مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15، ص‌ص 323-330

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل ارتعاشات آزاد نانو ورق‌های مستطیلی تابعی مدرج در محیط حرارتی بر اساس تئوری تنش کوپل اصلاح شده

علی بخششی[1]، کوروش خورشیدی[2*]

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات اراک، اراک

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

* اراک، صندوق پستی 3815688349، k-khorshidi@araku.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 20 فروردین 1393
پذیرش: 25 اردیبهشت 1393
ارائه در سایت: 04 آبان 1393

کلید واژگان:
ارتعاش آزاد
نانو ورق‌های تابعی مدرج
محیط حرارتی
تئوری تنش کوپل اصلاح شده

چکیده

در این مطالعه به تحلیل ارتعاش آزاد ورق‌های نانو مستطیلی تابعی مدرج در محیط حرارتی پرداخته شده است. جهت بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی ورق در مقیاس نانو از تئوری تنش کوپل اصلاح شده با بکارگیری فرضیات تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده شده است. تئوری تنش کوپل اصلاح شده یک تئوری غیرکلاسیک است. در این تئوری پارامتر مقیاس طول مربوط به ریز ساختارهای ماده ورق بکار گرفته می‌شود. تئوری‌های غیر کلاسیک از جمله تئوری تنش کوپل قادر به تفسیر صحیح اثرات ریز ساختارها بر رفتار ارتعاشی ورق هستند که پیش از این تئوری‌های کلاسیک قادر به تفسیر این اثرات نبودند. مواد تابعی مدرج دارای خواصی متغیر براساس تابع نمایی در راستای ضخامت می‌باشند که از تغییرات ضریب پواسون صرف‌نظر شده است. به منظور اعتبارسنجی روش حاضر، نتایج عددی مقادیر فرکانسی برای ورق‌های تابعی مدرج و نانو ورق‌های مستطیلی به صورت مجزا با مراجع مقایسه شده است. در نهایت تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل ضریب توانی نسبت حجمی α، نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول h/l، نسبت طول به عرض ورق a/b، نسبت طول به ضخامت ورق a/h روی فرکانس‌های طبیعی ورق در محیط‌های حرارتی با دماهای مختلف ارائه و با جزییات مورد بحث و ارزیابی قرار گرفته است.در

Free vibration of functionally graded rectangular nanoplates in thermal environment based on the modified couple stress theory

Ali Bakhsheshy[1], Kourosh Khorshidi[2*]

1- Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University of Science and Research, Arak, Iran
2- Department of Mechanical Engineering, University of Arak, Arak, Iran
* P.O.B. 3815688349 Arak, Iran, k-khorshidi@araku.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 April 2014
Accepted 15 May 2014
Available Online 26 October 2014

Keywords:
Free vibration
functionally graded nanoplates
thermal environment
modified couple stress theory

ABSTRACT

In the present study the free vibration analysis of functionally graded rectangular nanoplates in thermal environment is investigated. The modified coupled stress theory based on the first order shear deformation theory has been used to obtain the natural frequencies of the nanoplate. Modified coupled stress theory is a non-classical theory. In this theory material length scale parameter is applied to capture the size effect of the microstructures that the earlier classical plate theories were not able to explain. Functionally graded material properties are varied continuously and smoothly along the thickness. The Poisson's ratio of the FGM plate is assumed to be constant in the whole plate. In order to validate the present method, the natural frequencies of both the functionally graded rectangular plate and the rectangular nanoplates are compared with those reported in the literature, separately. Finally, the effect of various parameters such as the power law index α, the thickness to length scale parameter ratio h/l, aspect ratio a/b, thickness ratio a/h on the natural frequencies of plates in thermal environments with different temperatures are presented and discussed in detail.

1- مقدمه

از میان سازه‌های پرکاربرد در صنعت می‌توان به ورق‌ها اشاره کرد که به طور وسیع در شاخه‌های مختلف مهندسی از جمله مکانیک، نظامی، هوانوردی و دریانوردی کاربرد دارند. با پیشرفت علم، تلاش در جهت اصلاح و توسعه‌ی خواص مواد بیش از پیش احساس می‌شود. نانو ورق‌ها زیر شاخه‌ای از ریزساختارها به شمار می‌روند که به علت آرایش اتمی مخصوص به خود باعث بهبود خواص الکتریکی، استحکام و افزایش انعطاف‌پذیری مواد می‌شود.

از نانو ورق‌ها در خازن‌ها، سوییچ‌های قطع و وصل جریان برق، سنسورهای مولکولی، مواد غشا نازک و سیستم های الکترومکانیکی میکرو و نانو [1] استفاده می‌شود. بنابراین بررسی رفتار دینامیکی نانو ورق‌ها [2,1] و نانو تیرها [3-5] امری ضروری برای مهندسان به حساب می‌روند. سازه‌ها در مقیاس بسیار کوچک رفتار مکانیکی متفاوتی از خود نشان می‌دهند به همین دلیل عدم دقت لازم برای تحلیل نانو ورق‌ها با استفاده از تئوری‌های کلاسیک

1- Functionally Graded Material

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Bakhsheshy, K. Khorshidi, Free vibration of functionally graded rectangular nanoplates in thermal environment based on the modified couple stress theory, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 15, pp. 323-330, 2015 (In Persian)

Archive of SID

www.SID.ir

ثابت شده است. از تئوری‌های رایج در زمینه‌ی تحلیل نانو ورق‌ها می‌توان به تئوری غیرمحلی [6]، تنش کوپل [7] و گرادیان کرنش [8] اشاره کرد. برای اولین بار یانگ [9] تئوری تنش کوپل اصلاح شده را پیشنهاد کرد. بر اساس آن تانسور تنش کوپل متقارن بوده و تنها شامل یک پارامتر مقیاس طول است. لیانگ و همکاران [10] به بررسی ارتعاش میکرو ورق میندلین با استفاده ازتئوری تنش کوپل اصلاح شده پرداخته‌اند. اکسنسر و همکاران [11] ارتعاش و کمانش نانو ورق را با تئوری غیر محلی انجام دادند. آقابابایی و همکاران [12] ارتعاش نانو ورق را با تئوری غیرمحلی مورد بررسی قراردادند. پارک و همکاران به بررسی رفتار دینامیکی نانو ورق‌ها با استفاده از تئوری تنش کوپل پرداختند.

