ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدر س



mme.modares.ac.ir

تحلیل و شبیهسازی دینامیکی معکوس دو مکانیزم موازی با ساختار سینماتیکی یکسان در شاخهها و قیدهای افزونه

مجتبى يزداني'، مهدى طالع ماسوله'*، ميلاد حسنوند"، ايمان يحيىپور' ، محمود غفورى تبريزى⁰

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک-رباتیک، آزمایشگاه تعامل انسان و ربات، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران

۳- کارشناس ارشد ، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۴- کارشناس ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران

۵- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه آزاد قزوین، قزوین÷

*تهران، صندوق پستی ۱۴۳۹۵۱۳۷۴، m.t.masouleh@ut.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این مقاله روش جدیدی بهمنظور مدل سازی دو مکانیزم موازی افزونه مقید با سه و چهار درجه آزادی مستقل ارائه شده است. مدلسازی	مقاله پژوهشی کامل
دینامیکی مکانیزمهای افزونه مقید امری پیچیده بوده که در این مقاله و با توجه به ویژگیهای ساختاری این دو مکانیزم روشی برای غلبه بر این	دریافت: ۱۵ دی ۱۳۹۲
پیچیدگی ارایه شده است. در این روش هر مکانیزم به چند زیرساختار تقسیم شده و تحلیلهای سینماتیکی و روشهای مدلسازی دینامیکی	پدیرس: ۶۰ بهمن ۱۱۹۲ ارائه در سایت: ۱۹ مهر ۱۳۹۳
	كليد واژگان:
دینامیکی هر زیرساختار در فضای وظیفه بهدست آمده است. سپس مدل دینامیکی مجرینهایی، که میتوان از آن بهعنوان قید مرتبط کننده	مکانیزمهای موازی
زیرساختارها یاد کرد، با استفاده از روش نیوتن–اویلر نوشته و به معادلات مستقل از هم منتج شده است. همچنین دستهبندی بین نیروهای بهکار	تحلیل دینامیکی
رفته در مدل سازی، نظیر نیروهای محرک انتقال یافته و نیروهای قیدی انجام شده است. در انتها، نتایج بهدست آمده از روش فوق با یک	روش لاگرانژ
ز مافار شبیه سازی دینامیکی مقانسه شده است. این مقانسه تطابق بین نتایج حاصل شده از این دو روش را به خوب نشان داده است.	روش نيوتن⊣ويلر
	نرم افزار تحلیل دینامیکی

Inverse dynamic problem of two parallel manipulators with identical limbs structures

Mojtaba Yazdani¹, Mehdi Tale Masouleh^{2*}, Milad Hasanvand³, Iman Yahyapour², Mahmoud Ghafouri Tabrizi⁴

1- Department of Mechanical Engineering, Amir Kabir University of Technology, Tehran, Iran

2- Department of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran.

3- Department of Mechanical Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

4- Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University of Qazvin, Qazvin, Iran.

موازی در صنعت امروز میتوان به شبیهسازهای حرکتی، رباتهای صنعتی و

یک زنجیرہی سینماتیکی سری یا مکانیزم سری را میتوان ترتیبی از

لینکها و مفاصل که از یک پایهی ثابت شروع میشوند و به مجرینهایی

1.0.D 145751574, Telliali, Itali, Itali, Italiasouleneeut.ac.ii		
ARTICLE INFORMATION	Abstract	
Original Research Paper Received 05 January 2014 Accepted 26 January 2014 Available Online 11 October 2014	This paper aims to obtain the dynamic models of two over-constraint parallel mechanisms (PM) with 3-DOF (degree of freedom) and 4-DOF, the Tripteron and the Quadrupteron. The reasoning used in this paper is based on a judicious concept in detaching the whole mechanism into several subsystems and consecutive synergies between kinematic analysis, Lagrangian and Newtonian	
<i>Keywords:</i> Dynamic modeling, Tripteron Quadrupteron Lagrangian Approach Newtonian Approach	approaches. In this regard, the mechanisms are made equivalent to some subsystems and the equations of kinematic constraints are derived for all subsystems. Afterwards, upon resorting to Lagrangian approach and blending it with the latter kinematic relations, the dynamic model of each leg in task space is obtained. The dynamic model of the end-effector is written in virtue of Newton-Euler's approach where it yields to three differential equations. Finally, the problem leads to a system of 12 equations for the Tripteron and 16 equations for the Quadrupteron, which do not require the usual simplifications in such problems. For the sake of comparison, the results are put into contrast by the one obtained with a dynamic analyzer software. The results obtained why both approaches are coherent which affirms the correctness of the proposed algorithm	

ا مقدمه

در سالهای اخیر، کاربرد مکانیزمهای موازی از ساختارهای سادهای مانند سه مملگرهای در ابعاد میکرو و نانو اشاره نمود[۲]. پایه عکاسی تا مکانیزمهای پرکاربرد صنعتی همچون ربات گاف-استوارت و ربات دلتا گسترش یافته است[۱]. از جمله کاربردهای اصلی مکانیزمهای

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Yazdani, M. Tale Masouleh, M. Hasanvand, I. Yahyapour, M. Ghafouri Tabrizi, Inverse dynamic problem of two parallel manipulators with identical limbs structures, SID. U Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 13, pp. 281-290, 2015 (In Persian)



منتهی میشوند، تعریف نمود. با توجه به این تعریف، یک مکانیزم موازی را به شکل مکانیزمی حلقه بسته که از یک مجرینهایی با تعدادی درجه آزادی و یک پایه ثابت تشکیل یافته و این دو جزء با حداقل دو زنجیره سینماتیکی سری مستقل به هم متصل شدهاند، تعریف مینمایند[۳].

رباتهای موازی نسبت به رباتهای سری مزایای آشکاری دارند. این مکانیزمها با توجه به دارا بودن چندین حلقه سینماتیکی بسته، دارای سفتی بیشتری نسبت به مکانیزمهای سری بوده و بههمین دلیل دارای توانایی حمل بار بیشتری هستند. همچنین این مکانیزمها سرعت و دقت بیشتری در جابهجاییها دارا هستند. البته این مکانیزمها نسبت به مکانیزمهای سری فضای کاری کوچکتری دارند[۴-6].

مطالعات بر روی مکانیزمهای مکانیکی، بهویژه مکانیزمهای موازی، به بررسی مدلهای سینماتیکی و دینامیکی این گونه مکانیزمها منتج شده است. ویژگیهای منحصر به فرد مکانیزمهای موازی در تحلیلهای سینماتیکی و دینامیکی، نظیر تفاوت این گونه ساختارها با مکانیزمهای سری، ارتباط دینامیکی و سینماتیکی بین پایههای مختلف و وجود مفاصل غیرفعال باعث پیچیدگی مطالعات بر روی این مکانیزمها شده است. علاوه بر این نکات، تحلیل دینامیکی مکانیزمهای موازی با قیدهای افزونه، که مکانیزم مورد بررسی در این مقاله نیز از این دسته میباشد، دارای پیچیدگی بیشتری هستند[۶–۸].

