



## بررسی عددی بار ضربه‌ای به نانوتیر به روش اجزای محدود صریح و مقایسه با نانوتیر اویلر - برنولی و تیموشنکو

سجاد صیפורی<sup>1</sup>، اکبر علی بیگلو<sup>2</sup>، غلامحسین لیاقت<sup>3\*</sup>، محمد حسین پل<sup>4</sup>

1- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه ولی عصر (عج)، رفسنجان

2- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

4- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تفرش، تفرش

\* تهران، صندوق پستی 141-14115. ghlia530@modares.ac.ir

### چکیده

در این مقاله شبیه‌سازی عددی بر پایه روش اجزای محدود برای بررسی ضربه کم سرعت قائم، بر روی نانوتیر انجام شده است. ابتدا شبیه‌سازی برای بدست آوردن مدول الاستیسیته نانوتیرها، با ساختارهای مختلفی از آرایش زیگزاگ و آرمچیر به دو روش ضمنی و صریح و بمنظور نشان دادن دقت حل عددی انجام شده است. سپس شبیه‌سازی ضربه برای نسبت‌های منطقی مختلف از نانوتیر انجام شده است. شرایط مرزی دو سر ساده و دو سر گیردار، همچنین تأثیر نسبت طول به قطر بر روی تغییر شکل دینامیکی نانوتیر بررسی شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی، با دو روش تحلیلی بر اساس تئوری غیر محلی و برای نانوتیرهای اویلر - برنولی و تیموشنکو مقایسه و تطابق مناسبی مشاهده شده است. همچنین مقایسه مابین نتایج تحلیلی حاصل از نانوتیر اویلر - برنولی و تیموشنکو انجام شده و در هر دو تکیه‌گاه ساده و گیردار تطابق بسیار مناسبی مشاهده شده است. با افزایش طول نانوتیر صلبیت سازه کاهش یافته و حداکثر خیز افزایش می‌یابد. با افزایش نسبت منطقی (طول به قطر) اثر تغییر شکل محلی بیشتر می‌شود. همچنین با افزایش پارامتر غیر محلی، تغییر شکل دینامیکی حداکثر وسط نانوتیر، افزایش یافته است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 16 آذر 1392

پذیرش: 03 اسفند 1392

ارائه در سایت: 19 مهر 1393

کلید واژگان:

روش اجزای محدود صریح

ضربه کم سرعت

شبیه‌سازی عددی

## Explicit finite element modeling of impact loading on nanobeam to compare with Euler-Bernoulli and Timoshenko theory

Sajjad Seifoori<sup>1</sup>, Akbar Alibiglo<sup>2</sup>, GholamHossein Liaghat<sup>2\*</sup>, MohammadHossein Pol<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Vali-e-Asr University, Rafsanjan, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Tafresh University, Tafresh, Iran

\*P.O.B. 14115-141 Tehran, Iran, ghlia530@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 07 December 2013  
Accepted 22 February 2014  
Available Online 11 October 2014

### Keywords:

Explicit Finite Element Method  
Low Velocity Impact,  
Numerical Simulation

### ABSTRACT

In this article, an improved 3D finite element (FE) model of low velocity transverse impact on armchair and zigzag single-walled carbon nanotubes (SWNTs) has been developed. Numerical examples for estimating the Young's modulus of nanotubes are presented based on explicit and implicit analysis to illustrate the accuracy of this simulation technique. Based on explicit finite element model, maximum dynamic deflections of single-walled carbon nanotubes with different boundary conditions, geometries, as well as chiralities are obtained and then compared with theory investigation. Impact of mass on simply supported and clamped nanobeams is investigated by using nonlocal Euler-Bernoulli and Timoshenko beam theory. The simulation results demonstrated good agreement with analytical results based on Euler-Bernoulli and Timoshenko nonlocal theory. When aspect ratio is increased, maximum dynamic deflection at the center of the beam is increased for both the simply supported and the clamped-clamped nanobeams. The inclusion of the nonlocal effect increases the magnitudes of dynamic deflections. The dynamic deflections predicted by the classical theory are always smaller than those predicted by the nonlocal theory due to the nonlocal effects.

این روش این است که نانولوله‌های کربنی همانند سازه قاب<sup>1</sup> رفتار کرده و نیروی پیوندهای کولانت در نظر گرفته می‌شود. در این روش از نیروهای واندروالس و الکتروستاتیک صرف‌نظر می‌شود، اما همچنان دقت محاسبات

تحلیل نانولوله‌های کربنی از دیدگاه سازه‌ای را می‌توان در گروه دیدگاه ترکیبی، اتمی - مکانیک محیط‌های پیوسته در نظر گرفت. فرض اساسی در

### 1- مقدمه

1- Frame

اگر صفحه گرافن حول محور یک لوله جمع شود، به نحوی که انتهای محور کایرال به انتهای آن برسد، آنگاه یک نانولوله کربنی بدست می‌آید. محور کایرال که به عنوان محور جمع کردن<sup>2</sup> نیز شناخته می‌شود، توسط رابطه (1) داده بیان می‌شود:

$$\vec{C}_h = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 \quad (1)$$

که (n,m) تعداد پله‌ها در طول باندهای کربن و  $\vec{a}_1$  و  $\vec{a}_2$  بردارهای واحد هستند. زاویه کایرال تعیین کننده مقدار چرخش لوله در امتداد محور خود است. زاویه کایرال مابین 0 تا 30 درجه برای دو مقدار حدی به ترتیب ساختار زیگزاگ<sup>3</sup> و آرمچیر<sup>4</sup> و همانند شکل 2 است.

