



## تحلیل ارتعاشات آزاد و ضربه روی ورق ساندویچی با هسته انعطاف پذیر هوشمند

کرامت ملکزاده فرد<sup>1\*</sup>، غلامحسین پایگانه<sup>2</sup>، فهیمه راشد سقاواز<sup>3</sup>

- 1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران  
 2- عضو هیئت علمی، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران  
 3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی 123456789، k.malekzadeh@mut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 04 فروردین 1393  
 پذیرش: 11 خرداد 1393  
 ارائه در سایت: 16 مهر 1393  
 کلید واژگان:  
 ماده مغناطیسی  
 ضربه سرعت پایین  
 ارتعاشات  
 ورق هوشمند

### چکیده

در این مقاله، پاسخ ارتعاشات آزاد و ضربه عرضی با سرعت پایین یک ورق ساندویچی با هسته انعطاف پذیر از جنس ماده هوشمند مغناطیسی مورد مطالعه قرار گرفته است. ورق ساندویچی مستطیلی از یک هسته با قابلیت تحریک مغناطیسی و دو لایه مقیدکننده تشکیل شده است. ماده مغناطیسی در شدت‌های میدان مغناطیسی مختلف، خواص متفاوتی از خود نشان می‌دهد. معادلات حاکم بر حرکت به کمک اصل هامیلتون استخراج شده است. حل معادلات با استفاده از فرایند تحلیلی سیستماتیک با بکار بردن سری های فوری به دست آمده است. به کمک روش حل پیشنهادی فرکانس های طبیعی، فاکتورهای استهلاک سازهای، نیروی برخورد و خیز عرضی ورق بدست آمده است. همچنین، تابع نیروی برخورد به کمک مدل جرم و فنر دو درجه آزادی به صورت تحلیلی بدست آمده است. اثرات تغییرات شدت میدان مغناطیسی بر روی فرکانس، فاکتورهای استهلاک، نیروی تماس، تغییر شکل های ورق و ضربه زنده مطالعه شده است. به منظور محاسبه جرم معادل ورق از فرکانس طبیعی پایه بدست آمده از حل مسئله مقدار ویژه استفاده شده است. جرم معادل حاصل شده ورق در مدل تحلیلی جرم و فنر استفاده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با تغییر سیستماتیک شدت میدان مغناطیسی هسته میانی می‌توان به ترتیب مقدار سختی، فاکتورهای استهلاک سازهای و بیشینه نیروی برخورد را تغییر داده و کنترل کرد.

## Free vibration and Low velocity impact Analysis of sandwich plates with Smart Flexible cores

Keramat Malekzade Fard<sup>1\*</sup>, Gholamhasan Payganeh<sup>2</sup>, Fahimeh Rashed Saghavaz<sup>3</sup>

- 1- Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University, Tehran, Iran  
 2- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran.  
 3- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran  
 \* P.O.B. 123456789 Tehran, Iran, k.malekzadeh@mut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 24 March 2014  
 Accepted 01 June 2014  
 Available Online 08 October 2014

**Keywords:**  
 Magneto Rheological material  
 Low Velocity Impact  
 Vibration  
 Smart Plate

### ABSTRACT

In this paper, the free vibration and low velocity impact response of a sandwich plate with a Magneto Rheological (MR) flexible core have been studied. The rectangular sandwich plate contains a Magneto Rheological (MR) flexible core and two constrained layers. The MR materials have different properties with respect to different magnetic field intensities. The governing equations of motion have been derived using Hamilton principles. The solution of these equations was obtained using Fourier series and analytical systematic procedure. Using the proposed solution method, the natural frequencies, structural loss factors, impact load and transverse deflection of the plate were calculated. Also, the contact force history was derived using a two degrees of freedom spring mass model analytically. The effects of variations of magnetic field intensity on the natural frequency, loss factors, contact force and deformations of the plate and impactor were investigated. In order to calculate the equivalent mass of the plate, the obtained fundamental natural frequency from solution of eigen value problem was used. The obtained equivalent mass of the plate was used in analytical spring mass model. The results show that with systematic variation of magnetic field, the magnitudes of transverse stiffness, structural loss factors and maximum contact force can be changed and controlled, respectively.

### 1- مقدمه

مواد می‌تواند از پلیمرهای سبک، فوم‌ها، سازه‌های لانه زنبوری یا مواد با خاصیت توزیع تابعی<sup>1</sup> تشکیل شود. در سازه‌های ساندویچی رویه‌ها و هسته به ترتیب توانایی تحمل بارهای کششی و بارهای برشی را دارند. امروزه به نحو

سازه‌های ساندویچی از دو رویه سفت و قوی و یک هسته نرم و انعطاف پذیر تشکیل شده‌اند. این رویه‌ها به وسیله هسته از هم جدا می‌شوند [1]. رویه‌ها معمولاً از ورق‌های فلزی یا ورق‌های کامپوزیتی ساخته می‌شوند و هسته این

1- Functionally Graded Material

سیال MR را بررسی کردند. علاوه بر این آن‌ها به بررسی تأثیر نحوه چیدمان لایه‌های کامپوزیتی رویه‌ها، بر روی فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک پرداختند. دانشجو و همکاران [17] ارتعاشات پوسته‌های کامپوزیت را در سرعت‌های بحرانی مورد مطالعه قرار دادند. مظفری و همکاران [18] به بهینه‌سازی ورق ساندویچی کامپوزیتی با هسته مایع هوشمند پرداختند.

زانگ و هانگ [19] با استفاده از نرم‌افزار انسیس به تحلیل دینامیکی ورق ساندویچی مستطیلی با هسته MR پرداختند. آن‌ها در مطالعات خود چندین روش برای شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی ارائه کردند و با مقایسه نتایج تئوری و نتایج شبیه‌سازی، بهترین روش شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی را ارائه کردند.

اله وردی زاده و همکاران [20] به بررسی رفتار ارتعاشاتی تیر ساندویچی با به کارگیری موادی با خواص تابعی (FGM) در رویه‌ها و هسته هوشمند ER پرداختند. مواد هدفمند تأثیر بسیاری در بهبود ویژگی‌های ترمومکانیکی مواد دارد. ملک‌زاده و خلیلی [21] با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری عرضی و میرایی سازه‌ای به بررسی پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی پرداختند. آن‌ها برای محاسبه فاکتور استهلاک معادل ورق ساندویچی، از مدل جرم- فنر- دمپر- داشپات با سه درجه آزادی استفاده کردند.

سرپرست و همکاران [22] با استفاده از آنالیز پاسخ به شناسایی پارامترهای مودال سازه تحت بار محیطی پرداختند. آن‌ها پارامترهای مودال یک تیر را با استفاده از روش تجزیه فرکانسی بدست آورده و با نتایج اجزای محدود و تست‌های آزمایشگاهی مقایسه نمودند. لی و زانگ [23] به تحلیل ارتعاشات آزاد ورق مگنتورئولوژیک بر اساس تئوری میندلین<sup>1</sup> روی بستر الاستیک پاسترناک پرداختند.

از نتایج پژوهش‌ها به وضوح مشاهده می‌شود، با وجود پژوهش‌های قابل توجهی که در زمینه ارتعاشات آزاد ورق‌های ساندویچی با هسته MR انجام شده است، خلأ زیادی در زمینه حل تحلیلی یا عددی مسئله ارتعاشات اجباری و ضربه این سازه‌ها وجود دارد. هدف اصلی این مقاله پر کردن این خلأ است.

این پژوهش دارای ارزش کاربردی برای مهندسان کنترل ارتعاشات، در زمینه بهینه‌سازی عملی یا تئوری خواص ارتعاشاتی ورق‌های ساندویچی تطبیقی با هسته MR است. از روش‌های کاهش ارتعاشات در سازه، افزایش ضریب استهلاک مودال است. با استفاده از مواد ویسکوالاستیک (مواد MR) در سازه، می‌توان ضریب استهلاک مودال را افزایش داد و از ارتعاشات نامطلوب که یکی از دلایل خستگی و خرابی سازه‌ها است، کاست. پژوهش حاضر این موضوع را نیز دربر می‌گیرد. علاوه بر این، عکس‌العمل سریع و میرایی کافی ناشی از میدان خارجی باعث افزایش کاربرد این سازه‌ها، در مواردی که نیاز به مقاومت سازه در برابر ضربه یا انفجار است، شده است.

## 2- بررسی رفتار ارتعاشاتی ورق ساندویچی با هسته MR

### 2-1- مدل سازی ورق ساندویچی با هسته MR و روابط پایه‌ای

در شکل 1، ورق مستطیلی ساندویچی که از یک ورق پایه با ضخامت  $h_3$ ، یک لایه مقیدکننده‌ی هسته MR با ضخامت  $h_1$ ، و هسته MR با ضخامت  $h_2$  تشکیل شده است مشاهده می‌شود.