مواد تابعی مدرج [1] کلاس جدیدی از مواد مرکب [2] هستند که در آنها خصوصیات مواد در یک راستا (مواد تابعی مدرج یک بعدی) یا دو راستا (مواد تابعی مدرج دو بعدی) از جسم، بصورت پیوسته تغییر می‌کند. مواد تابعی مدرج در واقع ترکیبی از دو یا چند فاز مادی است و به گونه‌ای طراحی شده است که نسبت حجمی [3] آنها در یک یا دو جهت تغییر می‌نماید. این امر جسم مادی را از دیدگاه میکروسکوپی ناهمگن می‌سازد، و از دیدگاه ماکروسکوپی خواص مکانیکی را به نرمی و بطور پیوسته تغییر می‌دهد. این‌گونه مواد عمدتاً از ترکیب سرامیک با فلز یا فلز با فلز ساخته می‌شوند وکارآیی ماده را در بعضی از زمینه‌ها از جمله تحت بارهای حرارتی بشدت افزایش می‌دهند. این مواد، نخستین بار توسط گروهی از دانشمندان ژاپنی در سال 1984 معرفی و عرضه شدند. از همان ابتدا به عنوان عایق‌های حرارتی در سازه‌های هوافضایی و راکتورهای هسته‌ای فوزیون مورد استفاده قرار گرفتند. اما در سالهای اخیر، استفاده از مواد تابعی مدرج اهمیت بیشتری در بسیاری از صنایع یافته است، بطوریکه اکنون برای استفاده‌های عمومی در قطعات سازه‌ای که در محیط‌های با دمای بالا کار می‌کنند نیز گسترش یافته‌اند. از دیگر کاربردهای این‌گونه مواد می‌توان به قطعات مهم موتور نظیر پیستون و سیلندر، قطعات سرامیکی توربین، ابزار قالب‌ریزی و برش‌های صنعتی، اعضای مصنوعی برای بدن انسان، تجهیزات زرهی و ابزارآلات نظامی، کارخانه‌های شیمیایی که با دماهای بالا سروکار دارند، قطعات نوری (به منظور بدست آوردن ضرایب شکست متغیر) و بسیاری موارد دیگر اشاره کرد. از جمله تحقیقات انجام‌گرفته در زمینه‌ی رفتار دینامیکی این مواد می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

حسینی هاشمی و همکاران [13]، به بررسی و تحلیل ارتعاش آزاد یک ورق مستطیلی تابعی مدرج براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول پرداخته‌اند. در این مقاله اثرات وجود بسترالاستیک برروی فرکانس ورق مستطیلی تابعی مدرج مورد بحث قرار گرفته است. محمد تالها و سینق [14]، به بررسی ارتعاش و تحلیل استاتیکی صفحات از جنس مواد تابعی مدرج با بکارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم پرداخته‌اند. ژاو و همکاران [15]، تحلیلی برای ارتعاش آزاد صفحات تابعی مدرج ارائه دادند. ایشان همچنین از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول برای محاسبه‌ی کرنش برشی عرضی و اینرسی چرخشی استفاده نمودند. معادلات ویژه با بکارگیری روش ریتز به توابع انرژی تبدیل شده و سپس حل گردیده است. حسینی هاشمی و همکاران [16]، یک حل بسته دقیق بر پایه تحلیل ارتعاش آزاد صفحات ضخیم تابعی مدرج براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم ارائه کرده‌اند. یانگ و همکاران [17] تأثیرات محیط حرارتی بر روی ارتعاش ورق تابعی مدرج را مورد بررسی قراردادند. در همین راستا لی و همکاران [18] به تحلیلی ارتعاشی ورق تابعی مدرج در محیط حرارتی پرداختند.

1- micro/nano electromechanical systems (MEMS/NEMS)
2- composites
3- volume fraction

تاکنون در تحقیقات زیادی به بررسی ارتعاش نانو تیرهای تابعی مدرج پرداختند [20,19]. اما در زمینه ارتعاش نانو ورق‌های تابعی تحقیقات محدودی وجود دارد که از جمله می‌توان به تحقیقات نتاراجن و همکاران [21] اشاره کرد که با استفاده از تئوری غیرمحلی به تحلیل ارتعاشی نانو ورق تابعی مدرج پرداخته‌اند. در مطالعه حاضر ارتعاش خطی نانو ورق‌های مستطیلی تابعی مدرج در محیط حرارتی بر اساس تئوری تنش کوپل اصلاح شده مورد ارزیابی قرار گرفته است. جهت تحلیل ارتعاشی ورق از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده شده است. شرایط مرزی تکیه‌گاه چهار طرف ساده و روش حل مورد استفاده روش تقریبی ریلی ریتز است. جهت استفاده از روش ریتز ابتدا انرژی کرنشی و جنبشی ورق از رابطه‌ی خطی کرنش-جابجایی استخراج گردیده است و سپس با کمینه‌سازی تفاضل انرژی‌ها معادله مقدار ویژه بدست می‌آید و در ادامه برای محاسبه‌ی مقادیر فرکانس برنامه کامپیوتری به کمک نرم‌افزار متمتیکا[4] نوشته شده است و تأثیر پارامترهای مختلف هندسی ورق بر روی فرکانس طبیعی سازه مورد ارزیابی قرار گرفته است.

2- تشریح مسئله

در رابطه 1، P بیانگر خواصی عمومی مواد است که این خواص تابعی از دما می‌باشند از جمله‌ی این خواص می‌توان به چگالی، مدول الاستیسیته و ضریب پواسون اشاره کرد. با استفاده از این رابطه مقدار عددی خواص مواد در دمای دلخواه T قابل محاسبه است [22].

$$P = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (1)$$

که P_0، P_{-1}، P_1، P_2 و P_3 ضرایب ثابت دمایی هستند که این ضرایب برای هر ماده منحصر به فرد هستند. ورقی مستطیلی از جنس مواد تابعی مدرج به طول a و به پهنای b و ضخامت h در نظر می‌گیریم که این ورق از ترکیبی از سرامیک و فلز ساخته شده است. در بالای سطح صفحه $z = h/2$ فلز خالص و در قسمت پایین سطح صفحه $z = -h/2$ سرامیک خالص وجود دارد. در تمامی روابط فرض رفتار خطی الاستیکی مواد و جابجایی‌ها و کرنش‌های کوچک وجود دارند. ویژگی‌های الاستیکی مواد در راستای ضخامت صفحات متغیر است و براساس قانون نسبت حجمی است. طبق روابط (2-5) داریم:

$$V_c + V_m = 1 \quad (2)$$

$$E(z,T) = (E_m(T) - E_c(T))V_m + E_c(T) \quad (3)$$

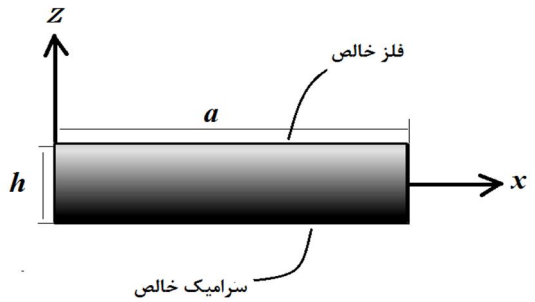
$$\rho(z,T) = (\rho_m(T) - \rho_c(T))V_m + \rho_c(T) \quad (4)$$

$$V_m = (\frac{z}{h} + \frac{1}{2})^{\alpha} \quad (5)$$

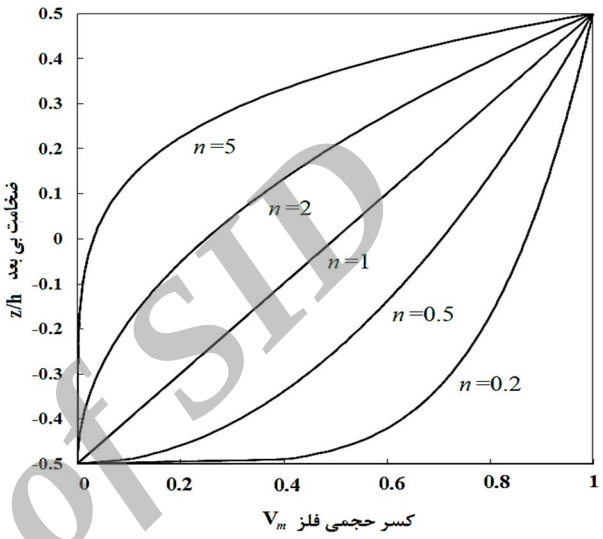
در معادلات (1 تا 3)، ρ_m و ρ_c به ترتیب بیانگر چگالی فلز و چگالی سرامیک، E_m و E_c مدول الاستیسیته فلز و مدول الاستیسیته سرامیک، V_m کسر حجمی فلز و α نیز ضریب نسبت حجمی توانی است. در شکل (1) هندسه ورق مستطیلی تابعی مدرج در دستگاه کارتزین نمایش داده شده است مبدأ مختصات با توجه به شکل (1) در وسط صفحه در نظر گرفته شده است. در شکل (2) تغییرات کسر حجمی فلز بر حسب ضخامت بی‌بعد برای ضرایب نسبت حجمی توانی مختلف برای ورق تابعی مدرج مورد استفاده در این تحقیق نمایش داده شده است که همان طور که مشاهده می‌شود در یک ضخامت ثابت برای ضرایب نسبت حجمی توانی بزرگ‌تر کسر حجمی فلز کاهش می‌یابد.