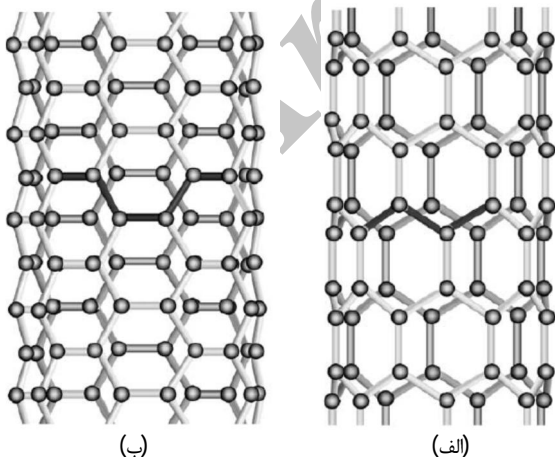
بر طبق محور کایرال ساختار زیگزاگ با عبارت (n,0) و ساختار آرمچیر با عبارت (n,n) بیان می‌شود. محور کایرال نانولوله کربنی همچنین تعیین کننده قطر آن است.

خواص مکانیکی نانولوله‌های کربنی با تغییر قطر و نحوه آرایش سازه نانولوله تغییر می‌کند. به عنوان مثال با افزایش قطر لوله، مدول یانگ در هر دو آرایش زیگزاگ و آرمچیر به تناسب افزایش می‌یابد و به مدول گرافیت میل می‌کند [9,8].

### 3- مدل‌سازی عددی برای تخمین مدول یانگ نانو لوله‌های کربنی

خواص مکانیکی نانولوله‌های کربنی از جمله مدول یانگ قبلاً توسط محققان بدست آمده است [8]. در این تحقیق ابتدا مدول یانگ نانولوله‌های کربنی با چند هندسه مختلف توسط دو روش ضمنی<sup>5</sup> و صریح<sup>6</sup> شبیه‌سازی شده است. لازم به ذکر است که روش صریح برای اولین بار در این تحقیق ارائه شده است. علت استفاده از روش صریح این است که اولاً در تست‌های مکانیکی در آزمایشگاه، بار اعمالی به صورت تابعی از زمان (با نرخ مشخص) وارد می‌شود و ثانیاً در مرحله بعد برای شبیه‌سازی پدیده ضربه در نانوتیبر (نانولوله‌های کربنی) از روش صریح استفاده می‌شود، بنابراین خواص مربوط به این روش در نرم‌افزار وارد خواهد شد.

در مرحله اول برای شبیه‌سازی نانولوله کربنی به روش ضمنی، پیوندهای



شکل 2 ساختار نانولوله کربنی (الف) زیگزاگ (ب) آرمچیر

مناسب است. قطر و طول نانولوله‌های کربنی در خواص آنها اهمیت مهمی دارد. همچنین پیوندهای کربن-کربن، طول و زاویه فضایی خواص خود را دارا هستند.

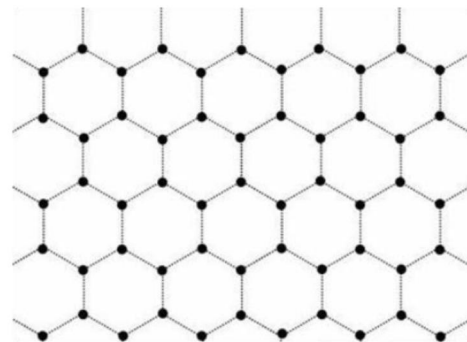
تئوری‌های کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته، بر اساس روابط ساختاری‌های پیرالاستیک استوار هستند، که فرض می‌کند تنش هر نقطه، به صورت تابعی از کرنش‌های همان نقطه است. تئوری غیر محلی که ابتدا توسط ارینگن [3-1] ارائه شد، بیانگر این است که تنش هر نقطه نه تنها تابعی از میدان کرنش آن نقطه است بلکه تابع کرنش همه نقاط محیط پیوسته است. این قبیل تئوری‌ها در برگیرنده اطلاعاتی از نیروهای مابین اتم‌ها و اندازه طول‌های داخلی (اثر مقیاس کوچک) که در روابط ساختاری بصورت پارامترهای مادی تعریف می‌شوند، هستند. تئوری غیر محلی در بررسی انتشار موج تنش الاستیک، انتشار موج تنش داخل کامپوزیت‌ها، مکانیک شکست، ارتعاشات آزاد و اجباری نانوتیوب‌های کربنی و ورق‌های گرافن مورد استفاده قرار گرفته است [5,4]. با توجه به موارد گفته شده ممکن است نانوتیوب (نانوتیبر) توسط نانوذره مورد اصابت قرار گیرد.

