ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدرس



تحلیل ارتعاشات غیرخطی و آیروالاستیک صفحه منحنی شکل دوبعدی با اثر نیروی فشاری و آیرودینامیک مافوق صوت در حوزه زمانی

حمید موسییزاده¹، بهزاد قدیری دهکردی^{2*}، مسعود راسخ³

حكنده

1- دانشجوی دکترا، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تفرش، تفرش

* تهران، صندوق پستی 1413-1411، ghadirib@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

| یک صفحه هموژن دوبعدی با شرایط مرزی تکیهگاه ساده فرض شده و اثر انحنای صفحه، به همراه اثر تغییر شکل غیرخطی صفحه، با استفاده | مقاله پژوهشی کامل |
|---|------------------------------|
| از مدار بوسته استوانهای مرابطه میزکارمد. در مواطه سازمای مسئله اعمال شده است. تجایل فرکانس خط مرغب خط سازه، برای توسی | دريافت: 21 ارديبهشت 1393 |
| | پذيرش: 31 تير 1393 |
| فرکانسهای سازه در اثر افزایش انحنا، به همراه اثر نیروی فشاری داخل صفحه، برای اولین بار تحقیق شده است. فلاتر صفحه منحنی شکل، | ارائه در سایت: 06 آبان 1393 |
| تحت اثر بارهای ترکیبی ایرودینامیک و نیروی فشاری داخل صفحه، برای اولین بار، بررسی شده است. تئوری پیستون مرتبه اول و مرتبه سوم | کلید واژگان: |
| برای مدلسازی بارهای آیرودینامیکی مافوق صوت استفاده شده است. معادلات حرکت سیستم با استفاده از اصل همیلتون استخراج شده است. | فلاتر صفحه |
| با استفاده از روش مودهای فرضي گالرکين معادلات غيرخطی با مشتقات جزئی به معادلات غيرخطی معمولی تبديل و با روش عددی حل شده و | نيروى داخل صفحه |
| رفتار نوسانی سیستم، تعیین شده است. تغییرات فرکانسی سازهی خطی با افزایش انحنا، درحال افزایش است درحالیکه برای حالت غیرخطی، | تئوری پیستون مرتبه اول و سوم |
| رفتار پیچیده و متغیری مشخص شده است. اثر نیروی فشاری بر صفحه، رفتار پیچیدهای در تغییر فرکانس غیرخطی سازه، نشان داده است. | صفحه دوبعدى |
| استفاده از مدل آیرودینامیک پیستون مرتبه سه مرز ناپایداری را بحرانیتر کرده است. اثر نیروی فشاری داخلی صفحه باعث تبدیل رفتار سیکل | حوزه زمان |
| محدود به آشوبناک شده است. | |

2D Curved plate Non-linear vibration and Aeroelastic analysis with inplane and Supersonic Aerodynamic load in Time domain

Hamid Moosazadeh¹, Behzad Ghadiri Dehkordi^{2*}, Masoud Rasekh³

1- Department of Aerospace Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Tafresh University, Tafresh, Iran

* P.O.B. 14115-143 Tehran, Iran, ghadirib@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

ABSTRACT

Original Research Paper Received 11 May 2014 Accepted 22 July 2014 Available Online 28 October 2014

Keywords: Panel flutter In-plane load 1st order and 3rd order piston theory aerodynamic 2D curve plate Time domain

A homogenous 2D plate with simply support boundary conditions is assumed. The effect of plate curvature and nonlinear deformation effects with cylindrical shell model and von Karman's relation, has been introduced. Linear and Non-linear Frequency analysis with the effect of curvature and in-plane load has been investigated for the first time. Curved plate panel flutter, with the effect of supersonic aerodynamic and in-plane load has been studied for the first time. First and third order piston theory aerodynamic (PTA) is employed to model supersonic aerodynamic loading. Equations of motion have been derived by the use of Hamilton's principle and resultant nonlinear PDEs have been transformed into nonlinear ODEs via Galerkin's method. Forth and fifth order rang-kutta numerical method has been used to solve ODEs and define panel behavior. Results show that, structural linear frequencies increase with panel curvature, while, it is more complicated for non-linear frequencies due to the effects of in-plane loads. Fuethermore, 3rd order PTA theory has more critical effect on the instability boundary in comparison with 1st order PTA. The effect of in-plane load in aeroelastic phenomena make limite cycle osilation to chaotic motion for curve plates.