4- Mathematica

Archive of SID
www.SID.ir



شکل 1 هندسه ورق مستطیلی تابعی مدرج در دستگاه کارتزین



شکل 2 تغییرات کسر حجمی فلز بر حسب ضخامت بی بعد برای ضرایب نسبت حجمی توانی مختلف

3- تئوری تنش کوپل اصلاح شده

برای اولین بار یانگ [22] تئوری بهینه تنش کوپل را پیشنهاد کرد که بر اساس آن تانسور تنش کوپل متقارن بوده و تنها شامل یک پارامتر مقیاس طول است. در این تئوری انرژی کرنش، تابعی از هر دو تانسور کرنش (مربوط به تانسور تنش) و انحنا (مربوط به تانسور تنش کوپل) است. بنابراین انرژی کرنش U_s برای یک نانو ورق الاستیک خطی با حجم Λ طبق رابطه (6) نوشته می‌شود.

$$\Pi_s=\frac{1}{2}\int_{\Lambda}(\sigma:\varepsilon+m:\chi)d\Lambda \quad (6)$$

که ε تانسور کرنش، σ تانسور تنش، χ تانسور متقارن انحناء و m بخش عرضی تانسور تنش کوپل بوده و طبق روابط (7-10) محاسبه می‌شوند.

$$\varepsilon=\frac{1}{2}[\nabla u+(\nabla u)^{T}] \quad (7)$$

$$\chi=\frac{1}{2}[\nabla\theta+(\nabla\theta)^{T}] \quad (8)$$

$$\sigma=\lambda tr(\varepsilon)+2\mu\varepsilon \quad (9)$$

$$m=2l^2\mu\chi \quad (10)$$

u بردار جابجایی، λ و μ ثوابت لامه، l پارامتر مقیاس طول ماده و θ بردار چرخش است که از رابطه‌ی (11) بدست می‌آید.

$$\theta=\frac{1}{2}\nabla\times u \quad (11)$$

با فرض تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی روابط جابجایی ورق در دستگاه مختصات کارتزین به صورت روابط (12-14) بیان می‌شوند.

$$U(x,y,z,t)=z\phi_x(x,y,t) \quad (12)$$

$$V(x,y,z,t)=z\phi_y(x,y,t) \quad (13)$$

$$W(x,y,z,t)=w(x,y,t) \quad (14)$$

که در معادلات فوق W جابجایی عرضی ورق در راستای z، U و V به ترتیب نشان‌دهنده‌ی جابجایی‌های ورق در راستای محورهای x و y می‌باشند. همچنین ϕ_x و ϕ_y شیب‌های ورق ناشی از خمش به ترتیب در راستای محورهای x و y می‌باشند. با توجه به روابط جابجایی (12 تا 14) و فرض کرنش خطی، روابط بین کرنش‌ها و جابجایی‌های ورق به قرار زیر است. طبق روابط (15-20) داریم:

$$\varepsilon_{xx}=z\frac{\partial\phi_x}{\partial x},\varepsilon_{yy}=z\frac{\partial\phi_y}{\partial y} \quad (15\text{ و }16)$$

$$\gamma_{xy}=z(\frac{\partial\phi_x}{\partial y}+\frac{\partial\phi_y}{\partial x}),\gamma_{yz}=\frac{\partial W}{\partial y}+\phi_y, \quad (17\text{ و }18)$$

$$\gamma_{xz}=\frac{\partial W}{\partial x}+\phi_x,\varepsilon_{zz}=0 \quad (19\text{ و }20)$$

با توجه به قانون هوک تعمیم‌یافته، معادلات ساختاری برای ورق از جنس مواد تابعی مدرج با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به قرار رابطه (21) است.

$$\begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_{xy}\\ \sigma_{xz}\\ \sigma_{yz}\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11}&Q_{12}&0&0&0\\ Q_{12}&Q_{11}&0&0&0\\ 0&0&Q_{33}&0&0\\ 0&0&0&Q_{33}&0\\ 0&0&0&0&Q_{33}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_{xy}\\ \varepsilon_{xz}\\ \varepsilon_{yz}\end{pmatrix} \quad (21)$$

که در رابطه بالا $Q_{11}=\frac{E(z,T)}{1-\upsilon^2}$، $Q_{12}=\upsilon Q_{11}$ و $Q_{33}=\frac{E(z,T)}{2(1+\upsilon)}$ معرفی می گردند و υ ضریب پواسون ورق است که با جانشانی روابط (15) تا (20) در رابطه (21) معادلات ساختاری بر حسب مؤلفه‌های جابجایی بیان می‌شود. طبق روابط (22-27) داریم:

$$\sigma_x=Q_{11}z\left[\frac{\partial\phi_x}{\partial x}+\upsilon\frac{\partial\phi_y}{\partial y}\right] \quad (22)$$

$$\sigma_y=Q_{11}z\left[\frac{\partial\phi_y}{\partial y}+\upsilon\frac{\partial\phi_x}{\partial x}\right] \quad (23)$$

$$\sigma_{xy}=Q_{33}z(\frac{\partial\phi_x}{\partial y}+\frac{\partial\phi_y}{\partial x}) \quad (24)$$

$$\sigma_{xz}=Q_{33}(\frac{\partial W}{\partial x}+\phi_x) \quad (25)$$

$$\sigma_{yz}=Q_{33}(\frac{\partial W}{\partial y}+\phi_y) \quad (26)$$

$$\sigma_{zz}=0 \quad (27)$$

با جانشانی روابط (12) تا (14) در رابطه (11) روابط (28-30) را داریم.

$$\theta_x=\frac{1}{2}(\frac{\partial W}{\partial y}-\frac{\partial V}{\partial z})=\frac{1}{2}(\frac{\partial W}{\partial y}-\phi_y) \quad (28)$$

$$\theta_y=\frac{1}{2}(\frac{\partial U}{\partial z}-\frac{\partial W}{\partial x})=\frac{1}{2}(\phi_x-\frac{\partial W}{\partial x}) \quad (29)$$

$$\theta_z=\frac{1}{2}(\frac{\partial V}{\partial x}-\frac{\partial U}{\partial y})=\frac{z}{2}(\frac{\partial\phi_y}{\partial x}-\frac{\partial\phi_y}{\partial y}) \quad (30)$$