در اثر نیروی ضربه‌ای وارد شده به نانولوله‌ها و تغییر شکل آنها، مقدار مقاومت الکتریکی آنها افزایش و مقدار رسانایی آنها کاهش می‌یابد، بنابراین می‌توان آنها را به عنوان سنسورهای نیرویی بکار برد. از این رو با توجه به خواص مکانیکی نانولوله‌ها، مطالعه رفتار نانولوله‌های کربنی در مقابل بار ضربه‌ای برای استفاده در سازه‌ها ضروری به نظر می‌رسد. هدف این مقاله، مطالعه آثار ضربه کم سرعت روی نانولوله‌های کربنی با در نظر گرفتن این مواد به عنوان نانوتیبر است. بررسی پدیده ضربه در مقیاس نانو، با استفاده از تئوری‌های غیر محلی در مقالات [7,6] بررسی شده است.

در این مقالات پدیده ضربه کم سرعت یک نانوذره بر روی یک نانوتیوب، بر اساس فرمول‌بندی تیر اویلر - برنولی [6] و تیموشنکو [7] و بر پایه تئوری غیر محلی، بررسی شده است. در این تحقیق شبیه‌سازی عددی بر پایه روش اجزای محدود انجام شده و در ابتدا خواص مکانیکی نانوتیبرها با ساختار زیگزاگ و آرمچیر بدست آمده و در ادامه با شبیه‌سازی پدیده ضربه، نتایج بدست آمده از دو مقاله قبل با نتایج اجزای محدود مقایسه شده است.

### 2- ساختار نانولوله کربنی

یک نانولوله کربنی تک لایه می‌تواند بصورت یک صفحه گرافن که حول محور لوله پیچانده شده است در نظر گرفته می‌شود. ساختار اتمی نانولوله‌های کربنی به صورت تابعی از محور کایرال<sup>1</sup> یا پیچش در نظر گرفته می‌شود. برای این منظور محور کایرال  $\vec{C}_h$  و زاویه کایرال  $\theta$  در نظر گرفته می‌شود [8]. در شکل 1 ورق گرافن نشان داده شده است.



شکل 1 ساختار شش ضلعی در صفحه گرافن

2- Roll up  
3- Zigzag  
4- Armchair  
5- Implicit  
6- Explicit

1- Chiral

نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها در جدول 2 نشان داده شده است. همان‌طور که از نتایج این جدول ملاحظه می‌شود، مدول یانگ بدست آمده از روش صریح همگرایی مناسبی با مدول یانگ روش ضمنی دارد.

در همه موارد مدول یانگ روش صریح، بزرگ‌تر از مدول یانگ روش ضمنی بوده و این اختلاف با بزرگ‌تر شده قطر نانولوله‌های کربنی در هر دو ساختار زیگزاگ و آرمچیر بیشتر شده است.

همچنین در جدول 2 مقایسه‌ای مابین نتایج حاصل از این تحقیق با نتایج بدست آمده از سایر محققان (شبیه‌سازی به روش ضمنی) انجام شده و همگرایی مناسبی مشاهده می‌شود [8].

#### 4- شبیه‌سازی عددی ضربه در نانوتیر روش اجزای محدود صریح

کد اجزای محدود انسیس-ال اس داینا برای شبیه‌سازی ضربه استفاده شده است که در این کد کرنش‌ها، تنش‌ها، سرعت و انتشار امواج تنش به صورت تابعی از زمان و مکان قابل محاسبه است. در این نرم‌افزار برای پاسخ محیط به بار دینامیکی از معادلات بقای جرم، انرژی و مومنتم و همچنین معادلات ساختاری مکانیک محیط‌های پیوسته استفاده می‌شود [11,10]. برای مدل‌سازی نانولوله و پرتابه می‌توان از المان پوسته‌ای معادل SHELL163 استفاده کرد. برای مطالعه رفتار نانولوله کربنی تک لایه، شبیه‌سازی برای شرایط مرزی گیردار و ساده و برای نانوتیرها با نسبت‌های منطری (طول به قطر) مختلفی انجام شده و نتایج حاصل با تئوری‌های مربوطه مقایسه و بحث شده است. نانوتیر (هدف) در ابتدا در حالت سکون بوده و پرتابه با سرعت  $v=1nm/s$  به آن برخورد می‌کند.

برای شبیه‌سازی دو اندازه نزدیک به یکدیگر، ساختار زیگزاگ (26,0) با قطر 2.04nm و آرمیچر (15,15) با قطر 2.03nm در نظر گرفته شده است. بنابراین نانولوله (نانوتیر) به صورت پوسته‌ای استوانه‌ای با قطر 2.04nm و مدول یانگ 1.04TPa و ضخامت دیواره  $t=0.34nm$  شبیه‌سازی شده است.

جرم نانوتیر با المان پوسته‌ای مشابه المان تیر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین مقدار چگالی استفاده شده در المان پوسته‌ای از رابطه (3) بدست خواهد آمد:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{N}{(\pi Dt)L} \quad (3)$$

جدول 2 مدول یانگ محوری برای نانوکربنهای تک لایه با طول 20nm

نوع ساختار	نوع تحلیل	مدول یانگ محوری (TPa)	مدول یانگ محوری (TPa) بر طبق [8]
(10,0) زیگزاگ	ضمنی	1/0381	1/0309
(10,0) زیگزاگ	صریح	1/0455	
(15,0) زیگزاگ	ضمنی	1/0288	
(15,0) زیگزاگ	صریح	1/0311	
(20,0) زیگزاگ	ضمنی	1/0374	1/0406
(20,0) زیگزاگ	صریح	1/0344	
(26,0) زیگزاگ	ضمنی	1/0420	
(26,0) زیگزاگ	صریح	1/0587	
(10,10) آرمچیر	ضمنی	1/0465	1/0363
(10,10) آرمچیر	صریح	1/0988	
(15,15) آرمچیر	ضمنی	1/0470	
(15,15) آرمچیر	صریح	1/0965	
(20,20) آرمچیر	ضمنی	1/0471	
(20,20) آرمچیر	صریح	1/0971	

کربن-کربن با استفاده از المان سه بعدی تیر BEAM4 با سطح مقطع دایره‌ای، در نرم‌افزار انسیس مدل‌سازی شده است. خواص مربوط به این المان‌ها در جدول 1 ارائه شده است [8].

