



روشی ساده برای محاسبه بار کمانشی سازه‌های مشبک مخروطی از مواد مرکب تحت اثر بار محوری

علی اصغر نادری¹، غلامحسین رحیمی^{2*}

1- دکتر، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی 14115-111، rahimi_gh@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 13 آبان 1392

پذیرش: 26 آذر 1392

ارائه در سایت: 04 آبان 1393

کلید واژگان:

کمانش

سازه مشبک مخروطی

طراحی اولیه

مواد مرکب

چکیده

در این مقاله، از رابطه‌های هندسی ساده برای تعیین ابعاد و هندسه یک سازه مشبک مخروطی استفاده شده است و با کمک از همین رابطه‌ها و رابطه کلاسیک بار کمانشی یک تیر اولبری، بارکمانش بحرانی یک سازه پوسته‌ای مشبک مخروطی از مواد مرکب تحت بار محوری، با روش تحلیلی محاسبه شده است. در ادامه نتایج این تحلیل با نتایج حاصل از آزمایش و نتایج حاصل از تحلیل المان مقایسه شده است. در این مقاله، با به دست آوردن ضریب طول مؤثر، از رابطه تیر اولبری برای محاسبه کمانش استفاده شده است. نمونه‌های آزمایشی با یک روش ابتکاری در یک قالب قابل انعطاف از الیاف شیشه با روش رشته پیچی‌تر، در رزین اپوکسی تولید شده‌اند. از یک دستگاه کشش برای آزمایش فشاری محوری نمونه‌ها استفاده شده است. این دستگاه، بار فشاری را بر حسب جابه‌جایی نسبی دو انتهای سازه را به دست می‌دهد. با استفاده از منحنی حاصل از بار-جابه‌جایی می‌توان بارکمانش بحرانی سازه را تعیین نمود. در این آزمایش مدهای واماندگی سازه مشبک همچون کمانش عمومی و شکست ریب مشاهده شد. نتایج آزمایش و المان محدود نشان می‌دهند، حل تحلیلی در پیشگویی بار کمانش بحرانی سازه برای طراحی اولیه، دارای کارایی مناسبی است. همچنین، حل تحلیلی در پیشگویی بار کمانش بحرانی یک پوسته مشبک مخروطی که دو ریب محیطی نزدیک به انتهای بزرگان تقویت شده است، دقیق‌تر است.

Simple method for buckling load of composite conical Lattice structures under axial load

Ali Asghar Naderi¹, Gholam Hossien Rahimi^{2*}

1- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* P.O.B. 14115-111 Tehran, Iran, rahimi_gh@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 04 November 2013
Accepted 17 December 2013
Available Online 26 October 2014

Keywords:

Buckling
Lattice Conical Structure
Preliminary Design
Composites

ABSTRACT

This paper describes a simple method for determining the critical buckling load of composite lattice conical structures under axially compressive load. To reveal the critical buckling strength of conical lattice structures, an analytical method based on the classical beam-column theory was applied. Characteristic equations were built according to the equilibrium equations. Furthermore, the buckling behavior of the conical composite shells under axial compression were investigated using experimental method. The specimens used in the experiment were made from glass/epoxy by winding the continuous glass fibers wetted with epoxy on a die with helical and circumferential grooves adopting a simplified manufacturing process. A relatively new flexible tool was developed for forming the grid-structures die, and the specimens were tested by using a universal testing machine. The diagrams of axial load versus displacement were recorded in real time during the tests. The experimental results describe failure modes that are present in the structures such as rib crippling, and general buckling. Axial buckling tests were carried out and the results were compared with the analytical method. The results have been summarized to verify the analytical method. Also, the proposed model was verified with the aid of finite element analysis. The proposed model suggests the possibility to improve the preliminary design solution with respect to the fully analytical approach.

1- مقدمه

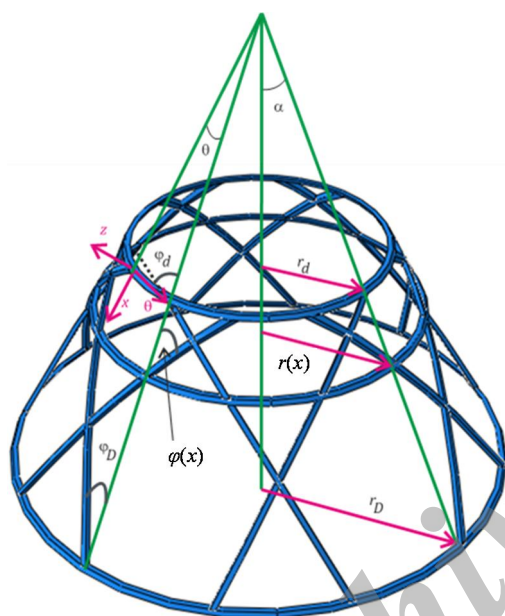
سازه‌ها یکی از مهم‌ترین معیارهای واماندگی آن‌هاست. از آنجایی که طراحی مواد سبک‌تر همراه با مقاومت بالاتر، مورد توجه طراحان است، در دو دهه اخیر، حجم گسترده‌ای از پژوهش‌ها در زمینه طراحی سازه‌های پوسته‌ای، به استفاده از سازه‌های مشبک اختصاص دارد.

امروزه، پوسته‌های رشته پیچی شده از مواد مرکب در صنایع هوایی، هوافضا و نظامی مورد استفاده قرار می‌گیرند. پوسته‌های مخروطی، معمولاً برای اتصال مقاطع استوانه‌ای با شعاع متفاوت به کار می‌روند و مقاومت کمانشی این نوع

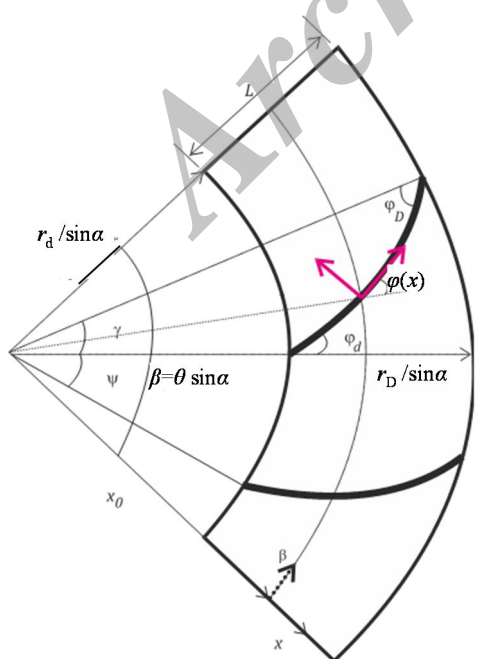
مختصات نقاط در راستای عمود بر سطح مخروطی است (جهت مثبت آن رو به بیرون). در این سیستم مختصات، شعاع متغیر $r(x)$ ، فاصله عمودی هر نقطه شبکه از محور دوران سطح مخروطی است که با توجه به شکل 1 و استفاده از رابطه‌های مثلثاتی طبق رابطه (1) به دست خواهد آمد:

$$r(x) = r_d + x \sin \alpha = r_d + \left(\frac{r_D - r_d}{L} \right) x \quad (1)$$

برای تصور بهتر، می‌توان از تعریف دوبعدی سازه سود برد. گسترش دوبعدی قسمتی از سازه مشبک مخروطی در شکل 2 آمده است. در این شکل، برای پرهیز از شلوغی فقط دو ریب ماریچ در محدوده دو ریب محیطی، نشان داده شده است. از دستگاه مختصات قطبی $s-\beta$ ، در این صفحه استفاده می‌شود. در این دستگاه، فاصله شعاعی s از مرکز انحنا و مختصات محیطی β ، موقعیت هر نقطه از پوسته را مشخص می‌کند.