با جانشانی روابط (28) تا (30) در رابطه (8) مؤلفه‌های تانسور متقارن انحناء χ به صورت روابط (31-36) قابل محاسبه است.

$$\chi_{xx}=\frac{1}{2}(\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\phi_y}{\partial x}) \quad (31)$$

Archive of SID

www.SID.ir

$$\chi_{yy}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi_x}{\partial y}-\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}\right) \quad (32)$$

$$\chi_{zz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi_y}{\partial x}-\frac{\partial\phi_x}{\partial y}\right) \quad (33)$$

$$\chi_{xy}=\frac{1}{4}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\frac{\partial\phi_x}{\partial x}-\frac{\partial\phi_y}{\partial y}\right) \quad (34)$$

$$\chi_{xz}=\frac{z}{4}\left(\frac{\partial^2\phi_y}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\phi_x}{\partial y\partial x}\right) \quad (35)$$

$$\chi_{yz}=\frac{z}{4}\left(\frac{\partial^2\phi_y}{\partial y\partial x}-\frac{\partial^2\phi_x}{\partial y^2}\right) \quad (36)$$

مقادیر تانسور m نیز با جانشانی روابط (31) تا (36) در رابطه‌ی (10) محاسبه می‌شود. بر اساس تئوری تنش کوپل اصلاح شده انرژی کرنش نانو ورق برای تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به صورت رابطه (37) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned}U_S=&\frac{1}{2}\int_\Lambda(\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}+m_{ij}\chi_{ij})\mathrm{d}\Lambda=\\&\frac{1}{2}\int_\Lambda(\sigma_{xx}\varepsilon_{xx}+\sigma_{yy}\varepsilon_{yy}+\sigma_{xz}\varepsilon_{xz}+\sigma_{xy}\varepsilon_{xy}+\sigma_{yz}\varepsilon_{yz})\mathrm{d}\Lambda+\\&\frac{1}{2}\int_\Lambda(m_{xx}\chi_{xx}+m_{yy}\chi_{yy}+2m_{xz}\chi_{xz}+2m_{xy}\chi_{xy}+2m_{yz}\chi_{yz})\mathrm{d}\Lambda\end{aligned} \quad (37)$$

که U_S انرژی کرنش نانو ورق است. می‌توان رابطه‌ی بالا را به صورت رابطه (38) نمایش داد.

$$U_S=U_{SC}+U_{SNC} \quad (38)$$

U_{SC} انرژی کرنش ورق مربوط به تئوری الاستیسیته کلاسیک و U_{SNC} انرژی کرنش ورق مربوط به تئوری تنش کوپل می‌باشند که به ترتیب در روابط (40,39) قابل بیان می‌باشند.

$$\begin{aligned}U_{SC}=&\frac{1}{2}\int_\Lambda(\sigma_{xx}\varepsilon_{xx}+\sigma_{yy}\varepsilon_{yy}+\sigma_{xz}\varepsilon_{xz}+\sigma_{xy}\varepsilon_{xy}+\sigma_{yz}\varepsilon_{yz})\mathrm{d}\Lambda=\\&\frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b\{M_{xx}\left(\frac{\partial\phi_y}{\partial x}\right)+M_{yy}\left(\frac{\partial\phi_x}{\partial y}\right)+M_{xy}\left(\frac{\partial\phi_y}{\partial x}+\frac{\partial\phi_x}{\partial y}\right)\\&+Q_x\left(\frac{\partial W}{\partial x}+\phi_x\right)+Q_y\left(\frac{\partial W}{\partial x}+\phi_x\right)\}\mathrm{d}\Lambda\end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned}\Pi_{SNC}=&\frac{1}{2}\int_\Lambda(m_{xx}\chi_{xx}+m_{yy}\chi_{yy}+2m_{xz}\chi_{xz}+\\&2m_{xy}\chi_{xy}+2m_{yz}\chi_{yz})d\Lambda=\\&\frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b\{\frac{Y_{xx}}{2}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\phi_y}{\partial x}\right)+\frac{Y_{yy}}{2}\left(\frac{\partial\phi_x}{\partial y}-\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}\right)\\&+\frac{Y_{zz}}{2}\left(\frac{\partial\phi_y}{\partial x}-\frac{\partial\phi_x}{\partial y}\right)+\frac{Y_{xy}}{2}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\frac{\partial\phi_x}{\partial x}-\frac{\partial\phi_y}{\partial y}\right)\\&+\frac{T_{xz}}{2}\left(\frac{\partial^2\phi_y}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\phi_x}{\partial y\partial x}\right)+\frac{T_{yz}}{2}\left(\frac{\partial^2\phi_y}{\partial y\partial x}-\frac{\partial^2\phi_x}{\partial y^2}\right)\}\end{aligned} \quad (40)$$

در معادلات (39,40)، Q_x و Q_y نیروی برشی، M_{xx}، M_{yy} و M_{xy} گشتاور خمشی، Y_{xx}، Y_{yy}، Y_{xy} و Y_{zz} گشتاور کوپل و T_{xz} و T_{yz} گشتاور کوپل مراتب بالا می‌باشند که به صورت روابط (41-44) بیان می‌شوند.

$$(M_{xx},M_{yy},M_{xy})=\int_{-h/2}^{h/2}(\sigma_{xx},\sigma_{yy},\sigma_{xy})zdz \quad (41)$$

$$(Y_{xx},Y_{yy},Y_{zz},Y_{xy})=\int_{-h/2}^{h/2}(m_{xx},m_{yy},m_{zz},m_{xy})dz \quad (42)$$

$$(Q_x,Q_y)=\int_{-h/2}^{h/2}(\sigma_{xz},\sigma_{yz})dz \quad (43)$$

$$(T_{xz},T_{yz})=\int_{-h/2}^{h/2}(m_{xz},m_{yz})zdz \quad (44)$$

با جانشانی روابط (22) تا (27) در روابط (41) تا (44)، روابط (45-48) را داریم.

$$\begin{Bmatrix}Q_x\\Q_y\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{44}&0\\0&A_{55}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\frac{\partial W}{\partial x}+\phi_x\\\frac{\partial W}{\partial y}+\phi_y\end{Bmatrix} \quad (45)$$

$$\begin{Bmatrix}M_{xx}\\M_{yy}\\M_{yy}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}D_{11}&D_{12}&0\\D_{12}&D_{22}&0\\0&0&D_{66}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\frac{\partial\phi_x}{\partial x}\\\frac{\partial\phi_y}{\partial x}\\\frac{\partial\phi_x}{\partial y}+\frac{\partial\phi_y}{\partial x}\end{Bmatrix} \quad (46)$$

$$\begin{Bmatrix}Y_{xx}\\Y_{yy}\\Y_{zz}\\Y_{xy}\end{Bmatrix}=2A_{66}l^2\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}(\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\phi_y}{\partial x})/2\\(\frac{\partial\phi_x}{\partial y}-\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y})/2\\(\frac{\partial\phi_y}{\partial x}-\frac{\partial\phi_x}{\partial y})/2\\(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\frac{\partial\phi_x}{\partial x}-\frac{\partial\phi_y}{\partial y})/2\end{Bmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{Bmatrix}T_{xz}\\T_{yz}\end{Bmatrix}=2D_{66}l^2\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}(\frac{\partial^2\phi_y}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\phi_x}{\partial x\partial y})/4\\(\frac{\partial^2\phi_y}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2\phi_x}{\partial y^2})/4\end{Bmatrix} \quad (48)$$