جریان سیال بر روی سازه و واگرایی بر اثر نیروی فشاری بر روی صفحه ایجاد می شود. فلاتر صفحه در شکل پدیده ای ناپایستار، شدیداً غیرخطی و دارای رفتار بسیار متنوع، از حالت پایداری استاتیکی تا ناپایداری آشوبناک است. بار تراکمی در مرزهای صفحه، بهدلیل پیشبار اتصال نامطلوب صفحه؛ یا گرادیان

ارتعاشات سازه غیرخطی در اثر تقابل بین الاستیسیته، اینرسی و آیرودینامیک، در محدودهی آیروالاستیسیته قرار دارد. دینامیک صفحه با فلاتر دینامیکی و واگرایی استاتیکی، در کنار هم شناخته می شود. فلاتر در اثر

1- مقدمه

Please cite this article using: H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, M. Rasekh, 2D Curved plate Non-linear vibration and Aeroelastic analysis with in-plane and Supersonic Aerodynamic load in Time domain, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 15, pp. 405-413, 2015 (In Persian)

حرارتی است. اثر انحنا یا تغییر شکل در مرزهای فلاتر و ناپایداری آیروالاستیک صفحه بسیار اهمیت دارد که با رویکردی جدید، با درنظر گرفتن بارهای مختلف بر روی صفحه، این تحلیل انجام شده است. برای صفحه دوبعدی منحنی شکل، دامنه نوسانات در هنگام فلاتر، در حدود ارتفاع انحنای صفحه است. اثر بار آیرودینامیکی به دلیل وجود انحنا در صفحه، بر مرزهای فلاتر صفحه تأثیر می گذارد. نتایج تجربی فلاتر صفحه منحنی شکل، در مقایسه با نتایج تئوری، همخوانی خوبی را از جهت کیفی نشان داده است.

1-1- تحليل فلاتر غيرخطى صفحه

جردن (1956)، با استفاده از تئوری خطی سازه، حرکت صفحه ناپایدار را در فشار دینامیکی بحرانی نشان داد [1]. داول (1965)، مطالعه تئوری و تجربی فلاتر صفحه در اعداد ماخ 1 تا 5 را انجام داد [2]. دوگوندجی (1966)، یک فعالیت خوب و پایهای بر روی فلاتر صفحه، در سرعتهای مافوق صوت بالا، به صورت تئوری انجام داد. او صفحه ایزوتروپ و خطی و آیرودینامیک خطی استفاده نمود [3]. كوئو (1972)، تحليل اغتشاشي و تعادل هارمونيك را براي سيستم غيرخطى فلاتر صفحه استفاده نمود [4]. دورسى (2002)، تحليل سیستم الاستیک، با اثرات حرارت و آیرودینامیک، در طراحی حامل بازگشت پذیر به جو، انجام داد. او به بررسی قابلیت ایجاد تغییر شکل، تنشهای ترمومکانیک و تغییر در خواص سازه، که منجر به رفتار ناپایدار آيروالاستيک صفحه می شود، پرداخت [5]. جوئو و مئی (2006)، بررسی فلاتر صفحه با استفاده از مودهای آیروالاستیک، برای تحلیل غیرخطی؛ با اثر حرارت روی صفحه را، انجام دادند [6]. کولر (2010)، به بررسی ترکیب سازه-حرارت-سیال برای تحلیل آیروترموالاستیک در جریان مافوق صوت پرداخت [7]. پرز (2011)، از روش رتبه کاسته غیرخطی، برای تحلیل پاسخ ترموالاستوديناميک صفحه ايزوتروپ و مواد (FG) استفاده نمود [8]. ويزبال (2012)، برهمکنش میان شوک افقی و صفحه انعطاف پذیر را بررسی نمود .[9]