در مرحله بعد برای شبیه‌سازی دینامیکی (بارگذاری تابعی از زمان) از المان‌های سه بعدی تیر BEAM161 در نرم‌افزار انسیس-ال اس داینا و با همان خواص جدول 1 استفاده شده است.

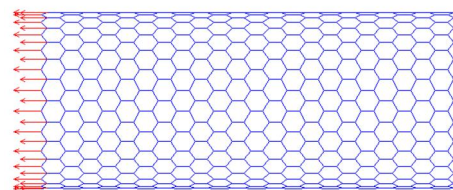
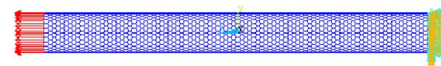
مدول یانگ مواد، حاصل تقسیم تنش عمودی بر کرنش عمودی است، که از آزمایش کشش محوری بدست می‌آید. برای تخمین مدول یانگ نانولوله کربنی از رابطه (2) استفاده می‌شود [8]:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F/A}{\Delta L/L} \quad (2)$$

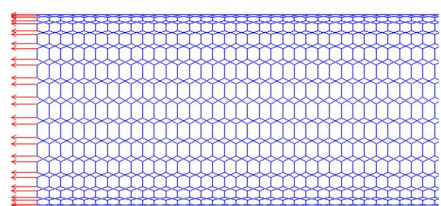
که در این رابطه F کل نیروی وارده، A سطح مقطع، LO طول اولیه و  $\Delta L$  مقدار تغییر طول است. سطح مقطع از رابطه  $A = \pi Dt$  بدست می‌آید که  $t=0.34nm$  ضخامت و D قطر نانولوله کربنی است [8]. چندین نانولوله کربنی به روشهای ضمنی و صریح شبیه‌سازی شده است. یک طرف نانولوله‌ها به صورت تکیه‌گاه گیردار در نظر گرفته شده و به طرف دیگر نیرو به طور یکنواخت وارد شده است. شرایط مرزی و اعمال نیرو، برای دو ساختار زیگزاگ و آرمچیر در شکل‌های 3 و 4 نشان داده شده است.

جدول 1 خواص المانهای تیر برای مدل اجزای محدود نانولوله‌های کربنی [8]

نام خاصیت	علامت	مقدار
قطر پیوندهای کربن-کربن	d	1.466 Å
طول پیوندهای کربن-کربن	L	1.42 Å
سطح مقطع	A	1.6879 Å <sup>2</sup>
ممان اینرسی	$I_{yy}=I_{zz}$	0.22682 Å <sup>4</sup>
ممان اینرسی قطبی	$I_{xx}$	0.453456 Å <sup>4</sup>
مدول یانگ	E	$5.488 \times 10^{-8} N/\text{Å}^2$
مدول برشی	G	$8.711 \times 10^{-9} N/\text{Å}^2$



شکل 3 مدل المان‌بندی نانولوله با ساختار زیگزاگ (26,0) همراه با شرایط مرزی و بارگذاری



شکل 4 مدل المان‌بندی نانولوله با ساختار آرمچیر (15,15) همراه با شرایط مرزی و بارگذاری

اویلر - برنولی با تکیه‌گاه ساده مطابق رابطه (4) بدست خواهد آمد [6]:

$$w(x,t) = \sum_{a=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_a} \left( \frac{m_2 v_2 X_a \left(\frac{L}{2}\right)}{L \int_0^{L/2} X_a^2 dx + m_2 X_a^2 \left(\frac{L}{2}\right)} \right) \cdot \left( \frac{\sinh(k_{e_a} x)}{\cosh\left(\frac{k_{e_a} L}{2}\right)} - \frac{k_{e_a}}{k_{f_a}} \frac{\sin(k_{f_a} x)}{\cos\left(\frac{k_{f_a} L}{2}\right)} \right) \sin(\omega_a t) \quad (4)$$

که در این رابطه  $m_1$  جرم نانوتیر بوده و  $\omega_a$  فرکانس و بقیه پارامترها همانند رابطه (5) تعریف می‌شوند:

$$X_a = \frac{\sinh(k_{e_a} x)}{\cosh\left(\frac{k_{e_a} L}{2}\right)} - \frac{k_{e_a}}{k_{f_a}} \frac{\sin(k_{f_a} x)}{\cos\left(\frac{k_{f_a} L}{2}\right)}$$

$$k_{f_a} = q \sqrt{\frac{\sqrt{4 + (\mu^2 q^4)} + (\mu q^2)}{2}}$$

$$k_{e_a} = q \sqrt{\frac{\sqrt{4 + (\mu^2 q^4)} - (\mu q^2)}{2}} \quad (5)$$

که در این رابطه  $\mu$  پارامتر غیر محلی است. همچنین  $q$  از رابطه (6)، بدست می‌آید:

$$q = \sqrt{\frac{\omega_a}{c_0}}, \quad c_0 = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (6)$$

$E$  مدول الاستیسیته،  $I$  ممان اینرسی،  $\rho$  چگالی و  $A$  سطح مقطع نانوتیر است.