که ثوابت A_{44}، A_{55}، A_{66}، D_{11}، D_{12}، D_{22} و D_{66} با محاسبه‌ی انتگرال‌های روابط (49-53) بدست می‌آیند.

$$A_{44}=A_{55}=\int_{-h/2}^{h/2}\frac{E(z,T)}{2(1+\upsilon)}dz \quad (49)$$

$$A_{66}=\int_{-h/2}^{h/2}\frac{E(z,T)}{2(1+\upsilon)}dz \quad (50)$$

$$D_{11}=D_{22}=\int_{-h/2}^{h/2}\frac{E(z,T)}{4(1-\upsilon^2)}z^2dz \quad (51)$$

$$D_{12}=\int_{-h/2}^{h/2}\frac{\upsilon E(z,T)}{4(1-\upsilon^2)}z^2dz \quad (52)$$

$$D_{66}=\int_{-h/2}^{h/2}\frac{E(z,T)}{8(1+\upsilon)}z^2dz \quad (53)$$

انرژی جنبشی نیز برای ورق تابعی مدرج با در نظر گرفتن اینرسی دورانی به صورت رابطه (54) بدست خواهد آمد.

$$T_P=\frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b\int_{-h/2}^{h/2}\rho(z,T)(\dot{U}^2+\dot{V}^2+\dot{W}^2)dzdydx \quad (54)$$

برای شرط مرزی کاملاً ساده پاسخ‌ها به شکل روابط (55-59) فرض می‌شود:

$$U=\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}A_{mn}\cos(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (55)$$

$$V=\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}B_{mn}\sin(\frac{m\pi x}{a})\cos(\frac{n\pi y}{b}) \quad (56)$$

$$W=\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}C_{mn}\sin(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (57)$$

Archive of SID

www.SID.ir

$$\phi_x = \sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} D_{mn}\cos(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (58)$$

$$\phi_y = \sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} E_{mn}\sin(\frac{m\pi x}{a})\cos(\frac{n\pi y}{b}) \quad (59)$$

که در این روابط A_{mn}، B_{mn}، C_{mn}، D_{mn} و E_{mn} ثوابت مجهولی می‌باشند که مقادیر آن‌ها با روش ریتز محاسبه می‌شود. بر اساس روش انرژی ریلی- ریتز تفاضل انرژی‌های جنبشی و پتانسیل سیستم بدست آمده (معادلات لاگرانژ) و با کمینه سازی این تفاضل ثوابت مجهول بدست می‌آیند که با کمک این روش فرکانسهای طبیعی ورق حاصل می‌شوند. برای نانو ورق ساخته‌شده از مواد تابعی مدرج معادلات لاگرانژ به صورت رابطه (65) تعریف می‌گردد.

$$\Pi = \sum U_{\max} - \sum T_{\max} \quad (65)$$

برای کمینه‌سازی معادله (65)، روابط (66-70) را خواهیم داشت.

$$\frac{\partial\Pi}{\partial A_{mn}}=0,\frac{\partial\Pi}{\partial B_{mn}}=0,\frac{\partial\Pi}{\partial C_{mn}}=0,\frac{\partial\Pi}{\partial D_{mn}}=0,\frac{\partial\Pi}{\partial E_{mn}}=0 \quad (66 \text{ تا } 70)$$

بعد از جانشانی معادلات (60) تا (64) در معادلات انرژی (39،40 و54) و سپس ارضا روابط کمینه‌سازی (66) تا (70) می‌توان ضرایب مجهول را محاسبه نمود و معادله مقدار ویژه به صورت رابطه (71) را بدست آورد.

$$\left([K_C]+[K_{NC}]-\omega^2[M]\right)q=\{0\} \quad (71)$$

در این رابطه ω فرکانس طبیعی ورق، $[M]$ ماتریس جرم ورق، $[K_{NC}]$ و $[K_C]$ به ترتیب ماتریس سفتی متناظر با انرژی‌های کرنشی U_{SNC} و U_{SC} می‌باشند. همچنین $q=\{A_{mn},B_{mn},C_{mn},D_{mn},E_{mn}\}^T$ بردار ثوابت است. که (^{T}) به مفهوم ماتریس ترانهاده است بدین ترتیب با حل معادله مقدار ویژه (71) مقدار فرکانس طبیعی ω و بردار ثوابت تعیین می‌شوند.

4- صحت‌سنجی نتایج

با توجه به اینکه مرجع مشخصی برای صحت‌سنجی نانو ورق‌های مستطیلی تابعی مدرج بر پایه پارامتر مقیاس طول ماده در دسترس نبود، به منظور اعتبارسنجی نتایج ابتدا مسئله را برای ورق مستطیلی تابعی مدرج و سپس برای نانو ورق‌های ایزوتروپیک حل، سپس نتایج به طور جداگانه صحه‌گذاری می‌گردد. در جدول (1) ضرایب وابسته‌ی دمایی برای چگالی $\rho(\mathrm{kg/m^3})$ و مدول الاستیسیته $E(\mathrm{GPa})$ برای مواد مورد استفاده در این تحقیق ارائه شده است. در جدول (2) فرکانس‌های طبیعی بدون بعد برای ورق مستطیلی تابعی مدرج (Al/Al_2O_3) با شرایط مرزی چهارطرف ساده با نسبت ضخامت به طول $h/a=0.1$ و نسبت اضلاع $a/b=1$ در دمای $T=300K$ برای ضریب نسبت حجمی توان (α) مختلف با مراجع [13و 15] مقایسه شده است. پارامتر فرکانس بی‌بعد β در جدول (2) نیز $\beta=\omega L^2\sqrt{\rho_c/E_c}/h$ است. در این جدول از آلومینیوم Al به عنوان فلز و از آلومینا Al_2O_3 به عنوان سرامیک استفاده شده است. مدول الاستیسیته این دو ماده $E_{AL}=70\ \mathrm{GPa}$ و $E_{Al_2O_3}=380\ \mathrm{GPa}$ و چگالی $\rho_{Al_2O_3}=3800\ \mathrm{kg/m^3}$ و $\rho_{AL}=2702\ \mathrm{kg/m^3}$ فرض شده است. در جداول 3، 4 و 5 مقادیر سه فرکانس طبیعی اول نانو ورق مستطیلی ایزوتروپیک بر حسب (MHz) به ترتیب برای نسبت طول به ضخامت $a/h=10$، $a/h=20$ و $a/h=30$ با شرایط مرزی چهارطرف ساده با مراجع [10و23] مقایسه شده است. در جداول مذکور نسبت طول به عرض ورق $a/b=1$، نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول $h=2l$، ضریب پواسون $\upsilon=0.38$ و همچنین پارامتر مقیاس طول $l=17.6\mu\mathrm{m}$ فرض شده است.