در مدل ارائه شده فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

1- ورق پایه و لایه‌ی مقید کننده الاستیک بوده و می‌توانند ایزوتروپیک یا از

چشمگیری از سازه‌های ساندویچی در بدنه هواپیماها، خودروها، کشتی‌ها و ساختمان‌ها استفاده می‌شود. این سازه‌ها معمولاً در معرض تحریک‌های دینامیکی خارجی مختلفی مانند ضربه، زلزله و غیره قرار می‌گیرند. از آنجایی که تحریک‌های خارجی قابلیت ناپایدار کردن سازه را دارند، روش‌های مختلفی برای کاهش اینگونه ارتعاشات ارائه شده است. این روش‌ها معمولاً شامل سیستم‌های کنترل ارتعاشات فعال، نیمه فعال، غیرفعال و ترکیبی می‌باشند [2]. مواد هوشمند مانند پیزوالکتریک‌ها [3]، آلیاژهای حافظه‌دار [4]، مواد مگنتورئولوژیکال (MR) و الکتورئولوژیکال (ER) [5] معمولاً به‌عنوان سنسورها و عملگرهای گسترده در سازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. این مواد عموماً به منظور تطبیق با شرایط محیطی و عملکردی به کار گرفته می‌شوند. برای مثال سازه‌های تطبیقی که در آن‌ها از مواد MR و ER استفاده شده است از خواص کنترلی خوبی مانند قابلیت تغییر سریع و برگشت‌پذیر میرایی و سفتی بر اثر میدان الکتریکی یا مغناطیسی اعمالی خارجی و کنترل‌پذیری آسان به وسیله رایانه برخوردارند [6]. از کاربرد مایعات MR مورد استفاده در ورق‌های ساندویچی می‌توان به ساخت جک و یا ساخت جلیقه ضدگلوله (زره‌پوش) اشاره کرد. زره‌پوش تا زمانی که هیچ جریانی در مدار تعبیه شده در پیرامون سیال برقرار نشده است، کاملاً نرم و منعطف است، ولی به محض برقراری میدان، سفت و خشک شده و در برابر ضربات از فرد نظامی محافظت می‌کند. علاوه بر این از دمپرهای مگنتورئولوژیکال [7]، برای تحلیل نیروی‌های وارد شده بر سازه‌ها استفاده می‌شود.

در سال‌های اخیر مطالعات زیادی بر روی مدل‌سازی و کنترل رفتار دینامیکی تیرها و ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی و ایزوتروپیک هوشمند صورت گرفته است. از جمله این مطالعات می‌توان به، چن و یه اشاره کرد. آن‌ها به بررسی ارتعاشات یک ورق ساندویچی با هسته ER در حوزه ضریب استهلاک و فرکانس طبیعی پرداختند [8] و فاکتور استهلاک در ورق ساندویچی با هسته ER را بررسی نمودند [9]. وانگ و ژوو [10] با هدف بررسی خواص دینامیکی مانند سختی ظاهری ( $k_{app}$ ) مدول برشی مختلف ماده MR و برخی خواص دینامیکی دیگر، به بررسی تیر ساندویچی با رویه‌های مقیدکننده رسانا و هسته انعطاف‌پذیر پرداختند. هسته ورق ساندویچی مورد مطالعه آن‌ها، شامل دو قسمت غیر مگنتورئولوژیکال در اطراف لایه هسته و مگنتورئولوژیکال در مرکز هسته است. دیوودی [11] با روش کلرکین به بررسی ارتعاشات آزاد تیر با هسته الاستومر MR پرداخت. هاشمی‌نژاد و ملکی [12] با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی با هسته ER، تحت نیروی هارمونیک را مورد مطالعه قرار دادند.

نایاک و همکاران [13] به مطالعه مقایسه تحلیلی ارتعاشات آزاد یک تیر ساندویچی با هسته MR و رویه‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی، تئوری کلاسیک و روش اجزای محدود پرداختند. آن‌ها [14] با جاسازی مایع MR در وسط لایه هسته از جنس ماده ویسکو الاستیک در یک تیر ساندویچی، به بررسی فرکانس طبیعی با روش اجزای محدود و تست آزمایشگاهی پرداختند. فتاحی و همکار [15] به بررسی ارتعاشات صفحه کامپوزیتی پر شده با مواد اثرپذیر مغناطیسی پرداختند. آن‌ها با استفاده از مثال‌های عددی، دقت و کارایی اثر افزودن مواد MR بر ارتعاشات یک صفحه کامپوزیت را نشان دادند. مانوهاران و همکاران [16] با استفاده از روش المان محدود رفتار دینامیکی ورق ساندویچی با رویه‌های کامپوزیت لایه‌ای و هسته

1- Mindlin

جنس مواد کامپوزیتی باشند.  
 2- فرض می‌شود هیچگونه لغزشی بین لایه‌های الاستیک و لایه MR وجود ندارد.  
 3- جابجایی عرضی  $W$  برای تمام نقاط روی یک سطح مقطع فرضی از ورق ساندویچی یکسان فرض می‌شوند.  
 4- فرض می‌شود در لایه MR تنش نرمال وجود ندارد، همچنین از کرنش‌های برشی عرضی در لایه‌های الاستیک هم صرف نظر می‌شود.  
 5- ماده‌ی MR در شرایط قبل از تسلیم و به صورت ماده ویسکوالاستیک خطی مدل می‌شود.  
 از شرایط سینماتیکی فرض شده در بالا، روابط جابجایی در لایه‌های الاستیک به صورت زیر است. طبق روابط (3-1) داریم:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^{(i)} \\ \sigma_{yy}^{(i)} \\ \sigma_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{(i)} & \bar{Q}_{12}^{(i)} & 0 \\ \bar{Q}_{12}^{(i)} & \bar{Q}_{22}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(i)} \\ \varepsilon_{yy}^{(i)} \\ \varepsilon_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

که  $\bar{Q}_{\alpha\beta}^{(i)}$  ( $i = 1, 3$ ) نشان‌دهنده‌ی ثابت‌های الاستیک انتقال‌یافته کاهش‌یافته در هر زیرلایه در میان لایه‌های 1 و 3 است.

رابطه‌ی نهایی بین تنش‌ها و کرنش‌های عرضی در لایه MR به صورت رابطه (12) درخواهد آمد. که  $G_2$  نشان‌دهنده‌ی مدول برشی ویسکوالاستیک مربوط به لایه مایع MR است.

$$\sigma_{xz}^{(2)} = G_2 \gamma_{xz}^{(2)} \quad , \quad \sigma_{yz}^{(2)} = G_2 \gamma_{yz}^{(2)} \quad (12)$$

2-2- معادلات حرکت و محاسبه فرکانس‌های طبیعی ورق هوشمند

از روابط همیلتون برای استخراج معادلات حاکم بر حرکت برای ورق مستطیلی ساندویچی استفاده شده است. طبق رابطه (13) داریم:

$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) = 0 \quad (13)$$

که  $T$  و  $U$ ،  $L$  به ترتیب برای نشان‌دهنده‌ی لاگرانژین، انرژی کرنشی کل و انرژی جنبشی کل ورق ساندویچی است.

تغییرات انرژی کرنشی کل ورق را با توجه به در نظر گرفتن حالت تنش صفحه‌ای در لایه‌های بالا و پایین و در نظر نگرفتن تنش‌های نرمال در لایه

$$u^{(i)}(x, y, z, t) = u_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1)$$

$$v^{(i)}(x, y, z, t) = v_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2)$$

$$w^{(i)}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (3)$$

در این روابط  $z_i$  که  $i$  می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند مختصات عرضی در سیستم مختصات محلی لایه‌های بالا و پایینی است که در صفحات میانی این لایه‌ها قرار گرفته است.  $u_i(x, y, t)$  و  $v_i(x, y, t)$  به ترتیب تغییر مکان‌های صفحه میانی در راستای  $x$  و  $y$  هستند. با فرض خطی بودن رابطه‌ی بین کرنش‌ها و جابجایی‌ها، مؤلفه‌های کرنش در لایه‌های الاستیک کامپوزیتی را می‌توان به صورت روابط (6-4) بیان کرد.

$$\varepsilon_{xx}^{(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial x} - z_i \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{yy}^{(i)} = \frac{\partial v_i}{\partial y} - z_i \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$\gamma_{xy}^{(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} - 2z_i \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (6)$$

در روابط (6-4)  $i$  می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند.