پیش از این، تحقیقاتی در زمینه مدلسازی دینامیکی مکانیزمهای موازی انجام شده و روشهای متنوعی در این زمینه ارایه شده است. پیم و همکاران [۹] با استفاده از روش لاگرانژ به مدلسازی دینامیکی یک مکانیزم گاف-استوارت پرداخته است. این مکانیزم پرکاربرد در سایر تحقیقات نیز با استفاده از سایر روشهای مدلسازی دینامیکی نظیر روش نیوتن-اویلر [۱۰]، اصل کار مجازی [۱۱] و روش کین [۱۲] نیز مورد بررسی قرار گرفته است. تانه و همکاران [۱۳] یک روش عمومی برای مدلسازی دینامیک معکوس مکانیزمهای موازی با درجات آزادی افزونه یا کاسته شده ارایه دادهاند. در زمينه همين نوع از مكانيزمها، آلن [۱۴] با استفاده از روش نيوتن-اويلر به بررسی دو مکانیزم با سه و چهار درجه آزادی پرداخت و پس از بهدست آوردن معادلات و بهمنظور برابر کردن تعداد مجهولات و معادلات، از تعدادی از مجهولات صرفنظر کرد. نتایج بهدست آمده از این روش مدلسازی به خوبی با نتایج نرمافزارهای مدلسازی دینامیکی همخوانی دارد. کرون [۱۵] بهمنظور مدلسازی یک مکانیزم دو درجه آزادی از همین روش استفاده کرده و همخوانی مناسب بین دو روش را نشان داده است. بونماینس و همکاران [۱۶] به بررسی مدل دینامیکی یک ماشین ابزار بیشینه مقید با ساختار سینماتیکی موازی پرداختهاند و با دو فرض صلب بودن تمام اجزا و همچنین با در نظر گرفتن تاثیر و تغییر شکل مفاصل و اجزا پرداختهاند. انفرادی و توتونچی نیز با حذف نیروها و ممانهای بیشینه به مدلسازی دینامیکی یک مكانيزم موازى فضايى با ساختار RRP-3 پرداختهاند. برخى مقالات نيز به بررسی مکانیزمها با اجزا انعطاف پذیر پرداختهاند [۱۷-۱۸]. از جمله فرضهای رایج در این نوع مدلسازیها، که گاهی در مدلسازی مکانیزمها با طول اجزا ثابت نیز استفاده می شوند، متمرکز کردن جرم لینکها در دو نقطه ابتدایی و انتهایی میباشد[۱۹].

گاسلن [۲۰] مدل دینامیکی تریپترون^۲ و کوادراپترون^۳، مکانیزمهای

مورد بحث در این مقاله، را با استفاده از روش نیوتن اویلر بهدست آورده است. بدین منظور ابتدا مدل سینماتیکی مکانیزمها، که شامل سرعت و شتاب زاویهای هر لینک میباشد، استخراج شده و سپس مکانیزم به زیرساختارهایی شامل لینکهای مکانیزم و مجرینهایی تقسیم شده و معادلات دینامیکی هر یک از این زیرساختارها نوشته میشود. این روش به ایجاد ۴۲ معادله و ۴۵ معهول در مورد تریپترون و همچنین ۹۴ معادله و ۶۰ مجهول در کوادراپترون منجر میشود و ادعا شده که با انتخاب مناسب روند حل مناسب برای این معادلات، مدل دینامیکی این مکانیزمها بهدست خواهد آمد. این موضوع نشان میدهد که بهدلیل ساختار این دو مکانیزم، میتوان بدون دخیل کردن برخی گشتاورها به حل معادلات دینامیکی این دو مکانیزم برداخت و نیازی به سادهسازی و حذف برخی مجهولات وجود ندارد.

در این مقاله هدف یافتن مدل دینامیکی معکوس مکانیزمهای افزونه مقید تریپترون و کوادراپترون، که از اعضای خانواده مولتیپترون[†] بهشمار میروند، با استفاده از ترکیبی از روش نیوتن اویلر و روش لاگرانژ میباشد. تفاوت مدل ارایه شده در این مقاله با روش ارایه شده در [۲۰] در نحوه جداسازی زیرساختارها از مکانیزم کلی میباشد که منجر به ظاهر شدن تعداد کمتری معادله و مجهول در روند حل مسئله میشود و از پیچیدگی مواجهه با تعداد زیادی نیروها و مجهولات خواهد کاست. شایان ذکر است که مولتیپترون نشات گرفته شده از سنتز نوعی جدید مکانیزمهای موازی [۱] صورت گرفته و بهدلیل جدید بودن مطالعات دینامیکی کمی بر روی آنها انجام شده است.

در روش ارایه شده در این مقاله، پس از مدلسازی سینماتیکی، تریپترون از مفاصل مشخصی جدا شده و به چند زیرساختار، شامل سه پایه با ساختار RR و یک مجرینهایی، تقسیم میشود. سپس با استفاده از روش لاگرانژ ۹ معادله دینامیکی در فضای وظیفه برای پایهها نوشته میشود. در پایان با هدف مرتبط کردن این ۹ معادله، مدل دینامیکی مجرینهایی در راستای درجات آزادی، بهعنوان قید مرتبط کننده مسئله، نوشته میشود و به معادله دینامیکی منجر میشود. با حل ۱۲ بهدست آمده نیروهای عملگری تقسیم مکانیزم به چهار مکانیزم RR و یک مجرینهایی میشود. سپس بهدست آمده است. این تقسیم بندی در مورد مکانیزم کوادراپترون منجر به روند پیادهسازی شده روی تریپترون بهطور مشابه روی زیر ساختارهای بهدست آمده از کوادراپترون اجرا میشود. تنها تفاوتهایی که در مدلسازی دینامیکی کوادراپترون نسبت به تریپترون وجود دارد، به مدلسازی چهار پایه دینامیکی مجرینهایی، با توجه به چهار درجه آزادی مجرینهایی در دینامیکی مجرینهایی، با توجه به چهار درجه آزادی محرینهایی در دینامیکی مجرینهایی، با توجه به چهار درجه آزادی محرینهایی در

در این مقاله ابتدا به معرفی ساختار و ویژگی های مکانیزمهای تریپترون و کوادراپترون پرداخته میشود. سپس روند کلی حل مسایل دینامیکی مکانیزمهای موازی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. این روش مدلسازی در مورد مکانیزمهای تریپترون و کوادراپترون پیادهسازی شده و مدلسازی دینامیکی، شامل مدلسازی سینماتیکی مکانیزم، مدلسازی دینامیکی پایهها با استفاده از روش لاگرانژ مجری نهایی با روش نیوتن-اویلر بهدست خواهد آمد. در انتها نتایج بهدست آمده با یک نرمافزار مدلساز دینامیکی مقایسه میشود.

¹⁻ Gough-Stewart

²⁻ Tripteron 3- Quadrupteron

⁴⁻ Multipteron

مهندسی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند ۱۳۹۳، دوره ۱۶، شماره ۱۳

۲- ساختار مکانیزم ها

۲-۱-تريپترون

تریپترون، شکل ۱، از سه پایه با ساختار سینماتیکی مشابه تشکیل شده که به وسیله سه محرک کشویی در سه راستای عمود بر هم به حرکت میکنند. از سنتز نوعی [۱] و [۲۱]، خواص هندسی اجزای هر پایه بدین قرار است: جهت محرک هر پایه با راستای محور مفاصل لولایی یکسان میباشد که منجر به ساختار <u>PRR – 3</u> میشود.

مطالعات [۲۲] برروی تریپترون نشان داده است که حرکات انتقالی سه درجه آزادی این مکانیزم کاملا مجزا از هم و مستقل میباشد. این خاصیت در بررسیهای ریاضیاتی [۱] و [۲۱] که روی تریپترون انجام شده است نیز استخراج شده و در معادله (۱) نمایش داده شده است:

 $\rho_1 = x, \ \rho_2 = y, \ \rho_3 = z.$ (۱) همان گونه که در شکل ۲ (مدل مکانیزم کوادراپترون)نمایش داده شده، در این مقاله تمامی پارامترهای یک پایه بر اساس جهت حرکت محرک آن پایه نامگذاری شده است.

۲-۲-کوادراپترون

کوادراپترون [۲۲]، شکل ۳، یک مکانیزم چهار درجه آزادی، با سه درجه آزادی انتقالی و یک درجه آزادی دورانی [۲۳] میباشد. این مکانیزم از سه پایه با ساختار PRRU و یک پایه با ساختار PRRR که زمین را به مجری نهایی متصل میکنند، تشکیل شده است. هرچند که گونههای مختلفی از



شکل ۱ مدل مکانیزم تریپترون.



