



## پیش بینی عمر خستگی مواد مرکب پلیمری بر اساس کاهش همزمان سفتی و استحکام تحت بارگذاری با دو سطح تنش

سعید شیرینی<sup>1</sup>، مجتبی یزدانی<sup>2\*</sup>، محمد پورگل محمد<sup>2</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

\* تبریز، صندوق پستی 51335-1996، m.yazdani@sut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 تیر 1393

پذیرش: 11 شهریور 1393

ارائه در سایت: 23 مهر 1393

کلید واژگان:

کاهش سفتی

استحکام پسماند

آسیب مواد مرکب

عمر خستگی

بارگذاری با دامنه ی متغیر

### چکیده

در حال حاضر از مواد مرکب در کاربردهای مختلفی استفاده می‌شود. برخی از این کاربردها شامل اجزای در معرض بارگذاری چرخه‌ای هستند. پدیده‌ی خستگی، مکانیزم اصلی خرابی حاکم بر سازه‌های تحت این نوع بارگذاری است. بنابراین، پیش‌بینی مناسب عمر خستگی این مواد در طراحی ایمن سازه‌ها، نگهداری، تعمیر و جایگزینی قطعات بسیار اهمیت دارد. تعداد به نسبت زیادی از مدل‌های موجود در این زمینه به کاهش خواص ماده در طی آسیب خستگی نظیر سفتی یا استحکام توجه نکرده‌اند. در این مقاله، در ابتدا آسیب خستگی مواد مرکب با استفاده از یک مدل سفتی پسماند بررسی می‌گردد. در این راستا از دو مجموعه داده‌ی تجربی استفاده می‌شود. یک مدل استحکام پسماند با مدل مدنظر ترکیب شده و براساس آن یک مدل اصلاح‌شده ارائه می‌گردد. سپس، عمر خستگی باقیمانده‌ی مواد مرکب پلیمری تقویت‌شده با الیاف تحت بارگذاری دو مرحله‌ای برای سه گروه از داده‌های تجربی پیش‌بینی می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهند که مدل ارائه‌شده دقت مناسبی در تخمین عمر باقیمانده دارد. همچنین، مقایسه‌ای بین نتایج تجربی و برخی از مدل‌های موجود با پیش‌بینی‌های این مطالعه انجام شده تا مدل پیشنهادی بهتر ارزیابی شود. این مقایسه نشان می‌دهد که نتایج مطالعه‌ی حاضر نسبت به دیگر مدل‌ها در بیشتر موارد اختلاف کمتری با مقادیر تجربی دارد.

## Fatigue life prediction of polymeric composites based on the simultaneous degradation of stiffness and strength under two-stage loading

Saeed Shiri<sup>1</sup>, Mojtaba Yazdani<sup>2\*</sup>, Mohammad Pourgol Mohammad<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

\* P.O.B. 51335-1996 Tabriz, Iran, m.yazdani@sut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 July 2014  
Accepted 02 September 2014  
Available Online 15 October 2014

#### Keywords:

Stiffness degradation  
residual strength  
composite damage  
fatigue life  
variable amplitude loading

### ABSTRACT

Nowadays, composite materials are used in different applications. Some of these applications involve components subject to cyclic loading. Fatigue is the dominant failure mechanism for structures under this type of loading. Hence, proper prediction of fatigue life is essential for safe design and operation of structures, maintenance, repair and replacement of components. Many of the existing models in this field have not assessed the degradation of material properties such as stiffness and strength during fatigue damage. In this paper, a stiffness-based model is initially evaluated for fatigue damage analysis of composite structures. The model is validated with two sets of experimental data. A residual strength model is coupled to the choice model and a modified model is developed. Then, residual fatigue life of fiber reinforced polymeric composites is predicted for three sets of experimental data under two-stage loading. The results demonstrate that the proposed model has an improvement in accuracy of the estimation of residual fatigue lives. For better evaluation of the developed model, experimental results and some existing models are compared with the present study predictions. It is concluded that in most cases, the predicted values by the proposed model are closer to experimental values in comparison with other models.

### 1- مقدمه

هستند. این نوع از بارگذاری سبب ایجاد آسیب به همراه کاهش تدریجی خواص ماده، مانند سفتی و استحکام می‌شود. پیشروی این آسیب به خرابی کل قطعه یا سازه منجر می‌گردد. پدیده‌ی خستگی، مکانیزم غالب خرابی

استفاده از مواد مرکب در صنایع مختلف نظیر خودرو و هوافضا رو به افزایش است. بسیاری از این صنایع شامل اجزای در معرض بارگذاری چرخه‌ای

نشده است. همان‌طور که پیشتر ذکر شد، بارگذاری چرخه‌ای باعث کاهش همزمان هر دوی این خواص در طی رشد آسیب می‌شود. بنابراین، لحاظ توأم این دو خاصیت ماکروسکوپی به جای لحاظ هر یک از این دو با فیزیک آسیب خستگی مطابقت بیشتری دارد و می‌تواند باعث بهبود دقت پیش‌بینی عمر خستگی شود.