2-1- تحليل فلاتر صفحه منحنى شكل

در زمینه فلاتر صفحه خمیده نیز فعالیتهایی انجام شده است. فانگ (1954)، پایداری استاتیکی صفحه خمیدهی دوبعدی را در جریان مافوق صوت برای پدیده فلاتر صفحه بررسی کرد [10]. یاتس و زیدل (1959)، با تحليل خطى، فلاتر صفحه منحنى شكل را بررسى نمودند [11]. اندرسن (1962)، نتایج تجربی برای صفحه منحنی شکل، در جریان آیرودینامیک مافوق صوت را، تعیین نمود [12]. استیرمن و همکاران (1962)، آزمایشات فلاتر پوسته استوانهای را انجام دادند [13]. بولوتین (1963)، معادلات صفحه منحنى شكل را بدون نتايج كمى، تعيين و ارائه نمود [14]. هوبالت (1965)، به بررسی چندین مسئله آئروترموالاستیک مربوط به سازه هواپیما در سرعتهای بالا پرداخت [15]. اسچافر و همکاران (1965)، فلاتر صفحه تخت، تحت اثر حرارت گسترده غیرخطی را، بررسی نمود [16]. داول (1969)، تحلیل خطی و غیرخطی به روش گالرکین برای بررسی فلاتر صفحه منحنی شکل با استفاده از اثر غیرخطی ون کارمن در معادلات و اثر بارگذاری آیرودینامیکی شبه پایا انجام داد [17]. ونترز و داول (1970)، به مقایسه تئوری و تجربی فلاتر غیرخطی صفحه بارگذاری شده پرداختند [18]. یانگ (1976)، فلاتر صفحه كمانش يافته را با روش المان محدود بررسي كرد [19]. زوو (1993)، به بررسى فلاتر صفحه غيرخطى با استفاده از روش المان محدود با گسترهی دمایی مختلف بر روی صفحه در جریان مافوق صوت

پرداخت [20]. ژوو (1994)، از روش المان محدود برای مدلسازی حوزه زمانی فلاتر غیرخطی صفحه مواد مرکب استفاده نمود [21].

ليبرسكو (1996 و 1997)، ارتعاشات صفحه تخت، با نقص هندسی، تحت اثر بار حرارتی و مكانيكی را بررسی نمود. همين طور، تقابل نيرو و فركانس سيستم برای صفحه منحنی شكل، با اثر نقص را، بررسی نمود [22.23]. ليبرسكو (2004)، به بررسی فلاتر خطی و غيرخطی مافوق صوت صفحه در دمای بالا پرداخت [24]. عباس و همكاران (2011)، مطالعه پارامتريك فلاتر فوق صوتی/ماوراء صوتی و رفتار آيروترموالاستيك صفحه منحنی شكل را بررسی نمودند [25]. يانگ و همكاران (2012)، بررسی فلاتر صفحه ماوراء صوت در تركيب دوراهه آيروالاستيسيته و آيروترمال برای صفحه منحنی شكل انجام دادند. صفحه با تكيه گاه ساده و اثر غيرخطی هندسی، براساس مدل ونكارمن، مدل شد [26].

3-1- تحقيق حاضر

در این تحقیق، بررسی فرکانس ارتعاشی صفحه خمیده، به صورت خطی و غیرخطی، در حوزهی زمان، تحت اثر نیروی داخل صفحه کششی و فشاری، برای اولین بار انجام شده است. همینطور، تحلیل فلاتر صفحه خمیده غیرخطی، با استفاده از تئوری پیستون مرتبه اول و سوم، تحت اثر نیروی داخل صفحه نیز برای اولین بار، انجام شده است. معادلات سازه شامل مدل صفحه دوبعدی با اثر هندسه غیرخطی ونکارمن با اثر نیروی داخل صفحه در نظر گرفته شده است. بعد از تشکیل معادلات غیرخطی حاکم، با استفاده از روش مودهای فرضی و روش گالرکین، معادلات حوزه زمان به روش رانگ-کوتای مرتبه 4 و 5 حل شده است. شرایط مرزی تکیهگاه ساده فرض شده صفحه، تحلیل فرکانسی غیرخطی و بررسی رفتار صفحه تحت اثر نیروهای مفحه، تحلیل فرکانسی غیرخطی و بررسی رفتار صفحه تحت اثر نیروهای

2- مدلسازی ریاضی

ابتدا مدل صفحه خمیده تحت اثر جریان آیرودینامیکی مافوق صوت و اثر بارهای خارجی آیرودینامیک و نیروی فشاری داخل صفحه، در شکل 1 نشان داده شده است.