جدول 1 ضرایب وابسته‌ی دمایی برای چگالی $\rho(\mathrm{kg/m^3})$ و مدول الاستیسیته $E(\mathrm{GPa})$ مواد

Si_3N_4(ceramic)		Ti-6Al-4V(metal)		
ρ	E	ρ	E	
0	0	0	0	P_{-1}
0	43/348	0	56/122	P_0
2370	$-3/07\times10^{-4}$	4429	$-4/586\times10^{-4}$	P_1
0	$2/160\times10^{-7}$	0	0	P_2
0	$-8/946\times10^{-11}$	0	0	P_3

جدول 2 مقایسه‌ی فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد β برای ورق مستطیلی تابعی مدرج

مرجع [13]	مرجع [15]	نتایج حاضر	α
5/7693	5/6763	5/7944	0
4/9207	4/8209	4/91874	0/5
4/4545	4/3474	4/43541	1
4/0063	3/9474	4/02911	2
3/7837	3/7218	3/80486	5
3/6830	3/6410	3/72511	8
3/6277	3/5928	3/67619	10

جدول 3 مقایسه‌ی فرکانس‌های طبیعی بر حسب (MHz) برای نانو ورق مستطیلی ایزوتروپیک برای نسبت طول به ضخامت $a/h=10$

نتایج حاضر	مرجع [23]	مرجع [10]	شماره فرکانس
0/416083	0/4204	0/4042	1
1/03003	1/0510	0/9603	2
1/62886	1/6816	1/4720	3

جدول 4 مقایسه‌ی فرکانس‌های طبیعی بر حسب (MHz) برای نانو ورق مستطیلی ایزوتروپیک برای نسبت طول به ضخامت $a/h=20$

نتایج حاضر	مرجع [23]	مرجع [10]	شماره فرکانس
0/104884	0/1051	0/1040	1
0/261409	0/2627	0/2568	2
0/416983	0/4203	0/4058	3

جدول 5 مقایسه‌ی فرکانس‌های طبیعی بر حسب (MHz) برای نانو ورق مستطیلی ایزوتروپیک برای نسبت طول به ضخامت $a/h=30$

نتایج حاضر	مرجع [23]	مرجع [10]	شماره فرکانس
0/046668	0/04671	0/04650	1
0/116511	0/1168	0/1157	2
0/186165	0/1868	0/1844	3

چگالی و مدول الاستیسیته برای ورق $\rho=1220\ \mathrm{kg/m^3}$، $E=1.44\ \mathrm{GPa}$ است که همان طور که مشاهده می‌شود دقت و صحت روش حل حاضر و نتایج بدست آمده تأیید شده است.

5- تجزیه تحلیل نتایج

در این بخش مقادیر فرکانس طبیعی ناشی از ارتعاش آزاد نانو ورق مستطیلی تابعی مدرج ($Ti\text{-}6Al\text{-}4V/Si_3N_4$) به ازای تغییرات پارامترهای گوناگون مانند نسبت طول به عرض ورق a/b، نسبت طول به ضخامت ورق a/h نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول h/l و ضریب نسبت حجمی توانی α در محیط‌های حرارتی با دماهای مختلف T بدست آمده است. *از نیترات سیلیکون* Si_3N_4 *به عنوان سرامیک و از آلیاژ تیتانیم* Ti-6Al-4V *به عنوان*

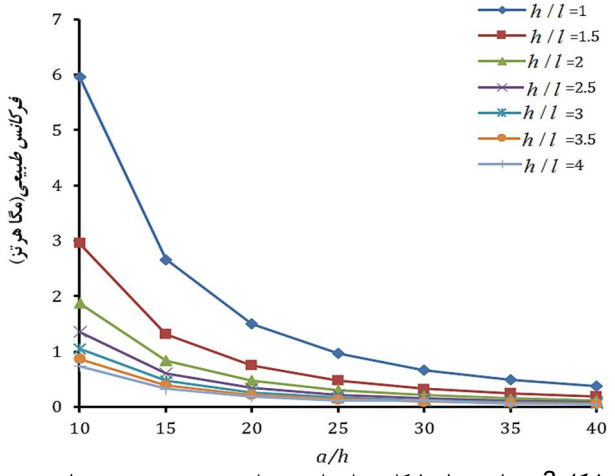
Archive of SID
www.SID.ir

فلز استفاده شده است. شرایط مرزی برای کلیه نتایج ارائه‌شده، شرایط مرزی تکیه‌گاه چهار طرف ساده (ssss) است. پارامتر مقیاس طول در کلیه نتایج $l=17.6\mu m$ فرض شده است.

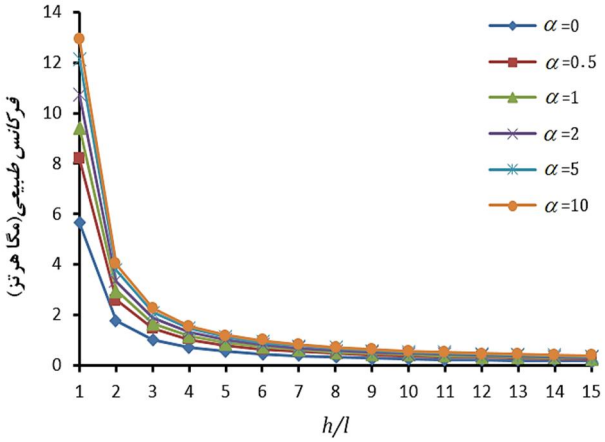
در شکل (3) نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت طول به ضخامت ورق a/h برای نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول h/l مختلف در محیطی با دمای $T=300K$ نمایش داده شده است. نسبت اضلاع $a/b=1$ و ضریب نسبت حجمی توانی $\alpha=0$ فرض شده است. با توجه به شکل (3) مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق، فرکانس پایه ورق کاهش می‌یابد که در روند این کاهش رفته رفته از شیب منحنی کاسته می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش h/l مقادیر فرکانس کاهش می‌یابد.

در شکل (4) نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول h/l برای ضرایب نسبت حجمی توانی مختلف در محیطی با دمای $T=500K$ نمایش داده شده است که در این شکل نسبت اضلاع $a/b=1$ و نسبت طول به ضخامت ورق $a/h=10$ فرض شده است با توجه به روند تغییرات در این شکل مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول h/l فرکانس سیستم روند کاهشی خواهد داشت که این روند کاهشی در ابتدا با شیب نسبتاً زیادی انجام می‌گیرد اما رفته رفته با افزایش مقادیر h/l از شیب تغییرات کاسته می‌شود همچنین در این شکل مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار عددی ضریب نسبت حجمی توانی مقدار فرکانس سیستم نیز افزایش می‌یابد. با افزایش نسبت حجمی توانی از درصد فلز در ورق کاسته می‌شود و درصد سرامیک ورق افزایش می‌یابد که در نتیجه‌ی آن به سفتی ورق افزوده می‌شود و باعث افزایش مقدار فرکانس سیستم می‌شود.

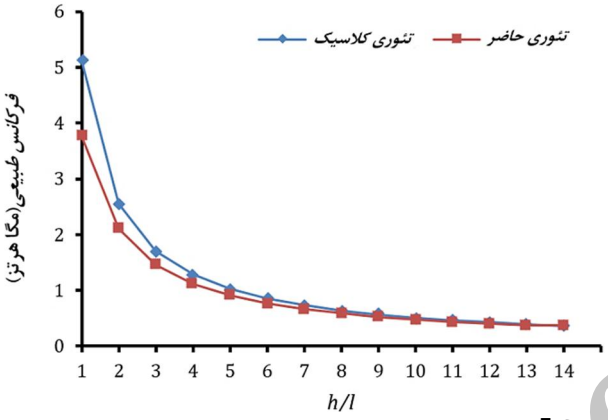
در شکل (5) نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول براساس مدل کلاسیک و مدل حاضر (تئوری تنش کوپل) در محیطی با دما $T=500K$ نمایش داده شده است که در این شکل نسبت اضلاع $a/b=1$، نسبت طول به ضخامت ورق $a/h=10$ و ضریب نسبت حجمی توانی $\alpha=5$ فرض شده است. به دلیل عدم دقت کافی تئوری های کلاسیک برای محاسبه‌ی فرکانس سیستم در ضخامت‌های بسیار کوچک همان طور که در شکل قابل‌مشاهده هست تفاوت چشمگیری میان نتایج حاصل از تئوری حاضر و تئوری کلاسیک در مقادیر بسیار کوچک ضخامت $h\le 4l$ مشاهده می‌شود که به تدریج با افزایش ضخامت ورق اطمینان به استفاده از تئوری‌های کلاسیک افزایش می‌یابد.