برای تیر با تکیه‌گاه دو سر گیردار، شرایط مرزی عبارت از صفر بودن مقدار جابه‌جایی و شیب در دو طرف تیر است. جابجایی دینامیکی نانوتیر اویلر - برنولی با تکیه‌گاه گیردار مطابق رابطه زیر بدست خواهد آمد [6]:

$$w(x,t) = \sum_{a=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_a} \cdot \left( \frac{m_2 v_2 X_a \left(\frac{L}{2}\right)}{L \int_0^{L/2} X_a^2 dx + m_2 X_a^2 \left(\frac{L}{2}\right)} \right) \cdot \left[ \sinh\left(\frac{k_{e_a} x}{2}\right) - B_a \cosh\left(\frac{k_{e_a} x}{2}\right) - \frac{k_{f_a}}{k_{e_a}} \sin\left(\frac{k_{f_a} x}{2}\right) + B_a \cos\left(\frac{k_{f_a} x}{2}\right) \right] \cdot \sin(\omega_a t)$$

$$X_a = \left[ \sinh\left(\frac{k_{e_a} x}{2}\right) - B_a \cosh\left(\frac{k_{e_a} x}{2}\right) - \frac{k_{f_a}}{k_{e_a}} \sin\left(\frac{k_{f_a} x}{2}\right) + B_a \cos\left(\frac{k_{f_a} x}{2}\right) \right]$$

$$B_a = \frac{\cosh\left(\frac{k_{e_a} L}{2}\right) - \cos\left(\frac{k_{f_a} L}{2}\right)}{\sinh\left(\frac{k_{e_a} L}{2}\right) + \frac{k_{f_a}}{k_{e_a}} \sin\left(\frac{k_{f_a} L}{2}\right)} \quad (7)$$

بطور مشابه جابجایی دینامیکی نانوتیر تیموشنکو با تکیه‌گاه ساده و گیردار مطابق روابط (8) و (9) بدست خواهد آمد [7]:

که  $M$  جرم المان‌های تیر است که از مدل اجزای محدود نانوتیر با المان‌های تیر (همانند شکل‌های 3 و 4) بدست می‌آید.  $V$  و  $L$  حجم و طول نانوتیر است. جرم نانولوله با المان تیر برای طول  $L=20.732nm$  برابر با  $M = 4.2263 \times 10^{-20} Kg$  است، بنابراین چگالی مدل پوسته ای برابر با  $\rho = 935kg/m^3$  است.

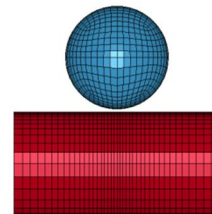
در همه مدل‌ها پرتابه بصورت جسمی صلب با خواص مشابه نانولوله در نظر گرفته شده است. پرتابه بصورت کره‌ای با قطر مشابه با سازه هدف، همانند شکل‌های 5 و 6 در نظر گرفته شده است. به طور کلی نسبت جرم  $m=5$  برای شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته شده است. در شکل 7 جابه‌جایی بعد از اصابت پرتابه به نانوتیر نشان داده شده است.

## 5- مدل تحلیلی نانوتیر اویلر - برنولی و نانوتیر تیموشنکو بر اساس

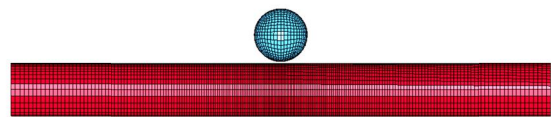
### تئوری غیر محلی الاستیسیته

در دو مقاله پیشین [7,6] روابط تحلیلی، برای بررسی ضربه کم سرعت یک نانوذره، بر روی نانوتیر اویلر - برنولی [6] و تیموشنکو [7] و بر اساس تئوری غیر محلی ارائه شده است. بر اساس این روش ضربه وارد شده به نانوتیر با شرایط مرزی مناسب و با توجه به مقدار اندازه حرکت پرتابه و نانوتیر بلافاصله بعد از برخورد، بیان شده است. بنابراین در این حالت فقط نیاز به حل معادلات ارتعاشات آزاد نانوتیر است [13,12]. حل معادلات ارتعاشات نانوتیر توسط لو و همکاران انجام شده است [15,14].