مبنای این پژوهش، مدل ارائه‌شده توسط وو و یو در مرجع [9] است. در ابتدا قابلیت مدل انتخاب‌شده در شبیه‌سازی هر سه مرحله‌ی رشد آسیب خستگی با استفاده از مجموعه داده‌ی تجربی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. سپس یک مدل استحکام پسماند با مدل انتخابی ترکیب می‌شود و مدلی ارائه شده که کاهش هر دو خاصیت مهم ماده، یعنی استحکام و سفتی را در پیش‌بینی عمر خستگی لحاظ می‌کند. براساس آن، عمر خستگی برای سه گروه از داده‌های تجربی تحت بارگذاری با دو سطح تنش محاسبه می‌شود. نتایج حاصل با برخی از نتایج موجود در مقالات دیگر مقایسه شده‌اند تا میزان بهبود دقت مدل مشخص گردد.

## 2- بررسی رشد آسیب در مواد مرکب

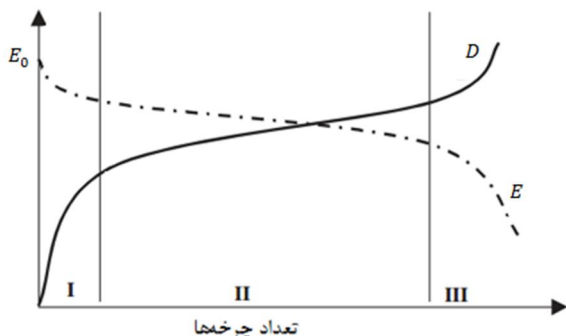
مکانیزم رشد آسیب در مواد مرکب با دیگر مواد بسیار متفاوت است. همان‌طور که در شکل 1 مشاهده می‌شود، روند پیشروی آسیب در این مواد به سه مرحله تقسیم می‌شود: در مرحله اول، ریزترک‌ها<sup>7</sup> در مکان‌های مختلفی از ماتریس پدیدار می‌شوند و آسیب به سرعت انباشته می‌شود. در مرحله بعدی، رشد آرام و تدریجی آسیب با جدایش<sup>8</sup> ماتریس و الیاف همراه است. سرانجام در مرحله سوم، آسیب به سرعت افزایش می‌یابد و شکست الیاف<sup>9</sup> مکانیزم اصلی حاکم بر این مرحله است [14].

برطبق توضیحات پیشین، روش‌های بر مبنای سفتی راهکاری مناسب برای شبیه‌سازی هر سه مرحله فوق هستند. این کار با اندازه‌گیری تغییرات مدول الاستیک ماده صورت می‌گیرد. همان‌طور که در شکل 1 دیده می‌شود، مقدار سفتی در لحظه‌ی خرابی برابر با صفر نیست. در نتیجه پارامتر آسیب با رابطه‌ی زیر به تغییرات سفتی و نسبت چرخه مرتبط می‌شود [9]:

$$D(n) = \frac{E_0 - E(n)}{E_0 - E_f} = 1 - \left(1 - \left(\frac{n}{N}\right)^B\right)^A \quad (1)$$

که  $E_0$  مدول یانگ استاتیکی،  $E_f$  مدول یانگ خرابی،  $E(n)$  مدول یانگ در چرخه‌ی  $n$ ام،  $n$  تعداد چرخه‌های اعمالی،  $N$  عمر خستگی،  $D(n)$  شاخص آسیب و  $A$ ،  $B$  پارامترهای وابسته به ماده هستند.

جهت ارزیابی قابلیت این مدل از دو دسته داده‌ی تجربی منتشرشده در مراجع [15,16] استفاده می‌شود. پارامترهای معادله‌ی 1 با برازش این داده‌ها



شکل 1 تغییرات آسیب،  $D$  و مدول الاستیسیته،  $E$  با تعداد چرخه‌ها.

تحت چنین آسیب‌هایی است [1]. دلیل اصلی گسترش روش‌های بررسی عمر خستگی، افزایش استفاده از مواد مرکب در سازه‌های باربر و قرارگیری این سازه‌ها تحت بارهای خستگی می‌باشد [2].

مدل‌های موجود در حوزه‌ی آسیب خستگی به سه دسته‌ی اصلی تقسیم می‌شوند: مدل‌های تنش-عمر<sup>1</sup>، مدل‌های سفتی یا استحکام پسماند و مدل‌های آسیب پیش‌رونده<sup>2</sup> [3]. مدل‌های سفتی یا استحکام پسماند به دو دلیل نسبت به دیگر مدل‌های موجود در حوزه‌ی آسیب خستگی مناسب‌تر هستند. دلیل اول، عدم نیاز به انجام آزمایش‌های پرهزینه در قیاس با مدل‌های آسیب پیش‌رونده است. دلیل دوم، مطابقت بیشتر با واقعیت فیزیکی آسیب خستگی در مقایسه با مدل‌های تنش-عمر می‌باشد [4]. پس برای اطمینان از عملکرد مناسب سازه بهتر است که آسیب خستگی با استفاده از خواص ماده، نظیر سفتی یا استحکام مدل‌سازی شود [5].

