مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 13، ص‌ص 143-152

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تدوین یک الگوریتم مشارکتی برای طراحی مسیر بهینه اجسام بازگشت‌پذیر

علیرضا عالمی‌نائینی[1]، جعفر روشنی‌یان[2*]

1- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه‌نصیر، تهران
2- استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه‌نصیر، تهران
* تهران، صندوق‌پستی 16569-83911، roshanian@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 22 دی 1392
پذیرش: 02 اردیبهشت 1393
ارائه در سایت: 16 مهر 1393

کلید واژگان:
بهینه‌سازی مشارکتی
روش پرتاب
بازگشت به جو
روش شبه طیفی رادو

چکیده

این مقاله روش جدیدی در طراحی مسیر حرکتی بهینه را معرفی می‌کند. در این روش مشارکتی، ویژگی‌های مطلوب روش‌های مدرن بهینه-سازی در کنار دقت بالای روش‌های گرادیان پایه در یک ساختار بهینه‌سازی دو لایه به کار گرفته می‌شود. لایه نخست برای برطرف کردن کامل وابستگی به شرایط نخستین، سه الگوریتم مدرن بهینه‌سازی را به‌کار می‌گیرد. این سه الگوریتم در قالب ساختاری با تبادل متقابل اطلاعات، جستجوی جامعی را در فضای حل به انجام می‌رساند. روش مورد استفاده در خانواده روش‌های پرتاب قرار می‌گیرد و برای افزایش کارایی آن، مدل جامعی برای بیان پروفیل کنترلی به کار گرفته می‌شود. استفاده از الگوی به‌کار برده شده، نرخ همگرایی را بهبود داده و امکان دستیابی به یک حل اولیه مطلوب در کمینه زمان را فراهم می‌آورد. نتیجه نهایی این لایه، به لایه دوم بهینه‌سازی داده می‌شود. در این لایه با بهره‌گیری از نتایج حاصل از لایه داخلی، یک روش از مجموعه روش‌های برهم‌نشانی مستقیم، موسوم به روش شبه‌طیفی گاوس- رادو مورد استفاده قرار می‌گیرد. ساختار در نظر گرفته شده، بازدهی روش شبه طیفی در دستیابی به پاسخ نهایی را بهبود بخشیده و دقت و سرعت حل مسئله را ارتقاء می‌دهد. پس از ارزیابی الگوریتم‌های بهینه‌سازی هر دو لایه، مسئله بازگشت به جو یک کپسول فضایی مورد بررسی قرار گرفته و اثر تغییر قیود بر میزان حرارت جذب شده مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

Developing a hybrid algorithm to design the optimal trajectory of reentry vehicles

Alireza Alemi Naeeni [1], Jafar Roshanian [2*]

1- Department of Aerospace Engineering, Khaje Nasir University, Tehran, Iran.
2- Department of Aerospace Engineering, Khaje Nasir University, Tehran, Iran.
* P.O.B. 16569-83911 Tehran, Iran, roshanian@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 12 January 2014
Accepted 22 April 2014
Available Online 08 October 2014

Keywords:
hybrid optimization
shooting method
Reentry
Radau pseudospectral

ABSTRACT

Optimal trajectory planning is an important task which is required in most of guidance missions. This paper introduces a new method that utilizes the most important characteristics of global optimization methods along with a new gradient-based method in a two layered scheme for the trajectory planning. In the first layer to construct a convenient shooting method based algorithm, some of the most important global methods of optimization are used in an information transform structure. Exchanging the information between selected algorithms helps for increasing the efficiency of problem solving. To do this, a comprehensive model for parameterization of the control history is introduced which allows the method to search for the best profile in a variety of different profiles. Results of this layer are transformed to the second layer that uses one of direct methods of solving the optimal control problems. This gradient based method named Radau pseudospectral method using of the results of global methods, completes the optimization process. Finally, developed algorithm is used to find the optimal trajectory of a reentry capsule and effects of the path constraint values on the total heat absorbed is investigated.

1- مقدمه

بسیاری از مسائل هدایت یا طراحی مسیر به نوعی مستلزم حل یک مسئله کنترل بهینه است. روش‌های عددی حل مسائل کنترل بهینه به دو دسته کلی روش‌های مستقیم و روش‌های غیرمستقیم تقسیم می‌شوند [2،1]. در روش‌های غیرمستقیم، استخراج شرایط مرتبه نخست بهینگی، مسئله را به یک مسئله مقدار مرزی همیلتونین تبدیل می‌کند [4،3]. برای غلبه بر مشکلات روش‌های غیرمستقیم که از جمله آن‌ها به دشواری استخراج معادلات، وابستگی بسیار زیاد به حدس نخستین و از جمله پارامترهای غیر-ملموس شبه‌حالت می‌توان اشاره کرد [۵،6]، روش‌های مستقیم توسعه‌داده-شده که در آن‌ها تقریب متغیرهای حالت و کنترل، نوعی مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی را حاصل می‌سازد [۷،8]. در این مقاله برای حل مسئله طراحی مسیر حرکتی بهینه، یک روش مشارکتی که در خانواده روش‌های مستقیم قرار دارد، معرفی می‌شود. این روش که در دو لایه فرآیند بهینه‌سازی را به انجام می‌رساند، از روش‌های بهینه‌سازی مدرن در غالب متد پرتاب و روش

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
A. Alemi Naeeni, J. Roshanian, Developing a hybrid algorithm to design the optimal trajectory of reentry vehicles, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 143-152, 2015 (In Persian)

Archive of SID
www.SID.ir

شبه‌طیفی استفاده می‌کند. ویژگی روش‌های بهینه‌سازی مدرن، جستجوی کامل در حوزه حل مسئله و عدم‌وابستگی به حدس نخستین است. به ویژه با استفاده از ساختار توسعه داده شده در این بررسی، جواب اولیه قابل قبولی برای استفاده توسط روش شبه طیفی حاصل می‌شود. روش شبه‌طیفی، علی‌رغم وابستگی کمتر به حدس اولیه نسبت به سایر روش‌ها، در صورت آغاز حل از یک جواب اولیه مناسب، بازده بیشتری داشته و عملکرد مناسب‌تری را از خود نشان می‌دهد. لایه اولیه روش توسعه‌داده‌شده، به‌طور مشارکتی از روش‌های بهینه‌سازی مدرن الگوریتم ژنتیک [9-11]، بهینه‌سازی جمعیت ذرات [12] و الگوریتم توده مورچه‌ها [13] استفاده می‌کند. مطالعات زیادی در حوزه طراحی مسیر حرکتی و هدایت ورود به جو انجام شده که از آن جمله می‌توان روش معکوس [14]، بازگشت به مسیر نامی [15] و بهینه‌سازی عددی [16] را برشمرد. همچنین بررسی‌های زیادی در حوزه بهینه‌سازی مشارکتی انجام شده است. در برخی از این روش‌ها، الگوریتم ژنتیک نقشی محوری دارد [17،18]. روش‌های دیگری نیز بر پایه الگوریتم بهینه‌سازی توده مودچه‌ها شکل یافته‌اند [19،20]. تدوین یک الگوریتم مشارکتی مناسب برای یک مسئله خاص، لازم است با در نظر گرفتن شرایط مربوط به آن مسئله انجام گیرد. روش‌های بهینه‌سازی مشارکتی کارایی الگوریتم‌های بهینه‌سازی توسعه‌داده‌شده را برای دستیابی به یک هدف خاص بهبود می‌بخشند. ویژگی خاص روش توسعه‌داده‌شده در این مقاله دو لایه بودن آن است که در لایه ابتدایی آن نیز بهینه‌سازی به‌طور مشارکتی انجام می‌شود. در این لایه همگرایی به سمت یک شرایط اولیه مطلوب انجام شده و در لایه بعدی بر پایه این مسیر حرکتی طراحی شده، بهینه‌سازی نهایی مسیر به انجام می‌رسد. در این لایه، روش شبه‌طیفی رادو [21] که از روش‌های جدید توسعه‌داده‌شده در این حوزه است، به‌کارگرفته می‌شود. استفاده از مجموعه نقاط گاوس- رادو [22]، انتگرال‌گیری عددی به روش گاوس [23] و میان یابی لاگرانژ [24] از مشخصه‌های این روش است. روش‌های بهینه‌سازی هر دو لایه با حل مسائل نمونه ارزیابی‌شده و در نهایت الگوریتم توسعه‌داده‌شده در بهینه‌سازی مسیر حرکت یک کپسول فضایی در بازگشت به جو به‌کارگرفته می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد روش توسعه‌داده‌شده، بهبود چشمگیری را در بازدهی حل مسئله به نمایش می‌گذارد. به عبارت بهتر، دقت و سرعت حل مسئله نسبت به هر یک از روش‌های مجزای مورد استفاده در الگوریتم مشارکتی وضعیت بهتری داشته و احتمال واگرایی در حل مسئله بسیار کمتر خواهد شد. بخش‌های پسین این مقاله به‌ترتیب زیر ارائه می‌شود: بخش 2، فرمول‌بندی کلی مسائل کنترل بهینه؛ بخش 3، معرفی لایه داخلی روش بهینه‌سازی توسعه‌داده‌شده؛ بخش 4، معرفی روش شبه‌طیفی رادو که در لایه خارجی بهینه‌ساز مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ بخش 5، تشریح مسئله بازگشت به جو یک کپسول فضایی؛ و بخش 6 نتایج حاصل از طراحی مسیر حرکتی بهینه برای آن است.