ا فشار P^{a} ، سرعت جریان آزاد روی صفحه، R، نیروی داخل صفحه، P^{a} ، فشار دینامیکی جریان بالای صفحه، P^{a} ، فشار استاتیکی پایین صفحه، h، دنامیکی جریان بالای صفحه ، P^{a} ، فشار استاتیکی پایین صفحه h، خامت صفحه و R پهنای صفحه است. معادلات حاکم با استفاده از اصل ضخامت صفحه و R پهنای صفحه است. معادلات حاکم با استفاده از اصل (مجازی تعیین شده است. خمش سازه با رابطهی (1) تعریف شده است. [25.26].



شکل 1 مدل هندسه صفحه دوبعدی تحت اثر بارهای خارجی

$$P^{d}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) = P_{\infty}\left(1 + \gamma \frac{M}{\beta_{1}}\left(\eta_{1}\frac{\boldsymbol{V}_{z}}{\boldsymbol{c}_{\infty}}\right) + \left[\frac{\gamma(\gamma+1)}{4}\right]\frac{M}{\beta_{1}}\left(\eta_{1}\frac{\boldsymbol{V}_{z}}{\boldsymbol{c}_{\infty}}\right)^{2} + \frac{\gamma(\gamma+1)}{12}\frac{M}{\beta_{1}}\left(\eta_{1}\frac{\boldsymbol{V}_{z}}{\boldsymbol{c}_{\infty}}\right)^{3}\right)$$
(11)

 $M_{\rm I}=\frac{M}{\sqrt{M^2-1}}$ ، تعریف شده است. برای تعیین فشار آیرودینامیکی $\eta_{\rm I}=\frac{M}{\sqrt{M^2-1}}$ دینامیکی روی صفحه رابطه $V_{\rm J}$ ، در اثر جریان سیال بالای صفحه براساس تغییر شکل عمودی صفحه تعریف شده است [25.17]،

$$\boldsymbol{V}_{z} = \left(\beta_{z}\boldsymbol{W}_{0,t} + \boldsymbol{U}_{\infty}(\boldsymbol{W}_{0,x} + \hat{\boldsymbol{W}}_{0,x})\right) \tag{12}$$

 $\boldsymbol{\rho}_{\infty}$ ، $\boldsymbol{\rho}_{\infty}$ ، \boldsymbol{P}_{∞} ، برقرار است. $\boldsymbol{\rho}_{\infty}$ و γ ، به $\boldsymbol{\rho}_{\infty}$ و γ ، به $\boldsymbol{\rho}_{\infty}$ ، سرعت صوت و رابطه $\boldsymbol{\rho}_{\infty}^{2} = \frac{\gamma \boldsymbol{P}_{\infty}}{\boldsymbol{\rho}_{\infty}}$ ، برقرار است. $\boldsymbol{\rho}_{\infty}^{2}$ ، فشار اتمسفر، چگالی هوا و ضریب ثابت گاز آیزنتروپیک **1.4** γ . تریب شده نده ند. $\boldsymbol{\rho}_{0}$ $\boldsymbol{\mu}_{0}$ آثر نقص یا انحنای اولیه در صفحه است. تئوری پیستون، یک روش معمول و مورد استفاده برای تحلیل آیروالاستیک سیستم در جریانهای مافوق صوت و ماوراء صوت بشمار رفته است. برای عدد ماخ M و فشار دینامیکی $\boldsymbol{\rho}_{1}$ و ضریب $\boldsymbol{\rho}_{1}$ و $\boldsymbol{\rho}_{2}$ تعاریف رابطه (13) درنظر گرفته شده است.

$$M = \frac{U_{\infty}}{c_{\infty}}, q_{\infty} = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty}^{2}}{2}, \beta_{1} = \sqrt{M^{2} - 1}, \beta_{2} = \frac{M^{2} - 2}{M^{2} - 1}.$$
 (13)

برای اعداد ماخ بزرگ $\beta_1 = \mathbf{M}$ و $\beta_2 = \mathbf{1}$ فرض شده است.