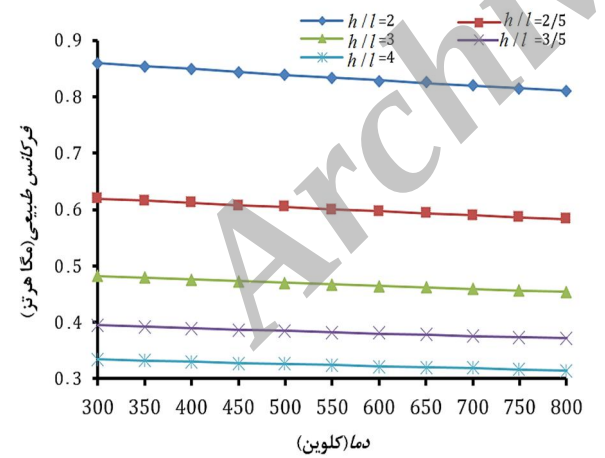
شکل 3 نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت طول به ضخامت ورق



شکل 4 نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات ضخامت به پارامتر مقیاس طول برای ضرایب نسبت حجمی توانی مختلف



شکل 5 نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول برای تئوری حاضر و تئوری کلاسیک

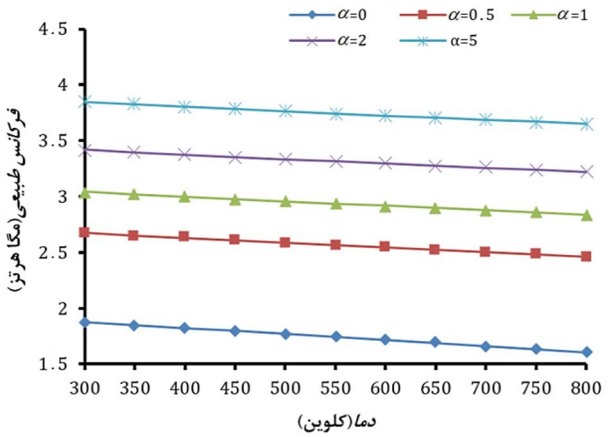


شکل 6 نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات دمای محیطی برای نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول مختلف

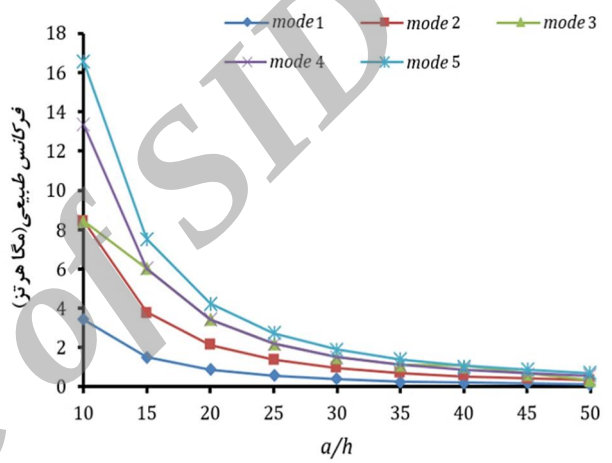
در شکل (6) نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات دمای محیطی برای نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول مختلف نمایش داده شده است. در این شکل نسبت اضلاع ورق $a/b=1$، ضریب نسبت حجمی توانی $\alpha=2$ و نسبت طول به ضخامت ورق $a/h=20$ است. در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش دمای محیط فرکانس سیستم با شیب بسیار کمی کاهش می‌یابد به نحوی که تغییرات فرکانس برای تغییرات دمایی کمتر از 50 درجه کلوین ناچیز است.

Archive of SID

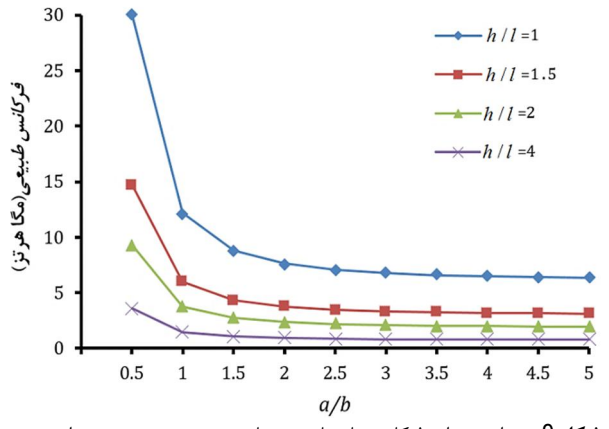
www.SID.ir



شکل 7 نمودارتغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات دمای محیطی برای ضرایب نسبت حجمی توانی مختلف



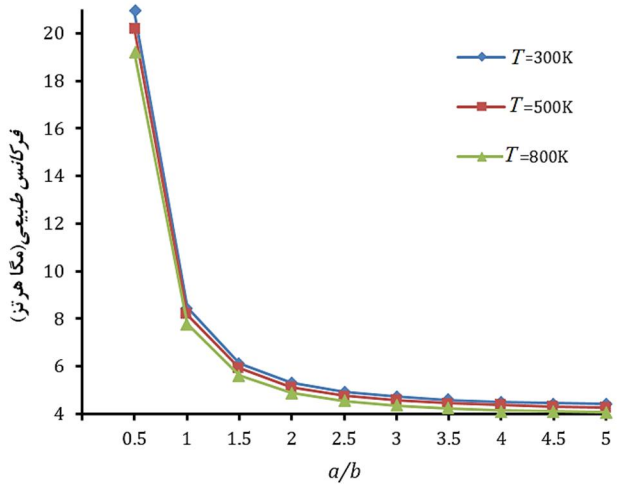
شکل 8 نمودار تغییرات پنج فرکانس اول نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت طول به ضخامت ورق



شکل 9 نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت طول به عرض ورق برای نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول مختلف

درشکل (7) نیز نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات دمای محیطی این بار برای ضرایب نسبت حجمی توانی مختلف نمایش داده شده است. در این شکل نسبت اضلاع ورق $a/b=1$، نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول $h=2l$ و نسبت طول به ضخامت ورق $a/h=10$ است.

در شکل (8) نمودار تغییرات پنج فرکانس اول نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت طول به ضخامت ورق نمایش داده شده است.