2- فرمول‌بندی مسئله کنترل بهینه در حالت کلی

هدف از حل یک مسئله کنترل بهینه، دستیابی به دیباچه کنترلی مناسبی است که یک معیار عملکرد را کمینه کرده و در عین‌حال قیدهای درنظر گرفته‌شده را نیز ارضاء کند. در کلی‌ترین حالت، مسئله کنترل بهینه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

تابع هزینه رابطه (1) را کمینه نمایید.

$$J = \emptyset\left(y(t_0), t_0, y(t_f), t_f\right) + \int_{t_0}^{t_f} g(y(t), u(t), t)dt \qquad (1)$$

به‌گونه‌ای که قیدهای دینامیکی رابطه (2) برآورده شود.

$$\dot{y}(t) = f(y(t), u(t), t) \qquad (2)$$

شرایط مرزی به‌صورت رابطه (3) است.

$$\emptyset\left(y(t_0), t_0, y(t_f), t_f\right) = 0 \qquad (3)$$

و قیدهای نامساوی مربوط به مسیر نیز باید به‌صورت رابطه (4) درنظر گرفته شود.

$$C(y(t), u(t), t) \leq 0 \qquad (4)$$

3- لایه بهینه‌ساز داخلی

3-1 مقدمه

لایه بهینه‌ساز داخلی، برمبنای روش پرتاب پایه‌گذاری شده است. در روش‌های پرتاب، با بیان دیباچه کنترلی به شکل پارامتریک و انتگرال‌گیری از معادلات حاکمه، یک مسئله بهینه‌سازی تازه تشکیل می‌شود. برای حل این مسئله از روش‌های گرادیان پایه و یا روش‌های مدرن بهینه‌سازی می‌توان استفاده کرد. در این مقاله یک روش مشارکتی بر پایه سه الگوریتم بهینه‌سازی مدرن مورد استفاده قرار می‌گیرد. الگوریتم‌های مزبور عبارتند از: الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی جمعیت ذرات و الگوریتم توده مورچه‌ها [25]. با توجه به انبوه مراجع موجود در خصوص الگوریتم‌های معرفی‌شده، برای اختصار بحثی در مورد آن‌ها انجام نشده و روش مشارکتی به‌کار برده شده تشریح می‌شود. نکته دیگر در ارتباط با روش پرتاب پیاده‌سازی‌شده، مشخصه‌های پروفیل فرمان درنظر گرفته شده است که بر سرعت همگرایی تأثیرگذار است. پروفیل می‌تواند یک چند جمله‌ای با درجه بالا در کل بازه زمانی ماموریت و یا ترکیبی از چندجمله ایهایی با درجات متفاوت و در بازه‌های مختلف باشد. به عبارت دیگر، ورودی‌هایی که برای توصیف مدل درنظر گرفته شده عبارتند از: بیشینه تعداد زیربازه‌های درنظر گرفته‌شده در کل محدوده زمانی و بالاترین درجه چند جمله‌ای توصیف‌کننده برحسب متغیر مستقل که در اینجه انرژی بی‌بعد شده است. این اطلاعات وارد رشته‌های کد شده بهینه‌سازی شده و توسط الگوریتم بهینه‌سازی، به حل نهایی همگرا می‌شوند. بنابراین پروفیل فرمان می‌تواند شامل تعداد متغیری زیربازه با چند جمله ای‌هایی از درجات متفاوت باشد.

3-2 روش بهینه‌سازی

با توجه به این‌که هدف از الگوریتم توسعه‌داده‌شده در لایه داخلی، دستیابی به پاسخی مناسب با کمترین بار محاسباتی است، الگوریتم مشارکتی با تبادل اطلاعات بین سه الگوریتم در حال اجرا و بر پایه تنظیم مداوم شرایط عملکردی سعی در دستیابی به بهترین پاسخ دارد. فرآیند بهینه‌سازی یاد شده براساس یک فرآیند تکرار استوار شده است که در تکرار iام آن گام‌های زیر قرار دارد:

Archive of SID
www.SID.ir

1. تنظیم مقادیر نخستین الگوریتم‌های توده مورچگان و جمعیت ذرات براساس اطلاعات مربوط به مراحل (5-6) از تکرار i-1
2. اجرای الگوریتم‌های توده مورچگان و جمعیت ذرات به‌ترتیب تا n_{ACO} و n_{PSO} تکرار
3. شکل‌دهی به جمعیت اولیه الگوریتم ژنتیک:

   n_{PtoG} از بهترین اعضای جمعیت ذرات

   n_{AtoG} از بهترین اعضای توده مورچگان

   باقی اعضا از نسل پیشین الگوریتم ژنتیک که در تکرار قبل (i-1) حاصل شده آورده می‌شوند
4. اجرای الگوریتم ژنتیک برای n_{GA} تکرار
5. شکل‌دهی به جمعیت نخستین الگوریتم توده مورچگان. برای این منظور، n_{GtoA} عضو از بهترین اعضای الگوریتم ژنتیک گرفته شده و باقی بدون تغییر از اعضای نهایی توده مورچگان در تکرار i-1 جایگزین می‌شوند.
6. شکل‌دهی به پارامترهای اولیه الگوریتم جمعیت ذرات. برای این منظور، n_{GtoP} عضو از بهترین اعضای الگوریتم ژنتیک گرفته شده و باقی بدون تغییر از اعضای نهایی جمعیت ذرات در تکرار i-1 جایگزین می‌شوند.

به این ترتیب، تکرار iام به پایان می‌رسد. درصورت برآورده شدن شرایط پایانی که مربوط به همگرایی و یا تعداد تکرار است، الگوریتم پایان یافته و در غیر این صورت، تکرار i+1ام آغاز می‌شود. شایان یاد است اعضای اولیه تمام الگوریتم‌ها در آغاز به صورت تصادفی انتخاب می‌شود.