شکل ۲ مدل مکانیزم کوادراپترون.

کوادراپترون طراحی شدهاند، با این حال جذاب ترین نوع این طراحی ها با چهار پایه عمود بر هم دارای ساختاری شبیه به تریپترون می باشد. در این نوع طراحی کوادراپترون دو محور از چهار محور دارای راستای موازی هم بوده و در فاصلهای از هم قرار گرفتهاند (شکل ۳).

با توجه به نتایج بهدست آمده در [۲۲] معادلات سینماتیک معکوس کوادراپترون در معادله (۲) نمایش داده شده است:

$$\begin{split} \rho_{1} &= x + s_{x1} \cos \phi - s_{y1} \sin \phi - r_{x1} \\ \rho_{2} &= y + s_{x1} \sin \phi - s_{y2} \cos \phi - r_{y1} \\ \rho_{3} &= y + s_{x3} \sin \phi - s_{y3} \cos \phi - r_{y4} \\ \rho_{4} &= z + s_{z3} - r_{z3} \end{split} \tag{(7)}$$

که در آنها $\mathbf{T}[\mathbf{s}_{xi} \ \mathbf{s}_{yi} \ \mathbf{s}_{zi}] = [s_{xi} \ s_{yi} \ s_{zi}]^{\mathbf{T}}$ بردار متصل کننده مبدأ دستگاه مختصات متصل به مجری نهایی و مفاصل چرخشی متصل کننده پایهها و مجری نهایی میباشند. همچنین $\mathbf{T}[\mathbf{r}_{xi} \ r_{yi} \ r_{zi}]^{\mathbf{T}}$ معرف بردار واصل مبدأ دستگاه مختصات ثابت به نقطه صفر حرکتی مفاصل کشویی ($(\mathbf{\rho}_{i} = 0)$) میباشد. پارامترهای به کار رفته در مدل سازی کوادر اپترون و بردارهای s_{yI} و میباشد. بادان نمونه در شکل ۴ نمایش داده شده است.







۳- روند کلی

در این بخش یک روش کلی جهت مدلسازی دینامیکی مکانیزمهای موازی ارایه میشود. در این روش، مکانیزم به زیرساختارهای تشکیل دهنده تقسیم میشود بهطوریکه هر زیر مجموعه یک نیروی محرک را به یک دسته نیروها و گشتاور های وارد شده بر روی مجری نهایی مرتبط سازد.

معادلات سینماتیکی هر یک از این زیر ساختارها با هدف بهدست آوردن موقعیت و سرعت زاویه ای هر لینک نوشته خواهد شد. سپس مدل دینامیکی هر یک از پایه ها با کمک یکی از روشهای معمول دینامیکی نظیر لاگرانژ، نیوتن-اویلر و یا اصل کار مجازی استخراج میشود. انتخاب روش مناسب از میان روشهای مدلسازی دینامیکی به شرایط مسئله و ساختار مکانیزم بستگی دارد. روشهای مدلسازی دینامیکی یاد شده، اکثرا در فضای مفصلی و با هدف یافتن گشتاورهای اعمالی به معاصل نوشته میشود. بههمین علت ماتریس ژاکوبین به فضای وظیفه انتقال داده میشوند. سپس با استفاده از مقادیر سینماتیکی بهدست آمده در این معادلات دینامیکی، نیروهای اعمال شده توسط هر پایه به مجری نهایی محاسبه میشود. این نیروهای اعمالی به مجری نهایی را میتوان به دو دسته تقسیم کرد:

نیروهای محرک انتقال یافته: نیروهای اعمال شده به مجری نهایی توسط محرک

نیروهای قیدی: نیروهای اعمال شده به مجری نهایی بهعلت ایجاد سرعت و شتاب زاویهای در لینکهای زیرساختار

در انتها مدل دینامیکی مجری نهایی، بهعنوان قید مرتبط کننده مسئله، با در نظر گرفتن نیروهای اعمالی توسط پایهها نوشته شده و نیروی محرکها و شتاب مجری نهایی را مرتبط خواهد نمود. بهطور خلاصه روند حل یک مسئله دینامیکی معکوس در یک مکانیزم موازی در روش ارایه شده به پنج مرحله تقسیم میشود:

- جداسازی مکانیزم به زیر ساختارهای تشکیل دهنده با هدف ایجاد ارتباط بین نیروهای محرک و شتاب مجری نهایی
- ۲- استخراج معادلات قیدهای سینماتیکی هر زیرساختار بهمنظور ایجاد ارتباط بین خواص سینماتیکی و دینامیکی
- ۳- بهدست آوردن مدل دینامیکی هر زیر ساختار با هدف یافتن نیروهای
 قیدی و نیروهای محرک انتقال یافته
- ۴- یافتن مدل دینامیکی مجری نهایی با توجه به نیروهای قیدی و نیروهای محرک انتقال یافته اعمالی بر مجری نهایی
 - -۵ حل سیستم معادلات استخراج شده

٤- مدل دینامیکی تریپترون

۴-۱-تعريف زيرساختارها

جداسازی زیر ساختارها از مکانیزم اصلی به گونهای صورت گرفته که نیروهای محرک به شتاب مجری نهایی مربوط شوند. در مورد تریپترون، با توجه به خاصیت مجزا بودن تأثیر نیروهای محرک در مجری نهایی، جداسازی مجری نهایی از سه پایه <u>P</u>RRR تشکیل دهنده به ایجاد ارتباط مورد نظر منجر خواهد شد. در نتیجه مکانیزم به سه پایه و یک مجری نهایی تقسیم خواهد شد.

۴–۲–مدل سینماتیکی پایهها

در اولین گام و با هدف یافتن موقعیتهای زاویهای و سرعتها زاویهای، مدل سینماتیکی زیرساختارها نوشته میشود. همان گونه که پیش از این و در شکل ۲ نمایش داده شده است، ۱۲ متغیر، شامل ρ_{x1} , ρ_{x2} , ρ_{y1} , ρ_{y2} , ρ_{y1} , ρ_{z2} , ρ_{z1} , ρ_{z2} , ρ_{z1} , ρ_{z2} , ρ_{z3} , ρ_{z2} , ρ_{z3} , ρ_{z2} , ρ_{z3} ,

بهمنظور بهدست آوردن مدل سینماتیکی این زیرساختارها، دو معادله قیدی برای هر پایه و با تصویر کردن موقعیت پایه مورد نظر در راستای دو پایه دیگر بهدست میآید. برای مثال، با تصویر کردن پایه Y در راستای دو پایه دیگر، معادلات قیدی (۳) که تابعی از w_y و w_y هستند، بهدست میآیند:

$$\begin{cases} x = L_{y1}\sin\theta_{y1} + L_{y2}\sin(\theta_{y1} + \theta_{y2}) + s_y \\ z = \delta_z - L_{y1}\cos\theta_{y1} - L_{y1}\cos(\theta_{y1} + \theta_{y2}) \end{cases}$$
(7)

با انجام روند فوق برای پایههای X و Z معادلات قیدی این دو پایه، (۴) و (۵)، بهدست می آیند.

$$\begin{cases} z = L_{x1} \sin \theta_{x1} + L_{x2} \sin(\theta_{x1} + \theta_{x2}) \\ y = L_{x1} \cos \theta_{x1} + L_{x2} \cos(\theta_{x1} + \theta_{x2}) + s_x \end{cases}$$

$$(f)$$

$$\begin{cases} x = L_{z1} \sin \theta_{z1} + L_{z2} \sin(\theta_{z1} + \theta_{z2}) \\ y = \delta_y - L_{z1} \cos \theta_{z1} - L_{z2} \cos(\theta_{z1} + \theta_{z2}) + s_z \end{cases}$$
(δ)

که در این معادلات s_x ، s_y و s_z همان گونه که در شکل ۳ یک نمونه از آن نمایش داده شده، بهترتیب فاصله مفصل سوم پایه x، y و z از مبدا مختصات متحرک می باشد.

