش از 3 مقطع ورودی استفاده شده است. شکل 15 نقاط داده ورودی 3 مقطع را نشان می‌دهد.

عدم یکنواختی نقاط داده در منحنی وسط و خط فوقانی مشهود است، ولی در منحنی پایین‌تر نقاط داده یکنواخت انتخاب شده‌اند. درجه سطح بی-اسپلاین نهایی در هر دو جهت u و v برابر 2 در نظر گرفته شد. با استفاده از روش میانگین‌گیری سطح به دست آمده به صورت شکل 16 خواهد بود.

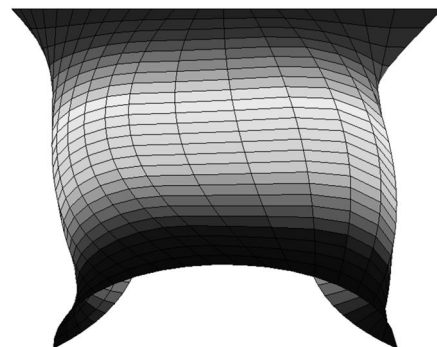
اما، با اعمال روش ارائه شده در این پژوهش و در نظر گرفتن منحنی شامل نقاط زیرین شکل 15 به عنوان مرجع، نقاط داده نهایی منحنی‌های غیرمرجع و سطح نهایی تولید شده به ترتیب به صورت شکل‌های 17 و 18 به دست می‌آیند.

9- اتصال دایره به ایرفویل در پره توربین بادی

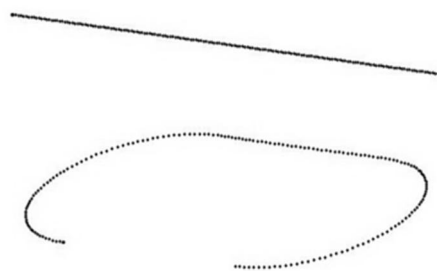
به عنوان یکی از کاربردهای مهم این روش می‌توان به اتصال دایره انتهایی پره به اولین مقطع ایرفویل در پره توربین بادی اشاره کرد [6]. ایرفویل‌ها معمولاً دارای نقاط استاندارد شده هستند که از تحلیل آیرودینامیکی به دست آمده‌اند. شرایط برای اغلب ایرفویل‌های دیگر نیز به همین شکل است. چگالی



شکل 15 نقاط داده اولیه 3 مقطع



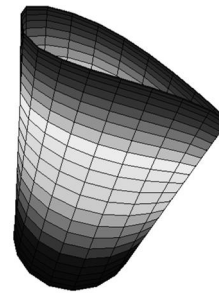
شکل 16 سطح به دست آمده با استفاده از میانگین‌گیری بردارهای گرهی مقاطع