با استفاده از الگوریتم بالا، اطلاعات حاصل از جستجوی جواب بهینه، در بین تمام الگوریتم‌ها به اشتراک گذاشته می‌شود و با توجه به این‌که در هر مسئله و یا شرایط اولیه خاص، یکی از الگوریتم‌ها عملکرد مناسب‌تری را به نمایش خواهد گذارد، همواره نتایج حاصل از بهترین الگوریتم در دسترس بوده و از سوی دیگر روش‌های متفاوت استفاده شده در سه الگوریتم یاد شده در دستیابی به جواب بهینه مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

با توجه به آن‌چه بیان شد، الگوریتم معرفی شده، هدف لایه داخلی الگوریتم بهینه‌سازی را که دسترسی به جواب مناسبی با کمترین تکرار است به انجام خواهد رسانید.

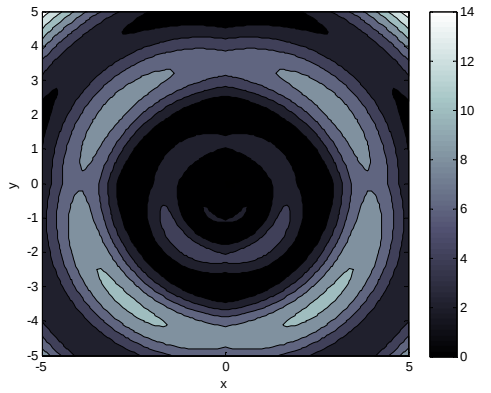
3-3 ارزیابی روش بهینه‌سازی توسعه‌داده‌شده در لایه داخلی

برای ارزیابی و صحت‌سنجی الگوریتم توسعه‌داده‌شده، دو مسئله نمونه مورد بررسی قرار گرفت. حل دقیق هر دو مسئله موجود بوده و به دلیل ساختار نوسانی متشکل از نقاط بیشینه و کمینه متعدد، برای ارزیابی الگوریتم توسعه‌داده‌شده مناسب است.

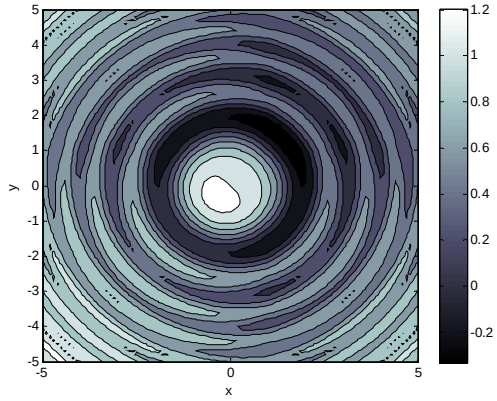
مسئله نمونه 1: یافتن کمینه تابع ارائه شده در رابطه (5) (شکل 1)

$$f(x,y) = (x^2+y^2)^{0.25}\sin(30((x+0.5)^2+y^2)^{0.1}) + |x| + |y| \qquad -\infty < x,y < +\infty \tag{5}$$

مسئله نمونه 2: یافتن کمینه تابع ارائه شده در رابطه (6) (شکل 2)



شکل 1 نمایش تابع کمینه‌سازی مسئله نمونه 1 به شکل کانتور



شکل 2 نمایش تابع کمینه‌سازی مسئله نمونه 2 به شکل کانتور

$$f(x,y) = J_0(x^2+y^2) + 0.1|1-x| + 0.1|1-y| \qquad -\infty < x,y < +\infty \tag{6}$$

حل مسائل نمونه با استفاده از الگوریتم توسعه‌داده‌شده تطابق خوبی با جواب دقیق مسئله دارد.

مسئله 1: $(x,y)=(-1.317e-36, 2.8142e-38)$

مسئله 2: $(x,y)=(1, 1.6606)$

4- لایه بهینه‌ساز خارجی

4-1 مقدمه

همان‌گونه که بیان شد، لایه داخلی استفاده‌شده در فرآیند بهینه‌سازی، جواب اولیه مناسبی را محاسبه می‌کند. با بهره‌گیری از این جواب اولیه، لایه خارجی سعی در رسیدن به جواب بهینه نهایی را خواهد داشت. برای این منظور از روش شبه‌طیفی رادو استفاده می‌شود. این روش از خانواده روش‌های مستقیم است که در سال‌های اخیر رشد چشمگیری داشته است. بهره‌گیری از جواب اولیه، بازدهی حل مسئله را افزایش داده و عملکرد الگوریتم را بهبود می‌بخشد.

4-2 معرفی روش بهینه‌سازی

در این بخش الگوریتم شبه‌طیفی به اختصار معرفی می‌شود. همان‌گونه که در آغاز مقاله بیان شد، این روش در خانواده روش‌های مستقیم حل مسائل

Archive of SID

www.SID.ir

کنترل بهینه قرار می‌گیرد. برای حل مسئله مجموعه نقاطی موسوم به نقاط لژاندر- گاوس- رادو مورد استفاده قرار می‌گیرد. در واقع با در نظر گرفتن تعریف چند جمله‌ای‌های لژاندر مرتبه n در رابطه (7) مجموعه نقاط لژاندر- گاوس- رادو ریشه‌های $P_n(\tau) + P_{n-1}(\tau)$ است.

$$P_n(\tau) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{d\tau^n}[(\tau^2-1)^n] \quad (7)$$

توابع مورد استفاده جهت محاسبه تقریبی متغیرهای حالت و کنترل، چند جمله‌ای‌های لاگرانژ است. چند جمله‌ای‌های لاگرانژ مرتبه N به صورت رابطه (8) تعریف می‌شوند:

$$L_i(t) = \prod_{\substack{i=1 \\ j\neq i}}^{n+1}\frac{t-t_j}{t_i-t_j} \quad , \quad (i = 1,\dots,n+1) \quad (8)$$

بنابراین متغیرهای حالت به‌صورت رابطه (9) تقریب زده می‌شوند:

$$y(\tau) \approx \sum_{i=1}^{N+1} Y_i L_i(\tau) \quad (9)$$

خطای تقریب بالا برای توابعی که در بازه $[t_0,t_f]$ دارای N مشتق است براساس رابطه (10) قابل محاسبه خواهد بود [21]:

$$e(t) = \frac{(t-t_1)\dots(t-t_N)}{N!}y^N(\zeta) \quad (10)$$

که $y^N(\zeta)$ مشتق nام تابع $y(t)$ است و داریم $\zeta \in [t_0,t_f]$.

با درنظر گرفتن تقریب در نظر گرفته شده رابطه (11) را خواهیم داشت:

$$\dot{y}(\tau) \approx \sum_{i=1}^{N+1} Y_i \dot{L}_i(\tau) \quad (11)$$

بنابراین با درنظر گرفتن هم‌زمان معادله بالا و معادله (2)، شرط یا قید دینامیکی در نقاط لژاندر– گاوس- رادو به‌صورت رابطه (12) خواهد شد:

$$\sum_{i=1}^{N+1} Y_i \dot{L}_i(\tau_k) = \frac{t_f-t_0}{2} f(Y_k,U_k,\tau)\,, \quad (k = 1,\dots,N) \quad (12)$$

از دیگر مشخصه‌های روش شبه‌طیفی، انتگرال‌گیری عددی برمبنای مجموعه ضرایب گاوس است که براساس آن رابطه (13) را خواهیم داشت:

$$J = \emptyset(Y(\tau_1),\tau_1,Y(\tau_{N+1}),\tau_{N+1}) + \frac{t_f-t_0}{2}\sum_{i=1}^{N} w_i g(Y_i,U_i,\tau) \quad (13)$$

ضرائب w_i براساس رابطه (14) محاسبه می‌شوند [22]:

$$w_i = \frac{1}{(1-\tau_i)[\dot{P}_{N-1}(\tau_i)]^2} \quad , \quad 2 \le i \le N$$
$$w_1 = \frac{2}{N^2} \quad (14)$$

نشان داده می‌شود با استفاده از رابطه انتگرال‌گیری عددی بالا، خطا برای چند جمله‌ای تا درجه 2N-2 صفر خواهد بود [23].