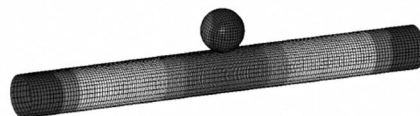
در حالت کلی نانوذره‌ای به جرم  $m_2$  و سرعت  $v_2$  بر روی نانوتیری به طول  $L$ ، برخورد می‌کند. برای تیر با تکیه‌گاه ساده، شرایط مرزی متشکل از صفر بودن مقدار جابه‌جایی و ممان، در دو طرف تیر است. بعد از جایگذاری شرایط مرزی و اولیه سرانجام جابجایی دینامیکی نانوتیر



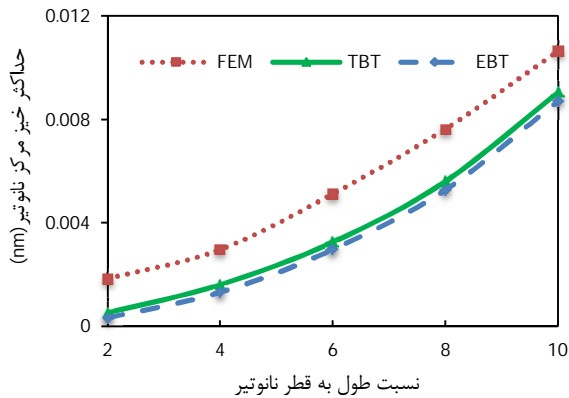
شکل 5 مدل المان محدود پرتابه و نانوتیر با المان پوسته‌ای و نسبت منظری 2



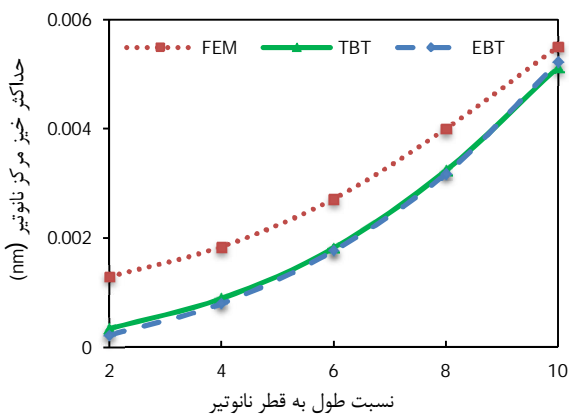
شکل 6 مدل المان محدود پرتابه و نانوتیر با المان پوسته‌ای و نسبت منظری 10



شکل 7 جابه‌جایی بعد از اصابت پرتابه به نانوتیر با نسبت منظری 10



شکل 8 مقایسه حداکثر تغییر شکل بر اساس نسبت طول به قطر نانوتیر با تکیه‌گاه ساده در تئوری EBT و TBT با روش اجزای محدود



شکل 9 مقایسه حداکثر تغییر شکل بر اساس نسبت طول به قطر نانوتیر با تکیه‌گاه گیردار در تئوری EBT و TBT با روش اجزای محدود

مقدار جابجایی دینامیکی مرکز نانوتیر با تکیه‌گاه ساده، تقریباً دو برابر این مقدار برای تکیه‌گاه گیردار است. در حالیکه زمان برخورد در نانوتیر با تکیه‌گاه گیردار، حدوداً نصف زمان برخورد با تکیه‌گاه ساده است. برای بررسی و مقایسه روابط نانوتیر اویلر-برنولی و تیموشنکو از پارامترهای زیر و بر اساس [5] استفاده شده است (رابطه 11):

$$E = 30 \times 10^6 \text{ GPa}, \quad \rho = \frac{1 \text{ kg}}{m^3}, \quad h = 0.1 \text{ nm}, \quad L = 10 \text{ nm}, \quad v_2 = 1 \text{ nm/s} \quad (11)$$

مقدار تغییر شکل حداکثر نانوتیر اویلر-برنولی و تیموشنکو با تکیه‌گاه ساده در مقابل تغییرات پارامتر غیر محلی  $\mu$ ، برای مقادیر نسبت جرم  $m=1$  در شکل 10 نشان داده شده است. همچنین مقدار تغییر شکل حداکثر نانوتیر اویلر-برنولی و تیموشنکو با تکیه‌گاه دوسرگیردار، در شکل 11 نشان داده شده است. همان‌گونه که از شکل‌های 10 و 11 مشاهده می‌شود همگرایی خوبی بین نتایج حاصل از تئوری نانوتیر اویلر-برنولی و نانوتیر تیموشنکو برقرار است.

بطور کلی با افزایش اثر پارامتر غیر محلی حداکثر خیز مرکز نانوتیر افزایش یافته است. این رفتار نانوتیر به این علت است که از دیدگاه مقیاس نانو می‌توان اتصال آنها را بصورت فشرده‌ای در نظر گرفت که با افزایش پارامتر غیر محلی (کاهش سختی این فنرها) باعث انعطاف‌پذیری بیشتر نانوتیر می‌شود و این در حالی است که در تئوری محلی این فنرها به صورت صلب در نظر گرفته می‌شوند [8].

$$\begin{aligned} \bar{w}(\bar{x}, t) = & \sum_{a=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_a} \cdot \\ & \left( \frac{m_2 \bar{v}_2 X_a \left(\frac{1}{2}\right)}{2m_1 \int_0^{1/2} X_a^2 d\bar{x} + m_2 X_a^2 \left(\frac{1}{2}\right)} \right) \cdot \\ & \left( \frac{\sinh(k_{e_a} \bar{x})}{\cosh\left(\frac{k_{e_a}}{2}\right)} + \frac{\Psi_{\beta_a}}{\Psi_{\gamma_a}} \frac{\sin(k_{f_a} \bar{x})}{\cos\left(\frac{k_{f_a}}{2}\right)} \right) \cdot \sin(\omega_a t) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}(\bar{x}, t) = & \sum_{a=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_a} \cdot \left( \frac{m_2 \bar{v}_2 X_a \left(\frac{1}{2}\right)}{2m_1 \int_0^{1/2} X_a^2 dx + m_2 X_a^2 \left(\frac{1}{2}\right)} \right) \cdot \\ & [-B_a \cosh(k_{e_a} \bar{x}) + \sinh(k_{e_a} \bar{x}) + \\ & B_a \cos(k_{f_a} \bar{x}) - \frac{k_{e_a}}{k_{f_a}} \sin(k_{f_a} \bar{x})] \cdot \sin(\omega_a t) \end{aligned} \quad (9)$$

در قسمت بررسی نتایج، نتایج حاصل از تئوری نانوتیر اویلر-برنولی EBT و نتایج حاصل از تئوری نانوتیر تیموشنکو TBT نامیده خواهد شد.