با توجه به شکل 2، مؤلفه‌های کرنش عرضی در لایه MR طبق روابط (8،7) برابر خواهد بود با:

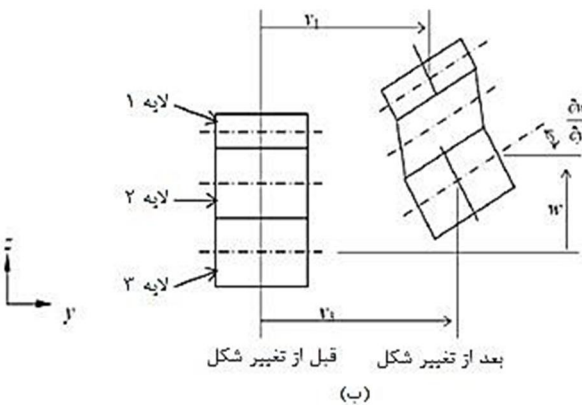
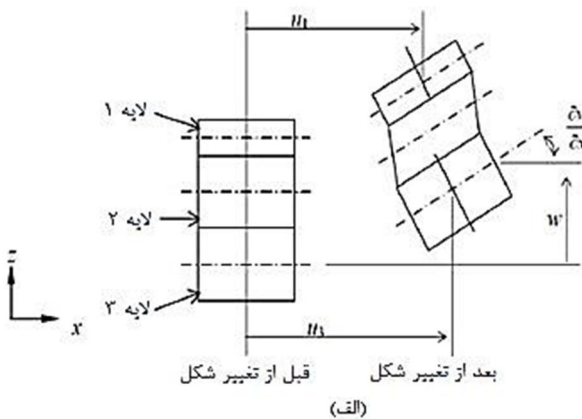
$$\gamma_{xz}^{(2)} = \frac{I_x}{h_2} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial x} + 2 \frac{(u_1 - u_3)}{h_2} \quad (7)$$

$$\gamma_{yz}^{(2)} = \frac{I_y}{h_2} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial y} + 2 \frac{(v_1 - v_3)}{h_2} \quad (8)$$

برای  $I_x$  و  $I_y$  طبق روابط (10،9) می‌توان نوشت:

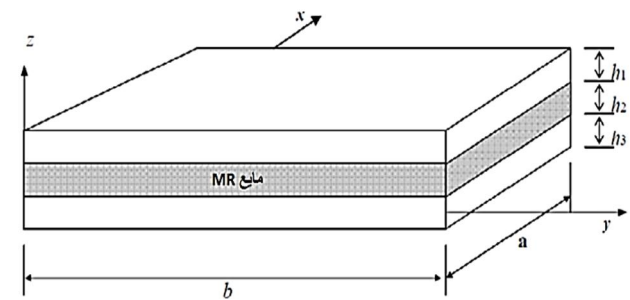
$$I_x = d\theta_x + (u_1 - u_3) \quad (9)$$

$$I_y = d\theta_y + (v_1 - v_3) \quad (10)$$



شکل 2 الف) مقطع ورق ساندویچی قبل و بعد از تغییر شکل در صفحه  $xz$

ب) مقطع ورق ساندویچی قبل و بعد از تغییر شکل در صفحه  $yz$



شکل 1 هندسه مسئله ورق ساندویچی با هسته‌ی MR

MR می‌توان به صورت رابطه (14) بیان کرد.

$$\begin{aligned} \delta w = & \sum_{i=1,3} [B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 u_i}{\partial x^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 u_i}{\partial y^2 \partial x}] \\ & + \left( \frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left( \frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (u_1 - u_3) \\ & \sum_{i=1,3} [B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 v_i}{\partial x^2 \partial y}] + \\ & \left( \frac{d I_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) + \left( \frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (v_1 - v_3) \\ & \sum_{i=1,3} [D_{11}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12}^{(i)} + 2D_{66}^{(i)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ & D_{22}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + I_2 \left( \frac{d}{h_2} \right)^2 \left( \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \right) \left( \frac{G_2 d^2}{h_2} \right) \\ & \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3) \ddot{w} \\ & (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (19)$$

حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش ناپیر [24] انجام شده است. استفاده از روش ناپیر منجر به ایجاد یک دستگاه معادلات خطی خواهد شد. در نهایت با فرض ارتعاشات هارمونیک به یک مسئله مقدار ویژه و مقادیر ویژه مختلط خواهیم رسید که از آن فرکانس‌های طبیعی و ضرایب استهلاک مرزی سیستم برای مدهای مختلف ارتعاشی استخراج خواهند شد. شرایط مرزی

$$\begin{cases} u_i(x, 0, t) = u_i(x, b, t) = v_i(0, y, t) = u_i(a, y, t) = 0 \\ w(x, 0, t) = w(x, b, t) = w(0, y, t) = w(a, y, t) = 0 \\ \partial w(x, 0, t) / \partial x = \partial w(x, b, t) / \partial x = \partial w(0, y, t) / \partial y = 0 \\ \partial w(0, y, t) / \partial y = 0 \quad (i = 1, 3) \end{cases} \quad (20)$$

هندسی به صورت رابطه (20) است.

$$\begin{cases} N_{xx}^{(i)}(0, y, t) = N_{xx}^{(i)}(a, y, t) = N_{yy}^{(i)}(x, 0, t) = N_{yy}^{(i)}(x, b, t) = 0 \\ M_{xx}^{(1)}(0, y, t) + M_{xx}^{(3)}(0, y, t) = M_{xx}^{(1)}(a, y, t) + M_{xx}^{(3)}(a, y, t) = 0 \\ M_{yy}^{(1)}(x, 0, t) + M_{yy}^{(3)}(x, 0, t) = M_{yy}^{(1)}(x, b, t) + M_{yy}^{(3)}(x, b, t) = 0 \\ (i = 1, 3) \end{cases} \quad (21)$$

شرایط مرزی طبیعی را نیز می‌توان به صورت رابطه (21) نوشت. مؤلفه‌های جابجایی  $u_i, v_i$  و  $w$  تمام شرایط مرزی هندسی و طبیعی ذکر شده در روابط (21, 20) را برآورده می‌کنند. بسط فرم سری فوریه دوتایی این مؤلفه‌ها به صورت رابطه (22) است.

$$\begin{aligned} u_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{mn}^{(i)} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ v_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} v_{mn}^{(i)} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ w(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} w_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (22)$$

در این روابط  $U_{mn}^{(i)}, v_{mn}^{(i)}$  و  $w_{mn}$  ضرایب جابجایی مجهول و  $\beta_m = n\pi/b$  و  $\alpha_m = m\pi/a$  در نهایت دستگاه معادلات خطی با جایگزین کردن روابط (22) در روابط (19-17) به صورت روابط (23-25) بدست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} \delta u = & \sum_{i=1,3} \int_{v_i} (\sigma_{xx}^{(i)} \sigma \varepsilon_{xx}^{(i)} + \sigma_{yy}^{(i)} \sigma \varepsilon_{yy}^{(i)} + \sigma_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) dv_i + \\ & \int_{v_2} (\sigma_{xz}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + \sigma_{yz}^{(2)} \delta \gamma_{yz}^{(2)}) dv_2 \\ = & \sum_{i=1,3} \int_{\Omega} (N_{xx}^{(i)} \sigma \varepsilon_{xx}^{(i)} + N_{yy}^{(i)} \sigma \varepsilon_{yy}^{(i)} + N_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) d\Omega \\ & + \int_{\Omega} (Q_{xx}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + Q_{yy}^{(2)} \delta \gamma_{yz}^{(2)}) d\Omega \end{aligned} \quad (14)$$

انرژی جنبشی ورق ساندویچی با صرف نظر کردن از اینرسی دورانی در لایه‌های الاستیک و مؤلفه‌های صفحه‌ای انرژی جنبشی در هسته به دست می‌آید. طبق رابطه (15) داریم:

$$\begin{aligned} \delta T = & \sum_{i=1,3} \delta \int_{\Omega} 1/2 \rho_i h_i (\dot{u}_i^2 + \dot{v}_i^2 + \dot{w}_i^2) d\Omega + \\ & \delta \int_{\Omega} 1/2 \{ \rho_2 h_2 \dot{w}_i^2 + I_2 [(\dot{\gamma}_{xz}^{(2)})^2 + (\dot{\gamma}_{yz}^{(2)})^2] \} d\Omega \end{aligned} \quad (15)$$

در رابطه (15)،  $p_i$  نشان دهنده چگالی جرمی در لایه  $i$  ام و  $I_2 = p_2 h_2^3 / 12$  ممان اینرسی جرمی لایه MR است. با جایگزین کردن این روابط در رابطه (13) و استفاده از قاعده گرین و اصل اساسی حساب تغییرات، فرم کلی معادله حرکت برای ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با هسته بدست خواهد آمد. حال می‌توان با جایگزین کردن روابط (4-8) در روابط (11) و (12)، منته‌های تنش و ممان را بر حسب جابجایی‌ها بدست آورد. ثابت‌های سختی ظاهر شده در روابط به صورت رابطه (16) تعریف می‌شوند.