شکل 1 هندسه پوسته مشبک مخروطی



شکل 2 گسترش ریب روی پوسته در سطح

واسیلیف و همکاران با ارایه خلاصه‌ای از پژوهش‌های خود در یک موسسه روسی، در زمینه ساخت، آزمایش، بهینه‌سازی و کاربرد سازه‌های مشبک، مقالاتی ارایه داده‌اند که مهمترین معیار طراحی، در این مطالعات مقاومت کمانشی است [1-3]. همچنین تاریخچه ساخت و کاربرد این نوع سازه‌ها به وسیله هابریچ و همکاران تشریح شده است [4]. ساخت و آزمایش ورق و پوسته استوانه‌های به وسیله کیم مطالعه شده است، در این مطالعات شبکه‌ها همسان هستند و نمونه‌ها تحت بار فشاری به روش تجربی مطالعه شده‌اند [5,6]. روشی ارزان و ساده با استفاده از فوم پلی اورتان برای ساخت پوسته مشبک استوانه‌های به وسیله براهویان و ولمرگان ارایه شده است و کمانش این سازه با المان محدود و آزمایش بررسی شده است [7]. و دسبنت و همکاران با روش معادل سازی و المان محدود [8]، کیدانه و همکاران با روش معادل سازی و تجربی [9] و یزدانی و رحیمی به روش تجربی [10,11] مقاومت کمانشی سازه‌های مشبک استوانه‌های از مواد مرکب را بررسی نموده‌اند. قاسمی و همکاران [12]، زندی و رحیمی [13] پارامترهای مؤثر بر بار کمانش بحرانی سازه‌های مشبک استوانه‌های از مواد مرکب را بررسی نموده‌اند همچنین تحلیل تنش سازه‌های مشبک استوانه‌های تحت فشار داخلی و بار پیچشی به وسیله صیاد ارایه شده است [14]. توتارو مدلی تحلیلی بر اساس بار کمانش بحرانی یک تیر اولبری، برای محاسبه بار کمانش بحرانی موضعی سازه‌های مشبک استوانه‌های با شبکه سه و شش ضلعی ارایه نموده است در این مدل بار کمانش بحرانی شبکه‌های غیرهمسان نیز بررسی شده است [15,16]. بعضی از مدهای کمانش بحرانی داخل صفحه سازه مشبک به وسیله فان و همکاران معرفی شده است، در این مطالعه شبکه همسان است و کل شبکه از تکرار یک سلول واحد ایجاد می‌شود [17].

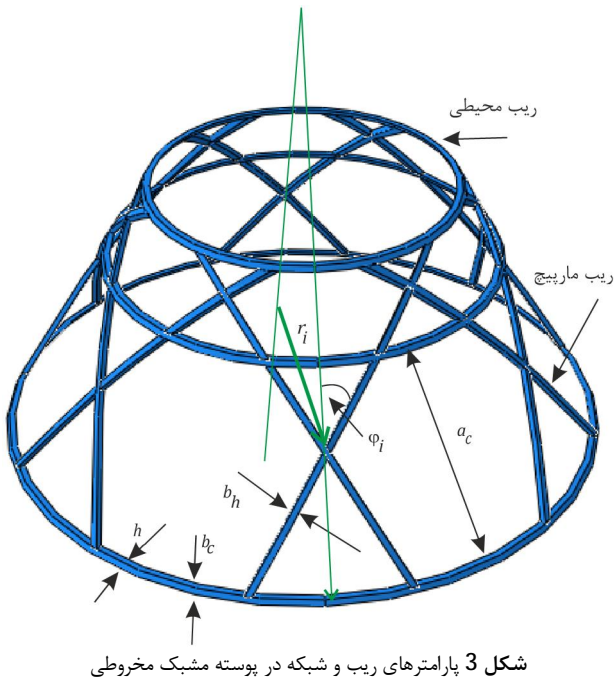
در زمینه سازه‌های مشبک مخروطی از مواد مرکب، هو و گرامول با ساخت چند نمونه در شیاری از گچ، به روش المان محدود این نوع سازه‌ها را مورد مطالعه قرار داده‌اند [18]. توتارو گوردال یک روش عددی برای بهینه‌سازی وزن در مقابل بار کمانش بحرانی آن‌ها بر اساس تحلیل واسیلیف و همکاران ارایه نموده‌اند [19]. و مارازوف و همکاران با روش المان محدود بار کمانش بحرانی سازه‌های مشبک مخروطی با شبکه‌های نامنظم را تحت بارهای محوری، خمشی و پیچشی بررسی نموده‌اند [20].

در این مقاله بار کمانش بحرانی سازه‌های مشبک مخروطی با شبکه‌های ناهمسان با یک روش تحلیلی ساده بر اساس کار توتارو [16] و واسیلیف و همکاران [2]، بررسی و محاسبه می‌شود. برخلاف روش واسیلیف و همکاران [2]، که ضریب طول مؤثر سازه را برابر ثابت قرار داده است، در این روش، ضریب طول مؤثر سازه از هندسه سازه به دست می‌آید. همچنین در ساخت از یک روش ابتکاری استفاده شده است. نمونه‌ها تحت آزمایش فشاری محوری قرار می‌گیرند و در نهایت با استفاده از داده‌های المان محدود مارازوف [20] و داده‌های حاصل از آزمایش، کارایی حل تحلیلی در طراحی مورد تایید قرار می‌گیرد.

2- فرمول بندی

2-1- طراحی هندسی

مسیر ریب‌های ماریچ و محیطی یک سازه مشبک مخروطی در شکل 1 نشان داده شده است. در این شکل r_D و r_d به ترتیب شعاع مقاطع دایره‌ای در لبه‌های کوچک و بزرگ سازه مشبک مخروطی است. 2α زاویه رأس مخروط و L طول یال مخروط است. از دستگاه مختصات مخروطی $x-\theta-z$ با بردار یک‌های $i-j-k$ که بر روی لایه میانی قرار می‌گیرد برای معرفی سازه استفاده می‌شود. x ، فاصله از لبه کوچک مخروط در راستای یال آن؛ θ ، مختصات محیطی و z ،



شکل 3 پارامترهای ریب و شبکه در پوسته مشبک مخروطی

که در آن ψ ، فاصله زاویه‌های ریب‌های ماریچ، از رابطه (8)، به دست می‌آید:

$$\psi = \frac{2\pi \sin \alpha}{n_h} \quad (8)$$

از روی شکل‌های 2 و 3، با توجه به هندسه سازه می‌توان ϕ_i ، زاویه قرارگیری ریب ماریچ، نسبت به محور x ، در i امین نقطه تقاطع یک ریب ماریچ با ریب‌های دیگر را مطابق رابطه (9) به دست آورد:

$$\phi_i = \phi_d - (i-1) \frac{\psi}{4} \quad (9)$$

که در رابطه اخیر ϕ_d ، از رابطه (10)، محاسبه می‌شود [2]:

$$\phi_d = \tan^{-1} \left(\frac{r_d \sin \gamma}{r_d \cos \gamma - r_d} \right) \quad (10)$$

r_i ، شعاع i امین نقطه تقاطع بر روی یک ریب ماریچ، با ریب‌های دیگر از رابطه (6) و با داشتن زاویه قرارگیری ریب ماریچ نسبت به محور x از رابطه (11) به دست می‌آید:

$$r_i = \frac{r_d \sin \phi_d}{\sin \phi_i} \quad (11)$$

و l_i ، طول هر تکه از ریب ماریچ، در مابین هر دو تقاطع، با توجه به شکل 2، از رابطه (12) محاسبه می‌شود:

$$l_i = \frac{r_i \sin \frac{\psi}{4}}{\sin \alpha \sin \phi_{i+1}} \quad (12)$$

از شکل 2، a_{ci} ، فاصله ریب‌های محیطی با توجه به رابطه (13)، به دست خواهد آمد:

$$a_{ci} = \frac{r_{i+1} - r_i}{\sin \alpha} \quad (13)$$

2-2- بارکمانش بحرانی سازه مشبک مخروطی

بارکمانش بحرانی موضعی سازه‌های مشبک مخروطی معمولاً با استفاده از بارکمانش بحرانی تیر اویلری و با فرض گیردار بودن دو سر تیر یعنی با ضریب طول مؤثر، $\beta = 0/5$ ، برای تکه تیرک‌های تشکیل دهنده سازه، به دست می‌آید [2].