اغلب برای شبیه‌سازی رشد آسیب براساس مدل‌های سفتی یا استحکام پسماند، یکی از این دو خاصیت ماده انتخاب می‌شود. اندازه‌گیری استحکام پسماند با تخریب نمونه‌ی آزمایشی<sup>3</sup> همراه بوده، ولی سفتی پسماند می‌تواند بدون تخریب قطعه اندازه‌گیری شود [6]. بنابراین کاهش سفتی می‌تواند معیار مناسب‌تری برای تحلیل پیشروی آسیب در مواد مرکب باشد.

تاکنون مدل‌های سفتی پسماند زیادی ارائه شده‌اند که خلاصه‌ای از مهم‌ترین مدل‌های این دسته در مرجع [7] ذکر شده‌اند. بیشتر مدل‌های سفتی پسماند نمی‌توانند روند رشد آسیب در هر سه مرحله از آسیب خستگی (این سه مرحله در بخش بعدی توضیح داده می‌شود) را شبیه‌سازی کنند [8]، ولی مدل ارائه‌شده توسط وو و یو [9] این ضعف را ندارد. استفاده از چنین مدل‌هایی به عنوان مبنای ارائه‌ی مدل‌های پیش‌بینی عمر خستگی با فیزیک پدیده‌ی خستگی همخوانی داشته و می‌تواند به بهبود دقت پیش‌بینی منجر گردد.

مدل‌های بسیاری در مورد پیش‌بینی عمر خستگی تحت بارگذاری با دامنه‌ی متغیر وجود دارند. امروزه مدل‌های عددی انباشت آسیب<sup>4</sup> نظیر رابطه‌ی پالمگرن-ماینر<sup>5</sup> که ضعف اصلی آن در عدم لحاظ اثر ترتیب بارگذاری<sup>6</sup> بوده (یعنی بارگذاری از سطح تنش بیشتر به کمتر انجام گیرد یا بالعکس)، مانند قبل استفاده نمی‌شوند [10]. مدل‌های غیرخطی این گروه که مهم‌ترین آن‌ها در مرجع [11] بیان شده‌اند نیز به تغییرات خواص ماکروسکوپی ماده در طول آسیب خستگی توجه چندانی ندارند. در نتیجه، تمایل به پیش‌بینی عمر خستگی بر مبنای خواص فیزیکی ماده مثل استحکام و سفتی رو به افزایش است. از جمله کارهای مهم انجام‌شده در این زمینه می‌توان به یو و هیمل [12] اشاره کرد که با استفاده از یک مدل استحکام پسماند، عمر خستگی در الیاف شیشه و کربن را پیش‌بینی کردند. همچنین، آقازاده و مجیدی [13] براساس یک مدل استحکام پسماند به بررسی اثر تنش اولیه‌ی زیاد اعمالی (نزدیک به استحکام نهایی قطعه) بر روی عمر خستگی پرداختند. وو و یو [9] نیز بر مبنای یک مدل سفتی، عمر باقیمانده خستگی در مرحله‌ی دوم بارگذاری را تخمین زدند.

برطبق مطالعات صورت گرفته، تاکنون اثر کاهش سفتی و کاهش استحکام به صورت همزمان در یک مدل پیش‌بینی عمر خستگی تحت بارگذاری با دامنه‌ی متغیر برای مواد مرکب غیر تک‌جهتی در نظر گرفته

- 1- S-N models
- 2- Progressive damage
- 3- Sample test
- 4- Damage accumulation
- 5- Palmgren-Miner
- 6- Load sequence effect

7- Micro-cracks  
8- Debonding  
9- Fiber breakage

استاتیکی استفاده شده توسط مرجع [9] از استحکام پسماند استفاده می‌شود. برای تقریب این نوع استحکام از معادله‌ی 4 استفاده می‌شود [18]:

$$\sigma_r = \sigma_u - (\sigma_u - \sigma_{\max}) \left(\frac{n}{N}\right)^2 \quad (4)$$

که  $\sigma_u$  استحکام نهایی است. این مدل خطی نیاز به محاسبه هیچ‌گونه ثابتی ندارد. با کاهش  $B$ ، آسیب  $D$  افزایش می‌یابد (بر طبق معادله‌ی 1). کاهش استحکام پسماند  $\sigma_r$  نیز منجر به کم شدن پارامتر  $B$  می‌شود. (کاهش استحکام در عمل به معنای افزایش آسیب  $D$  است). پس این جایگزینی با فیزیک خستگی هیچ تناقضی ندارد. به طور خلاصه می‌توان گفت که وارد کردن استحکام پسماند سه مزیت عمده دارد: (الف) لحاظ کاهش همزمان دو خاصیت سفتی و استحکام به جای لحاظ یکی از آن‌ها به جهت فیزیکی بر پدیده‌ی خستگی منطبق‌تر است [2]. (ب) پارامترهای بارگذاری با دامنه‌ی متغیر در هر مرحله با مقادیر استحکام واقعی‌تری تقریب زده می‌شوند. (ج) تحلیل احتمالاتی راحت‌تر انجام می‌گیرد. (در حالت کلی بر طبق مرجع [19]، استحکام یا عمر خستگی به عنوان متغیر تصادفی در تحلیل احتمالاتی در نظر گرفته می‌شود. اگر استحکام انتخاب گردد، آنگاه نیاز به تحلیل رابطه‌ی بین استحکام استاتیکی و خستگی است. در این مقاله به این حوزه پرداخته نمی‌شود، ولی مدل پیشنهادی این قابلیت را به آسانی مهیا می‌کند. (برای توضیحات بیشتر و بررسی این حوزه به مرجع [17] رجوع شود). بر این اساس، مدل پیش‌بینی عمر خستگی برای بارگذاری با دامنه‌ی متغیر تحت دو سطح تنش با معادله‌های 5 و 6 بیان می‌شود:

$$D(n_i) = 1 - \left(1 - \left(\frac{n_i + n_{i-1}}{N_i}\right)^{C_2} B_w\right)^{A_w} \quad (5\text{-الف})$$

$$n_{i,i-1} = N_i \left(1 - \left(1 - \left(\frac{n_{i-1}}{N_{i-1}}\right)^{C_2} B_w\right)^{A_w}\right) \quad (5\text{-ب})$$

$$D(n_M) = 1 \quad (6)$$

که  $n_i$  و  $n_{i-1}$  تعداد چرخه‌های اعمالی تحت بارگذاری مرحله‌ی  $M$  و  $M-1$ ،  $N_i$  و  $N_{i-1}$  عمرهای خستگی متناظر این سطوح بارگذاری،  $A_w$  و  $B_w$  پارامترهای خستگی تحت چرخه‌ی بارگذاری  $M$  می‌دهد،  $C_2$  ثابتی است که برای لحاظ اثر ترتیب بارگذاری در چرخه‌های معادل (عبارت  $n_{i,i-1}$  که دو سطح تنش را به هم ارتباط می‌دهد) به کار می‌رود. در نتیجه با توجه به لحاظ اثر یادشده می‌توان انتظار بهبود پیش‌بینی عمر را داشت.  $A_w$  و  $B_w$  مقادیر وزنی پارامترها بوده که با روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$A_w = pA_{i-1} + qA_i \quad (7)$$

$$B_w = pB_{i-1} + qB_i \quad (8)$$

که  $A_i$ ،  $A_{i-1}$ ،  $B_i$  و  $B_{i-1}$  مقادیر پارامترها تحت بارگذاری مرحله‌ی  $M$  و  $M-1$  هستند.  $p$  و  $q$  نیز با معادلات زیر بیان می‌شوند:

$$p = \left(\frac{n_{i-1}}{N_{i-1}}\right)^2 \quad (\text{بارگذاری زیاد - کم}) \quad (9)$$

$$p_1 = \frac{n_{i-1}}{N_{i-1}}; \quad q = (1 - p_1)^2 \quad (\text{بارگذاری کم - زیاد}) \quad (10)$$

$$p + q = 1 \quad (11)$$

برای ترتیب بارگذاری زیاد-کم، ابتدا  $p$  محاسبه شده و سپس مقدار  $q$  از معادله‌ی 11 حاصل می‌شود. در ترتیب بارگذاری کم-زیاد با توجه به نامعلوم بودن تعداد چرخه‌های اعمالی در مرحله‌ی دوم (سطح تنش زیاد)، ابتدا متغیر  $p_1$  با استفاده از سطح تنش کم محاسبه شده و سپس  $q$  از آن به دست

تعیین شده و نتایج حاصل در جدول 1 بیان شده‌اند. سپس منحنی‌های رشد آسیب براساس معادله‌ی 1 رسم و در شکل 2 نشان داده شده‌اند. ضریب  $R^2$  در جدول 1 بیانگر میزان موفقیت معادله‌ی 1 در برازش به داده‌های تجربی است.

از جدول 1 و منحنی‌های شکل 2 مشاهده می‌گردد که مدل انتخاب شده دقت بسیار مناسبی در شبیه‌سازی هر سه مرحله‌ی پیشروی آسیب خستگی دارد. همچنین با توجه به شکل 2-الف می‌توان گفت که این مدل علاوه بر الیاف معمولی در شبیه‌سازی آسیب الیاف طبیعی نیز عملکرد بسیار مناسبی دارد.