$$(A_{jk}^{(i)}, B_{jk}^{(i)}, D_{jk}^{(i)}) = \int_{-h_1/2}^{h_1/2} (1, z_1, z_1^2) \overline{Q}_{jk} dz_i \quad (16)$$

اندیس‌های  $j$  و  $k$  می‌توانند مقادیر 1، 2 و یا 6 را اختیار کنند. بنابراین در نهایت معادلات حرکت براساس جابجایی‌ها به صورت روابط (17-19) در خواهد آمد.

$$\begin{aligned} \delta u_i = & A_{11}^{(i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + A_{66}^{(i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} - p_i h_i \ddot{u}_i - \left( \frac{\delta_i G_2}{h_2} \right) \\ & (u_1 - u_3) - \left( \frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + (A_{12}^{(i)} + A_{66}^{(i)}) \\ & \frac{\partial^2 v_i}{\partial x \partial y} - B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \left( \frac{\delta_i I_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} - \left( \frac{\delta_i G_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \\ & - (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \delta v_i = & (A_{12}^{(i)} + A_{66}^{(i)}) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x \partial y} + A_{66}^{(i)} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} + A_{22}^{(i)} \frac{\partial^2 v_i}{\partial y^2} \\ & - p_i h_i \ddot{v}_i - \left( \frac{\delta_i G_2}{h_2} \right) (v_1 - v_3) - \left( \frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \\ & - (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \\ & - \left( \frac{\delta_i I_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} - \left( \frac{\delta_i G_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (18)$$

جرم و فنر نوشته شده است و نیروی برخورد حاصل از ضربه بر حسب پارامترهای مسئله از جمله سختی موثر تماسی که مجهول است نوشته خواهد شد. نیروی تماسی از رابطه هرتز به فرم رابطه (28) بدست می‌آید.

$$F_c(t) = k\delta^n, \quad n = 1.5 \quad (28)$$

سپس با استفاده از بسط دو جمله‌ای تیلور  $\sin$  و  $\cos$ ، سختی تماسی خطی شده نوشته خواهد شد. سختی تماسی خطی شده وابسته به جرم‌های هدف و ضربه‌زننده، سرعت برخورد و سختی غیرخطی تماسی است. در نهایت نیروی برخورد، مدت زمان برخورد و فرورفتگی بدست می‌آید. از ویژگی‌های برجسته این روش عدم وجود هرگونه قید فیزیکی از جمله محدودیت نسبت جرم ضربه‌زننده به هدف، سادگی حل و عدم استفاده از حلقه‌های تکرار عددی است. ورق تحت ضربه شئی خارجی در شکل 3 و مدل سازی جرم و فنر معادل ضربه حاصله در شکل 4 نشان داده شده است.  $K_c^*$  سختی خطی شده تماسی و  $K_g$  سختی معادل ورق است که روابطشان در انتهای بخش آورده شده است.  $m_2$  جرم ضربه‌زننده و  $m_1$  جرم موثر هدف است.

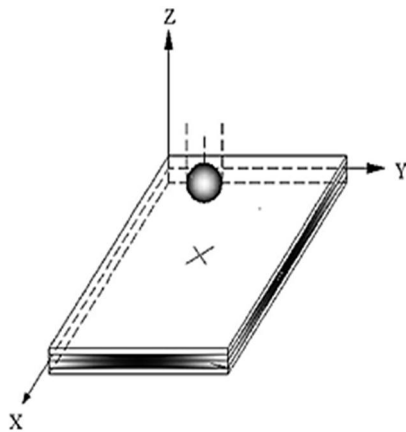
از معادلات حرکت سیستم جرم و فنر، نیروی تماس بدست می‌آید (شکل 4). معادلات حرکت از رابطه (29) بدست می‌آید

$$\begin{aligned} M_2 \ddot{x}_1 + K_c^*(x_2 - x_1) &= 0 \\ M_1 \ddot{x}_1 + K_g x_1 + K_c^*(x_1 - x_2) &= 0 \end{aligned} \quad (29)$$

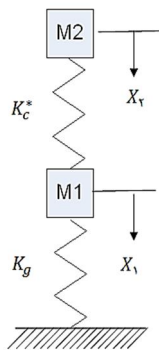
شرط اولیه رابطه (29) به صورت روابط (30) است.

$$\begin{aligned} x_1(t=0) &= 0, \quad x_2(t=0) = 0 \\ \dot{x}_2(t=0) &= 0, \quad \dot{x}_1(t=0) = v \end{aligned} \quad (30)$$

پس از حل معادلات (29) و جایگزین کردن  $x_1(t)$  و  $x_2(t)$  در آن، فرکانس‌های طبیعی مطابق رابطه (31) حاصل می‌شود.



شکل 3 ورق تحت ضربه شئی خارجی



شکل 4 مدل سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی معادل ضربه

$$\begin{aligned} &(-\alpha_m^2 A_{11}^{(i)} - \beta_n^2 A_{66}^{(i)} + p_i h_i w^2) U_{mn}^{(i)} + \delta_i \left( \frac{G_2}{h_2} \right) \\ &+ \frac{I_2 w^2}{h_2^2} (U_{mn}^{(1)} - U_{mn}^{(3)}) - \alpha_m \beta_n (A_{12}^{(i)} \pm A_{66}^{(i)}) \\ &+ V_{mn}^{(i)} + \left[ \alpha_m^3 B_{11}^{(i)} + \alpha_m \delta_i \left( \frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) \right] \\ &+ \alpha_m B_n^2 (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) W_{mn} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

(i = 1,3)

$$\begin{aligned} &-\alpha_m \beta_n (A_{12}^{(i)} \pm A_{66}^{(i)}) U_{mn}^{(i)} + (-\alpha_m^2 A_{66}^{(i)} - \beta_n^2 A_{22}^{(i)} \\ &+ p_i h_i w^2) V_{mn}^{(i)} + \delta_i (-G_2/h_2) + \frac{I_2 w^2}{h_2^2} (V_{mn}^{(1)} \\ &- V_{mn}^{(3)}) + \left[ \beta_n \alpha_m^2 (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) + \right. \\ &\left. \beta_n^3 B_{22}^{(i)} + \beta_n \delta_i \left( \frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) \right] \\ &W_{mn} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \delta w &= \sum_{i=1,3} [B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 u_i}{\partial x^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 u_i}{\partial y^2 \partial x}] \\ &+ \left( \frac{dI_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left( \frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (u_1 - u_3) \\ &+ \sum_{i=1,3} [B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 v_i}{\partial x^2 \partial y}] + \\ &\left( \frac{dI_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) + \left( \frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (v_1 - v_3) \\ &+ \sum_{i=1,3} [D_{11}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12}^{(i)} + 2D_{66}^{(i)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ &D_{22}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + I_2 \left( \frac{d}{h_2} \right)^2 \left( \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \right) \left( \frac{G_2 d^2}{h_2} \right) \\ &\left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3) \ddot{w}] \end{aligned} \quad (25)$$

(i = 1,3)

معادلات نهایی را می‌توان به شکل ماتریسی (26) نوشت.

$$\begin{aligned} Z_{mn} \xi_{mn} &= 0 \\ \xi_{mn} &= [U_{mn}^{(1)}, U_{mn}^{(3)}, V_{mn}^{(1)}, V_{mn}^{(3)}, W_{mn}]^T \end{aligned} \quad (26)$$

با قرار دادن درمیان ماتریس ضرایب برابر صفر، ویژگی‌های ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی بدست می‌آیند. رابطه (27) بیانگر فرکانس‌های طبیعی ( $w$ ) و ضرایب استهلاک مودال ( $\eta_v$ ) بدست آمده است.

$$w^* = \sqrt{\text{Re}(\tilde{w}^2)}, \quad \eta_v = \frac{\text{Im}(\tilde{w}^2)}{\text{Re}(\tilde{w}^2)} \quad (27)$$

### 3-2- ارائه مدل ضربه و بدست آوردن نیروی ضربه

در این پژوهش از روش جرم و فنر دو درجه آزادی برای مدل کردن ضربه استفاده شده است. برای محاسبه جرم معادل در روش نامبرده از فرکانس طبیعی پایه بدست آمده در بخش قبلی استفاده خواهد شد.