متغیر s ، همان متغیر $r(x)/\sin \alpha$ است که با توجه به شکل 2، دیده می‌شود با رابطه (2)، به متغیر x وابسته است.

$$s(x) = \frac{r(x)}{\sin \alpha} = \frac{r_d}{\sin \alpha} + x \quad (2)$$

جهت‌گیری الیاف در هر نقطه با رابطه (3)، تعریف می‌شود که بیانگر زاویه بین راستای i ، بردار یکه محور x ، و راستای مماس بر مسیر الیاف τ ، می‌باشد:

$$\tan \phi(x) = r(x) \frac{d\theta}{dx} \quad (3)$$

انحنای κ' ، بیانگر تغییرات بردار مماس در راستای محور طولی x است. بنابراین با تشکیل بردار مماس، می‌توان انحنای مسیر را برابر با رابطه (4)، به دست آورد [21]:

$$\kappa'(x) = \left(\frac{d\phi}{dx} \cos \phi + \frac{\sin \alpha \sin \phi}{r(x)} \right) \vec{e}_\xi + \left(\frac{-\cos \alpha \sin \phi^2}{r(x)} \right) \vec{k} \quad (4)$$

در این رابطه، \vec{e}_ξ معرف بردار یکه قائم بر مسیر الیاف در سطح پوسته مخروطی می‌باشد در حالیکه \vec{k} ، بردار یکه عمود بر سطح مخروط می‌باشد. در بررسی رابطه اخیر برای یک سطح تخت ($\alpha = 90$) و یک سطح استوانه ($\alpha = 0$)، دیده می‌شود: عبارت نخست، حرکت نازل برای جای‌گذاری الیاف مواد مرکب در راستای سطح را تعیین می‌کند؛ و عبارت دوم، بیانگر انحنای در راستای عمود بر سطح می‌باشد که برای یک مندرل مخروطی بیانگر تغییرات سطح مندرل در حین دوران در زمان تولید پوسته می‌باشد.

از آنجایی که عبارت نخست رابطه مذکور، بیانگر قرارگیری الیاف در سطح است، بنابراین این عبارت، یک معیار مناسب برای تعیین محدودیت انحنای پیش‌الیاف κ ، در طراحی است. واضح است که این مقدار به جهت‌گیری الیاف و هندسه مخروط بستگی دارد و از رابطه (5) محاسبه می‌شود [21]:

$$\kappa(x) = \frac{d\phi}{dx} \cos \phi(x) + \frac{\sin \alpha \sin \phi(x)}{r(x)} \quad (5)$$

فرض می‌شود ریب‌های شبکه بر مسیر ژئودزیک قرار می‌گیرند و مسیر ژئودزیک، مسیری است که دارای انحنای صفر است. بنابراین $\phi(x)$ ، زاویه قرارگیری یک ریب ماریچ نسبت به محور در هر نقطه از پوسته مخروطی، با اعمال $\kappa = 0$ ، به رابطه (5)، برابر با رابطه (6)، به دست می‌آید [21]:

$$\phi(x) = \sin^{-1} \left(\frac{r_d \sin \phi_d}{r(x)} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{r_d \sin \phi_d}{r(x)} \right) \quad (6)$$

که در آن ϕ_d و ϕ_d ، زاویه قرارگیری ریب ماریچ، نسبت به محور x به ترتیب در شلّه کوچک و بزرگ سازه مشبک است.

در شکل 3، یک سازه‌ای مشبک و مخروطی متشکل از دوازده ریب ماریچ، و سه ریب محیطی، نشان داده شده است. n_c ، تعداد ریب‌های محیطی و n_h ، تعداد ریب‌های ماریچ بر یکی از مسیرهای ژئودزیک با زاویه ریب نسبت به یال مخروط در انتهای بزرگ پوسته مخروطی $\phi_d + \phi_d$ یا $\phi_d - \phi_d$ است. در این شکل h ، b_c و b_h به ترتیب برابر ضخامت، عرض ریب ماریچ و عرض ریب محیطی است. در این جا فرض شده است، ضخامت ریب‌های ماریچ و محیطی، یکسان است. همچنین فرض می‌شود هر ریب محیطی، ما بین نقاط تقاطع، سیستم ریب‌های متقارن ماریچ، قرار می‌گیرد و لبه کوچک و بزرگ سازه بر اولین و آخرین ریب محیطی منطبق است.

بنابراین، با توجه به گسترش دوبعدی این سازه که در شکل 2 نشان داده شده است زاویه روبرو به ریب γ ، برابر است با (رابطه (7)):

$$\gamma = \frac{\psi}{2} (n_c - 1) \quad (7)$$

شکل 5، نشان داده شده است. با فرض اتصالات لولا در محل تقاطع ریب‌های سازه، از رابطه‌های تعادل استاتیک می‌توان بار فشاری ایجاد شده در داخل ریب‌های مارپیچ F_h و بار کششی در ریب‌های محیطی F_c را به دست آورد، این مقادیر در رابطه‌های (14) آورده شده‌اند. در این تقریب برای محاسبه نیروی داخلی تیرها، از خطای کم حاصل از فرض اتصالات لولا در محل تقاطع ریب‌های سازه، در مقابل حجم زیاد و وقت‌گیر محاسبات دقیق‌تر صرف‌نظر شده است [22]. در نمودار آزاد شکل 5، دیده می‌شود، فشرده شدن ریب‌های مارپیج با کشیده شدن ریب‌های محیطی همراه است. همچنین طول ریب‌های محیطی کوتاه‌تر از ریب‌های مارپیج است. از طرفی فرض می‌شود ابعاد سطح مقطع ریب‌های مارپیج و محیطی با هم برابر هستند، بنابراین، محاسبات اولین مد کمانش سلول واحد براساس کمانش ریب‌های مارپیج قرار می‌گیرد. ابعاد a_1 به ترتیب برابر طول لبه بالا و پایین و b ارتفاع سلول واحد می‌باشد. همچنین ابعاد L_1 و L_2 به ترتیب طول تکه تیرک‌های بالایی و پایینی تشکیل دهنده سلول ضربه‌داری، از حلقه مخروطی در سازه مشبک مخروطی است. مقادیر F_c و F_h از رابطه (14) محاسبه می‌شود.