### 3- مدل پیشنهادی

با توجه به منحنی‌های رشد آسیب مواد مرکب می‌توان گفت که نرخ رشد در مرحله‌ی 1 و 3 تقریباً با هم برابر است. بر این اساس، رابطه‌ی بین پارامترهای معادله‌ی 1 به صورت خطی تقریب زده می‌شود:

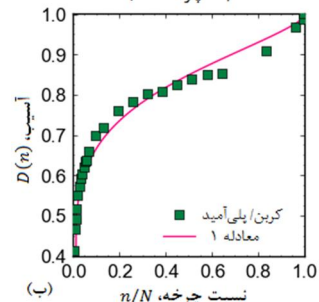
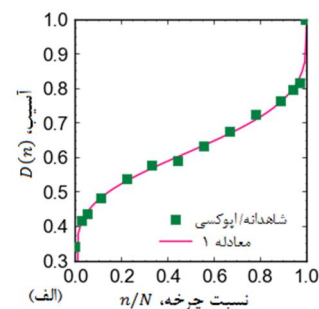
$$B = C_1 \frac{\log N}{(1-R) \left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_r}\right)} \quad (2)$$

$$A = 0/85B + 0/42 \quad (3)$$

که  $\sigma_{\max}$  تنش بیشینه،  $\sigma_r$  استحکام پسماند،  $R$  نسبت تنش کمینه به تنش بیشینه ( $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ ) و  $C_1$  ثابت تناسبی است که در ادامه درباره‌ی چگونگی انتخاب آن توضیح داده می‌شود. دلیل بیان معادله‌ی 3 به این روش به استفاده از مجموعه داده‌های بیشتر نسبت به مدل مرجع [9] مربوط می‌شود. در حقیقت معادله‌ی 3 حاصل از برازش به حدود 20 مقدار از پارامترهای موجود در مرجع [17] است. در این مدل به جای استحکام

جدول 1 نتایج برازش معادله‌ی 1 به داده‌های تجربی.

نوع ماده مرکب	بارگذاری (% $\sigma_u$ )	A	B	$R^2$
شاهدانه / اپوکسی [15]	60	0/270	0/041	0/992
کربن / پلی‌امید [16]	70	0/714	0/102	0/991



شکل 2 منحنی‌های رشد آسیب مواد مرکب با لایه‌چینی (الف) [0/90]7 (ب)

[0/±60]

جدول 3 داده‌های تجربی [18] و نتایج پیش‌بینی عمرهای خستگی

نتایج	داده‌های تجربی					
	یا و هیمل آقازاده و مجیدی [13]		(تنش بر حسب مگاپاسکال است)			
	$n_2$	$n_2$	$n_1$	$\sigma_2$	$\sigma_1$	
60830	165312	105735	192000	250	241	386
115417	167619	123982	193000	100	241	386
5193	13836	8187	5840	250	289	386
9854	14150	9773	11970	100	289	386
873	2196	1258	1250	250	337	386
1656	2312	1523	1635	100	337	386
78233	157219	111339	86000	1000	241	337
137138	165760	133512	162500	250	241	337
6679	12516	8684	8670	1000	289	337
145040	115512	97973	96500	1000	241	289
129253	158252	131181	129928	2000	241	289
8428	5518	6845	4465	49950	289	241
11413	11519	9331	6840	19975	289	241
1416	269	1131	810	49950	337	241
1918	948	1541	1150	19975	337	241
383	64	302	229	19975	386	241
480	130	538	205	10000	337	289
1854	1585	1369	1010	2000	337	289
224	174	166	110	1000	386	337
393	275	268	208	250	386	337

جدول 4 داده‌های تجربی [21] و نتایج پیش‌بینی عمرهای خستگی

نتایج	داده‌های تجربی				
	مدل پیشنهادی		(تنش بر حسب مگاپاسکال است)		
	$n_2$	$n_2$	$n_1$	$\sigma_2$	$\sigma_1$
2214	150	520	87200	340	315
2232	159	150	87000	340	315
2293	192	1408	86300	340	315
4803	1407	1750	57700	340	315
4816	1413	2280	57550	340	315
6266	2142	2027	40300	340	315
7169	2728	3320	28700	340	315
7331	2857	2640	26500	340	315
7418	2931	2464	25300	340	315
7942	3481	6170	17650	340	315
4665	54044	15250	8500	315	340
17517	58865	17517	7480	315	340
17517	58865	79496	7480	315	340
25482	61456	29939	6800	315	340
28931	62555	48760	6500	315	340
50523	69495	73910	4600	315	340
52809	70255	80305	4400	315	340
52809	70255	89350	4400	315	340
75271	78307	90150	2500	315	340
88222	83835	111120	1500	315	340
90296	84832	99520	1350	315	340

می‌آید. در نهایت مقدار  $p$  از معادله‌ی 11 حاصل می‌گردد. دلیل وجود توان دوم این فرض است که هر چه تعداد چرخه‌های اعمالی کمتر باشد، اثر کمتری در خرابی قطعه دارد. ایده‌ی این فرض از مدل‌های غیرخطی عددی انباشت آسیب موجود در مرجع [11] سرچشمه می‌گیرد.

مدل پیشنهادی سه ویژگی کلیدی دارد: (الف) کاهش دو خاصیت مهم ماده، یعنی سفتی و استحکام را در پیش‌بینی عمر باقیمانده خستگی در نظر می‌گیرد. (ب) اثر ترتیب بارگذاری را در پارامترهای ماده و در عبارت چرخه‌های معادل لحاظ می‌کند. (ج) انجام تحلیل احتمالاتی با لحاظ استحکام و عمر خستگی به عنوان دو متغیر تصادفی آسان می‌شود. همچنین این شکل از روابط به معادله‌ی 1 منطبق تر هستند.