مدل جرم و فنر در سال 1985 توسط شیواکومار و همکارانش [25] ارائه شده است. این روش برای تمامی مسائل ضربه سرعت پایین، که بتوان آن‌ها را با مدل جرم و فنر دو درجه یا سه درجه آزادی مدل کرد کاربرد دارد. در این روش با استفاده از قانون تماس خطی شده، معادله حرکت حاکم بر سیستم

شده است. در رابطه (40)،  $N$  بصورت  $\frac{M_p}{M_s} = \frac{1}{4}$  تعریف می‌شود. در نهایت نیروی تماس به صورت رابطه (41) بدست می‌آید.

$$F_c^* = 0.978 \left( \frac{N}{N+1} \right)^{0.2} (V)^{1.4} (K_c)^{0.8} (M_i)^{0.2} \frac{1}{\phi_2 - \phi_1} \left[ \frac{1 - \phi_2}{w_2} \sin(w_2 t) - \frac{1 - \phi_1}{w_1} \sin(w_1 t) \right] \quad (41)$$

در رابطه (31) سختی معادل ورق است و بر طبق نظریه سوانسون [27] برابر با رابطه (42) می‌باشد.

$$K_g = \omega_{11}^2 M_1 \quad (42)$$

در مدل شیواکومار سفتی کل جسم هدف به صورت رابطه (43) می‌باشد.

$$K_1 = K_m + \frac{K_b K_s}{K_b + K_s} \quad (43)$$

در رابطه (43)،  $K_m$  سفتی غشایی،  $K_b$  سفتی خمشی و  $K_s$  سفتی معادل برشی ورق ساندویچی در محل برخورد می‌باشند.

#### 2-4- ارائه مدل ماده سیال MR

در مورد مواد مگنتورئولوژیکال فرض می‌شود که ماده در حالت فعال خود یعنی در حالت اعمال میدان مغناطیسی، خواصی قابل مقایسه با یک جامد تا نقطه تسلیم پیدا می‌کند (تنش برشی که بالاتر از آن برش اتفاق می‌افتد) (شکل 5).

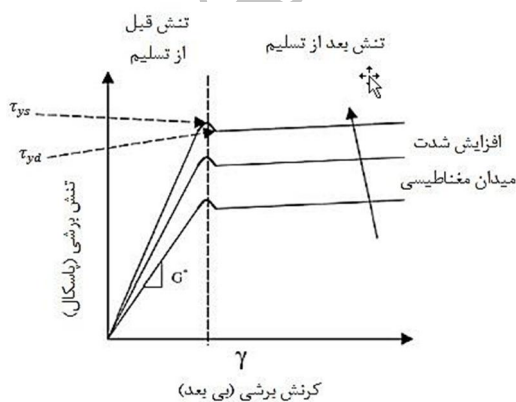
تنش تسلیم به میدان مغناطیسی که به ماده اعمال می‌شود بستگی دارد، اما به نقطه‌ای می‌رسیم که بعد از آن افزایش شدت میدان مغناطیسی تأثیر بیشتری ندارد.

در رابطه (44)،  $\tau$  تنش برشی  $\gamma$  کرنش برشی و  $G^*$  ضریب برش مختلط است.

$$\tau = G^* \gamma \quad (44)$$

ماده در نقطه تسلیم از نظر مغناطیسی به حالت اشباع<sup>1</sup> می‌رسد. بنابراین رفتار ماده MR می‌تواند مانند مدل پلاستیک بینگهام<sup>2</sup> فرض شود، هر چند که یک ماده MR دقیقاً از ویژگی‌های پلاستیک بینگهام پیروی نمی‌کند. به عنوان مثال زیر تنش تسلیم (در حالت فعال) ماده مثل یک ماده ویسکوالاستیک با یک مدول برشی مختلط که تابعی از شدت میدان مغناطیسی است رفتار می‌کند (شکل 5).

در رابطه (45) قسمت حقیقی ( $G$ ) مدول برشی ذخیره شده نامیده می‌شود و توانایی مواد برای ذخیره الاستیکی انرژی کرنش را، اندازه‌گیری



شکل 5 نمودار تنش-کرنش برای ماده MR

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} - \sqrt{\left( \frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} \right)^2 - 4 \frac{K_c^* K_g}{NM_2^2}} \right) \\ \omega_2^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} + \sqrt{\left( \frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} \right)^2 - 4 \frac{K_c^* K_g}{NM_2^2}} \right) \end{cases} \quad (31)$$

از رابطه (32) شکل مودها بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \left( \frac{A}{B} \right) \omega_1 = \phi_1 &= \frac{K_c^*}{K_c^* - M_2 \omega_1^2} = \phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \left( \frac{A}{B} \right) \omega_2 = \phi_2 &= \frac{K_c^*}{K_c^* - M_2 \omega_2^2} = \phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

رابطه (33) بیان کننده شکل کلی معادلات حرکت سیستم است.

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} \phi_1 \\ 1 \end{pmatrix} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + C_2 \begin{pmatrix} \phi_2 \\ 1 \end{pmatrix} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (33)$$

با اعمال شرایط مرزی، ضرایب  $C_1$ ،  $C_2$ ،  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  مطابق رابطه (34) بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \varphi_2 = 0 \\ C_1 = -C_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{V}{\omega_1(\phi_2 - \phi_1)} \\ C_2 = \frac{V}{\omega_2(\phi_2 - \phi_1)} \end{cases} \end{aligned} \quad (34)$$

نیروی تماسی ایجاد شده بین دو جرم ضربه‌زننده و هدف بصورت رابطه (35) می‌باشد.

$$F_c^* = K_c^* (x_2(t) - x_1(t)) \quad (35)$$

$$F_c^* = \frac{K_c^* V}{(\phi_2 - \phi_1)} \left[ \frac{1 - \phi_2}{\omega_2} \sin(\omega_2 t) - \frac{1 - \phi_1}{\omega_1} \sin(\omega_1 t) \right] \quad (36)$$

که  $K_c^*$  با مشتق گرفتن از معادله نیروی تماسی، و بدست آوردن  $F_{max}$  بصورت رابطه (37) حاصل خواهد شد.

$$K_c^* = K_c \frac{1}{n} F_{max}^{n-1} \quad (37)$$

از قرار دادن بسط دو جمله‌ای تیلور در رابطه (36) و با مشتق گرفتن از آن، بیشینه نیروی تماس بر طبق رابطه (38) بدست می‌آید.

$$F_{max} = \frac{2}{3} V \sqrt{\frac{2NM_2 K_c^*}{(N+1)}} \quad (38)$$

از رابطه (39) زمان متناسب با بیشینه نیروی تماسی ایجاد شده بدست می‌آید.

$$t_{max} = \sqrt{\frac{2NM_2}{(N+1)K_c^*}} \quad (39)$$

از رابطه (38) و (39) مقدار  $K_c^*$  به صورت رابطه (40) بدست می‌آید.

$$K_c^* = \left( \frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} \left( \frac{N}{N+1} \right)^{\frac{n-1}{n+1}} (V)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} (K_c)^{\frac{2}{n+1}} (M_i)^{\frac{n-1}{n+1}} \quad (40)$$

در تحلیل‌های انجام شده توسط گانگ [26] (در مورد ضربه روی پوسته استوانه ای کامپوزیتی) جرم موثر سازه برابر یک چهارم جرم کل سازه در نظر گرفته

1- Magnetically saturated  
2- Bingham plastic



جدول 2 خصوصیات مکانیکی ورق ساندویچی [29]

خواص / ماده	مدول برشی (GPa)	چگالی ( $\text{kg/m}^{-3}$ )	مدول الاستیسیته (GPa)
آلومینیوم	26/9	70000	2/7
مایع MR	معادله 46	3500	-

به طور کلی می‌توان گفت فرکانس طبیعی با افزایش شدت میدان مغناطیسی به دلیل کاهش انعطاف‌پذیری، افزایش یافته و ضربه استهلاک مودال کاهش پیدا می‌کند.

### 3-2- تحلیل ضربه سرعت پایین روی ورق ساندویچی با هسته

#### انعطاف‌پذیر از جنس ماده MR

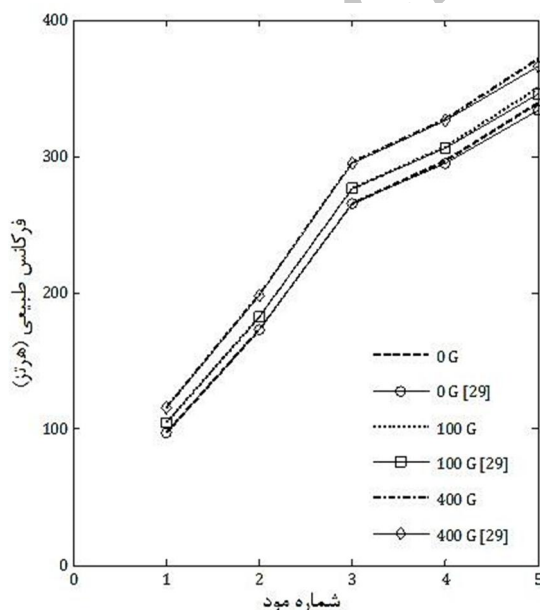
در این قسمت به بررسی رفتار ورق ساندویچی با هسته ماده هوشمند تحت ضربه با سرعت پایین پرداخته می‌شود. بر روی ورق ساندویچی مورد مطالعه در بخش قبل ضربه‌ای با سرعت 3 متر بر ثانیه و جرم 1/8 کیلوگرم وارد شده است.