$$F_h = \frac{P}{2n_h \cos \varphi \cos \alpha}$$

$$F_c = \frac{P \sin \varphi}{2n_h \cos \varphi \cos \alpha} \quad (14)$$

2-2-1- کمانش داخل صفحه

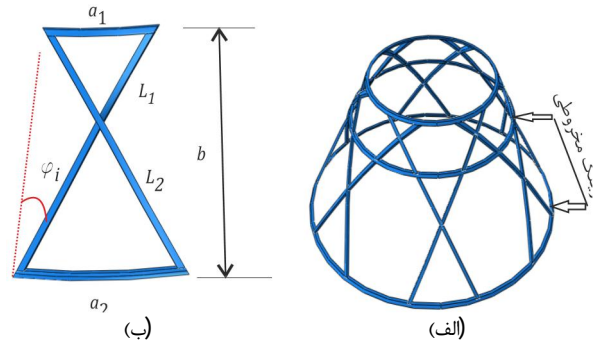
همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، در سازه مورد نظر، ریب‌های محیطی تحت بار کششی، و ریب‌های مارپیج تحت بار فشاری هستند، از طرفی در یک سلول واحد، طول تکه تیرک‌های محیطی، کوتاه‌تر از طول تکه تیرک‌های مارپیج هستند. بنابراین، مقدار بار کمانش بحرانی سلول واحد، از اولین بار کمانشی یک تکه تیرک مارپیج (ضربه‌داری) تشکیل دهنده سلول واحد، به دست می‌آید. در این جا فرض می‌شود ضخامت ریب از پهنای آن بیشتر است بنابراین کمانش غالب در این حالت، کمانش موضعی ریب‌ها در داخل صفحه است. کمانش صفحه‌ای یک سلول ضربه‌داری همراه با چرخش بدون جابه‌جایی نقطه تقاطع ریب‌های مارپیج بدیدار می‌شود. بار کمانشی داخل صفحه با صفر قرار دادن سفتی چرخشی، نقطه تقاطع ریب‌های مارپیج، به دست خواهد آمد. کمانش داخل صفحه سلول واحد با توجه به شرایط تکیه‌گاهی در دو حالت تکیه‌گاهی گیردار و کشسان بررسی می‌شود. الگوی مد کمانش اول برای شرایط تکیه‌گاهی گیردار و کشسان یک سلول با نقطه تقاطع ریب‌های مارپیج m ، در شکل 6 نشان داده شده است.

در حالت اول، دو سر سلول، گیردار و ثابت است و هر تکه تیرک از سلول را می‌توان به صورت شکل 7، مدل نمود. در این مدل تیر تحت بار محوری F است. یک‌سر از تیر ثابت و سر دیگر آن در اتصال کشسان است و می‌تواند با چرخش گشتاور تحمل نماید.

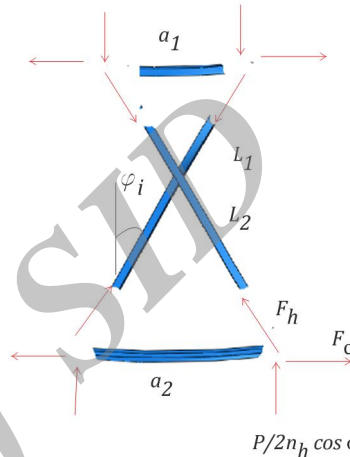
گشتاور خمشی M_{AB} ، گشتاور اعمالی به سر A برای تکه تیرک AB ، از سلول واحد که یک سر آن گیردار و سر دیگر آن متصل به محیط کشسان است، با فرض چرخش واحد در سر A ، $\omega_A=1$ ، برابر با رابطه (15) به دست می‌آید [22].

$$M_{AB} = \frac{12EI}{L} \frac{J_1(\lambda)}{4J_1^2(\lambda) - J_2^2(\lambda)} \quad (15)$$

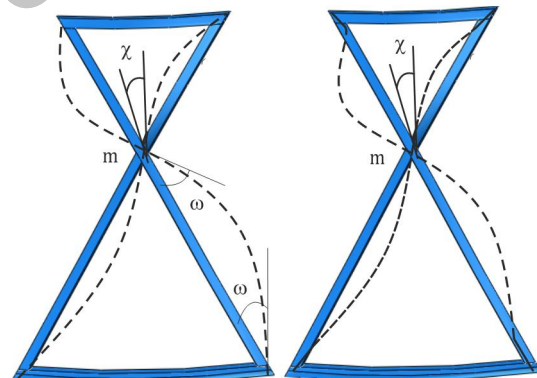
در این رابطه، E مدول یانگ ماده تیر، I گشتاور اینرسی مقطع تیر، L طول تیر، J_1 و J_2 توابع پایدار تیر هستند که در رابطه (16) تعریف شده‌اند [22].



شکل 4 (الف) حلقه مخروطی (ب) یک سلول در حلقه مخروطی



شکل 5 نمودار آزاد یک سلول در حلقه مخروطی (شکل 4ب)



شکل 6 مد اول کمانش در صفحه سلول، تکیه‌گاه گیردار (راست)، تکیه‌گاه کشسان با فرض کمانش متقارن تیر (چپ)

مقدار ضریب طول مؤثر، استفاده شده در این روش از تقریب بالایی برخوردار است. در اینجا سعی می‌شود، مقدار ضریب طول مؤثر، با تقریب بهتری به دست آورده شود. برای این منظور، با فرض شرایط تکیه‌گاهی مناسب‌تر برای تکه تیرک‌های تشکیل دهنده یکسازه مشبک مخروطی، از هندسه سازه مقدار ضریب طول مؤثر، با تقریب بهتری به دست آورده می‌شود.

سازه مشبک مخروطی تحت بار محوری P ، در نظر گرفته می‌شود. به علت طول بزرگ تکه تیرک‌های سازه در حلقه مخروطی نشان داده شده در شکل 4-الف، کمانش موضعی در آن ناحیه اتفاق خواهد افتاد. این ناحیه از تکرار عناصر سازه‌ای مانند شکل 4-ب، تشکیل شده است و با فرض کمانش متقارن سازه می‌توان بار کمانش بحرانی یک عنصر (سلول) را به بار کمانش بحرانی حلقه مخروطی و بار کمانش کل سازه تعمیم داد. نمودار آزاد نیرویی، برای یک سلول واحد از سازه مشبک مخروطی، در

از حداقل مقدار kl_1 یا kl_2 که رابطه (20)، را ارضا کند، مقدار β ، ضریب طول مؤثر و بار کمانش بحرانی سلول برابر رابطه (18) محاسبه می‌شود.

2-2-2- کمانش خارج صفحه

بار کمانش عمومی کشسان خطی از رابطه کلی یک مدل با استفاده از رابطه‌های تئوری پوسته به دست می‌آید که بسته به تعداد ریب‌ها و محل تقاطع آن‌ها روش پر زحمتی است و به همین منظور در موارد کاربردی از روش اجزای محدود استفاده می‌شود [1]. روش تقریبی معادل سازی یک سازه مشبک مخروطی با یک پوسته مخروطی نیز روش مناسبی برای به دست آوردن بار کمانشی سازه به روش تحلیلی تقریبی است اما در این روش بایستی سازه از لحاظ تعداد ریب‌ها چگال باشد و گرنه تقریب با خطای زیادی همراه است [1]. در اینجا از کمانش خارج از صفحه سلول در حلقه مخروطی نزدیک به لبه بزرگ سازه برای تقریب کمانش عمومی سازه مشبک مخروطی استفاده می‌شود. البته در این تقریب فرض می‌شود کمانش سازه متقارن و چگالی ریب آن کم است.

برای سازه‌های که در آن مقدار ν ، فاصله زاویه‌ای ریب‌های مارپیچ، زیاد است، با توجه به رابطه (12)، ریب‌های مارپیچ مابین ریب‌های محیطی در نزدیکی مقطع بزرگ سازه طویل هستند. بنابراین، برای سازه‌های مشبک با ابعاد $h > b_n = b_c$ ، مد غالب کمانش، کمانش موضعی داخل صفحه است. و برای سازه‌های مشبک با ابعاد $h \leq b_n = b_c$ ، مد غالب کمانش، خارج از صفحه و کلی است. با فرض کمانش متقارن، به علت طول زیاد تیرک‌ها و کم بودن ضخامت، در حلقه مخروطی نزدیک لبه بزرگ سازه، می‌توان بار کمانش بحرانی این حلقه را به عنوان بار کمانش بحرانی عمومی در نظر گرفت. این موضوع در شکل 9، نشان داده شده است و در نتایج تجربی نیز، برای یک سازه مشبک مخروطی با سطح مقطع ریب‌های 2×2 میلی متر مربع همین مد کمانش به عنوان اولین مد کمانش، دیده می‌شود. بنابراین از بار کمانشی خارج از صفحه سلول ضرب‌دری F_{out} ، برای محاسبه کمانش عمومی استفاده می‌شود. در این تقریب فرض می‌شود کمانش کاملاً متقارن و هر دو ریب از سلول ضرب‌دری هم زمان باهم کمانش می‌کنند. با توجه به شرایط تکیه‌گاهی از استاندارد BS 5950، [23] به منظور محاسبه ضریب طول مؤثر، برای حالت کمانش خارج از صفحه β_{out} ، استفاده می‌شود (رابطه (21)).