بنابراین مسئله بهینه‌سازی متناظر با مسئله کنترل بهینه اولیه به‌صورت رابطه (15) خواهد بود. کمینه تابع هزینه ارائه شده در رابطه 13 را با شرایط ارائه شده در مجموعه روابط (15) بیابید:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{N+1} D_{ki}Y_i - \frac{t_f-t_0}{2}f(Y_k,U_k,\tau) = 0,\\ &\emptyset(Y(\tau_1),\tau_1,Y(\tau_{N+1}),\tau_{N+1}) = 0,\\ &\frac{t_f-t_0}{2}C(Y_k,U_k,\tau) \le 0,\\ &k = 1,\dots,N \end{aligned} \quad (15)$$

مسئله بالا یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی است و مجهولات آن $(Y_1,\dots$ $(U_1,\dots,U_N)$, t_f, Y_{N+1} است که لایه خارجی بهینه‌سازی مقدار مطلوب آن‌ها را تعیین می‌کند.

3-4 ارزیابی روش بهینه‌سازی توسعه‌داده‌شده در لایه خارجی

برای ارزیابی روش توسعه‌داده‌شده، مسئله کنترل بهینه شناخته شده‌ای با عنوان کنترل ماه نشین [26] مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف کمینه کردن تابع (16) است:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u dt \quad (16)$$

با در نظر گرفتن معادلات حرکت (17):

$$\begin{aligned} \dot{h} &= v\\ \dot{v} &= -g + u \end{aligned} \quad (17)$$

و شرایط مرزی رابطه (18):

$$\begin{aligned} &h(0) = h_0 = 10\,, v(0) = v_0 = -2,\\ &h(0) = h_f = 0\ \ , v(0) = v_f = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

و همچنین قیود کنترلی در طول مسیر به‌صورت رابطه (19):

$$0 \le u \le 3 \quad (19)$$

در رابطه بالا داریم g=1.5 و t_f آزاد درنظر گرفته می‌شود.

حل بهینه مسئله بالا به‌صورت رابطه (20) می‌شود:

$$h^*(t) = \begin{cases} -\frac{3}{4}t^2 + v_0 t + h_0, t \le t_s \\ \frac{3}{4}t^2 + (-3t_s + v_0)t + \frac{3}{2}{t_s}^2 h_0, t > t_s \end{cases} \quad (20)$$

Archive of SID

www.SID.ir

$$h^*(t) = \begin{cases} -\frac{3}{2}t + v_0, t \le t_s \\ \frac{3}{2}t + (-3t_s + v_0), t > t_s \end{cases}$$

$$h^*(t) = \begin{cases} 0, t \le t_s \\ 3, t > t_s \end{cases}$$

که در آن رابطه (21) را داریم:

$$t_s{}^* = \frac{t_f{}^*}{2} + \frac{v_0}{3} \quad (21)$$

با در نظر گرفتن رابطه (22):

$$t_f{}^* = \frac{2}{3}v_0 + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{2}{v_0}^2 + \frac{3}{2}h_0} \quad (22)$$

و همچنین شرایط مرزی ارائه شده، خواهیم داشت.

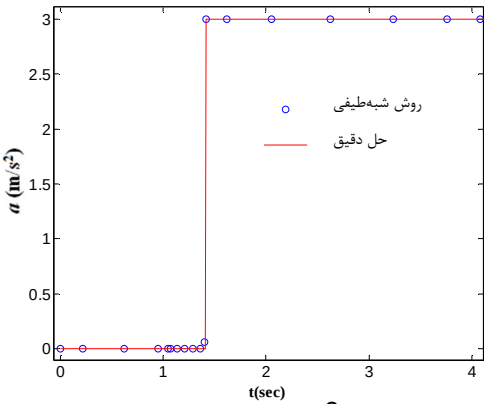
(t_s^*, t_f^*)=(1.4154,4.1641)

شکل‌های (3-5) نتایج حاصل از الگوریتم را با حل دقیق مقایسه می‌کند. نتیجه بررسی، حاکی از انطباق نتایج با حل دقیق است.

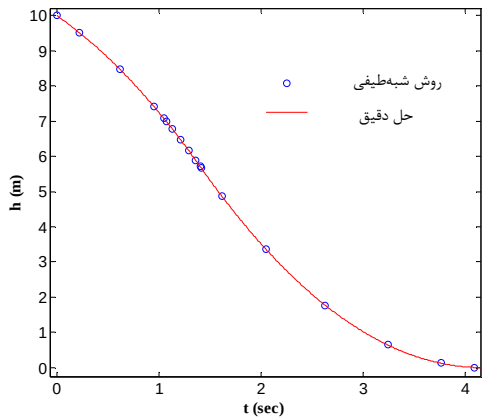
5- طراحی مسیر بهینه در بازگشت به جو

5-1-معادلات حرکت

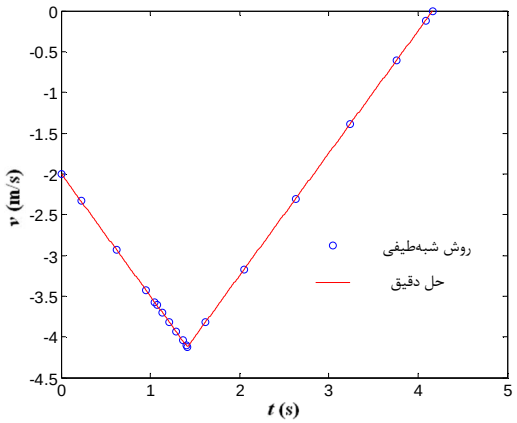
دینامیک اجسام بازگشت‌پذیر، پارامترهای تأثیرگذار در این خصوص و مدل‌های مربوطه به‌طور مفصل در مرجع [27] بیان شده است. معادلات حرکت کپسول فضایی در سیستم مختصات کروی به‌صورت رابطه (23) است:



شکل 3 تاریخچه زمانی شتاب کنترل



شکل 4 تاریخچه زمانی تغییرات ارتفاع



شکل 5 تاریخچه زمانی تغییرات سرعت

$$\dot{r} = v\sin\gamma\,,\ \theta = \frac{v\cos\gamma\cos\psi}{r\cos\phi}\,,\ \dot{\phi} = \frac{v\cos\gamma\sin\psi}{r}$$
$$\dot{v} = -D - g\sin\gamma + \omega^2 r\cos\phi(\sin\gamma\cos\phi - \cos\gamma\sin\psi\sin\phi)$$
$$\dot{\gamma} = \frac{L\cos\sigma}{v} - \left(\frac{g}{v} - \frac{v}{r}\right)\cos\gamma + 2\omega\cos\psi\cos\phi + \frac{\omega^2 r}{v}\cos\phi(\cos\gamma\cos\phi + \sin\gamma\sin\psi\sin\phi)$$
$$\dot{\psi} = \frac{L\sin\sigma}{v\cos\gamma} - \frac{v}{r}\cos\gamma\cos\psi\tan\phi + 2\omega(\tan\gamma\sin\psi\cos\phi - \sin\phi) - \frac{\omega^2 r}{v\cos\gamma}\cos\psi\sin\phi\cos\phi \quad (23)$$

که r فاصله از مرکز گرانشی زمین، v سرعت نسبت به زمین، θ طول جغرافیایی، φ عرض جغرافیایی، γ زاویه مسیر حرکت با افق، ψ زاویه سمت و σ زاویه بنک است. زاویه σ زاویه بین بردار برا و صفحه متشکل از بردارهای موقعیت و سرعت است که در این‌جا متغیر کنترلی محسوب می‌شود. سرانجام ω سرعت دوران زمین و $g=\mu/r^2$ اندازه شتاب گرانش که μ پارامتر گرانشی زمین، L و D نیز نیروی برا و پسا است.