شکل 10 نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول برای دماهای محیطی مختلف

در شکل (9) نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت طول به عرض ورق برای نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول مختلف در محیطی با دمای $T=500K$ نمایش داده شده است همچنین ضریب نسبت حجمی توانی $\alpha=5$ و نسبت طول به ضخامت ورق $a/h=10$ فرض شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت طول به عرض ورق مقدار فرکانس ورق کمتر خواهد شد که این کاهش فرکانس رفته رفته با شیب کمتری صورت می‌گیرد به طوری که تقریباً برای $a/b>5$ تغییرات فرکانسی ناچیز است. در شکل (10) نمودار تغییرات فرکانس پایه نانو ورق تابعی مدرج بر حسب تغییرات نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول در سه محیط حرارتی مختلف به ترتیب با دماهای $T=300K$، $T=500K$ و $T=800K$ نمایش داده شده است همچنین ضریب نسبت حجمی توانی $\alpha=0.5$ و نسبت طول به ضخامت ورق $a/h=10$ فرض شده است، که در این شکل مشاهده می‌شود افزایش دمای محیط باعث کاهش ناچیز فرکانس سیستم می‌شود.

6- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر تحلیل ارتعاش آزاد نانو ورق‌های مستطیلی تابعی مدرج در محیط حرارتی بر اساس تئوری تنش کوپل اصلاح شده مورد ارزیابی قرار گرفت. جهت تحلیل ارتعاش ورق از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده شده است. روش حل مورد استفاده روش تقریبی ریلی ریتز و شرایط مرزی تکیه‌گاه چهار طرف ساده است. با بررسی نتایج در می‌یابیم که استفاده از تئوری‌های کلاسیک برای تحلیل فرکانسی سازه‌ها در مقیاس‌های کوچک نامناسب بوده، توصیه نمی‌شود و استفاده از تئوری‌های غیرکلاسیک از جمله تئوری تنش کوپل به علت در نظر گرفتن واکنش‌های درون اتمی و ریز ساختاری ورق منجر به حصول نتایجی مناسب می‌شود. در خصوص تأثیرات پارامترهای هندسی ورق بر روی فرکانس سیستم می‌توان گفت: با افزایش نسبت طول به عرض ورق مقدار فرکانس پایه ارتعاش کم خواهد شد. با افزایش نسبت ضخامت به پارامتر مقیاس طول، مقدار فرکانس پایه ورق نیز کاهش می‌یابد. در مورد ضریب نسبت حجمی توانی می‌توان گفت که هر چه مقدار ضرایب نسبت حجمی توانی افزایش یابد مقدار فرکانس پایه ورق افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش دمای محیط نیز فرکانس ورق با کاهش روبرو می‌شود.

Archive of SID

www.SID.ir

7- مراجع

[1] P. Lu, P. Zhang, H. Lee, C. Wang, J. Reddy, Non-local elastic plate theories, *Proceedings of the Royal Society A,* Vol.463, No. 2088, pp. 3225–3240, 2007.

[2] T. Murmu, S. Pradhan, Low-dimensional Systems and Nanostructures, *Physica E,* Vol. 41, No.8 , pp. 1628–1633, 2009.

[3] Reddy, S. Pang, Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes, *Journal of Applied Physics*,Vol. 103, No. 2, pp. 1-16, 2008

[4] M. Aydogdu, Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model, *Low-dimensional Systems and Nanostructures, Physica E,* Vol. 41, No. 5, pp. 861–864, 2009.

[5] J.C. Hsu, H.L. Lee, W.J. Chang, Longitudinal vibration of cracked nanobeamsusing nonlocal elasticity theory, *Current Applied Physics,* Vol. 11, No. 6, pp. 1384–1388, 2011.

[6] Y. Yang, L. Zhang, C. W. Lim, Wave propagation in double-walled carbon nanotubes on a novel analytically nonlocal Timoshenko-beam model, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 330, No. 8, pp. 1704–1717, 2011.

[7] L. L. Ke, Y. S. Wang, Flow-induced vibration and instability of embedded double-walled carbon nanotubes based on a modified couple stress theory, *Physica E ,* Vol. 43, No. 5, pp. 1031–1039, 2011.

[8] L. Wang, Wave propagation of fluid-conveying single-walled carbon nanotubes via gradient elasticity theory, *Computational Materials Science,* Vol. 49, No. 4, pp. 761–766, 2010.

[9] F. Yang, A.C.M. Chong, D.C.C. Lam, P. Tong, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 39, No. 10, pp. 2731–2743, 2002.

[10] L.L. Ke, Y.S. Wanga, J. Yang, S. Kitipornchai, Free vibration of size-dependent Mindlin microplates based on the modified couple stress theory, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 331, No. 1, pp. 94–106, 2012.

[11] T. Aksencer, M. Aydogdu, Levy type solution method for vibration and buckling of nanoplates using nonlocal elasticity theory, *Physica E ,* Vol. 43, No. 4, pp. 954–959, 2011.

[12] R. Aghbabaei, J.N. Reddy, Nonlocal third-order shear deformation plate theory with application to bending and vibration of plates, *Journal of Sound and Vibration* ,Vol. 326, No. 1-2, pp. 277–289, 2009.

[13] Sh.Hosseini-Hashemi, H.Rokni-Damavandi-Taher, H. Akhavan, M.Omidi, Free vibration of Functionally graded rectangular plates use first-order shear deformation plate theory, *Applied Mathematical Modelling,* Vol. 34, No. 5, pp. 1276-1291, 2010.

[14] M. Talha, B.N. Singh, Static response and free vibration analysis of FGM plates using higher order shaer deformation theory, *Applied Mathematical Modelling,* Vol. 34, No. 12, pp. 3991-4011,2009.

[15] X. Zhao, Y.Y. Lee, K.M. Liew, Free vibration analysis of functionally graded plates using the element-free kp- Ritz method, *Journal of sound and Vibration,* Vol. 319, No. 3-5, pp. 918-939, 2009.

[16] Sh. Hosseini-Hashemi, H. Rokni-Damavandi-Taher, H. Akhavan, M. Omidi, study on the free vibration of thick functionally graded rectangular plates according to the new exact closed-form procedure, *Composite Structure,* Vol. 93, No. 2, pp. 722-735,2011.

[17] Y.W. Kim, Temperature dependent vibration anaylsis of functionally graded rectangular plates, *journal of sound and vibration,* Vol. 284, No. 3-5, pp. .531-549,2005.

[18] Q. Li, V.P. Iu, K.P. Kou, Three-dimensional vibration analysis of functiobally graded material in thermal environment, *journal of sound and vibration,* Vol. 324, No. 3-5, pp.733-750, 2009.

[19] M. Simsek , H.H. Yurtcu, Analytical solutions for bending and buckling of functionally graded nanobeams based on the nonlocal Timoshenko beam theory, *Composite Structures,* Vol. 97, pp.378–386, 2013.

[20] R. Nazemnezhad, Sh. Hosseini-Hashemi, Nonlocal nonlinear free vibration of functionally graded nanobeams*, Composite Structures,* Vol. 110, pp. 192–199, 2014.

[21] S. Natarajan, S. Chakraborty, M. Thangavel, S. Bordas, T. Rabczuk, Size-dependent free flexural vibration behavior of functionally graded nanoplates, *Computational Materials Science,* Vol. 65, pp. 74–80, 2012.

[22] S.H. Shen, Functionally Graded Materials Nonlinear Analysis of Plates and Shells, *CRC Press, Taylor & Francis Group,* 2009.

[23] L. Yin, W. Xia, L. Wang, Q. Qian, Vibration analysis of micro scale plates based on modified couple stress theory, *Acta Mechanica Solida Sinica,* Vol. 23, No. 5, pp. 386–39, 2010.

Archive of SID

www.SID.ir