$$W = \frac{W}{a} \cdot \hat{W} = \frac{\hat{W}}{h} \cdot \xi = \frac{x}{a} \cdot \bar{t} = t \Omega_0 \cdot \Omega_0 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \sqrt{\frac{D_0}{\rho_m h}},$$

$$\bar{\Omega} = \Omega_0 \frac{a}{c_\infty} \cdot \bar{h} = \frac{h}{a} \cdot \hat{h} = \frac{h}{\underline{R}_x} \cdot \bar{P}^s(x) = P^s(x) \frac{a^4}{D_0 h},$$

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_m}{\rho_\infty} \cdot H \approx \frac{a^2}{8\underline{R}_x} \cdot \mu = \frac{\rho_\infty a}{\rho_m h}, \beta = \sqrt{M^2 - 1}, \lambda = \frac{24a^3}{D_0},$$

$$E \cdot ha^2 n$$

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}} = \frac{-\mathbf{0} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}}{\boldsymbol{D}_{\boldsymbol{0}} \left(\mathbf{1} - \boldsymbol{v}^{2}\right)} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{x}} \pi^{2} \cdot \boldsymbol{K} = \frac{\mathbf{0}}{\Omega_{\boldsymbol{0}}}.$$
(14)

 Ω_{0} ، فرکانس اول صفحه، Ω ، فرکانس بی بعد و K، فرکانسهای بی بعد مصحه برحسب فرکانس اول است. C_{r} ، ضریب نیروی داخل صفحه است. اثر انحنای صفحه با رابطه (15) تعریف شده است [17]،

$$\frac{\hat{w}}{H} = \left[1 - \frac{\left(\frac{x}{2} - \frac{a}{2}\right)^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \right]$$
(15)

بعد از بی بعد سازی به رابطه (16) تبدیل شده است.

$$\hat{W} = -rac{n}{2ar{h}^2}\xi(\xi-1)$$

(11) در (11) و رابطهی (11)

با جایگذاری رابطهی (15) در (12) و رابطهی (12) در (11) و رابطهی (11) در (9)، همین طور، جایگذاری روابط (6-7) در (5) و جایگذاری رابطهی (3) در (2)، درنهایت، با جایگذاری روابط (9)، (5) و (2) در رابطهی (1) و با استفاده از روابط بی بعد، رابطهی غیرخطی نهایی آیروالاستیسیته حاصل برای صفحه دوبعدی، به صورت رابطهی (17) بیان شده است.

$$W_{x,xx} - W_{x} \left(w_{0,xx} - \frac{1}{\underline{\mathbf{R}}_{x}} \right) + \Delta P_{a} + \rho_{m} h w_{0,tt} = 0$$
(1)

(**x,t**) س جابجایی عمودی صفحه، **x** تنش محوری، **x** گشتاور خمشی، Δ**P** فشار آیرودینامیکی و عبارت آخر رابطه بالا اینرسی انتقالی¹ صفحه است. که طبق روابط (۲.3)؛

$$\boldsymbol{\Pi}_{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{D} \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{0},\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}} \tag{2}$$

$$D = \frac{E\hbar^3}{12(1-\nu^2)} \tag{3}$$

D سفتی صفحه، **E** مدول الاستیک، *v* ضریب پواسون و **E** تغییرات انحنای صفحه میانی است. کرنش صفحه براساس رابطه غیرخطی ونکارمن با رابطهی (4) تعریف شده است[27].

$$E_{x} = u_{0,x} + \frac{1}{2} (w_{0,x})^{2} + \frac{w_{0}}{R_{1}}$$
(4)

تنش، در اثر وجود قید در مرزهای صفحه تولید شده است. N_x براساس بار کلی داخل صفحه در جهت x تعیین شده است [26]. طبق رابطه (5): $N_x = N_x^m + N_x^g$ (5)

م اثر بار مکانیکی کششی یا فشاری داخل صفحه، م اثر تغییر از تغییر اثر تغییر اثر تغییر شکلهای هندسی غیرخطی صفحه است. طبق روابط (۶،7) داریم:

$$N_{x}^{m} = \frac{ah}{(1-\nu^{2})} \frac{1}{\int_{0}^{a} E(x)^{-1} dx} \eta$$
(6)

$$N_{x}^{g} = \frac{h}{(1-v^{2})} \frac{1}{\int_{0}^{a} E(x)^{-1} dx} \left[\frac{1}{2} \int_{0}^{a} (w_{0,x})^{2} dx + \frac{1}{\underline{R}_{x}} \int_{0}^{a} w_{0} dx \right]$$
(7)