5-2 قیود

در زمان پرواز، قیود نامساوی درخصوص پارامترهای فشار دینامیکی، شتاب و نرخ انتقال حرارت به‌صورت رابطه (24) درنظر گرفته می‌شود:

$$q \le 15000\ \mathrm{N/m^2}$$
$$a \le 40\mathrm{m/s^2} \quad (24)$$
$$\dot{Q} \le 800\ \mathrm{kW/m^2}$$

5-3 شرایط مرزی

شرایط اولیه حرکتی کپسول فضایی مربوط به شرایط خروج از مدار اولیه و شرایط نهایی مربوط به نقطه فعال شدن سیستم بازیافت به صورت رابطه (25) درنظر گرفته شده است:

$$r(t_f) = 15\ km \quad r(t_0) = 120\mathrm{km}\ ,\ \theta(t_0) = 41/5°\ ,\ \varphi(t_0) = 40/5°$$
$$\theta(t_f) = 59/99° \quad v(t_0) = 7500\mathrm{m/s}\ ,\ \gamma(t_0) = -2°\ ,\ \psi(t_0) = -45°$$
$$\varphi(t_f) = 22/98° \quad r(t_f) = 15\mathrm{km}\ ,\ \theta(t_f) = 59/99°\ ,\ \varphi(t_f) = 22/98° \quad (25)$$

5-4 تابع هزینه

هدف اصلی، به کمینه رساندن میزان حرارت جذب شده است. این پارامتر با انتگرال‌گیری از نرخ انتقال حرارت در طول مدت زمان انجام مأموریت به-

Archive of SID

www.SID.ir

صورت رابطه (26) محاسبه می‌شود:

$$J_Q = 1.294e^{-4}\int_{t_0}^{t_f} v^3\rho^{0.5}dt \quad (26)$$

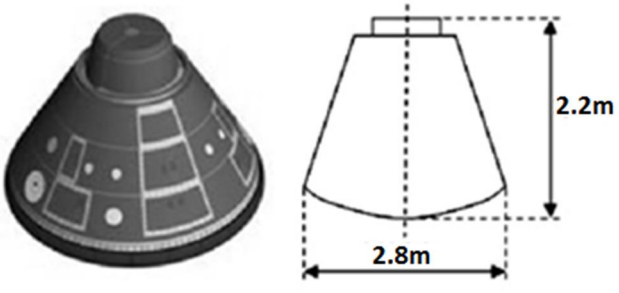
که ρ دانسیته آتمسفر است. لازم به توضیح است که مبنای رابطه بالا، میزان انتقال حرارت در نقطه سکون که تابعی از هندسه وسیله است.

5-5 مدل فیزیکی وسیله

کپسول فضایی مورد استفاده در این بررسی، کپسولی موسوم به «اِی آر دی» که مخفف «اثبات‌کننده فناوری بازگشت به جو» است. (شکل 6). این کپسول توسط آژانس فضایی اروپایی در سال 1998 به‌طور موفقیت‌آمیز آزمایش شده است. این کپسول شبیه کپسول آپولو با نسبت 79 درصد است و شکلی کروی- مخروطی دارد. بیشترین قطر آن 2/8 متر، طول آن 2/04 متر و جرم کلی آن 2800 کیلوگرم است.

6- نتایج

الگوریتم توسعه‌داده‌شده برای طراحی مسیر حرکتی بهینه کپسول فضایی مورد استفاده قرار داده شد. در بخش نخست با در نظر گرفتن سه نوع متفاوت پروفیل کنترلی، طراحی مسیر حرکتی بهینه توسط لایه داخلی بهینه‌سازی به انجام رسید. برای این بررسی بیشینه تعداد بازه‌ها و درجه بیشینه پروفیل کنترلی در هر بازه مقادیر متفاوتی در نظر گرفته شد. نتایج حاصل در جدول 1 و شکل‌های (7-10) نمایش داده شده است. طبیعتاً درنظر گرفتن پروفیل فرمانی متشکل از تعداد بالاتر بازه‌ها و درجه بالای چندجمله‌ای‌ها جواب مطلوب‌تری خواهد داد، اما نکته در این‌جا این است که الگوریتم مشارکتی توسعه‌داده‌شده در لایه داخلی تنها به یک جواب اولیه قابل قبول نیاز دارد و برای این منظور پروفیل‌های ساده‌تر نیز مناسب خواهد بود. در ادامه بررسی، با آغاز حل از پروفیل دوم جدول 1 که نتایج بهتری را به نمایش گذاشته، با درنظر گرفتن ترکیبات متفاوتی از قیدهای مسیر حرکتی، مقدار تابع هزینه که میزان حرارت جذب شده است، مورد مقایسه قرار گرفت. جدول 2 نتیجه این بررسی را به نمایش گذاشته است. این نشان می‌دهد با ارتقاء قیدها که در اثر دستیابی به فناوری‌های پیشرفته‌تر در حوزه‌های مختلف صورت می‌پذیرد، تابع هزینه مستقیماً بهبود خواهد یافت. به عبارت دیگر، بهبود وضعیت سازه‌ای بر میزان حرارت جذب شده نیز مؤثر خواهد بود که لازم است این امر در طراحی سیستمی درنظر گرفته شود. ابزار توسعه‌داده‌شده در این بررسی، زمینه انجام پژوهش‌های آتی در حوزه مورد اشاره را فراهم ساخته است. مشخصه‌های مربوط به مسیرهای حرکتی بهینه متناظر با مجموعه‌های مختلف قیود که شامل پروفیل کنترلی، مشخصه‌های عملکردی و متغیرهای حالت است در شکل‌های (7-19) نمایش داده شده است.



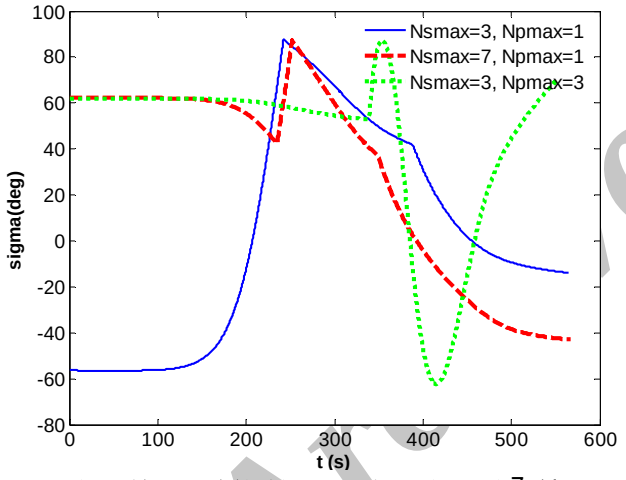
شکل 6 شماتیک کپسول بازگشت‌پذیر بررسی‌شده

جدول 1 نتایج حاصل از بهینه‌سازی با درنظر گرفتن انواع متفاوتی از پروفیل‌های کنترلی

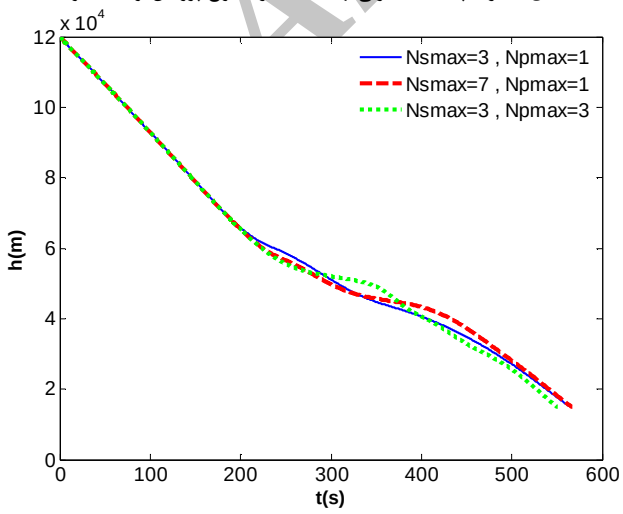
بیشینه تعداد بازه‌ها (Ns_{max})	بیشینه درجه پروفیل کنترلی (Np_{max})	حرارت جذب‌شده (مگا ژول)
3	1	124/3
7	1	122/8
3	3	124/2