با مشتق گرفتن از معادلات (۳) تا (۵) بر اساس زمان، معادلات سینماتیکی درجه اول (۶) تا (۸) استخراج میشود:

$$\begin{cases} G_{1}(t,\theta_{x1},\theta_{x2},\dot{\theta}_{x1},\dot{\theta}_{x2}) = 0 \\ G_{1}(t,\theta_{x1},\theta_{x2},\dot{\theta}_{x1},\dot{\theta}_{x2}) = 0 \\ \end{cases} \begin{pmatrix} F_{1}(t,\theta_{y1},\theta_{y2},\dot{\theta}_{y1},\dot{\theta}_{y2}) = 0 \\ H_{1}(t,\theta_{y1},\theta_{y2},\dot{\theta}_{y1},\dot{\theta}_{y2}) = 0 \\ H_{1}(t,\theta_{z1},\theta_{z2},\dot{\theta}_{z1},\dot{\theta}_{z2}) = 0 \\ \end{cases}$$
(Y)

$$L_1(t,\theta_{z1},\theta_{z2},\theta_{z1},\theta_{z2}) = 0 \tag{(A)}$$

بهمنظور یافتن موقعیتهای زاویهای هر لینک معادلات (۳) تا (۵) حل شده و با جایگذاری روابط بهدست آمده برای زوایا در معادلات (۶) تا (۸) سرعت زاویهای هر لینک بهدست میآید.

۴–۳–مدل دینامیکی پایهها

در تریپترون، همانگونه که در شکل ۵ نمایش داده شده است، هر زیرساختار PRR سه نیرو و دو گشتاور به مجری نهایی وارد میکند.

$$\mathbf{f} = \mathbf{I}_{c}(\theta) + \mathbf{V}_{c}(\theta, \theta) + \mathbf{G}_{c}(\theta)$$
⁽¹⁴⁾

کمیتھای رابطه (۱۴) در روابط (۱۵) تا (۱۷) معرفی شدهاند.

$$I_c = J^{-1}(\theta) I(\theta) J^{-1}(\theta)$$
 (۱۵)

$$V_{c} = J^{-T}(\theta) \left(V(\theta, \dot{\theta}) - I(\theta)J^{-1}(\theta)\dot{J}(\theta)\dot{\theta} \right)$$
(18)

$$G_{c} = J^{-T}(\theta) \frac{\partial G}{\partial \theta}$$
(17)

heta ماتریس زوایا و I ماتریس ژاکوبین در دستگاه متحرک متصل به مجری نهایی میباشد.

معادله (۱۴) برای هر سه ساختار <u>P</u>RR نوشته شده و نیروهای اعمالی توسط ساختار RR هر پایه به مجری نهایی بهدست آمده است. همان گونه که پیش از این اشاره شد، این نیروها با عنوان *نیروهای قیدی* نام گذاری شدهاند. بهمنظور بهدست آوردن نیروهای قیدی، ماتریسهای I G و J محاسبه می شوند. به دلیل محدودیت در فضا، مقادیر فوق تنها برای پایه X نوشته شده است. در ابتدا ماتریس اینرسی، رابطه (۱۸)، محاسبه خواهد شد:

$$\begin{split} \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \\ I_{11} &= m_{x2}L_{x1}^2 + \frac{1}{4}m_{x1}L_{x1}^2 + \frac{1}{4}m_{x2}L_{x1}L_{x2}\cos\theta_{x2} \\ &+ I_{x1} + I_{x2} \\ I_{12} &= I_{21} = \frac{1}{2}m_{x2} \Big(\frac{1}{2}L_{x2}^2 + L_{x1}L_{x2}\cos\theta_{x2} \Big) + I_{x2} \\ I_{22} &= \frac{1}{4}m_{x2}L_{x2}^2 + I_{x2} \end{split} \tag{11}$$

محاسبه می شود (روابط (۱۹) و (۲۰)). $G = m_{x2}g\left(L_{x1}\sin\theta_{x2} + \frac{1}{2}L_{x2}\sin(\theta_{x1} + \theta_{x2})\right)$

(19)

$$+\frac{-L}{2}x^{gm}x^{1}\sin^{2}x^{2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \theta} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \theta_2} \end{vmatrix} \tag{(7.)}$$

ماتریس ژاکوبین در دستگاه مختصات متحرک متصل به عملگر نهایی مطابق رابطه (۲۱) تعریف میشود:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

$$J_{11} = -L_{x1} - L_{x2} \sin(\theta_{x1} + \theta_{x2})$$

$$J_{12} = -L_{x2} \sin(\theta_{x1} + \theta_{x2})$$

$$J_{21} = L_{x2} \cos(\theta_{x1} + \theta_{x2}) + L_{x1} \cos\theta_{x1}$$

$$J_{22} = L_{x2} \cos(\theta_{x1} + \theta_{x2})$$
 (71)

با توجه به معادله (۱۳) مقدار V نیز قابل محاسبه میباشد. سپس با به کار بردن معادلات (۱۵–۱۵) مقادیر I_c ، V_c بهدست میآیند. با استفاده از مقادیر اخیر در معادله (۱۴) نیروهای قیدی محاسبه میشوند. بهعنوان مثال، نیروهای قیدی پایه X که در راستای محورهای Y و Z به مجری نهایی



شکل ۵ نحوه جداسازی پایهها از عملگر نهایی و نیروهای وارده.

در اولین گام، *نیروهای محرک انتقال یافته* بهدست خواهند آمد. بدین منظور، رابطه بین نیروهای محرک و شتاب مجری نهایی با استفاده از روش نیوتن-اویلر در راستای حرکت انتقالی هر زیرساختار نوشته می شود. این امر منجر به معادلات دینامیکی (۹) تا (۱۱)، در راستای پایه های X، Y و Z می شود.

$$f_{xx} - f_{xa} - (m_{x1} + m_{x2} + m_{px})\ddot{x} = 0$$
(9)

$$f_{yy} - f_{ya} - (m_{y1} + m_{y2} + m_{py}) \ddot{y} = 0$$
 (1.)

$$f_{zz} - f_{za} - (m_{z1} + m_{z2} + m_{pz})z = 0 \tag{11}$$

در روابط (۹) تا (۱۱)، $m_{x1} e^{2} m_{x1}$ بهترتیب جرم لینکهای اول و دوم و $f_{zz} = f_{yy}$, مفصل کشویی هر پایه میباشد. علاوه بر این f_{xx} , f_{yy} , f_{xx} نمایانگر *نیروهای محرک انتقال یافته* اعمال شده به مجری نهایی بهوسیله محرکهای کشویی هستند.

با توجه به مقادیر بهدست آمده در معادلات (۳) تا (۸) مدل دینامیکی هر قسمت RR از زیرساختار <u>P</u>RR در صفحه حرکتی مربوط به آن نوشته میشود. بهعنوان مثال، مدل دینامیکی پایه X در صفحه PR نوشته میشود. در مرحله بعدی و بهمنظور محاسبه *نیروهای قیدی* که در صفحه حرکتی هر پایه وجود دارند و در شکل ۵ با نامهای f_{xy} و f_{xx} نمایش داده شدهاند، نیاز به مدلسازی دینامیکی یک مکانیزم RR میباشد.