η ضریب اثر نیروی کششی یا فشاری اعمالی در مرزهای صفحه بر واحد سطح است. شرایط مرزی صفحه برای حالت تکیهگاه ساده به صورت رابطهی (8) تعریف شده است [28].

$$w_{0,xx}(x,t) = 0 \tag{8}$$

2-1-بارگذاری آیرودینامیکی

تقابل سازه و سیال براساس تئوری پیستون غیرخطی درنظر گرفته شده است. [40 ، فشار گسترده بر روی صفحه در اثر جریان آیرودینامیک بالای صفحه به صورت رابطهی (9) تعریف شده است،

$$\Delta \boldsymbol{P}_{s} = \boldsymbol{P}^{d}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}) + \boldsymbol{P}^{s}(\boldsymbol{x}) \tag{9}$$

(۱, ۲) P⁴ ، اثر نیروی آیرودینامیکی ناپایا و (۲) P⁴ ، نیروی استاتیکی اولیه درنظر گرفته شده است.

رابطه فشار ایزنتروپیک بر روی صفحه با استفاده از تئوری پیستون براساس سرعت عمودی جریان بر روی صفحه **ی** (سرعت فروریزش²)، در یک بعد به صورت رابطهی (10) نشان داده شده است [29]،

$$P^{d}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) = P_{\infty} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \frac{\boldsymbol{V}_{z}}{\boldsymbol{c}_{\infty}} \right)^{2\gamma/\gamma - 1}$$
(10)

با بسط رابطه (10) تا مرتبه سه، مدل پیستون مرتبه سه بدست آمده است،

¹⁻Transverse inertia 2-Downwash velocity

میندسی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15

$$W_{\xi\xi\xi\xi\xi} = -\frac{12}{\bar{h}^2} \left(\eta + \frac{1}{2} \int_0^1 (W_{\xi})^2 d\xi + \frac{\hat{h}}{\bar{h}} \int_0^1 W d\xi \right) \times \left(W_{\xi\xi\xi} - \frac{\hat{h}}{\bar{h}} \right) + \pi^4 W_{ff} + \frac{M^2 \pi^4}{\bar{h} \bar{\rho} \bar{\Omega}^2 \beta_1} \eta_1 \times \left(C_{a1} \left(\beta_2 \frac{\bar{\Omega}}{M} W_{f} + W_{\xi} + \bar{h} \hat{W}_{\xi} \right) + C_{a3} \frac{1 + \gamma}{4} \eta_1 M \times \left(\beta_2 \frac{\bar{\Omega}}{M} W_{f} + W_{\xi} + \bar{h} \hat{W}_{\xi} \right)^2 + C_{a3} \frac{1 + \gamma}{12} \eta_1^2 M^2 \times \left(\beta_2 \frac{\bar{\Omega}}{M} W_{f} + W_{\xi} + \bar{h} \hat{W}_{\xi} \right)^3 \right) = \bar{P}^s$$

$$(17)$$

2-3-روش گالركين

با استفاده از روش مودهای فرضی در مدل گالرکین، جابجایی عمودی صفحه را به صورت یک سری از مودهای سیستم سازه فرض نمودهایم. با توجه به شرایط مرزی تکیهگاه ساده تابع شکل مودها به گونهای تعریف شده تا شرایط مرزی را ارضاء کند. طبق روابط (10،18) داریم:

$$W_{\xi\xi} = 0, \xi = 0, 1$$
 (18)

$$W(\xi, \bar{t}) = \sum_{i=1}^{n} a_i(\bar{t})\phi_i(\xi)$$

$$\phi_i(\xi) = \sin(\lambda, \xi), \lambda_i = i\pi$$

W =

حل تقریبی حاصل برابر حل دقیق نیست و مقداری باقیمانده دارد. با ضرب باقیمانده یا خطا در تابع پایه مورد استفاده برای شکل مودهای سیستم، $(\xi) = \sin(r\pi\xi), r = 1,...,n$ و انتگرال گیری در طول صفحه و برابر صفر قرار دادن حاصل، یک دسته رابطه دیفرانسیلی معمولی با توجه به تعداد جملات بسط داده شده بدست آمده است.