جدول 2 اثر تغییر قیود مسیر بر میزان حرارت جذب‌شده

قید هد دینامیکی ماکزیمم(kPa)	قید ماکزیمم نرخ انتقال حرارت(kJ/s)	قید ماکزیمم شتاب عمودی (m/s^2)	میزان حرارت جذب‌شده(MJ)
14	800	40	121/3
12	800	40	122/1
10	800	40	124/0
14	900	40	120/7
14	700	40	124/2
14	800	35	122/2
14	800	3	123/8

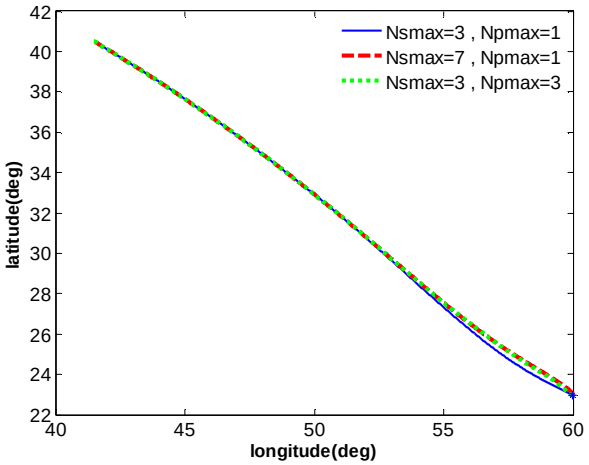


شکل 7 تاریخچه‌های کنترلی بهینه متناظر با انواع پروفیل اولیه متفاوت

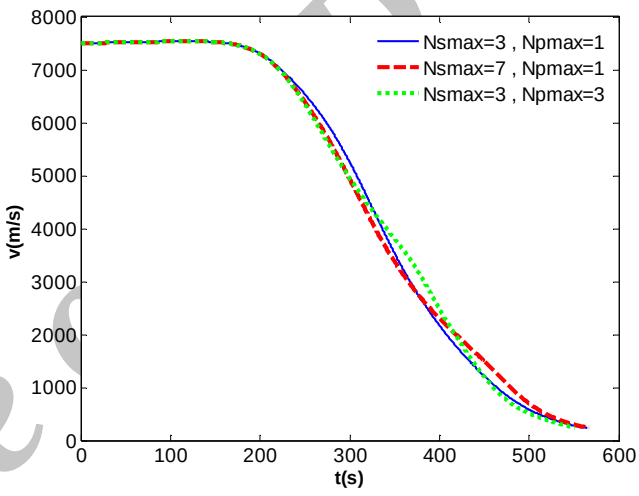


شکل 8 تغییرات ارتفاع متناظر با پروفیل‌های کنترلی شکل 7

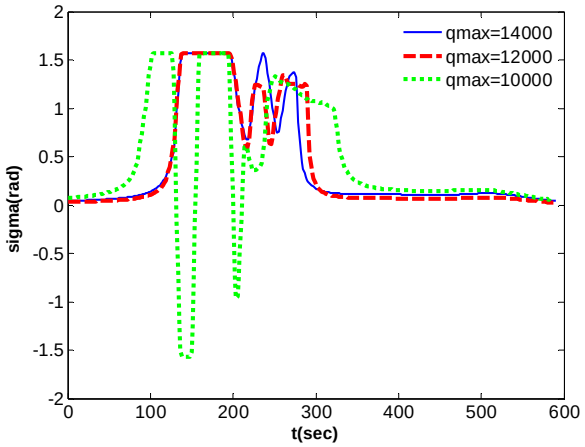
www.SID.ir
Archive of SID



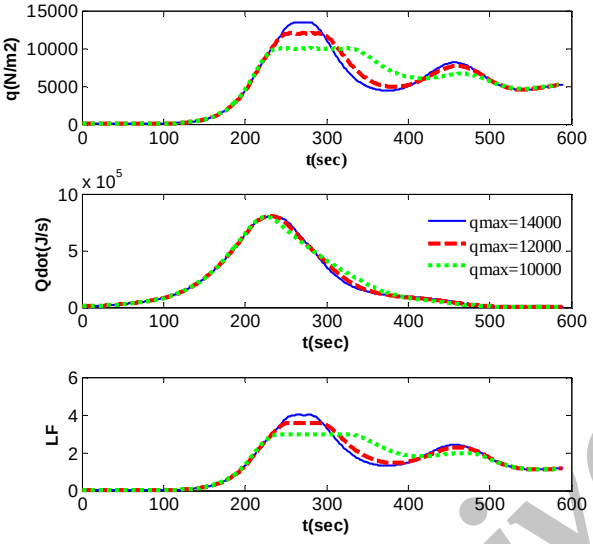
شکل 9 مسیر حرکتی متناظر با پروفیل‌های کنترلی شکل 7



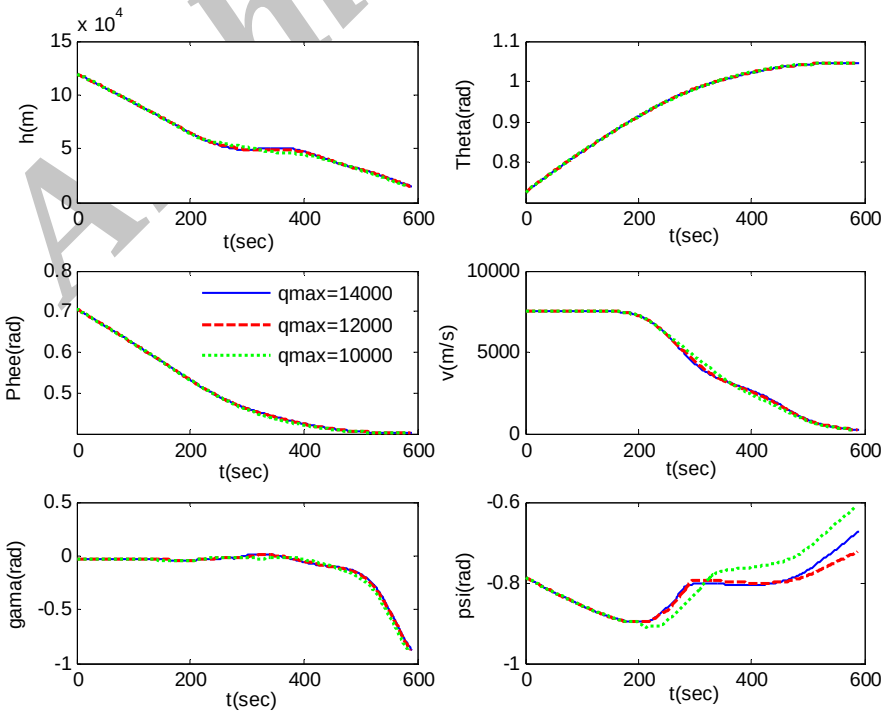
شکل 10 تغییرات سرعت متناظر با پروفیل‌های کنترلی شکل