#### 4- پیاده‌سازی عددی

برای ارزیابی مدل پیشنهادی از سه دسته داده‌ی موجود در منابع [18, 20, 21] استفاده می‌شود. عمر باقیمانده مرحله‌ی دوم بارگذاری برای هر حالت با استفاده از معادله‌های 5 تا 11 محاسبه می‌گردد. ثابت  $C_1$  برابر با 0/05 فرض می‌شود. دلیل این فرض، سازگاری مقادیر پارامترها در هر مرحله از بارگذاری دو مرحله‌ای با مقادیر تجربی پارامتر  $B$  (مقادیر حاصل از برازش معادله‌ی 1 به داده‌های تجربی) است. ثابت  $C_1$  یک عامل محدودیت در بهبود پیش‌بینی عمر است، یعنی می‌توان مقادیر دیگری را برای  $C_1$  انتخاب کرد که پیش‌بینی بهتری را نتیجه دهد. ثابت  $C_2$  در ترتیب بارگذاری زیاد به کم (سطح تنش بیشتر به کمتر) برابر با 0/95 و برای ترتیب بارگذاری کم به زیاد برابر 1/02 فرض می‌گردد. هدف از به‌کارگیری ثابت  $C_2$  در این مقاله، تمایز بین ترتیب‌های بارگذاری در عبارت چرخه‌ی معادل است. به همین دلیل از اعداد نزدیک به یک برای رفع ابهام اتکای مدل پیشنهادی بر ثابت  $C_2$  استفاده می‌شود. نتایج پیش‌بینی مدل پیشنهادی به همراه تعدادی از مدل‌های دیگر در جداول 2-4 نشان داده شده‌اند.

#### 5- بحث و بررسی نتایج

در این قسمت، میزان بهبود دقت مدل پیشنهادی بر حسب درصد خطای پیش‌بینی نسبت به مقدار تجربی بررسی می‌گردد. مدل پیشنهادی در داده‌های مربوط به جدول 2 فقط در حالت دوم نسبت به سایرین دقت کمتری دارد. با این وجود، در این حالت که بیشینه خطای مدل رخ می‌دهد، خطا از حدود 59% فراتر نمی‌رود. در مجموع با توجه به دقت مناسب مدل مرجع [9] برای این دسته از داده‌ها طبیعی است که بهبود اندکی می‌تواند رخ دهد. شکل 3 به درک تفاوت بین مدل‌ها در پیش‌بینی عمر کمک می‌کند.

جدول 2 داده‌های تجربی [20] و نتایج پیش‌بینی عمرهای خستگی

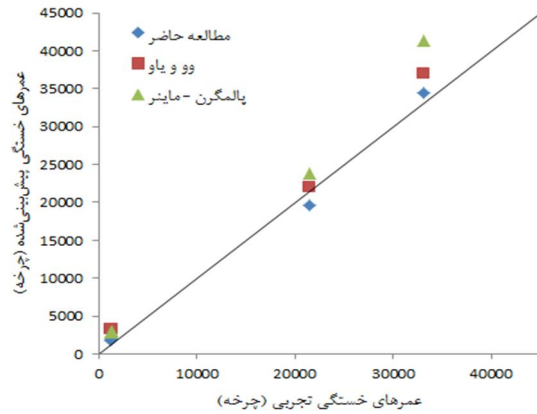
نتایج	داده‌های تجربی					
	مدل پیشنهادی وو و یو [9] پالمگرن-مایر		(تنش بر حسب مگاپاسکال است)			
	$n_2$	$n_2$	$n_1$	$\sigma_2$	$\sigma_1$	
2920	3241	1267	2031	10000	654/5	539
3024	3256	1316	3240	5000	654/5	577/5
41277	37046	34736	33049	500	539	654/5
23844	22054	19723	21450	500	577/5	654/5

در داده‌های مربوط به جدول 4، میزان بهبود پیش‌بینی در ترتیب بارگذاری کم - زیاد بسیار محسوس است. بیشینه خطای مدل پیشنهادی 86% است. این مقدار در مدل مرجع [9] برابر با 1388% بوده و سایر پیش‌بینی‌های این مرجع به جز دو مورد، خطایی بیشتر از 100% دارند. در ترتیب بارگذاری زیاد - کم، مدل پیشنهادی در سه حالت منجر به خطای بیش از 100% می‌شود. غیر از این سه، پیش‌بینی بهتری در اغلب موارد دیگر نسبت به مرجع [9] صورت گرفته است. در مجموع، مدل پیشنهادی در این دسته داده نیز بسیار بهتر جواب می‌دهد. شکل‌های 6 و 7 به درک میزان بهبود پیش‌بینی کمک می‌کنند.