$$\beta_{out} = .85$$

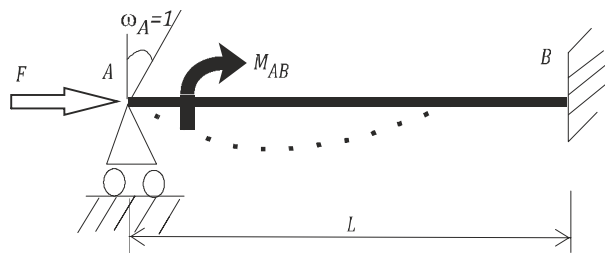
$$F_{croust} = \frac{\pi^2 E I_{out}}{(\beta_{out} l_{12})^2} \quad (21)$$

که در آن l_{12} ، جمع طول L_1 و L_2 به ترتیب طول تکه تیرک‌های بالایی و پایینی تشکیل دهنده سلول واحد از حلقه مخروطی در سازه مشبک مخروطی است که طول ریب مارپیچ محصور در حلقه انتهایی (مابین دو ریب محیطی در نزدیکی لبه بزرگ) است.

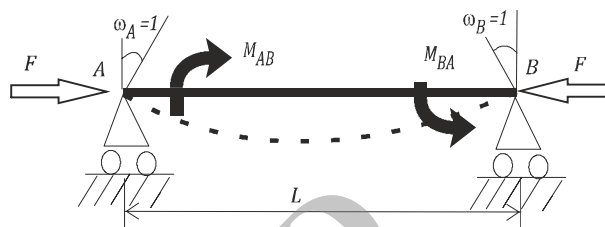
برای سازه‌هایی که در آن مقدار ν ، کم است یا به عبارت دیگر تراکم ریب‌ها بالاست، ریزین و واسلیف [2] مقدار بار کمانش عمومی سازه مخروطی را شبیه به کمانش یک سازه استوانه‌ای با شعاع متوسط، با رابطه (22) ارائه نموده‌اند:

$$F_g = 2\pi t^2 \cos^2 \varphi_D \cos^2 \alpha \sqrt{\frac{2E^2 b_n b_c}{3a_n a_c}} \quad (22)$$

که در آن F_g ، بار کمانش عمومی سازه مشبک مخروطی و a_n ، فاصله ریب‌های مارپیچ آن است.



شکل 7 مدل یک تیر از سلول در حالت تکیه گاه گیردار



شکل 8 مدل یک تیر از سلول در حالت تکیه گاه کشسان با فرض کمانش متقارن

$$J_1 = \frac{3}{\lambda} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\tan \lambda} \right)$$

$$J_2 = \frac{6}{\lambda} \left(\frac{1}{\sin \lambda} - \frac{1}{\lambda} \right)$$

$$\lambda = kL = \sqrt{\frac{F}{EI}} L \quad (16)$$

کمانش صفحه‌ای سلول ضرب‌دری، با چرخش بدون جابه‌جایی نقطه m ، محل تقاطع ریب‌های مارپیچ، پدیدار می‌شود. بار کمانشی داخل صفحه با صفر قرار دادن سفتی چرخشی، نقطه تقاطع ریب‌های مارپیچ به دست خواهد آمد (رابطه (17)).

$$\frac{J_1(\lambda_1)}{(4J_1^2(\lambda_1) - J_2^2(\lambda_1))L_1} + \frac{J_1(\lambda_2)}{(4J_1^2(\lambda_2) - J_2^2(\lambda_2))L_2} = 0 \quad (17)$$

از حداقل مقدار kl_1 یا kl_2 که رابطه (17)، را ارضا کند، مقدار β ، ضریب طول مؤثر و بار کمانشی سلول از رابطه (18) محاسبه می‌شود [22].

$$\beta_i = \frac{\pi}{kl_i}, \quad i = 1, 2$$

$$F_{cri} = \frac{\pi^2 E I_{in}}{(\beta_i l_i)^2}, \quad i = 1, 2 \quad (18)$$

در حالت دوم، دو سر هر تکه تیرک از سلول در شرایط اتصال کشسان است و بنابراین هر دو سر گشتاور تحمل می‌کنند. با فرض مقدار چرخش برابر و واحد، $\omega_A = \omega_B = 1$ (مخالف جهت) برای هر دو سر یک تکه تیرک، می‌توان آن را مانند شکل 8، مدل نمود.

گشتاور خمشی M_{AB} برای A متصل به محیط کشسان از تیر AB با فرض چرخش واحد $\omega_A = \omega_B = 1$ برابر رابطه (19) به دست می‌آید [22].

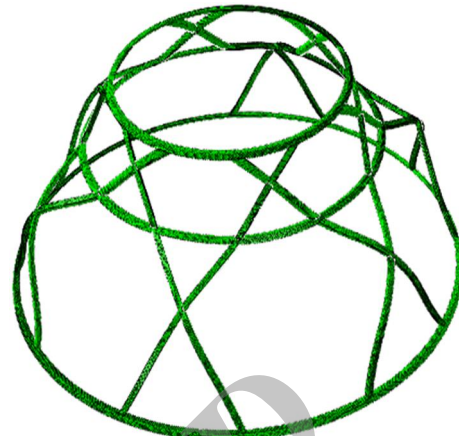
$$M_{AB} = \frac{6EI}{L} \frac{1}{2J_1(\lambda) + J_2(\lambda)} \quad (19)$$

همانند حالت قبل، کمانش صفحه‌ای سلول ضرب‌دری با چرخش بدون جابه‌جایی نقطه تقاطع ریب‌های مارپیچ m ، پدیدار می‌شود. بار کمانشی داخل صفحه با صفر قرار دادن سفتی چرخشی نقطه تقاطع ریب‌های مارپیچ از رابطه (20) به دست خواهد آمد.

$$\frac{1}{(2J_1(\lambda_1) + J_2(\lambda_1))L_1} + \frac{1}{(2J_1(\lambda_2) + J_2(\lambda_2))L_2} = 0 \quad (20)$$

3- ساخت و آزمایش

یکی از جنبه‌های کلیدی ساخت سازه‌های مشبک، شکل دهی ریب، درون شیار است.



شکل 9 کمانش عمومی خارج از صفحه سلول

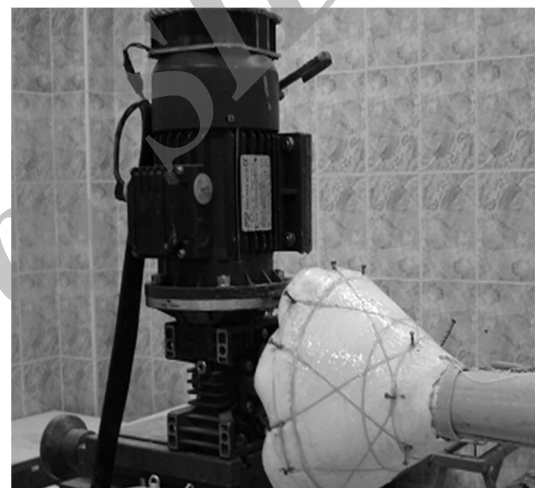
یک مندرل فلزی با شیارهای تراشکاری شده روی آن، می‌تواند ابعاد دقیقی به‌دست دهد اما هزینه ساخت آن بالاست. استفاده از گچ، فوم و پلاستیک به‌جای فلز در ساخت قالب هزینه پایین‌تری خواهند داشت. همان‌گونه که در شکل 10 دیده می‌شود، سازه‌های مشبک مخروطی به‌وسیله رشته‌پیچی الیاف درون شیار بر روی یک مندرل انعطاف پذیر با سرعت دورانی مندرل 10 rpm و کشش اولیه الیاف 170 گرم، بر روی آن ایجاد می‌شود. جزئیات روش ساخت در اداره ثبت اختراعات ایران به شماره 79252 ثبت شده است.