شکل 11 اثر تغییر مقدار قید فشار دینامیکی بر مشخصه‌های عملکردی

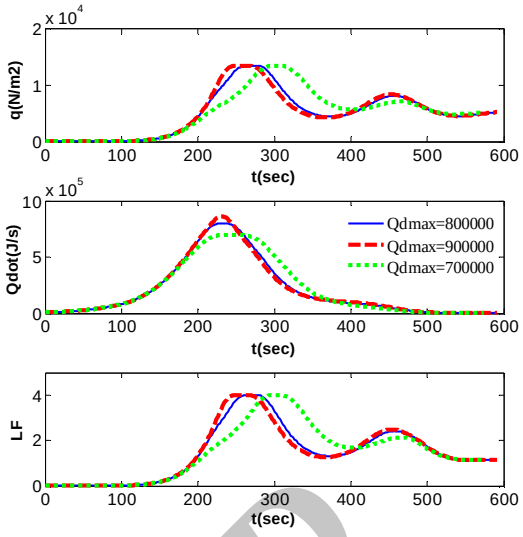


شکل 12 اثر تغییر مقدار قید فشار دینامیکی بر پروفیل فرمان بهینه

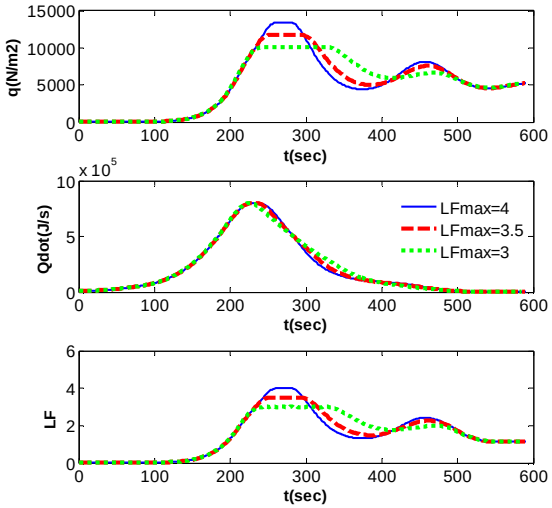


شکل 13 اثر تغییر مقدار قید فشار دینامیکی بر تاریخچه زمانی متغیرهای حالت بهینه

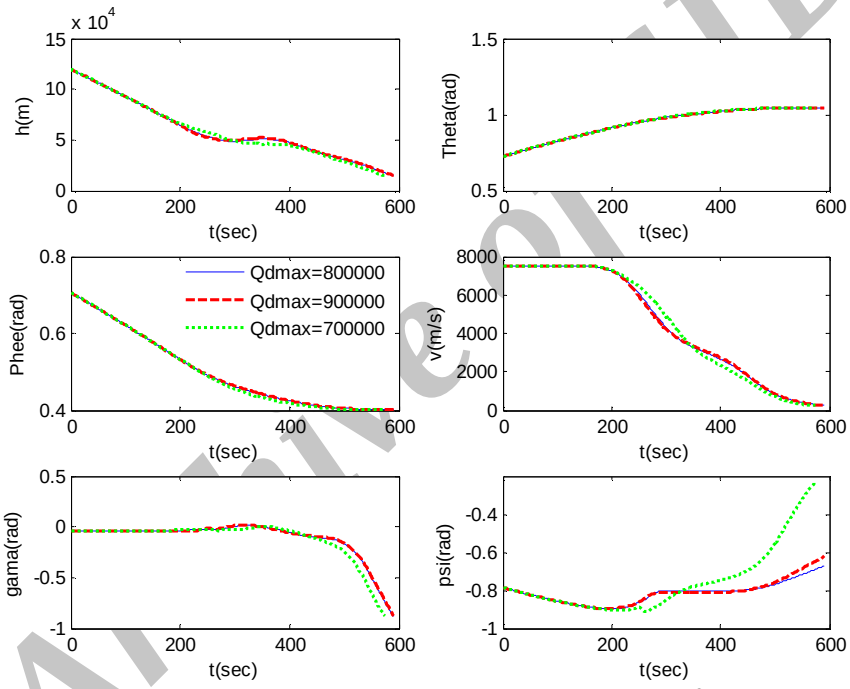
www.SID.ir



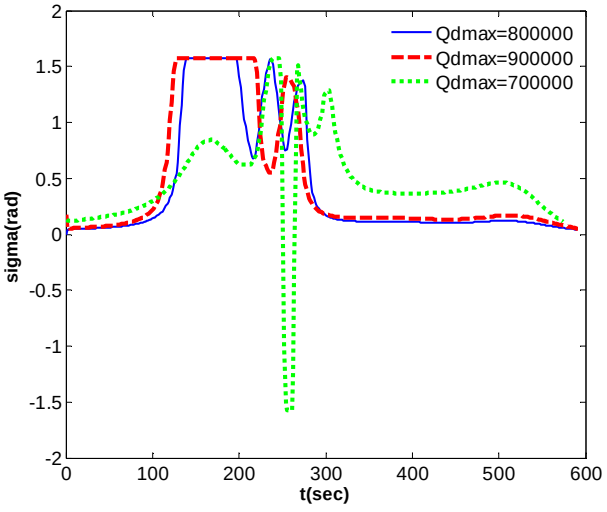
شکل 14 اثر تغییر مقدار قید نرخ انتقال حرارت بر مشخصه‌های عملکردی



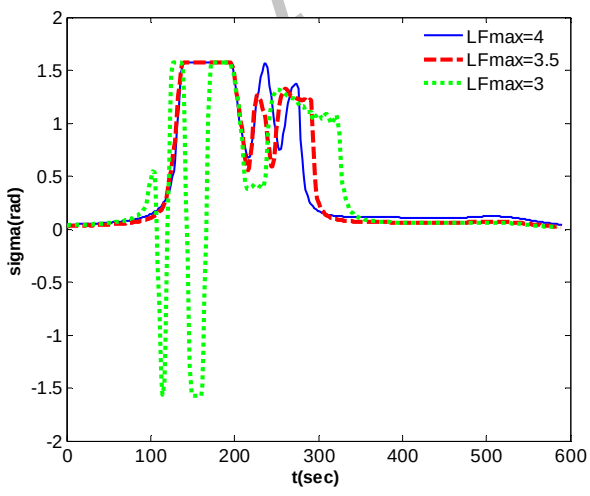
شکل 17 اثر تغییر مقدار قید فرابار بر مشخصه‌های عملکردی