در شکل‌های 9 الی 14، اثرات تغییرات شدت میدان مغناطیسی بر روی فرکانس، ضربه استهلاک، نیروی تماس، جابجایی ورق و ضربه‌زننده بررسی شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با تغییر سیستماتیک شدت میدان مغناطیسی هسته میانی می‌توان به ترتیب مقدار سفتی، ضربه استهلاک سازه‌ای و بیشینه نیروی برخورد را تغییر داده و کنترل کرد.

برای صحت کار و اعتبارسنجی، از مقایسه نمودارها و نتایج بدست آمده مطالعه حاضر، با سایر نتایج مطالعات ضربه، بر روی ورق ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر استفاده شده است. در این رابطه مقایسه نتایج ضربه با مرجع [25] صورت گرفته است (شکل 8).

در این مرجع اندرسن از مدل جرم و فنر برای محاسبه نیروی برخورد استفاده کرده است. او از روش حل عددی و نتایج تست‌های تجربی در مدل خود بهره برده است.

همان‌گونه که در شکل 8 ملاحظه می‌شود تطبیق خوب مطالعه حاضر با تست تجربی و آزمایشگاهی بدست آمده است. افزودن ماده به ورق ساندویچی



شکل 6 نمودار مقایسه فرکانس بدست آمده با مرجع [29]

می‌نماید. درحالی که قسمت موهومی ( $G''$ )، مدول برشی هدررفته نامیده می‌شود و با اتلاف انرژی در طول مدت تغییر شکل همراه است.

$$G^* = G' + iG'' \quad (45)$$

### 5-2- روش حل مسئله

در این مقاله برای بدست آوردن ماتریس‌های سختی، جرم و نیروی تماس کدهای مورد نیاز در نرم‌افزار متلب نوشته شده است. به دلیل لایه‌لایه بودن مسئله مورد بررسی و وجود مایع مگنتورئولوژیکال، مشخصات هر لایه بصورت مجزا در نظر گرفته و کدنویسی شده است. در رابطه (42)،  $W_{11}$  کوچکترین فرکانس طبیعی سازه است که از حل ارتعاشات آزاد بدست آمده است (رابطه 27). تغییرات میدان مغناطیسی بر روی فرکانس و بر ضربه برشی مختلط مایع مگنتورئولوژیکال تأثیر دارد. از آنجایی که ماده مگنتورئولوژیکال در ناحیه قبل از تسلیم خاصیت مواد ویسکوالاستیک خطی را دارد لذا مدول برشی شکل مختلط داشته و وابسته به شدت میدان مغناطیسی است. در این مسئله از رابطه‌ای که راجاموچان و همکاران [28] برای ارتباط بین مدول برشی مختلط مایع MR و شدت میدان مغناطیسی پیشنهاد داده‌اند استفاده شده است. مدول برشی مختلط برای مواد ویسکوالاستیک به صورت رابطه (45) است که  $G'$  و  $G''$  به ترتیب مدول برشی ذخیره و مدول برشی اتلاف بوده و برای ماده‌ی MR به صورت یک تابع چندجمله‌ای از میدان مغناطیسی  $B$  (برحسب گاوس) به شکل رابطه (46) تعریف می‌شوند.

$$G' = -3.3691B^2 + 4.9975 \times 10^3 B + 0.873 \times 10^6$$

$$G'' = 0.9B^2 + 0.8124 \times 10^3 B + 0.1855 \times 10^6 \quad (46)$$

### 3- نتایج و بحث

#### 3-1- فرکانس طبیعی ورق ساندویچی با هسته MR

در این بخش به بررسی ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با رویه‌های آلومینیومی و هسته‌ی مگنتورئولوژیکال پرداخته می‌شود. مشخصات هندسی به کار رفته در جدول 1 و مشخصات مواد به کار رفته در جدول 2 آورده شده است. در حالت ارتعاشات آزاد مقایسه نتایج، با نتایج بدست آمده از مرجع [29] انجام شده است. نتایج بدست آمده به صورت نمودار با نمودار مرجع مقایسه می‌شوند.

در شکل 6، نمودار مقایسه فرکانس بدست آمده با مرجع [29] نشان داده شده است. شکل 7 نیز، نمودار مقایسه ضربه استهلاک بدست آمده با مرجع [29] می‌باشد. مقایسه نمودارهای این دو شکل، انطباق خوب نتایج را نشان می‌دهد.

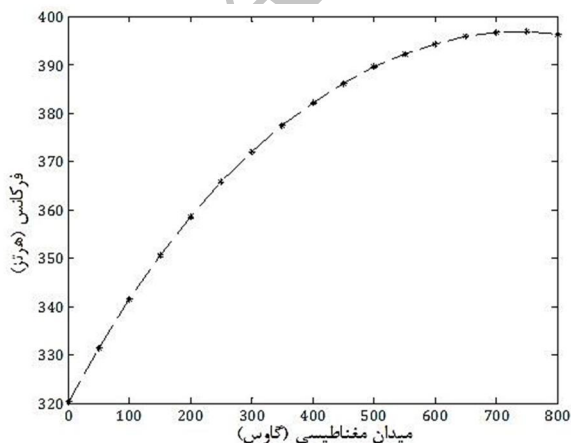
جدول 1 مشخصات هندسی ورق ساندویچی [29]

ابعاد (mm)	پارامترهای ورق ساندویچی
300	$a$
200	$b$
1/25	$h_3$
0/3	$h_1/h_3$
0/5	$h_2/h_3$

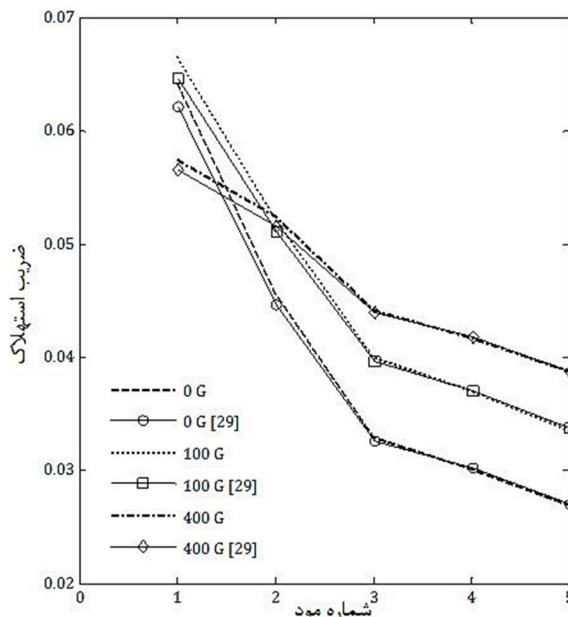
در نمودار شکل 9 فرکانس طبیعی با افزایش شدت میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد. اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی در فرکانس‌های طبیعی مرتبط با مدهای بالاتر واضح‌تر است. با توجه به افزایش سفتی سازه در اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی، فرکانس پایه افزایش یافته است. در کلیه نمودارها حالت اشباع ماده هوشمند بررسی شده است. این موضوع، با تبدیل شدن منحنی به خط افقی در نمودار شکل 9 کاملاً مشخص است.

در شکل 10 تغییرات ضریب استهلاک ورق با هسته MR با تغییرات شدت میدان نشان داده شده است. ضریب استهلاک با افزایش شدت میدان مغناطیسی ابتدا افزایش و سپس کاهش خواهد یافت. این امر به دلیل تغییرات سفتی معادل کل ورق است. با افزایش شدت میدان تا 300 گاوس، با توجه به اینکه هنوز انعطاف‌پذیری ورق مناسب است ماده رفتاری ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهد و میرایی افزایش می‌یابد. از 300 گاوس به بعد، افزایش سفتی ورق بیشتر از میزان انعطاف‌پذیری مایع ویسکوالاستیک خواهد شد و سفتی ورق ساندویچی بر انعطاف‌پذیری مایع غلبه می‌کند و میزان ضریب استهلاک سازه‌ای کاهش می‌یابد.