همه نمونه‌ها دارای دوازده ریب مارپیچ (شش جفت ریب مارپیچ ساعت‌گرد و پادساعت‌گرد) و سه ریب محیطی هستند (شکل 11). سطح مقطع هر ریب 2x2 میلی‌متر مربع و سازه مشبک مخروطی به شعاع دایره‌ای پوسته میانی در لبه کوچک و لبه بزرگ و طول یال به ترتیب 100.50 و 100 میلی‌متر مشخص می‌شود.

نمونه‌ها بعد از رشته‌پیچی به مدت یک هفته در دمای اتاق پخت شده‌اند. برای پرهیز از اثر محل بارگذاری، دو حلقه اپوکسی به لبه‌های سازه مشبک اضافه می‌شود. الیاف تک جهته شیشه از نوع E و ماده زمینه‌ای اپوکسی (LY5052) و هاردنر HY5052 شرکت هانتسمن با ترکیب نسبت وزنی (100:38)، مواد مرکب تشکیل دهنده نمونه‌ها هستند، خواص اسمی این مواد در جدول 1 لیست شده است.

جدول 2 خواص مکانیکی یک تک لایه از ماده مرکب را نشان می‌دهد. این خواص با استفاده از خواص ارایه شده در جدول 1 و قاعده اختلاط، با متوسط 31/1 درصد حجمی الیاف به‌دست آمده‌اند. درصد حجمی الیاف براساس استاندارد ASTM D3171-99، از آزمایش سوختن مواد نمونه تولید شده به‌دست آمده است.

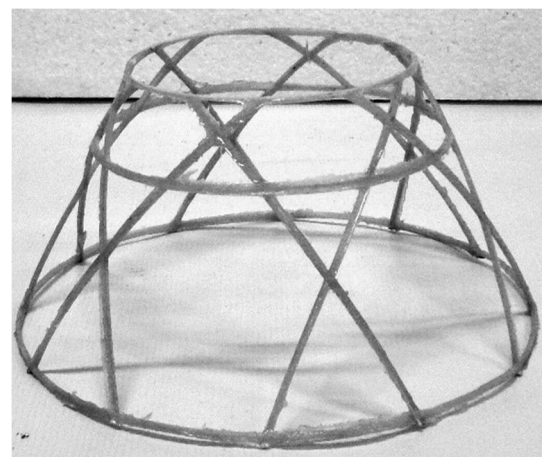
همان‌گونه که قبلاً اشاره شد یکی از مدهای غالب و ماندگاری در سازه‌های پوسته‌ای، کمانش است. همان‌گونه که در شکل 12 نشان داده شده است با آزمایش فشاری، رفتار کمانش بحرانی سازه مشبک مخروطی تحت بار محوری بررسی می‌شود.



شکل 10 ساخت پوسته مشبک مخروطی

جدول 2 خواص مکانیکی لایه‌ای نمونه سازه‌های مخروطی مشبک از مواد مرکب

مقدار	واحد	خاصیت مکانیکی
24/7	(GPa)	مدول یانگ در جهت 1
4/76	(GPa)	مدول یانگ در جهت 2
1/83	(GPa)	مدول برشی در صفحه
0/27		نسبت پواسون
1/548	(kg/m ³)	چگالی



شکل 11 نمونه پوسته مشبک مخروطی تولید شده



شکل 12 آزمایش فشار محوری پوسته مشبک مخروطی

جدول 1 خواص مکانیکی مواد

ماده	مدول یانگ (GPa)	چگالی (kg/m ³)
الیاف شیشه نوع E	72	2440
ماده زمینه‌ای متشکل از رزین و هاردنر 5052	3/35	1120

برای این منظور از دستگاه آزمایشی اینسترون مدل 5500R برای آزمایش فشار استفاده می‌شود. هر نمونه، بین دو کفشک صلب قرار گرفته و با سرعت بارگذاری 1 mm/min تا حد مچالگی، تحت فشار محوری قرار می‌گیرد. نمودار بار-جابجایی برای هر نمونه از دستگاه به دست می‌آید.

4- نتایج و بحث

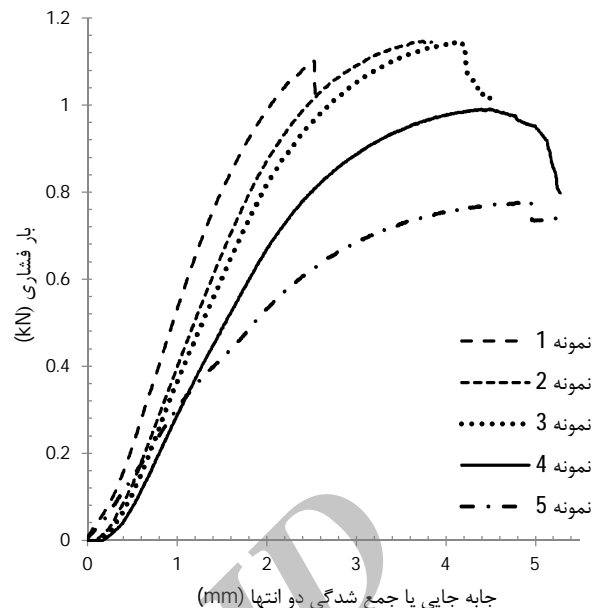
از نتایج تجربی حاصل از ساخت و آزمایش فشاری نمونه‌ها با دستگاه آزمایشی، نمودارهای بار-جابجایی یا جمع شدگی آن‌ها تحت بار محوری فشاری، مطابق نمودار شکل 13 به دست می‌آید.

در این شکل یکی از نمودارها رفتاری متفاوت دارد که می‌تواند گویای معیوب بودن نمونه یا شرایط آزمایش باشد، در حالی که 4 نمونه دیگر با تقریب مناسب، رفتاری یکسان دارند. بار کمانش بحرانی از افت ناگهانی شیب نمودار بار-جابجایی به دست می‌آید. در شکل 13، دیده می‌شود، شیب منحنی بار-جابجایی نمونه‌ها، در بارهای 1/1، 1/145، 1/147 و 0/99 کیلونیوتن، به یکباره افت می‌کند. این نشان‌دهنده کاهش ناگهانی توانایی سازه در جذب انرژی است و یا به عبارت دیگر، سازه در جذب انرژی محوری ناتوان است و با تغییر شکل، در جهتی غیر از راستای محوری سعی در نگهداری خود در وضعیت تعادل است، بار تحمل شده در وضعیت تعادل جدید، همان بار کمانش اول یا بار بحرانی سازه است. بار کمانش بحرانی نمونه‌ها و متوسط عددی بار کمانش بحرانی، آن‌ها در جدول 3 آمده است. متوسط عددی بار کمانش بحرانی برای نمونه‌های مورد آزمایش برابر با 1/096 kN است.