### 6- نتایج عددی و بحث

تخمین مناسب مقدار پارامتر غیر محلی  $\mu$  یکی از مسائل مهم در نحوه عکس‌العمل نانولوله است. روش‌های متفاوتی برای پیش‌بینی مقدار  $e_0$  ( $\mu = e_0^2 a^2$ ) در مقایسه نتایج محاسبات اتمی و تئوری‌های تحلیلی ارائه شده است [17,16]. لازم به ذکر است رابطه ساختاری تئوری غیر محلی به صورت ساده شده و به فرم دیفرانسیلی توسط ارینگن [1-3] و به صورت رابطه (10) بیان شده است:

$$(1 - \tau^2 \nabla^2) \sigma = t, \quad \tau = \frac{e_0 a}{l} \quad (10)$$

$e_0$  ثابت مادی است که بستگی به نوع ماده دارد،  $a$  خصوصیت طول داخلی (طول پیوند کربن-کربن)،  $l$  ویژگی طول خارجی (از قبیل طول موج و طول ترک و یا طول سازه) و  $\nabla^2$  عملگر لاپلاسین است.  $t$  تنش ماکروسکوپی و  $\sigma$  تنش غیر محلی است. همان‌طور که از رابطه مشخص است، با صفر قرار دادن ترم‌های غیر محلی، معادله تنش در حالت محلی (ماکروسکوپی) بدست می‌آید [7].

زانگ و همکاران [18] تخمین  $e_0=0.82$  را با مقایسه تئوری کرنش کمانشی بر اساس مدل پوسته غیر محلی، با نتایج شبیه‌سازی دینامیک ملکولی بدست آوردند. در این شبیه‌سازی و با توجه به طول پیوند کربن-کربن  $a=0.142 \text{ nm}$  (جدول 1) مقدار  $e_0 a=0.116$  برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است.

در شکل‌های 8 و 9 حداکثر تغییر شکل مرکز نانوتیرهای اویلر-برنولی و تیموشنکو، بر اساس نسبت طول به قطر نانوتیر به ترتیب با تکیه‌گاه ساده و دوسرگیردار، با روش اجزای محدود (FEM) مقایسه شده است.

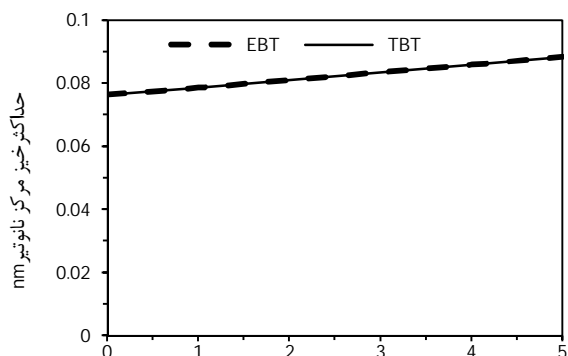
همان‌گونه که از شکل‌های 8 و 9 مشاهده می‌شود همگرایی بین نتایج حاصل از تئوری‌های مختلف با روش عددی اجزای محدود مناسب است. به طور کلی با افزایش طول نانوتیر صلبیت سازه کاهش یافته و حداکثر خیز افزایش می‌یابد. با افزایش نسبت منظری (طول به قطر) اثر تغییر شکل محلی بیشتر می‌شود. در دو تئوری EBT و TBT به علت در نظر نگرفتن اثر محلی، نتایج با نتایج شبیه‌سازی اختلاف دارند. مقدار جابجایی برای نانوتیر با تکیه‌گاه دو سر گیردار، به علت صلبیت بیشتر، در همه موارد کمتر از تکیه‌گاه ساده است.

در مرحله بعد با استفاده از مقادیر عددی نتایج حاصل از دو تئوری نانوتیر اویلر- برنولی و تیموشنکو مورد بررسی قرار گرفته است. بطور کلی با افزایش پارامتر غیر محلی  $\mu$ ، تغییر شکل حداکثر وسط نانوتیر، افزایش یافته است. این رفتار به علت انعطاف‌پذیری بیشتر نانوتیر با افزایش پارامتر غیر محلی است.

خیز حداکثر در مرکز نانوتیر در همه مقادیر غیر محلی، برای تکیه ساده بیشتر از تکیه‌گاه دو سرگیردار است، و این نتیجه به علت صلبیت بیشتر نانوتیر با تکیه‌گاه دو سرگیردار است.