با افزایش شدت میدان مغناطیسی بیشینه نیروی برخورد افزایش و زمان برخورد کاهش می‌یابد. این امر به دلیل تغییر حالت مایع هوشمند از حالت مایع به حالت شبه جامد است. به هنگام اعمال میدان مغناطیسی، ویسکوزیته مایع تا حدی بالا می‌رود که به شکل یک جامد ویسکوالاستیک در می‌آید. نکته قابل توجه این است که تنش تسلیم مایع وقتی در حالت فعال خود قرار دارد به طور بسیار دقیقی با اعمال تغییر در شدت میدان مغناطیسی قابل کنترل است در نتیجه می‌توان قابلیت سیال در انتقال نیرو را با آهنربای الکتریکی کنترل کرد. این ویژگی قابلیت این نوع سیالات را در بسیاری از کاربردها با پایه‌ی کنترلی افزایش می‌دهد. با افزایش شدت میدان مغناطیسی چون سفتی معادل ورق روندی افزایشی در پیش می‌گیرد لذا میزان نیروی برخورد تغییر یافته و تا سی درصد افزایش می‌یابد و مدت زمان برخورد نیز کاهش خواهد یافت. نمودار شکل‌های 11 و 12 موارد گفته شده را تأیید می‌کنند. اثر افزایشی میدان مغناطیسی، بر روی مایع هوشمند باعث تغییر ویسکوزیته مایع و افزایش سفتی ورق می‌شود در نتیجه روند تغییر بیشینه خیز ورق و ضربه‌زننده با افزایش شدت میدان مغناطیسی روندی کاهشی پیدا می‌کند (شکل‌های 13 و 14). به طور کلی می‌توان گفت با افزایش انرژی ضربه‌زننده خیز نیز افزایش می‌یابد این امر به دلیل افزایش انرژی منتقل شده به ورق و تبدیل به جایجایی‌های بیشتر است.



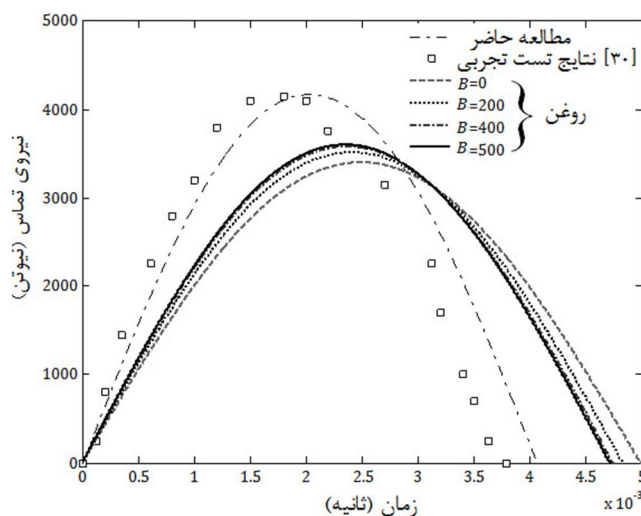
شکل 9 تغییرات فرکانس طبیعی ورق با هسته MR با تغییرات شدت میدان مغناطیسی



شکل 7 نمودار مقایسه ضریب استهلاک بدست آمده با مرجع [29]

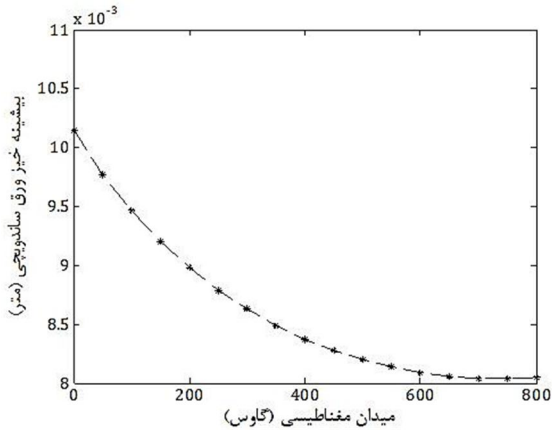
باعث افزایش انعطاف‌پذیری ورق می‌گردد. در نتیجه کاهش نیروی تماس و افزایش زمان تماس حاصل خواهد شد. با افزایش شدت میدان مغناطیسی به دلیل تغییر ماهیت ماده به یک ماده نیمه جامد سفتی ورق ساندویچی افزایش خواهد یافت. این امر سبب افزایش نیروی تماس و کاهش زمان برخورد می‌گردد.

این افزایش نیروی برخورد و کاهش زمان برخورد تا هنگامی که ماده به حد اشباع نرسیده باشد ادامه می‌یابد. هرچه ماده هوشمند به اشباع نزدیک‌تر شود، تغییرات نیروی برخورد و زمان برخورد کمتر خواهد شد و در زمان اشباع تغییری در نیروی برخورد و زمان برخورد مشاهده نمی‌شود. نزدیک‌تر شدن نمودارها به هم این گفته را تأیید می‌کند (شکل 8). از عوامل مهم و تأثیرگذار در روند حل مسئله ضربه، مقدار فرکانس طبیعی پایه ورق ساندویچی است. فرکانس طبیعی پایه مورد استفاده در تحلیل ضربه، فرکانس طبیعی اول حاصل از ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با هسته هوشمند می‌باشد که از روش ذکر شده در بخش قبل بدست می‌آید. نتایج در مود اول و با تغییرات شدت میدان مغناطیسی استخراج شده است.



شکل 8 نمودار نیروی تماس ورق ساندویچی بدون ماده و با ماده مغناطیسی





شکل 14 تغییرات بیشینه خیز ورق با هسته MR با تغییرات شدت میدان مغناطیسی

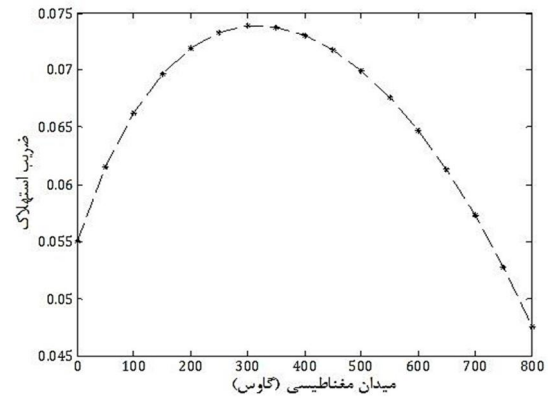
#### 4- نتیجه گیری

هدف از انجام این پژوهش با توجه به خلأ نتایج مطالعات پیشین در زمینه ارتعاشات اجباری روی سازه‌های هوشمند، ارائه حل ضربه با سرعت پایین روی ورق ساندویچی با هسته میانی ماده هوشمند MR و نیز بدست آوردن نیروی برخورد، تغییر شکل‌های ورق و ضربه زنده است. همچنین به بررسی اثر تغییرات شدت میدان مغناطیسی روی فرکانس طبیعی، ضریب استهلاک، نیروی تماس، خیز ورق و خیز ضربه‌زنده پرداخته شده است. برای استخراج روابط حاکم از اصل همیلتون استفاده شد. حل معادله‌های بدست آمده با استفاده از روش ناپیر انجام شده است و نیروی ضربه با مدل جرم و فنر دو درجه آزادی برای محدوده الاستیک معادل‌سازی شده است. نتایج این پژوهش به صورت زیر ارائه می‌گردد:

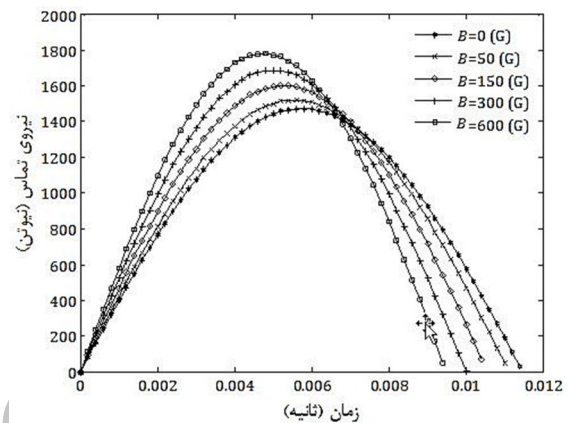
- 1- تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر سفتی ورق ساندویچی با هسته MR رابطه‌ای مستقیم است. این ویژگی امکان قابلیت کنترل فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک را با بکارگیری مواد هوشمند MR در شدت میدان مغناطیسی مختلف، برای ما فراهم می‌کند.
- 2- فرکانس طبیعی با افزایش شدت میدان مغناطیسی افزایش پیدا می‌کند. اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی در فرکانس‌های طبیعی مرتبط با مودهای بالا واضح تر است.
- 3- ضریب استهلاک با افزایش شدت میدان مغناطیسی ابتدا افزایش و سپس کاهش پیدا می‌کند. این امر به دلیل تغییرات سفتی معادل کل ورق است.
- 4- با افزایش شدت میدان مغناطیسی بیشینه نیروی برخورد افزایش و زمان برخورد کاهش می‌یابد. در مثال حل شده مشاهده شده که تا رسیدن ماده مغناطیسی به مرز اشباع میزان نیروی ضربه تا 30 درصد افزایش می‌یابد.
- 5- خیز ورق و ضربه‌زنده با افزایش شدت میدان مغناطیسی روند کاهشی پیدا می‌کند. در مثال حل شده مشاهده شده که تا رسیدن ماده مغناطیسی به مرز اشباع میزان خیز مرکز ورق تا 22 درصد کاهش می‌یابد.
- 6- شدت میدان مغناطیسی و ضخامت لایه ماده تأثیر مستقیمی در پاسخ دینامیکی ضربه و نیروی برخورد دارند.