شکل 14 شرایط آزمایشی بعد از کمانش سازه مورد نظر را نشان می‌دهد. در این شکل به وضوح دیده می‌شود، مد اول کمانش خارج از صفحه است. سازه به وضعیت خم‌راهی در آمده است و ریب‌های آن به سمت خارج از صفحه مخروطی، کمانش کرده‌اند. بنابراین در این وضعیت، برای مقایسه نتایج حاصل از آزمایش با حل تحلیلی، کافی است که مقادیر به دست آمده از آزمایش با مقادیر حاصل از حل تحلیلی برای بار کمانش بحرانی خارج از صفحه یک سلول واحد، مقایسه شود. از آنجایی که برای پرهیز از اثر محل اعمال بار در هنگام آزمایش از حلقه‌های اپوکسی در لبه استفاده شده است و با توجه به اصطکاک این حلقه، با صفحه دستگاه آزمایشی، می‌توان شرایط آزمایش را گیردار در نظر گرفت. بنابراین، بار کمانش بحرانی حاصل از آزمایش با مقدار بار کمانش بحرانی حاصل از حل تحلیلی بار کمانش بحرانی خارج از صفحه از سلول با یک سر گیردار، مقایسه می‌شود.

برای بررسی نتایج تحلیلی، ابتدا سازه مشبک مخروطی از مواد مرکب با دوازده ریب ماریچ و سه ریب محیطی به سطح مقطع 2x2 میلی‌متر مربع با زاویه نیم رأس 30 به شعاع دایره‌ای پوسته میانی 50 میلی‌متر و 100 میلی‌متر در لبه کوچک و لبه بزرگ و طول یال 100 میلی‌متر از ماده جدول 2 در نظر گرفته می‌شود.

از رابطه‌های (1) تا (13) استفاده می‌شود تا ابعاد سازه و سلول واحد تعیین شوند. در ادامه با استفاده از رابطه‌های (15) تا (18) ضریب طول مؤثر و بار کمانش بحرانی سازه در حالت کمانش صفحه‌ای با شرایط مرزی دو سر گیردار سلول واحد به دست می‌آید. همچنین می‌توان با استفاده از رابطه‌های (18) تا (20) ضریب طول مؤثر و در نهایت بار کمانش بحرانی سازه در حالت کمانش صفحه‌ای با شرایط مرزی دوسر الاستیک سلول واحد (دو سر سلول واحد در محیط الاستیک درگیر است) به دست آورد. بار کمانش بحرانی خارج از صفحه این سازه از رابطه (21) به دست می‌آید. این نتایج در جدول 4 آورده شده است.



شکل 13 نمودار بار بر حسب کوتاه شدن یا جمع شدگی دو انتهای پوسته‌های مشبک مخروطی



شکل 14 کمانش عمومی پوسته مشبک مخروطی در حین آزمایش

جدول 3 نتایج تجربی برای بار کمانش بحرانی نمونه سازه‌های مشبک مخروطی از

مواد مرکب	
نمونه	بار کمانش (kN)
1	1/100
2	1/145
3	1/147
4	0/990
5	خراب

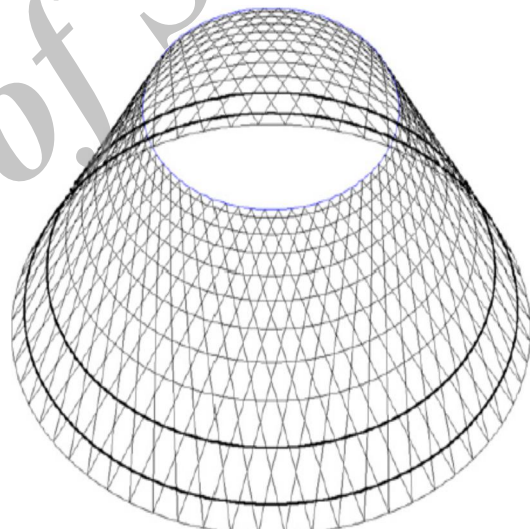
جدول 4 نتایج تحلیلی-تقریبی برای بار کمانش بحرانی سازه مشبک مخروطی از مواد مرکب

شرایط تکیه‌گاهی سلول واحد	β	بار کمانش (kN)
بار کمانش بحرانی صفحه‌ای دوسر گیردار	0/599	3/41
بار کمانش بحرانی صفحه‌ای دو سر گیر-لولا	/67	2/71
بار کمانش بحرانی صفحه‌ای دوسر اتصال کشسان	/68	2/64
بار کمانش بحرانی خارج صفحه با اتصال کشسان	0/85	0/63
بار کمانش بحرانی خارج صفحه با اتصال یک سر گیردار	0/7	0/923

دیده می‌شود که ضریب طول مؤثر برای شرایط مختلف بین 0/5 تا 1 است. در محاسبات تئوری، مقدار عددی 0/5، ضریب طول مؤثر، یک تیر با شرایط تکیه‌گاهی دو سرگیردار و مقدار عددی 1، ضریب طول مؤثر، یک تیر با شرایط تکیه‌گاهی دوسر لولا است. بنابراین شرایطی که در اینجا مدل شده است شرایطی بین وضعیت دوسر گیردار و دوسر لولا در یک تکه تیرک از سلول واحد، است و این شرایط با شرایط واقعی سازه همخوانی دارد. در نمونه سازه مورد نظر، نتایج حل تحلیلی کمانش خارج از صفحه، با نتایج آزمایش همخوانی دارد. همچنین دیده می‌شود که نتایج آزمایش به نتایج حل تحلیلی کمانش خارج از صفحه با اتصال گیردار، نزدیک‌تر است.

در آزمایش از دو حلقه اپوکسی در دو انتهای سازه استفاده شده است و همچنین با توجه به وجود اصطکاک بین کف سازه و صفحه آزمایش، شرایط تکیه‌گاهی یک سلول واحد که در انتهای بزرگ سازه مخروطی قرار دارد را می‌توان با اتصال یک‌سر گیردار مدل نمود. مقایسه بار کمانش بحرانی، حاصل از نتایج آزمایش (1/096 kN)، با مقدار بار کمانش بحرانی حاصل از حل تحلیلی، بار کمانش بحرانی خارج صفحه از سلول با یک‌سر گیردار (0/923 kN)، گویای همخوانی نتایج و تایید روش تحلیلی است.

همچنین، به منظور بررسی بیشتر روش تحلیلی، از نتایج اجزای محدود سازه مورد مطالعه مارازوف و همکاران [20] استفاده می‌شود.



شکل 15 پوسته مشبک مخروطی که دو ریب محیطی حلقه انتهایی مخروط تقویت شده است [20]

جدول 5 جرم و بار کمانش بحرانی برای نمونه‌های سازه مشبک مخروطی از مواد مرکب با ابعاد مرجع [20].

نمونه‌ها $\pm\varphi_D$	نتایج از این تحقیق		نتایج از مرجع [20]	
	جرم (kg)	بار کمانش بحرانی (kN)	جرم (kg)	بار کمانش بحرانی (kN)
5°	2/694	52/028	2/263	44/334
10°	3/090	136/550	2/908	110/002
15°	3/355	172/409	3/320	179/714
20°	3/847	249/274	3/792	252/123
25°	4/610	339/633	4/567	316/574
15°*	-	**231/162	*3/552	*230/507

(*) دو ریب محیطی آخر در این نمونه تقویت شده است
 (** با شرایط تکیه‌گاه گیردار سلول واحد حل شده است

مارازوف و همکاران [20]، بار کمانش بحرانی سازه‌ها را به روش المان محدود و با شرایط تکیه‌گاهی ساده به دست آورده‌اند و نسبت ابعاد ریب‌ها در این تحلیل 4 به 1 است، یعنی ضخامت یک ریب چهار برابر پهنای آن است. نسبت ضخامت یک ریب نسبت به پهنای آن 4 و از طرفی گشتاور دوم سطح مقطع یک ریب، نسبت به محور θ (شکل 1) با توان سوم ضخامتش رابطه مستقیم دارد. نسبت بار کمانش بحرانی خارج از صفحه، نسبت به بار کمانش داخل صفحه، برای یک ریب برابر 64 است. بنابراین مد غالب کمانش برای سلول واحد، کمانش داخل صفحه خواهد بود و با توجه به شرایط تکیه‌گاهی ساده تحلیل المان محدود، حل تحلیلی از حل کمانش بحرانی تیرک‌های با شرایط دوسر اتصال کشسان، به دست خواهد آمد. نتایج محاسبه جرم و حل تحلیلی بار کمانش بحرانی برای نمونه‌های سازه مشبک مخروطی مارازوف و همکاران [20]، در جدول 5 آمده است.