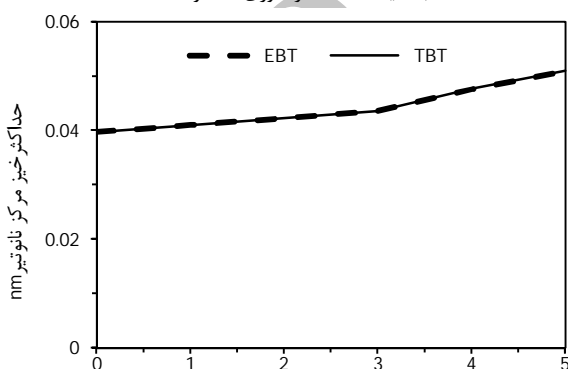
### 8- مراجع

- [1] A.C. Eringen, On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, *Journal of Applied Physics*, Vol. 54, No. 9, pp. 4703-4710, 1983.
- [2] A.C. Eringen, *Nonlocal Continuum Field Theories*, Springer-Verlag, New York, 2002.
- [3] A.C. Eringen, D.G.B. Edelen, On nonlocal elasticity, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 10, No. 3, pp. 233-248, 1972.
- [4] C.Y. Wang, J. Zhang, Y.Q. Fei, T. Murmu, Circumferential nonlocal effect on vibrating nanotubes, *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 58, No. 1, pp. 86-90, 2012.
- [5] J.N. Reddy, Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 45, No. 2, pp. 288-307, 2007.
- [6] S. Seifoori, G.H. Liaghat, M. Foladi, Low velocity impact on Timoshenko nanobeam using a nonlocal elasticity theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 151-161, 2013. (In Persian)
- [7] S. Seifoori, G.H. Liaghat, Low velocity impact on Euler-Bernulli nanobeam using a nonlocal elasticity theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 37-44, 2013. (In Persian)
- [8] C. Li, T.W. Chou, A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 10, pp. 2487-2499, 2003.
- [9] K.I. Tserpes, P. Papanikos, Finite element modeling of single-walled carbon nanotubes, *Composites: Part B*, Vol. 36, No. 5, pp. 468-477, 2005.
- [10] W. Goldsmith, *Impact- The Theory and Physical Behavior of Colliding Solids*, Edward Arnold, London, 1960.
- [11] S. Seifoori, G.H. Liaghat, A semianalytical and numerical study of penetration and perforation of an ogive-nose projectile into concrete targets under normal impact, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 225, No. 8, pp. 1782-1797, 2011.
- [12] C.M. Wang, Y.Y. Zhang, X.Q. He, Vibration of nonlocal Timoshenko beams, *Nanotechnology*, Vol. 18, No. 10, pp. 105401-105410, 2007.
- [13] M. Simsek, Nonlocal effects in the forced vibration of an elastically connected double-carbon nanotube system under a moving nanoparticle, *Computational Materials Science*, Vol. 50, No. 7, pp. 2112-2123, 2011.
- [14] P. Lu, H.P. Lee, C. Lu, P.Q. Zhang, Dynamic properties of flexural beams using a nonlocal elasticity model, *Journal of Applied Physics*, Vol. 99, No. 7, pp. 73510-73519, 2006.
- [15] P. Lu, H.P. Lee, C. Lu, P.Q. Zhang, Application of nonlocal beam models for carbon nanotubes, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, No. 16, pp. 5289-5300, 2007.
- [16] J.N. Reddy, Nonlocal nonlinear formulations for bending of classical and shear deformation theories of beams and plates, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 48, No. 11, pp. 1507-1518, 2010.
- [17] W.P. Schonberg, Predicting the low velocity impact response of finite beams in cases of large area contact, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 87-97, 1989.
- [18] Y.Q. Zhang, G.R. Liu, X.Y. Xie, Free transverse vibration of double-walled carbon nanotubes using a theory of nonlocal elasticity, *Physical Review B*, Vol. 71, No. 19, pp. 195404-195411, 2005.



پارامتر غیر محلی  $\mu$

شکل 10 مقایسه حداکثر تغییر شکل بر اساس تغییرات پارامتر غیر محلی برای نانوتیر با تکیه‌گاه ساده در تئوری EBT و TBT



پارامتر غیر محلی  $\mu$

شکل 11 مقایسه حداکثر تغییر شکل بر اساس تغییرات پارامتر غیر محلی برای نانوتیر با تکیه‌گاه گیردار در تئوری EBT و TBT

### 7- نتیجه گیری

در این مقاله شبیه‌سازی عددی بر پایه روش اجزای محدود برای بدست آوردن خواص مکانیکی نانوتیرها با ساختار زیگزاگ و آرمچیر به دو روش ضمنی و صریح انجام شده است. خواص مکانیکی بدست آمده از روش صریح که تطابق بیشتری با نحوه تست تجربی دارد با نتایج ضمنی نیز همگرایی مناسبی را دارد. در ادامه با شبیه‌سازی پدیده ضربه، نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی به روش اجزای محدود با نتایج دو تئوری نانوتیر اویلر- برنولی و تیموشنکو مقایسه شده است.

با افزایش طول نانوتیر صلبیت سازه کاهش یافته و حداکثر خیز افزایش می‌یابد. با افزایش نسبت منظری (طول به قطر) اثر تغییر شکل محلی بیشتر می‌شود.

علت اختلاف نتایج تحلیلی با نتایج شبیه‌سازی در نظر نگرفتن اثر تغییر فرم محلی در این معادلات است.