#### 5- مراجع

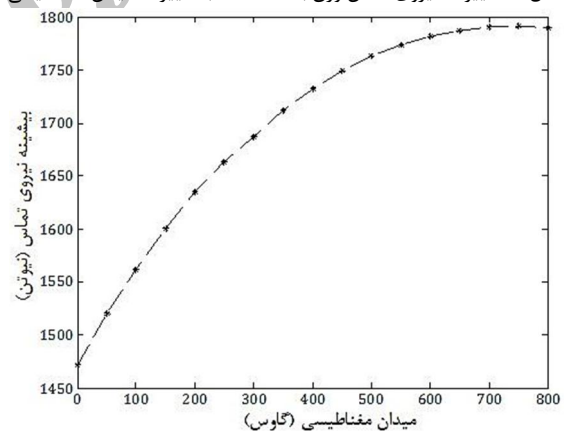
- [1] T. E. Lasy, Y. Hwang, Numerical Modeling of Impact Damaged Sandwich Composites Subjected To Compression-After-Impact Loading. *Wichita State University*, 2003.
- [2] I. Chopra, Review of Art of Smart Structures and Integrated Systems. *AIAA j*, Vol. 40, No. 11, pp. 2145-2187, 2002.
- [3] A. A. Jafari, M. Fathabadi, Forced Vibration of FGM Timoshenko Beam



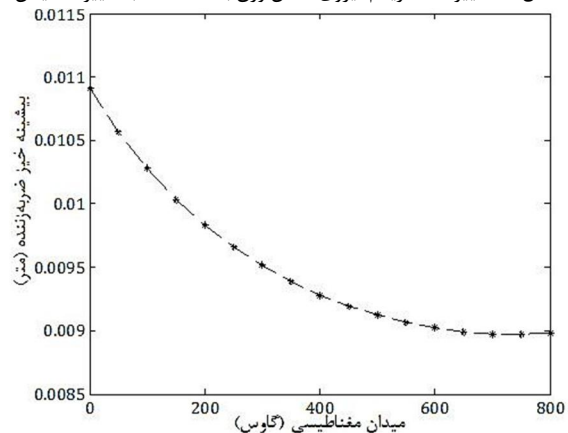
شکل 10 تغییرات ضریب استهلاک ورق با هسته MR با تغییرات میدان مغناطیسی



شکل 11 تغییرات نیروی تماس ورق با هسته MR با تغییرات میدان مغناطیسی



شکل 12 تغییرات ماکزیمم نیروی تماس ورق با هسته MR با تغییرات میدان مغناطیسی



شکل 13 تغییرات بیشینه خیز ضربه‌زنده ورق با هسته MR با تغییرات میدان مغناطیسی

- [17] K. Daneshjou, R. Madoliat, M. Talebitooti, Three-dimensional Vibration Analysis and Critical Speed of rotating Orthogonally Stiffened Laminated Cylindrical Shells Under Axial load and Pressure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 80-94, 2011. (In Persian)
- [18] A. Mozaffari, K. Malekzadeh, M. Asgari, *Optimum Design of Composit Sandwich Panels With Smart Liquid cores*, Conference on, 2010. (In Persian)
- [19] Z. Zhang, F. Huang, Dynamic Analysis of the MRF Rectangular Sandwich Plate Based on ANSYS, *Proceedings of the 2nd International Conference on Green Communications*, Vol. 4, 2013.
- [20] A. Allahverdzadeh, M. J. mahjoob, I. Eshraghi, N. Nasrollahzadeh, On the Vibration Behavior of Functionally Graded Electro-rheological Sandwich Beam, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 70, pp. 130-139, 2013.
- [21] K. Malekzadeh, M. R. Khalili, R. K. Mittal, Damped vibrations of sandwich plates with a viscoelastic soft flexible core an improved high order approach. In: 12th Int conf mech eng, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 1. 2004. (In Persian)
- [22] H. sarparast, M. R. Ashory, P. Ebadi, M. M. Khatibi, Modal Parameter Identification of a Structure Subjected to Ambient Load Using Output Analysis, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 13, No. 5, pp. 73-33, 2013. (In Persian)
- [23] Y. li, J. Zhang, Free vibration Analysis of Magnetoelastoelectric Plate Resting on a Pasternak Foundation, *Smart Mater. Struct.*, vol. 23, 025002, 9pp., 2014.
- [24] J. n. reddy, Mechanics of laminated composite plates and shells, theory and analysis. *Library of Congress Cataloging-in-Publication Data*, 1945.
- [25] K. N. Shivakumar, W. Elber, W. Illg, Prediction of Impact Force and Duration due to Low-Velocity Impact on Circular Composite Laminates, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 421, pp. 675-680, 1984.
- [26] S. W. Gong, A study of impact on composite laminated shells, *PhD Dissertation, National University of Singapore*, 1994.
- [27] S. R. Swanson, Limits of quasi-static solutions in impact of composite structures, *Comp Engng*, Vol. 2, pp. 261-7, 1992.
- [28] V. Rajamohan, R. Sedaghati and S. Rakheja, Vibration analysis of a multi-layer beam containing magnetorheological fluid, *Smart Mater. Struct.*, Vib. 329, 3451-69, 2010.
- [29] Jia-Yi Yeh, Vibration analysis of sandwich rectangular plates with magnetorheological elastomer damping treatment. *Smart mater*, 2013.
- [30] T. A. Anderson. An investigation of SDOF models for large mass impact on sandwich composites. *Journal of Composites*, part B, Vol. 36n2, pp.135-142, 2005.
- with Piezoelectric Layers Carrying Moving Load, *Aerospace Mech. J*, Vol. 9, No. 2, pp. 69-77, 2013. (In Persian)
- [4] B. S. Balaapgol, S. A. Kulkarni, K. M. Bajoria, A Review on Shape Memory Alloy Structures, *Int. J. Acoustics and Vibrations*, Vol. 9, No. 2, pp. 61-68, 2004.
- [5] J. Y. Yeh, L. W. Chen, Dynamic Stability Analysis of a Rectangular Orthotropic Sandwich Plate with an Electrorheological Fluid core, *Composite Structures*, pp. 33-41, 2006.
- [6] M. Yalcintas, H. Dai, Magnetorheological and Electrorheological Materials in Adaptive Structures and Their Performance Comparison, *Smart Mater Struct*, Vol. 8, No. 5, pp. 560-573, 1999.
- [7] Bica Damper With Magnetorheological Suspension, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 241, Issues 2-3, pp. 196-200, 2002.
- [8] J. Y. Yeh, L. W. Chen, Vibration of Sandwich Plates With a Constrained Layer and Electrorheological Fluid Core, *Journal of Composite Structures*, Vol. 65, pp. 251-258, 2004.
- [9] J. Y. Yeh, L. W. Chen, Dynamic Stability of a Sandwich Plates With a Constrained Layer, and Electrorheological Fluid Core, *Journal of Composite Structures*, Vol. 258, pp. 637-652, 2005.
- [10] G. Y. Zhou, Q. Wang, Use of Magnetorheological Elastomer in an Adaptive Sandwich Beam with Conductive Skins, Part II: Dynamic Properties, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 5403-5420, 2006.
- [11] S. K. Dwivedy, N. Mahendra, K. C. Sahu, Parametric Instability Regions Of a Soft and Magnetorheological Elastomer Cored Sandwich Beam, *J. Sound And Vibration*, Vol. 325, No. 4-5, pp. 686-704, 2009.
- [12] S. M. Hasheminejad, M. Maleki, Free Vibration and Forced Harmonic Response of an Electrorheological Fluid-Filled Sandwich Plate, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 18, 055013, 2009.
- [13] B. Nayak, J. B. s. Sastri, S. k. Dwivedy, K. S. R. K. Murthy, A Comparative Study of The Classical and Higher Order Theory for Free Vibration Analysis of MRE Cored Sandwich Beam with Composite Skins Using Finite Element method, *IEEE-International Conference on Advances in Engineering*, March 30-31, 2012.
- [14] B. Nayak, S. K. Dwivedy, K. Murthy, Vibration Analysis of a Three-Layer Magnetorheological Elastomer Embedded Sandwich Beam with Conductive Skins Using Finite Element Method, *Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 43, Mar 15, 2013
- [15] Z. Sadat Fattahi, A. Zabihollah, vibrations of Laminated Composite Structures Integrated with Magnetorheological Fluid Segments, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 12, pp. 156-160, 2013. (In Persian)
- [16] R. Manoharan, R. Vasudevan, A. Jeevanantham, Dynamic Characterization of a Laminated Composite Magnetorheological Fluid Sandwich Plate, *Smart mater. Struct.*, Vol. 23, 16pp. 025022, 2014.

Archive