از بررسی این نتایج دیده می‌شود که با تقریب مناسبی حل تحلیلی به نتایج حاصل از المان محدود مارازوف و همکاران [20]، نزدیک است. برای زاویه ریب‌های مارپیچ در انتهای بزرگ پوسته 5 و 10 درجه، اختلاف بیشتر است که منتج از تفاوت مدل‌سازی در این روش (حل تحلیلی ارایه شده در مقاله) و مدل‌سازی مرجع [20] است.

در یک حالت خاص مارازوف و همکاران [20]، دو ریب محیطی نزدیک به لبه بزرگ یکی از سازه مشبک مخروطی را تقویت نموده‌اند (شکل 15) و بار کمانش بحرانی سازه را با روش المان محدود به دست آورده‌اند. زاویه ریب‌های مارپیچ در لبه بزرگ سازه مخروطی در این نمونه $\pm\varphi_D=15^\circ$ است. شرایط این مسئله با شرایط روش محاسبه بار کمانش بحرانی صفحه‌ای برای سازه با سلول واحد دوسر گیردار همسان است. مقایسه نتایج محاسبه بار کمانش بحرانی برای این سازه به روش تحقیق حاضر و مرجع [20] در جدول 5 با علامت * و ** آمده است. دیده می‌شود تفاوت نتایج ناچیز است و دلیل آن به علت همسان بودن شرایط تکیه‌گاهی است. حلقه تقویت شده همانند تکیه‌گاه گیردار عمل می‌کند.

5- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، با استفاده از رابطه اویلری برای کمانش بحرانی یک تیر و هندسه سازه، بار کمانشی اجزای نزدیک به انتهای بزرگ سازه پوسته‌ای مشبک مخروطی، به دست آمده است. با استفاده از این بار کمانشی و با فرض کمانش متقارن، بار کمانش بحرانی، یک سازه مشبک مخروطی تحت بار محوری، محاسبه شده است. در این روش با به دست آوردن ضریب طول مؤثر، بار کمانش بحرانی یک تیر از شبکه محاسبه شده است. در ادامه برای بررسی حل تحلیلی، چند نمونه ساخته می‌شود. نمونه‌های آزمایشی با یک روش

- ابتکاری در یک قالب قابل انعطاف، از الیاف شیشه با روش رشته‌پیچی تر در رزین اپوکسی تولید شده‌اند. از دستگاه کشش برای آزمایش فشار محوری نمونه‌ها استفاده شده است. این دستگاه منحنی بار فشاری بر حسب جابه‌جایی نسبی دو انتهای سازه را به دست می‌دهد. با استفاده از منحنی حاصل از بار-جابه‌جایی می‌توان بارکمانش بحرانی سازه را تعیین نمود. در نهایت نتایج حاصل از حل تحلیلی آرایه شده در این مقاله، با نتایج آزمایش و کار المان محدود دیگران مقایسه می‌شود. نتایج از کارایی مؤثر حل آرایه شده برای طراحی اولیه سازه پوسته‌ای مشبک مخروطی حکایت دارد.
- 6- مراجع**
- [1] V. V. Vasiliev, V. A. Barynin, A. F. Rasin, Anisogrid lattice structure-survey of development and application, *Composite Structures*, Vol. 54, No. 3, pp. 361-370, 2001.
- [2] V. V. Vasiliev, A. F. Razin, G. Totaro, F. D. Nicola, Anisogrid conical adapters for commercial space application, in *The 13th AIAA/CIRA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, Capua, Italy, 2005.
- [3] V. V. Vasiliev, Anisogrid composite lattice structure for spacecraft and aircraft application, *Composite Structures*, Vol. 76, No. 4, pp. 182-189, 2006.
- [4] S. M. Huybrechts, T. E. Meink, P. M. Wegner, J. M. Ganley, Manufacturing theory for advanced grid stiffened structures, *Composites: Part A*, Vol. 33, No. 2, pp. 155-161, 2002.
- [5] T. D. Kim, Fabrication and testing of composite isogrid stiffened panel, *Composite Structures*, Vol. 49, No. 1, pp. 21-25, 2000.
- [6] T. D. Kim, Fabrication and testing of composite isogrid stiffened cylinder, *Composite Structures*, Vol. 45, No. 1, pp. 1-6, 1999.
- [7] M. Buragohain, R. Velmurugan, Study of filament wound grid-stiffened composite cylindrical structures, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 2, pp. 1031-1038, 2011.
- [8] E. Wodesenbet, S. Kidane, S. Pang, Optimisation for buckling loads of grid-stiffened composite panels, *Composite Structures*, Vol. 60, No. 2, pp. 159-169, 2003.
- [9] S. Kidane, L. Guoqiang, J. Helms, S.-S. Pang, E. Wodesenbet, Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders, *Composites: Part B*, Vol. 24, No. 1, pp. 1-9, 2003.
- [10] M. Yazdani, H. Rahimi, A. A. Khatibi, S. Hamzeh, An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shells under axial loading, *Science Research Essays*, Vol. 4, No. 9, pp. 914-920, 2009.
- [11] M. Yazdani, G. H. Rahimi, The Effects of Helical Ribs' Number and Grid Types on the Buckling of Thin-walled GFRP-stiffened Shells under Axial Loading, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 29, No. 17, pp. 2568-2575, 2010.
- [12] M. A. GHasemi, M. Yazdani, S. M. Hoseini, Analysis of effective parametres on the buckling of grid stiffened composite shells based on first order shear deformation theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 51-61, 2013. (In Persian)
- [13] M. Zandi, G. H. Rahimi, Analysis of effect of stiffener shape and profile in composite isogrid stiffened shell under axial loading, in *The 2nd International Conference on Composite Chracterization, Fabrication and Application*, Kish Island, Iran, 2010.
- [14] K. Sayad, Stress analysis of lattice composite cylinder under internal pressure and torsion, in *The International Conference on Experimental Solid Mechanical and Dynamics*, Tehran, Iran, 2012.
- [15] G. Totaro, Local buckling modelling of isogrid and anisogrid lattice cylindrical shells with triangular cells, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 2, pp. 446-452, 2012.
- [16] G. Totaro, Local buckling modelling of isogrid and anisogrid lattice cylindrical shells with hexagonal cells, *Composite Structures*, Vol. 95, No. 1, pp. 403-410, 2013.
- [17] H. Fan, J. Fengnian, D. Fang, Uniaxial local buckling strength of periodic lattice composite, *Materials and Design*, Vol. 30, No. 10, pp. 4136-4145, 2009.
- [18] A. Hou, K. Gramoll, Fabrication and compressive strength of composite attachment fitting for lunch vehicle, *Journal of Advanced Materials*, Vol. 32, No. 1, pp. 39-45, 2003.
- [19] G. Totaro, Z. Gurdal, Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications, *Aero Science and Technology*, Vol. 13, No. 4, pp. 157-164, 2009.
- [20] V. Morozov, A. Lopatin, V. Nesterov, Buckling analysis and design of anisogrid composite lattice conical shells, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 12, pp. 3150-3162, 2011.
- [21] A. A. Naderi, G. H. Rahimi, M. Arefi, Influence of fiber paths on buckling load of tailored conical shells, *Steel and Composite Structures*, Vol. 16, No. 4, pp. 375-387, 2014.
- [22] Z. P. Bazant, L. Cedolin, *Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories*, Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010.
- [23] S. British, *structural use of steel work in bulding, Annex D Effective lengths of columns in simple structure*, BS, London, pp. 174-180, 2000.