شکل 16 اثر تغییر مقدار قید نرخ انتقال حرارت بر تاریخچه زمانی متغیرهای حالت بهینه

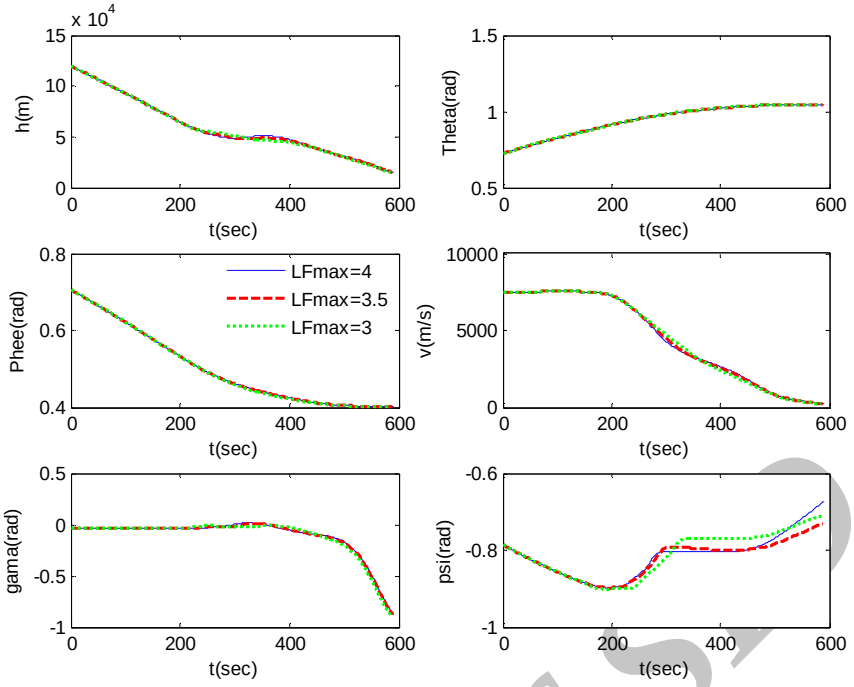


شکل 15 اثر تغییر مقدار قید نرخ انتقال حرارت بر پروفیل فرمان



شکل 18 اثر تغییر مقدار قید فرابار بر پروفیل فرمان بهینه

www.SID.ir



شکل 19 اثر تغییر مقدار قید فرابار بر تاریخچه زمانی متغیرهای حالت بهینه

7- جمع بندی

یک الگوریتم بهینه‌سازی دو لایه برای حل مسئله طراحی مسیر حرکتی بهینه در بازگشت به جو توسعه داده شد. لایه داخلی در یک ساختاری مشارکتی با بهره‌گیری از الگوریتم‌های ژنتیک، جمعیت ذرات و توده مورچه‌ها جواب اولیه مناسبی را می‌یابد. لایه خارجی بهینه‌سازی، با بهره‌گیری از این جواب اولیه، جستجوی دقیقی را برای جواب بهینه به انجام می‌رساند. حل مسائل نمونه، صحت الگوریتم بهینه‌سازی در هر دو لایه را اثبات کرد. الگوریتم توسعه‌داده‌شده عملکرد مناسبی داشته و بازدهی محاسباتی بالایی را به نمایش گذاشت. در نهایت، مسئله بازگشت به جو یک کپسول فضایی با محوریت بررسی قیود مسیر حرکت بررسی شد.

8- علایم، نشانه‌ها و ارقام

فهرست علائم

a	شتاب عمودی (ms^{-2})
CD	ضریب پسا
CL	ضریب برآ
E	اندازه انرژی لحظه‌ای بر واحد جرم (m^2s^{-2})
g	شتاب گرانش (ms^{-2})
m	جرم (kg)
q	فشار دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-2}$)
r	فاصله از مرکز گرانش (m)
S	سطح مرجع (m^2)
t	زمان (s)
v	سرعت (ms^{-1})

علایم یونانی

τ	زمان بی‌بعد شده
θ	طول جغرافیایی
ϕ	عرض جغرافیایی
γ	زاویه بردار سرعت با افق
ψ	زاویه سمت بردار سرعت
σ	زاویه بردار برآ با صفحه حرکت (متغیر کنترلی)
μ	ثابت گرانشی زمین (m^3s^{-2})
ω	سرعت زاویه‌ای دوران زمین
ρ	چگالی(kgm^{-3})

9- فهرست مراجع

[1] J. T. Betts, Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, 193, 1998.
[2] A. V. Rao, A Survey of Numerical Methods for Optimal Control, *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, AAS Paper 09-334, Pittsburgh, PA, August 2009.
[3] B. Tian , Q. Zong, Optimal guidance for reentry vehicles based on indirect Legendre pseudospectral method, *Acta Astronautica*, Vol. 68, No. 7, pp. 1176–1184, 2011.
[4] C. Hargraves and S. Paris, Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 10, pp. 338–342, 1987.
[5] G. N. Elnagar and M. Razzaghi, A Collocation-Type Method for Linear Quadratic Optimal Control Problems, *Optimal Control Applications and Methods*, Vol. 18, pp. 227–235, 1997.
[6] F. Fahroo, and I. M. Ross, A Spectral Patching Method for Direct Trajectory Optimization, *Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 48, pp. 269–286, 2000.
[7] D. A. Benson, *A Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control*, PhD thesis, MIT, 2004.
[8] C. Darby, W. Hager and A. V. Rao, An hp-adaptive pseudospectral method for solving optimal control problems, *Optimal Control Applications and Methods*, DOI: 10.1002/oca.957.
[9] S. Talebi, A. Ariaei, Vibration analysis of rotating tapered cantilever beams and crack detection using genetic algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 1-13, 2013. (In Persian)

Archive of SID

www.SID.ir

[10] F. Najafi, M. Karimi, M. Ghayour, Optimal Trajectory Planning and Obstacle Avoidance of a Manipulator in the Presence of Ellipsoidal Obstacles Using Genetic Algorithms, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 10, No. 4, pp. 75-84, 2011. (In Persian)
[11] M. T. Vakil-Baghmisheh, R. Hassannejad, M. Mirzaei, Application of Genetic Algorithms in Optimal Design of a Passive Suspension System a Vehicle Subjected to Random Excitations of Actual Road, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 10, No. 4, pp. 1-12, 2011. (In Persian)
[12] C. Li, L. Tang, Y. Wang, and Z. Deng, Design of Trajectory Tracking for Vehicles using PSO Algorithm, *Proceedings of the International Symposium on Intelligent Information Systems and Applications,* Qingdao, P. R. China, Oct. 28-30, pp. 047-050, 2009.
[13] Q. Zhang C. Liu, B. Yang, Z. Ren, Reentry Trajectory Planning Optimization Based on Ant Colony Algorithm, *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics,* December 15 -18, 2007, Sanya, China.
[14] A. Naghash, R. Esmaelzadeh, M. Mortazavi, Reza Jamilnia, Near optimal guidance law for descent to a point using inverse problem approach, *Aerospace Science and Technology,* Vol. 12, pp. 241-247, 2008.
[15] G. Ning, S. Zhang, Z. Fang, Integrated Entry Guidance for Reusable Launch Vehicle, Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 20, pp. 1-8.
[16] M. Li, R. Zhang, Z. Li, R. Zhang, Footprint Problem with Angle of Attack Optimization for High Lifting Reentry Vehicle, *Chinese Journal of Aeronautics,* Vol. 25, pp. 243-251, 2012.
[17] Y. Kao, E. Zahara, A hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for multimodal functions, *Applied Soft Computing,* Vol. 8, pp. 849–857, 2008.
[18] K. Dong, A. Ajith, C. Jae, hybrid genetic algorithm and bacterial foraging approach for global optimization, *Information Sciences,* Vol. 177, pp. 3918–3937, 2007.
[19] X. Zhang, L. Tang, A new hybrid ant colony optimization algorithm for the vehicle routing problem, *Pattern Recognition Letters,* Vol. 30, pp. 848–855, 2009.
[20] S. Nemati, M.Basiri, N. Ghasem-Aghaee, M. Hosseinzadeh, A novel ACO–GA hybrid algorithm for feature selection in protein function prediction, *Expert Systems with Applications,* Vol. 36, pp. 12086–12094, 2009.
[21] D. A. Benson, G. T. Huntington, T. P. Thorvaldsen and, A. V. Rao, Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation via an Orthogonal Collocation Method, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* Vol. 29, pp. 1435–1440, 2006.
[22] D. Garg, M. A.Patterson, C. L. Darby, C. Francolin, G. T. Huntington, W. Hager and A. V. Rao, Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation of Finite-Horizon and Infinite-Horizon Optimal Control Problems Using a Radau Pseudospectral Method, *Computational Optimization and Applications,* Vol. 49, pp. 335–358, 2011.
[23] D. Garg, M. A. Patterson, W. Hager, A. V. Rao, D. A. Benson and G. T. Huntington, A Unified Framework for the Numerical Solution of Optimal Control Problems Using Pseudospectral Methods, *Automatica,* Vol. 46, pp. 1843–1851, 2010.
[24] D. Garg, W. Hager and A. V. Rao, Pseudospectral Methods for Solving Infinite-Horizon Optimal Control Problems, *Automatica,* Vol. 47, pp. 829–837, 2011.
[25] S. Rao*, Engineering Optimization Theory and Practice,* 4th edition, JOHN WILEY & SONS, INC., 2009.
[26] J. Meditch, On the problem of optimal thrust programming for a soft lunar landing, *IEEE Transactions on Automatic Control,* Vol. 9, pp. 477–484, , 1964.
[27] F. J. Regan, and Anandakrishnan, S. M., *Dynamics of Atmospheric Re-Entry,* American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, D.C., 1993.

Archive of SID

www.SID.ir