از نتایج حاصل شده در [۴] که از بسط روش مدلسازی دینامیکی لاگرانژ بهدست آمده است، مدل دینامیکی یک ساختار RR، رابطه (۱۲)، بهدست میآید:

$$\tau_{n} = I(\theta) + V(\theta, \theta) + \frac{\partial G}{\partial \theta}$$
(17)

در معادله (۱۲)، ۷ از رابطه (۱۳) بهدست میآید.

$$\mathbf{V} = \dot{\mathbf{I}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial (\dot{\mathbf{I}} \dot{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right]^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{\theta}}$$
(19)

I که با عنوان ماتریس اینرسی شناخته می شود، یک ماتریس 2×2 می می با عنوان ماتریس اینرسی شناخته می شود، یک ماتریس 2×2 می باشد که نشان دهنده ضرایب معادله انرژی جنبشی با توجه به بردار 1×2 می باشد که نشان دهنده گشتاورهای وارده به هر مفصل است. در [۲۱] با ایجاد تغییراتی و با استفاده از ماتریس ژاکوبین به فضای وظیفه (کارتزین) برده می شود (رابطه (۱۴)).

میندسی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند ۱۳۹۳، دوره ۱۶، شماره ۱۳

وارد و بهترتیب با نامهای f_{xx} و f_{xx} نامگذاری شدهاند، از رابطه (۲۲) محاسبه می شوند:

$$\begin{bmatrix} f_{XY} \\ f_{XZ} \end{bmatrix} = I_{cx}(\theta)\ddot{r}_{x} + V_{cx}(\theta,\dot{\theta}) + G_{cx}(\theta)$$
(77)

که در این معادله اندیس x نشان دهنده محاسبه ماتریسها برای زیرساختار x میباشد.

با محاسبه ماتریسهای فوق برای دو پایه دیگر، مقادیر *نیروهای قیدی* اعمال شده توسط پایه های Y و Z نیز به روش مشابه از روابط (۲۳) و (۲۴) محاسبه میشوند:

$$\begin{bmatrix} f_{yx} \\ f_{zx} \end{bmatrix} = I_{cy}(\theta)r_{y} + V_{cy}(\theta,\theta) + G_{cy}(\theta)$$
(YY)

$$\begin{bmatrix} f_{ZX} \\ f_{Zy} \end{bmatrix} = I_{CZ}(\theta) r_{Z} + V_{CZ}(\theta, \theta) + G_{CZ}(\theta)$$
(Yf)

که در این معادلات اندیس های y و x بهترتیب نشان دهنده محاسبه مقادیر ماتریسهای Vz ، Jz و Gz با توجه به موقعیت و اندازههای پایههای Y و Z میباشند. با توجه به معادلات (۹) تا (۱۱) و معادلات (۲۲) تا (۲۴)، تاکنون ۹ معادله دینامیکی برای زیرساختارهای این مکانیزم بهدست آمده است.

این معادلات شامل ۱۲ مجه ول f_{xx} ، f_{xy} ، f_{xz} ، f_{yy} ، f_{yz} ، f_{yz} ، f_{yy} ، f_{xz} ، f_{xy} ، f_{xy} ، f_{xy} ، f_{zx} ، f_{zz} این معادلات و حل آنها نیاز به سه معادله دیگر وجود دارد که با نوشتن سه معادله دینامیکی برای مجری نهایی در راستای سه حرکت انتقالی آن این امر میسر خواهد شد.

۴-۴-مدل دینامیکی مجری نهایی

همان گونه که پیش از این بیان شد، مجری نهایی در تریپترون دارای سه درجه آزادی انتقالی میباشد و معادلات دینامیکی میتواند در این سه راستا نوشته شوند. این معادلات دینامیکی با استفاده از روش نیوتن-اویلر، رابطه (۲۵)، نوشته میشود:

$$\sum F = M \ddot{r}$$
(Ya)

که در این معادلات F بردار نیروهای وارده بر مجری نهایی، F شتاب انتقالی مجری نهایی حول مرکز جرم و M ماتریس جرم مجری نهایی می اشد. سه معادله دینامیکی حاصل از حرکت انتقالی مجری نهایی با استفاده از معادله (۲۶) بهدست خواهند آمد:

$$f_a + f_w + f_x = Mr$$
(79)

در معادله (۲۶)، f_a ، f_a و f_x بهترتیب نشان دهنده نیروهای عملگری، نیروی گرانش و *نیروهای قیدی* وارد شده از طرف سایر زیرساختارها میباشند، و از روابط (۲۷) تا (۲۹) محاسبه می شوند:

$$\mathbf{f}_{a} = \begin{bmatrix} f_{xa} \\ f_{ya} \\ f_{za} \end{bmatrix}$$
(YY)

$$\mathbf{f}_{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(m_{z1} + m_{z2} + m_{pz})g \end{bmatrix}$$
(YA)

$$\mathbf{f}_{c} = \begin{bmatrix} f_{xy} + f_{xz} \\ f_{yx} + f_{yz} \\ f_{zx} + f_{zy} \end{bmatrix}$$

۴–۵–نتایج و بحث

(٢٩)

در این بخش صحت نتایج بهدست آمده از حل معادلات مدل دینامیکی حاصله در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است و این نتایج با نتایجی که از یک نرمافزار شبیه ساز دینامیکی، ادمز^۱، به دست آمده مقایسه می شوند.

با حل ۱۲ معادله به دست آمده از مدلسازی دینامیکی پایهها و مجری نهایی، که شامل معادلات (۹) تا (۱۲)، (۲۲) تا (۲۴) و (۲۶) میباشد، مقادیر مجهولات ظاهر شده در این معادلات از جمله سه f_{za} و f_{ya} ، f_{xa} و محرک وارده بر سه پایه که به صورت f_{ya} ، f_{xa} و معوفی معرفی شدهاند، محاسبه خواهد شد.

نتایج بهدست آمده از حل معادلات اشاره شده با نتایج ادمز که یک شبیه ساز دینامیکی میباشد، مقایسه شده است. نرم افزار ادمز در حل مسایل دینامیک معکوس ناتوان است و امکان استخراج نیروهای محرک از طریق تعریف یک مسیر برای مجری نهایی امکان پذیر نمیباشد.

ب. منظور غلب بر این مشکل و با حل سینماتیک معکوس مکانیزم، مسیرهای حرکتی برای مفصل های محرک مکانیزم تعریف می شود. حرکت مجری نهایی به حرکت مفاصل کشویی منجر می شود و در نتیجه حرکت مفصل کشویی به اولین لینک پایه نیرویی وارد می کند که با اندازه گیری آن می توان به نیروی محرک دست یافت. به پیان دیگر به منظور غلبه بر ناتوانی نرمافزار به اندازه گیری نیروهای عمل و عکس العمل اقدام می شود.

در این قسمت و به منظور مقایسه بین نتایج حل معادلات به دست آمده و نرم افزار ادمز یک مسیر برای مجری نهایی تعریف شده است. معادلات (۳۰) به عنوان مسیر مجری نهایی مورد بررسی قرار گرفته است:

$$\begin{cases} x = 0.14 + 0.1 \sin t \\ y = 0.29 + 0.15 \sin^2 t \\ z = 0.15 + 0.3 \cos t \sin t \end{cases}$$
(7.)

همان گونـه کـه کـه در شـکلهـای ۶ تـا ۸ نمـایش داده شـده است، همخوانی مناسبی بـین نتـایچ حاصـله از نـرمافـزار شـبیهسـاز دینـامیکی و روش تحلیل وجود دارد.

٥- مدل ديناميكى كوادراپترون

۵-۱-تعريف زيرساختارها

در کوادراپترون نیز همانند تریپترون تقسیم مکانیزم اصلی به زیرساختارها به گونهای صورت گرفته که نیروهای محرک به شتاب مجرینهایی مرتبط شوند. در کوادراپترون، جداسازی به چهار زیرساختار <u>PRR</u> و مجرینهایی منتج خواهد شد.