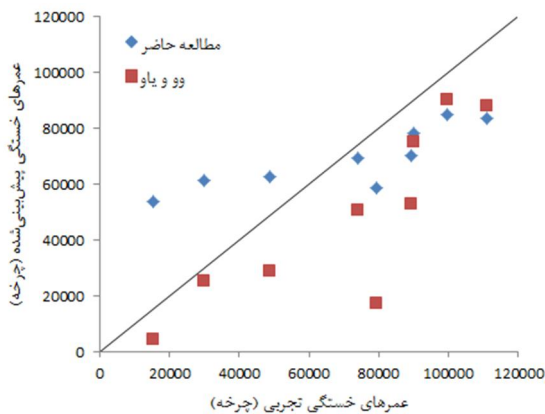
در مجموع می‌توان گفت که هر چند مدل پیشنهادی در برخی موارد خطای بیشتری را نسبت به سایرین نتیجه می‌دهد، ولی حتی این میزان افزایش خطا هم غالباً جزئی است. از سوی دیگر، افزایش دقت مدل گاهی بسیار محسوس می‌باشد. بنابراین، مدل اصلاح‌شده پیشنهادی دقت بهتری نسبت به سایرین داشته و می‌تواند پیش‌بینی بهتری نسبت به مدل‌های دیگر انجام دهد. همچنین در مورد پراکندگی نتایج در شکل‌های 3-7 باید گفت که این موضوع با در نظر گرفتن پراکندگی زیاد عمر خستگی در مواد مرکب دور از انتظار نیست.

### 6- نتیجه‌گیری

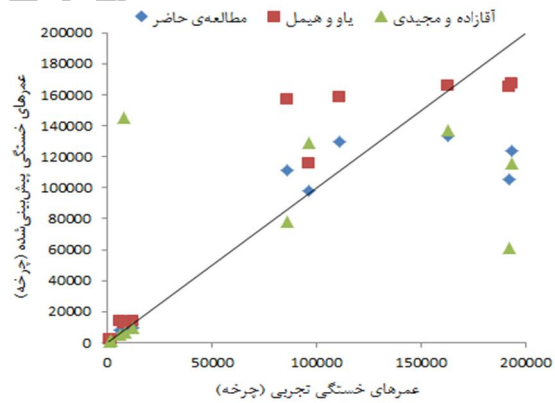
در این پژوهش که بر مبنای یک مدل سفتی صورت گرفت، مدل استحکام پسماندی با مدل مدنظر ترکیب شد و بر اساس آن پیش‌بینی عمر صورت گرفت. با توجه به نتایج حاصل می‌توان گفت که لحاظ همزمان خواصی از



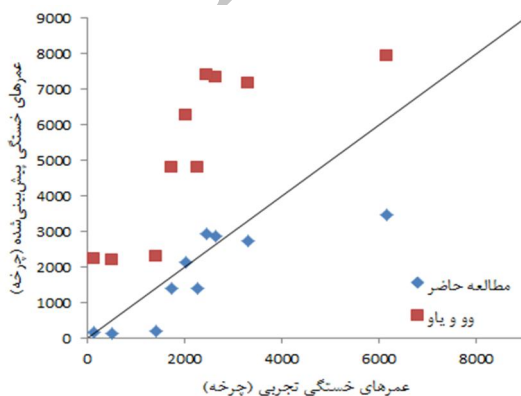
شکل 3 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [20] و مدل‌های دیگر محدود 45% است؛ این خطا برای مدل مرجع [12]، 136% و در مدل مرجع [13] برابر 68% است. در بارگذاری کم - زیاد به جز یک مورد، خطاهای حاصل دو رقمی بوده و عمدتاً کمتر از 50% هستند. بیشینه خطای پیش‌بینی برابر 107% است، ولی این مقدار در مدل مرجع [13] برابر با 262% می‌باشد. مدل [12] در این نوع بارگذاری پیش‌بینی‌های نسبتاً بهتری را نتیجه می‌دهد. بیشینه خطای آن برابر 64% است. در مجموع، بدترین پیش‌بینی مدل پیشنهادی برای این دسته از داده‌ها نسبت به مقدار متناظر بهترین مدل بعدی (یعنی مرجع [12]) حدود 30% بهتر است. برای درک بهتر پراکندگی نتایج مدل‌های مختلف، ترتیب‌های بارگذاری به صورت مجزا در شکل‌های 4 و 5 نشان داده شده‌اند.



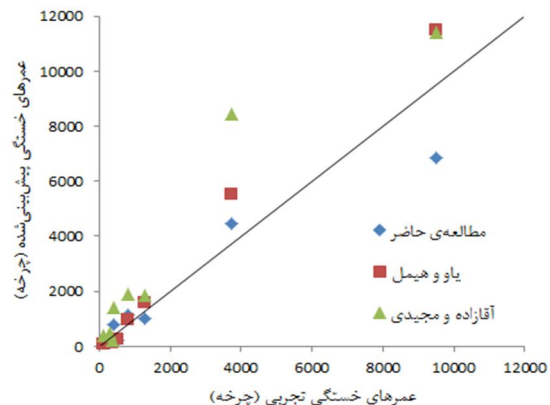
شکل 6 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [21] و مدل‌های دیگر در ترتیب بارگذاری زیاد - کم



شکل 4 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [18] و مدل‌های دیگر در ترتیب بارگذاری زیاد - کم



شکل 7 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [21] و مدل‌های دیگر در ترتیب بارگذاری کم - زیاد