شکل 17 نقاط داده منحنی‌های غیرمرجع پس از اعمال الگوریتم ارائه شده

12- مراجع

- [1] A. Bentamy, F. Guibault, J. Y. Trépanier, Cross-sectional design with curvature constraints, *Computer-Aided Design*, Vol. 37, No. 14, pp. 1499-1508, 2005.
- [2] K. H. Brakhage, P. Lamby, Application of B-spline techniques to the modeling of airplane wings and numerical grid generation, *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 25, No. 9, pp. 738-750, 2008.
- [3] N. Gjersøe Fog, Creative definition and fairing of ship hulls using a B-spline surface, *Computer-Aided Design*, Vol. 16, No. 4, pp. 225-229, 1984.
- [4] L. Bardis, M. Vafiadou, Ship-hull geometry representation with B-spline surface patches, *Computer-Aided Design*, Vol. 24, No. 4, pp. 217-222, 1992.
- [5] J. Hoschek, R. Müller, Turbine blade design by lofted B-spline surfaces, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 119, No. 1-2, pp. 235-248, 2000.
- [6] F. Pérez-Arribas, I. Trejo-Vargas, Computer-aided design of horizontal axis turbine blades, *Renewable Energy*, Vol. 44, No. 0, pp. 252-260, 2012.
- [7] G. Moustakides, D. Briassoulis, E. Psarakis, E. Dimas, 3D image acquisition and NURBS based geometry modelling of natural objects, *Advances in Engineering Software*, Vol. 31, No. 12, pp. 955-969, 2000.
- [8] D.-J. Yoo, Three-dimensional surface reconstruction of human bone using a -spline based interpolation approach, *Computer-Aided Design*, Vol. 43, No. 8, pp. 934-947, 2011.
- [9] W. T. Les Piegl, *The NURBS book*, 2nd ed., New York:Springer, 1997.
- [10] W.-K. Wang, H. Zhang, H. Park, J.-H. Yong, J.-C. Paul, J.-G. Sun, Reducing control points in lofted B-spline surface interpolation using common knot vector determination, *Computer-Aided Design*, Vol. 40, No. 10-11, pp. 999-1008, 2008.
- [11] L. A. Piegl, W. Tiller, Surface skinning revisited, *The Visual Computer*, Vol. 18, No. 4, pp. 273-283, 2002.
- [12] S. T. Tuohy, T. Maekawa, G. Shen, N. M. Patrikalakis, Approximation of measured data with interval B-splines, *Computer-Aided Design*, Vol. 29, No. 11, pp. 791-799, 1997.
- [13] J. Jeong, K. Kim, H. Park, H. Cho, M. Jung, B-Spline surface approximation to cross-sections using distance maps, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 15, No. 12, pp. 876-885, 1999.
- [14] H. Park, Lofted B-spline surface interpolation by linearly constrained energy minimization, *Computer-Aided Design*, Vol. 35, No. 14, pp. 1261-1268, 2003.
- [15] H. Park, B-spline surface fitting based on adaptive knot placement using dominant columns, *Computer-Aided Design*, Vol. 43, No. 3, pp. 258-264, 2011.
- [16] T. Maekawa, K. H. Ko, Surface construction by fitting unorganized curves, *Graphical Models*, Vol. 64, No. 5, pp. 316-332, 2002.
- [17] L. A. Piegl, W. Tiller, Surface approximation to scanned data, *The Visual Computer*, Vol. 16, No. 7, pp. 386-395, 2000.
- [18] E. Dimas, D. Briassoulis, 3D geometric modelling based on NURBS: a review, *Advances in Engineering Software*, Vol. 30, No. 9-11, pp. 741-751, 1999.
- [19] L. Piegl, W. Tiller, Algorithm for approximate nurbs skinning, *Computer-Aided Design*, Vol. 28, No. 9, pp. 699-706, 1996.
- [20] L. A. Piegl, W. Tiller, Reducing control points in surface interpolation, *Computer Graphics and Applications, IEEE*, Vol. 20, No. 5, pp. 70-75, 2000.
- [21] X. Yang, J. Zheng, Approximate -spline surface skinning, *Computer-Aided Design*, Vol. 44, No. 12, pp. 1269-1276, 2012.
- [22] H. Park, K. Kim, S. C. Lee, A method for approximate NURBS curve compatibility based on multiple curve refitting, *Computer-Aided Design*, Vol. 32, No. 4, pp. 237-252, 2000.
- [23] H. Park, K. Kim, Smooth surface approximation to serial cross-sections, *Computer-Aided Design*, Vol. 28, No. 12, pp. 995-1005, 1996.
- [24] C. D. Woodward, Skinning techniques for interactive B-spline surface interpolation, *Computer-Aided Design*, Vol. 20, No. 8, pp. 441-451, 1988.
- [25] Y. J. Yang, S. Cao, J. H. Yong, H. Zhang, J. C. Paul, J. G. Sun, H. J. Gu, Approximate computation of curves on -spline surfaces, *Computer-Aided Design*, Vol. 40, No. 2, pp. 223-234, 2008.
- [26] C. H. S. Henry P. Moreton, Functional optimization for fair surface design, *Computer Graphics*, Vol. 26, No. 2, pp. 167-176, 1992.



شکل 21 سطح نهایی اتصال دایره به ایرفویل

10- تبدیل به فرمت IGES

جهت انتقال سطح ایجاد شده به سایر سیستم های طراحی به کمک کامپیوتر و کاربردهای دیگر مهندسی مانند اجزا محدود، فرمت IGES انتخاب شده است. لذا، برنامه مجزایی نوشته شده است که قادر است سطح نهایی تولید شده را تحت فرمت IGES ذخیره نموده تا به سایر نرم افزارها مانند سالیدورکز¹، آباکوس² و غیره منتقل شود.

11- نتیجه گیری

در این گزارش، یک الگوریتم جدید معرفی شده است که همزمان با ایجاد بردار گرهی مشترک در منحنی های مختلف مقاطع به بهبود فرآیند ایجاد و نرم تر کردن سطوح ایجاد شده توسط لافیتینگ کمک می کند. روش بر مبنای ایجاد آرایش جدید در نقاط داده مقاطع استوار است. مزیت سطح ایجاد شده هنگام اعمال گام به گام این روش به صورت کیفی و از روی منحنی های ایزوپارامتریک و کیفیت شبکه بندی سطح به روشنی نمایان شد. با وجود این، از پارامتر کمی کمترین تغییرات انحنا نیز جهت بررسی انحناهای سطح استفاده شده است که موید مشاهدات کیفی است. همچنین، میزان خطای انحراف منحنی ها از حالت اولیه پس از اعمال الگوریتم پیشنهادی با استفاده از روش توانمند هاسدورف بررسی شد. نتایج پیاده سازی مدل بر روی چندین مثال مختلف نشان داد که الگوریتم پیشنهادی از طرفی باعث بهبود کیفی و کمی انحناهای سطح می شود، اما از طرف دیگر تکرارهای بی دریبی می تواند باعث کاهش دقت شود. برقرار کردن مصالحه ای بین فاکتورهای کمی کمترین تغییرات انحنا (فاکتور بهبود انحنا سطح) و فاصله هاسدورف (فاکتور دقت سطح) می تواند توانایی مدل در کاربردهای دقیق و حساس را مشخص کند. همچنین، تغییرات کم فاصله هاسدورف از یک تعداد تکرار خاص به بعد (مطابق شکل 14) می تواند سبب انگیزش در انجام پژوهش های بعدی و بهینه تر کردن الگوریتم ارائه شده شود.

1- Solid Works
2- ABAQUS