¹⁻ ADAMS



۵-۲-مدل سینماتیکی پایهها

بهمنظور مدلسازی دینامیکی کوادراپترون نیز اولین گام مدلسازی سینماتیکی زیرساختارها میباشد. همان گونه که این روند برای تریپترون بیان شد، دو معادله قیدی برای هر پایه و با تصویر کردن موقعیت پایه مورد نظر در صفحه حرکتی آن بهدست میآید. برای مثال، با تصویر کردن پایهای که در راستای محور x حرکت میکند در راستای محورهای y و z، دو معادله

قیدی آن که تابعی از θ_{x1} و θ_{x2} هستند، از رابطه (۳۱) بهدست میآیند:

$$\begin{cases} z = L_{x1} \sin \theta_{x1} + L_{x2} \sin(\theta_{x1} + \theta_{x2}) \\ y = L_{x1} \cos \theta_{x1} + L_{x2} \cos(\theta_{x1} + \theta_{x2}) + s_x \cos \varphi \end{cases}$$
(7)

با انجام روند فوق برای دو پایهای که در راستای محور *y* و همچنین پایهای که در راستای محور *z* قرار دارند، سه دسته معادله قیدی دیگر، روابط (۳۲) تا (۳۴)، حاصل می شوند:

$$\begin{cases} x = L_{1_{y1}} \sin \theta_{y11} + L_{y21} \sin(\theta_{y11} + \theta_{y21}) + s_{y1} \cos \varphi \\ z = \delta_z - L_{y11} \cos \theta_{y11} - L_{y21} \cos(\theta_{y11} + \theta_{y21}) \end{cases}$$
(77)

$$\begin{cases} x = -L_{y21}\sin\theta_{y12} - L_{y2}\sin(\theta_{y12} + \theta_{y22}) + s_{y2}\cos\varphi \\ z = \delta_z - L_{y12}\cos\theta_{y12} - L_{y22}\cos(\theta_{y12} + \theta_{y22}) \end{cases}$$
(77)

$$\begin{cases} x = L_{z1}\sin\theta_{z1} + L_{z2}\sin(\theta_{z1} + \theta_{z2}) + s_z\sin\phi \\ y = \delta_y - L_{z1}\cos\theta_{z1} - L_{z2}\cos(\theta_{z1} + \theta_{z2}) + s_z\cos\phi \end{cases}$$
(74)

که در این معادلات $s_x \cdot s_{y1} \cdot s_x$ و s_z همان گونه که در شکل x یک نمونه از آن نمایش داده شده، بهترتیب فاصله مفصل سوم پایه x ، y اول، y دوم و z از مبدا مختصات متحرک می باشد.

با حل معادلات فوق موقعیت زاویهای هر لینک بهدست خواهد آمد. سپس با مشتق گرفتن از معادلات (۳۱) تا (۳۴) نسبت به زمان، معادلات سینماتیکی درجه اول بهصورت روابط (۳۵) تا (۳۸) استخراج میشود:

(
$\left G_{1}(t,\theta_{x1},\theta_{x2},\theta_{x1},\theta_{x2}) = 0 \right $	
$\left[G_{1}(t,\theta_{x1},\theta_{x2},\dot{\theta}_{x1},\dot{\theta}_{x2})=0\right]$	(۳۵)
$\begin{cases} K_1(t,\theta_{y1},\theta_{y2},\dot{\theta}_{y1},\dot{\theta}_{y2}) = 0 \end{cases}$	
$\left[K_{1}(t,\theta_{y1},\theta_{y2},\theta_{y1},\theta_{y2})=0\right]$	(٣۶)
$\begin{cases} H_1(t,\theta_{y1},\theta_{y2},\dot{\theta}_{y1},\dot{\theta}_{y2}) = 0 \end{cases}$	
$\left[H_1(t,\theta_{y1},\theta_{y2},\dot{\theta}_{y1},\dot{\theta}_{y2}) = 0 \right]$	(۳۷)
$\begin{cases} L_1(t,\theta_{z1},\theta_{z2},\dot{\theta}_{z1},\dot{\theta}_{z2}) = 0 \end{cases}$	
$L_1(t,\theta_{z1},\theta_{z2},\theta_{z1},\theta_{z2}) = 0$	(٣٨)
ت آمده با منابا در مادلات (۳۵) تا (۳۸) ت	با جارگذا می ارما به در

با جایگذاری روابط بهدست آمده برای زوایا در معادلات (۳۵) تا (۳۸) سرعت زاویهای هر لینک بهدست میآید.

۵–۳–مدل دینامیکی پایهها

در کوادراپترون، همان گونه که در شکل ۹ نمایش داده شده است، زیرساختارهایی که در راستای محورهای x و y حرکت می کنند سه نیرو و یک گشتاور به مجری نهایی وارد می کنند. این درحالیست که پایه Z بعطت اتصال با مفصل چرخشی سه نیرو و دو گشتاور به مجری نهایی وارد می آورد. به منظور یافتن نیرو های انتقال یافته رابطه بین نیروهای محرک و شتاب مجری نهایی نوشته می شود. این امر منجر به معادلات دینامیکی در راستای پایه های X، Y و Z, به صورت روابط (۳۹) تا (۲۴) می شوند:

$$\dot{f}_{xx} - f_{xa} - (m_{x1} + m_{x2} + m_{px})\ddot{x} = 0 \tag{(74)}$$

$$f_{yy1} - f_{ya} - (m_{1y1} + m_{2y1} + m_{py1}) \ddot{y} = 0$$
 (f.)

$$f_{yy2} - f_{ya} - (m_{1y2} + m_{2y2} + m_{py2})\ddot{y} = 0$$
 (F1)

$$f_{zz} - f_{za} - (m_{z1} + m_{z2} + m_{pz})\dot{z} = 0$$
 (F7)

 m_{pi} که در این روابط m_{1i} و m_{2i} بهترتیب جرم لینکهای اول و دوم و f_{za} که در این f_{ya} ، f_{xa} و مفصل کشویی هر پایه میباشد. علاوه بر این f_{xa} این

نمایانگر نیروهای محرک اعمال شده به وسیله محرکهای کشویی هستند. سپس همانند روش اجرا شده در مدلسازی دینامیکی تریپترون مدل دینامیکی قسمت RR هر زیرساختار PRR، از رابطه (۴۴) بهدست میآید:

$$\tau_{n} = \vec{I(\theta)} + V(\theta, \dot{\theta}) + \frac{\partial G}{\partial \theta}$$
(FT)

در معادله (۴۳)، ۷ از رابطه (۴۴) بهدست میآی

$$V = \vec{I}(\theta, \theta) - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial(I\theta)}{\partial \theta} \right]^{I} \theta$$
(FF)

پس از محاسبه ماتریسهای اینرسی، کریولیس و گرانش در معادله (۴۳)، ممانها و نیروهای وارده از طرف مجری نهایی بر هر زیرساختار، که در شکل ۹ نمایش داده شدهاند، با استفاده از ماتریس ژاکوبین به فضای مفصلی منتقل می شود (رابطه (۴۵)):

در این معادله J ماتریس ژاکوبین بوده و w ماتریس نیروها وارده بر زیرساختار میباشد که از رابطه (۴۶) بهدست میآید:

 $\tau = \mathbf{J}^T \mathbf{w}$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \tag{(ff)}$$

RR ماتریس گشتاورهای وارده به هر مفصل است، که در این مکانیزم τ یک ماتریس 1×2 خواهد بود، و با رابطه (۴۷) نمایش داده خواهد شد:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \tag{(FY)}$$

در اینجا اشاره به این نکته بسیار ضروری است، که در صفحه حرکتی هر زیرساختار RR، هیچ گشتاوری به زیرساختارها اعمال نمی شود و بنابراین



شکل ۹ نحوه جداسازی پایهها از عملگر نهایی و نیروهای وارده در مکانیزم کوادراپترون

ممانها تاثیری در حرکت زیرساختارها ندارند. بهعنوان مثال در زیرساختاری که در جهت Z حرکت میکند، گشتاورهای وارده بر مجری نهایی در راستای محور های x و y بوده و بنابراین در معادلات (۴۳) و (۴۵) تاثیری نخواهند گذاشت.