شکل 5 مقایسه‌ی بین نتایج این مطالعه با مقادیر تجربی [18] و مدل‌های دیگر در ترتیب بارگذاری کم - زیاد

- [10] W. V. Paepegem, J. Degrieck, Effects of load sequence and block loading on the fatigue response of fiber-reinforced composites, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 9, No. 1, pp. 19-35, 2002.
- [11] N. Post, S. Case, J. Lesko, Modeling the variable amplitude fatigue of composite materials: A review and evaluation of the state of the art for spectrum loading, *International Journal of Fatigue*, Vol. 30, No. 12, pp. 2064-2086, 2008.
- [12] W.X. Yao, N. Himmel, A new cumulative fatigue model for fiber-reinforced plastics, *Compos Sci Technol*, Vol. 60, pp. 59-64, 2000.
- [13] B. Majidi, J. Aghazadeh Mohandesi, Fatigue damage accumulation in carbon/epoxy laminated composites, *Materials and Design*, Vol. 30, pp. 1950-1956, 2009.
- [14] A. Shirazi, A. Varvani-Farahani, A stiffness degradation based fatigue damage model for FRP composites of (0/θ) laminate systems, *Applied Composite Materials*, Vol. 17, No. 2, pp. 137-150, 2010.
- [15] D. S. de Vasconcelos, F. Touchard, L. Chocinski-Arnault, Tension-tension fatigue behaviour of woven hemp fibre reinforced epoxy composite: A multi-instrumented damage analysis, *International Journal of Fatigue*, Vol. 59, pp. 159-169, 2014.
- [16] J. Montesano, Fatigue damage characterization of braided and woven fiber reinforced polymer matrix composites at room and elevated temperatures, *PhD Dissertation, Department of Aerospace Engineering, Ryerson University, Toronto, Canada*, 2012.
- [17] S. Shiri, probabilistic fatigue life assessment of fiber reinforced polymer composites, *MS thesis, Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran* 2014 (In Persian).
- [18] L. Broutman, S. Sahu, A new theory to predict cumulative fatigue damage in fiberglass reinforced plastics, *Composite materials: testing and design*, Vol. 497, pp. 170-188, 1972.
- [19] K.-W. Kang, D.-M. Lim, J.-K. Kim, Probabilistic analysis for the fatigue life of carbon/epoxy laminates, *Composite Structures*, Vol. 85, No. 3, pp. 258-264, 2008.
- [20] W. Hwang, K. Han, Fatigue of composite materials-damage model and life prediction, In: *Composite materials fatigue and fracture. ASTM STP 1012*, pp. 87-102, 1989.
- [21] M. Found, M. Quaresimin, Two-stage fatigue loading of woven carbon fibre reinforced laminates, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 26, No. 1, pp. 17-26, 2003.

ماده که در طی آسیب خستگی به تدریج کاهش می‌یابند، می‌تواند معیار مناسبی برای تحلیل عمر باقیمانده‌ی خستگی مواد مرکب باشد. همچنین تمایز بین سطوح بارگذاری در عبارت چرخه‌های معادل و پارامترهای مدل می‌تواند به بهبود دقت پیش‌بینی منجر گردد.

## 7- مراجع

- [1] H. Mao, S. Mahadevan, Fatigue damage modelling of composite materials, *Composite Structures*, Vol. 58, No. 4, pp. 405-410, 2002.
- [2] M. M. Shokrieh, F. Taheri-Behrooz, Fatigue Life Evaluation of Unidirectional Composites by Using Residual Strain Energy, *Iranian Journal of Polymer Science and Technology* Vol. 21, No. 1, pp. 19-26, 2008 (In Persian).
- [3] J. Degrieck, W. Van Paepegem, Fatigue Damage Modelling of Fibre Reinforced Composite Materials: Review, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 54, No. 4, pp. 279-300, 2001.
- [4] Y. Liu, S. Mahadevan, Probabilistic fatigue life prediction of multidirectional composite laminates, *Composite Structures*, Vol. 69, No. 1, pp. 11-19, 2005.
- [5] L. Lee, K. Fu, J. Yang, Prediction of fatigue damage and life for composite laminates under service loading spectra, *Composites science and technology*, Vol. 56, No. 6, pp. 635-648, 1996.
- [6] A. L. Highsmith, K. L. Reifsnider, Stiffness-reduction mechanisms in composite laminates, *Damage in composite materials, ASTM STP*, Vol. 775, pp. 103-117, 1982.
- [7] F. Taheri-Behrooz, M. M. Shokrieh, L. B. Lessard, Residual stiffness in cross-ply laminates subjected to cyclic loading, *Composite Structures*, Vol. 85, No. 3, pp. 205-212, 2008.
- [8] W. Van Paepegem, J. Degrieck, A new coupled approach of residual stiffness and strength for fatigue of fibre-reinforced composites, *International Journal of Fatigue*, Vol. 24, No. 7, pp. 747-762, 2002.
- [9] F. Wu, W. Yao, A fatigue damage model of composite materials, *International Journal of Fatigue*, Vol. 32, No. 1, pp. 134-138, 2010.

Archive of