بهدلیل اینکه مفاصل چرخشی در هیچ یک از زیرساختارها محرک نمیباشند و گشتاوری اعمال نمیکنند، میتوان بیان نمود که در مدل دینامیکی بیان شده در معادله (۴۵)، رابطه (۴۸) برقرار است.

$$\tau = \tau_n \tag{fl}$$

به بیان دیگر τ بهدست آمده از معادله (۴۵) بهعنوان گشتاور وارده بر هر مفصل در معادله (۴۳) لحاظ شده و تبدیل به معادله (۴۹) می شود:

$$\mathbf{J}_{i}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_{i} = \mathbf{I}_{i}(\overset{\cdots}{\theta}) + \mathbf{V}_{i}(\theta, \overset{\cdot}{\theta}) + \frac{\partial \mathbf{G}_{i}}{\partial \theta}$$
(f9)

با انجام این روند برای هر چهار زیرساختار، در مجموع ۸ معادله برای *نیروهای قیدی* بهدست خواهد آمد (رابطه (۵۰) تا (۵۳)):

$$\mathbf{w}_{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_{\mathbf{x}}^{-\mathrm{T}} \left(\mathbf{I}_{\mathbf{x}} \left(\stackrel{\cdot}{\theta} \right) + \mathbf{V}_{\mathbf{x}} \left(\theta, \stackrel{\cdot}{\theta} \right) + \frac{\partial \mathbf{G}_{\mathbf{x}}}{\partial \theta} \right)$$
 (\$\delta\cdot)

$$\mathbf{w}_{y1} = \mathbf{J}_{y1}^{-\mathrm{T}} \left(\mathbf{I}_{y1}(\boldsymbol{\hat{\theta}}) + \mathbf{V}_{y1}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\hat{\theta}}) + \frac{\partial \mathbf{G}_{y1}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)$$
(21)

$$\mathbf{w}_{y2} = \mathbf{J}_{y2}^{-\mathrm{T}} \left(\mathbf{I}_{y2} (\overset{``}{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{V}_{y2} (\boldsymbol{\theta}, \overset{`'}{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{\partial \mathbf{G}_{y2}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)$$
 (DY)

$$\mathbf{w}_{z} = \mathbf{J}_{z}^{-\mathrm{T}} \left(\mathbf{I}_{z} \left(\stackrel{\cdot}{\theta} \right) + \mathbf{V}_{z} \left(\stackrel{\cdot}{\theta}, \stackrel{\cdot}{\theta} \right) + \frac{\partial \mathbf{G}_{z}}{\partial \theta} \right)$$
 (57)

که در معادلات (۵۰) تا (۵۳) از رابطه (۵۴) استفاده می شود.

$$\mathbf{w}_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} f_{xy} \\ f_{xz} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{w}_{y1} = \begin{bmatrix} f_{yx_1} \\ f_{yz_1} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{w}_{y2} = \begin{bmatrix} f_{yx_2} \\ f_{yz_2} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{w}_z = \begin{bmatrix} f_{zy} \\ f_{zx} \end{bmatrix}.$$
 (AF)

نمونهای از محاسبات بهمنظور محاسبه ماتریسهای اینرسی، کریولیس و \mathcal{R} رانش برای مدلسازی دینامیکی تریپترون مورد بررسی قرار گرفته است که با توجه به شباهت این دو مکانیزم، در مورد کوادراپترون نیز یکسان میباشد و بههمین علت از تکرار آن در این بخش خودداری میشود. پس از بهدست آوردن معادلات (۳۹) تا (۴۲) و با توجه به معادلات (۵۰) تا (۵۴) تعداد معادلات بهدست آمده برای مدل سازی چهار پایهٔ کوادراپترون به ۱۲ معادله f_{yy1} ، f_{xz} , f_{xy} , f_{xx} , g_{xy} , g_{xx} , g_{xy1} , f_{xy1} , f_{yx1} f_{ya1} , f_{xz} , f_{zy} , f_{zx} , f_{zz} , f_{yz2} , f_{yy2} , f_{yz1} , f_{ya2} f_{ya2} و g_{zx} میباشند. بهمنظور یافتن این ۱۶ مجهول و ایجاد ارتباط بین 17 معادله اشاره شده، نیاز به چهار معادله دیگر وجود دارد که با استخراج معادلات دینامیکی مجری نهایی نسبت به چهار درجه آزادی آن این معادلات

۵-۴-مدل دینامیکی مجری نهایی

با توجه به چهار درجه آزادی که مجری نهایی در کوادراپترون دارا می،اشد، معادلات دینامیکی این زیرساختار نیز در این چهار راستا نیز نوشته می شود. این معادلات شامل سه حرکت انتقالی در راستای سه محور مختصات دستگاه ثابت و حرکت دورانی مجری نهایی در راستای محور z این دستگاه می،اشد. بهدلیل سادگی استفاده از روش نیوتن-اویلر برای بهدست آوردن مدل

دینامیکی مجری نهایی، این روش در مدلسازی دینامیکی انتخاب گشته و برای یافتن چهار معادله اشاره شده به کار گرفته خواهد شد (روابط (۵۵) و (۵۶)):

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{r}} \tag{(\Delta\Delta)}$$

$$\sum \mathbf{H} = \mathbf{I}_e \stackrel{\cdots}{\alpha} \tag{\Delta}\mathcal{F}$$

که در این معادلات F بردار نیروهای وارده بر مجری نهایی، \ddot{r} شتاب انتقالی مجری نهایی حول مرکز جرم و M ماتریس جرم مجری نهایی می باشد همچنین H بردار ممانهای وارده بر مجری نهایی، α شتاب دورانی مجری نهایی حول مرکز جرم و I_e ماتریس ممان اینرسی مجری نهایی می باشد. سه معادله دینامیکی حاصل از حرکت انتقالی مجری نهایی با استفاده از معادله (۵۵) به دست خواهند آمد:

$$f_a + f_w + f_x = M \ddot{r}$$
 (ΔY)

که در آن $f_{\rm a}$ ، $f_{\rm a}$ و $f_{\rm x}$ بهترتیب نشان دهنده نیروهای عملگری، نیروی $\mathcal{I}_{\rm a}$ رانش و *نیروهای قیدی* وارد شده از طرف سایر زیرساختارها میباشند که با روابط (۵۸) تا (۶۰) محاسبه می شوند:

$$\mathbf{f}_{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} f_{xa} \\ f_{ya} \\ f_{za} \end{bmatrix} \tag{(\Delta\lambda)}$$

$$f_{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(m_{z1} + m_{z2} + m_{pz})g \end{bmatrix}$$
(29)

$$\mathbf{f}_{c} = \begin{bmatrix} f_{xy} + f_{xz} \\ f_{yx} + f_{yz} \\ f_{zx} + f_{zy} \end{bmatrix}$$
(\$.)

همان گونه که پیش از این اشاره شد، \hat{r} بردار شتاب انتقالی مجری نهایی در z , y , x , x , y , z , y , x , x , y , z , y , z , y , z , y , z , y , z , y , z , z , y , z

$$\overset{..}{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} x \\ x \\ y \\ y \\ z \\ z \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{bmatrix}.$$
 (51)

معادله چهارم که مربوط به حرکت دورانی مجری نهایی می باشد نیز با استفاده از معادله (۵۶) محاسبه می شود. این مقادیر برای مجری نهایی، از رابطه (۶۲) محاسبه می شود.

$$\begin{split} r_x \times f_x + r_{y1} \times f_{y1} + r_{y2} \times f_{y2} + r_z \times f_z &= I_e \alpha_e \end{split} \tag{87} \\ \text{ is constrained on the state of the s$$

همان گونه که پیش از این اشاره شد، هیچ یک از گشتاورهای

با مـدلسـازی دینـامیکی مجـری نهـایی و بـهدسـت آمـدن معـادلات (۵۷) تـا (۶۲) تعـداد مجهـولات و معـادلات برابـر شـده و امکـان حـل ایـن معادلات به وجود خواهد آمد.

۵-۵-نتایج و بحث

در این قسمت نیز به مقایسه نتایج حاصله از مدلسازی کوادراپترون و نرمافزار مدلسازی دینامیکی، ادمز پرداخته می شود. یک مسیر برای مجری نهایی فرض شده و با توجه به معادله (۶۳) سینماتیک معکوس مکانیزم حل شده و مقادیر جابه جایی هر مفصل کشویی محاسبه می شود. این مقادیر به عنوان ورودی در نرمافزار تعریف شده سپس نیروهای عملگری محاسبه می شود. بدین منظور یک مسیر فرض شده است:

$$\begin{cases} x = 0.25 + 0.1 \sin^8 t \\ y = 0.12 + 0.15 \cos^2 t \sin^2 t \\ z = 0.15 + 0.3 \cos^4 t \sin^4 t \\ \varphi = 0.1 \sin t \end{cases}$$
(27)



۷- تشکر و قدردانی

نویسندگان بر خود لازم میدانند که از صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور (INSF) بهدلیل حمایت از این پروژه به شماره ۹۱۰۰۱۲۷۳ تشکر و قدردانی نمایند.

۸- مراجع

- X. Kong, C. M. Gosselin, *Type synthesis of parallel mechanisms*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2007.
- [2] J. P. Merlet, Parallel robots. Springer, 2006
- [3] B. Siciliano, Kh. Oussama, eds. Springer handbook of robotics. Springer, 2008.
- [4] J. Angeles, Fundamentals of robotic mechanical systems: theory, methods, and algorithms, Springer, 2007.
- [5] S. Y. Nof, Handbook of industrial robotics. John Wiley & Sons, 1999.
- [6] Y. Jiang, T. Li, L. Wang, Research on the Dynamic Model of an Overconstrained Parallel Mechanism. *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1 ,pp 213-217, 2013.
- [7] Y. Zhao, Dimensional synthesis of a three translational degrees of freedom parallel robot while considering kinematic anisotropic property. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 29, No. 2, pp 169-179, 2013.
- [8] J. X. Yang, Z. T. Liu, J.W. Sun, Dynamic Modeling of Overconstrained Parallel Robot. *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 17, No. 1, pp. 34-37, 2013.
- [9] E. Yime, R. Saltaren, C. Garcia, J. M. Sabater, Robot based on task-space dynamical model. *IET control theory & applications*, Vol. 12, No. 2, pp 2111-2119, 2011.
- [10] M. Mahboubkhah, M. J. Nategh, S. E. Khadem, Inverse dynamic analysis of a hexapod tool machine and comparitive disscussion of actuation forces, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 9, No. 3, pp. 29-38, 2009. (In Persian).
- [11] C. Yang, J. Han, S. Zheng, O.O. Peter, Dynamic modeling and computational efficiency analysis for a spatial 6-DOF parallel motion system. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 17, No. 3, pp 1007-1022, 2012.
- [12] M. J. Liu, C. X. Li and N. C. Li, Dynamics analysis of the Gough-Stewart platform manipulator. *Robotics and Automation, IEEE Transactions* on, Vol. 16, No. 1, pp. 94-98, 2000.
- [13] D. Thanh, J. K. Trung, B. Heimann and T. Ortmaier, On the inverse dynamics problem of general parallel robots. In, *IEEE International Conference on Mechatronics*, Vol. 24, No. 3, pp 1-6, 2009.
- [14] J. F. Allan , Analyse dynamique de mécanismes parallèles à 3 et 4 degrés de liberté, M.Sc. Thesis , Québec ,Université Laval, 2000.
- [15] F. Caron, Analyse et conception d'un manipulateur parallèle sphérique à deux degrés de liberté pour l'orientation d'une caméra, M.Sc. Thesis, Québec, Université Laval, 1997.
- [16] T. Bonnemains, H. Chanal, B. C. Bouzgarrou, P. Ray, Dynamic model of an overconstrained PKM with compliances: The Tripteor X7. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 29, No. 11, pp 180-191, 2013.
- [17] S. Briot, W. Khalil, Recursive and symbolic calculation of the elastodynamic model of flexible parallel robots. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 25, No. 1, pp 45-58, 2013.
- [18] Y. Yu, Z. Du, J. Yang, Y. Li, An experimental study on the dynamics of a 3-RRR flexible parallel robot. *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 25, No. 5, pp 992-997, 2011.
- [19] B. Gherman, D. Pisla, C. Vaida, N. Plitea, Development of inverse dynamic model for a surgical hybrid parallel robot with equivalent lumped masses. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 11, No. 3, pp 402-415, 2012.
- [20] C. Gosselin, Compact dynamic models for the Tripteron and Quadrupteron parallel manipulators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, No. 1, pp 1-12, 2009.
- [21] X. Kong and C. M. Gosselin, Kinematics and singularity analysis of a novel type of 3-CRR 3-DOF translational parallel manipulator. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 3, No. 3, pp 791-798, 2002.
- [22] C. M. Gosselin, X. Kong, S. Foucault and I. A. Bonev, A fully-decoupled 3-DOF translational parallel mechanism. In Parallel Kinematic Machines in Research and Practice, 4th Chemnitz Parallel Kinematics Seminar, pp. 595-610, 2004.
- [23] P. L. Richard, C. M. Gosselin and X. Kong, Kinematic analysis and prototyping of a partially decoupled 4-DOF 3T1R parallel manipulator. *Journal of Mechanical Design* Vol. 129, No. 1, pp. 611, 2007.



شکل ۱۳ نیروی اعمالی توسط محرک پایه z.

۲- نتیجه گیری

در این مقاله به ارایه یک الگوریتم برای حل دینامیک معکوس دو مکانیزم موازی با سه و چهار درجه آزادی پرداخته شد. مکانیزم ها به زیرساختارهایی، متشکل از پایهها و مجری نهایی، تقسیم شدهاند. این نوع جداسازی شتاب مجرى نهايي را بهصورت مستقيم به نيروى محرك مربوط ساخته و تعداد معادلات مورد نیاز برای دست یابی به مدل دینامیکی را نیز کاهش میدهد. چهارچوبی به منظور مدلسازی دینامیکی زیرساختارها و روشی جهت مرتبط كردن اين زيرساختار ارايه شده است. همچنين انواع مختلف نيروها نظير نیروی محرک انتقال یافته و نیروی قیدی دسته بندی و معرفی شدهاند. در یایان، معادلات دینامیک معکوس برای هر یک از مکانیزمها بهدست آمده، برای یک مسیر مشخص مجری نهایی به حل سه معادله مستقل منتج شده و نتایج حاصله با یک نرمافزار شبیهساز دینامیکی مقایسه شده است که نشاندهنده مطابقت نتایج میباشد. در نهایت در روش ارایه شده در این مقاله ۱۲ و ۱۵ معادله بهترتیب برای مدل دینامیکی مکانیزمهای تریپترون و کوادرایترون استخراج می شود که از تعداد معادلات به دست آمده از روش نیوتن-اویلر که ۴۲ و ۵۴ عدد می باشد کمتر بوده و در نتیجه دارای حل بسیار سادہتری میباشد.