2-4-حل عددی حوزہ زمانی معادلات

معادلات غیرخطی معمولی حاصل در قسمت قبل، با استفاده از روشهای عددی قابل حل است. مدل رانگ-کوتای مرتبه 4 و 5 با استفاده از نرمافزار میپل¹ مورد استفاده قرار گرفته است [30.31].

3- نتايج

(19)

نتایج در سه بخش ارائه شده است. بخش اول، تحلیل فرکانسی خطی سازه صفحه خمیده با تغییر انحنای صفحه، بخش دوم، تحلیل فرکانسی غیرخطی صفحه، با تغییر انحنای صفحه و اثر نیروی داخل صفحه، بخش سوم، تحلیل آیروالاستیک غیرخطی صفحه منحنی شکل و بررسی رفتار صفحه تحت اثر نیروهای مختلف، انجام شده است. تعداد مودهای بسط داده شده در روش گالرکین، چهار، شش و هشت مود انتخاب شده است و با یکدیگر مقایسه شده و درستی نتایج با افزایش تعداد مودهای فرضی، بررسی شده است. تحریک اولیه برای تحلیل ارتعاشات صفحه خطی و غیرخطی مربوط به دامنه جابجایی مود اول تیر، در طول آن، با ضریب 0/01 و 0/10 فرض شده است.

3-1-تحلیل فرکانسی خطی سازہی صفحه منحنی شکل

با تغییر انحنای صفحه از حالت صفحه تخت، نوسانات بیبعد صفحه تخت و منحنی شده است. در منحنی شکل و فرکانس مربوطه، برای سازهی خطی، ترسیم شده است. در

1-Maple

شکل 2 نوسان و فرکانس خطی صفحه تخت در طول زمان

| | | نمونه مسئله | جدول ا ورودیهای | |
|---------------------------|-------------------|--------------------------|--|--|
| دار | مقد | واحد | نام متغير | |
| 27 | /00 | kg.m ⁻³ | ${m ho}_{m m}$ چگالی سازه | |
| 0/ | 33 | | ضريب پواسون ^V | |
| 70× | <10 ⁹ | pa | مدول الاستیک دمای محیط ، E | |
| 82/86 | 4×10 ⁹ | na | مدول الاستيک دمای صفر درجه | |
| 02/00 | 5.10 | ha | E _s (=1.183 E ₀) | |
| | 1 | m | پهنای صفحه ۵ | |
| 0/ | 01 | m | ضخامت صفحه ا | |
| 34 | 40 | m.s ⁻¹ | سرعت صوت $_\infty$ | |
| 1. | /4 | | $^{\gamma}$ ثابت گازها | |
| 1/2 | 225 | kg.m⁻³ | $ ho_{_\infty}$ چگالی هوا | |
| 0.1 | - | | صفحه تخت، خطی | |
| 0.05 2 0 | | \bigwedge | $ \land \land$ | |
| -0.05 | | | | |
| -0.1 | 0 | 10 20 | $\frac{1}{t}$ 30 40 50 | |
| الف) نوسان با دامنه بیبعد | | | | |
| 0.05 _[| | | | |
| 0.04- | | P | مفحه تخت، خطی | |
| 0.03- ବ୍ | 0.15 Hz | <u>r</u> | | |
| ہ 0.02- | | | | |
| 0.01- | | | | |
| | M | | | |
| 0 | 117711000000 | 2 | 4 6 | |
| قر دانس ب) فرکانس اول | | | | |
| | | | | |

در شکل 3 الف، برای صفحه نمونه با خمیدگی 2 (ال). با تحریک اولیه بیان شده با دامنه 0/07، نوسانات صفحه و در شکل 3 ب، فرکانس مربوطه که شامل مقادیر 0/8 و 1/46 هرتز است، نشان داده شده است. با افزایش انحنای صفحه، فرکانس سازه خطی افزایشیافته و دامنه نوسانات با تحریک اولیه ثابت باقیمانده است، همین طور رفتار نوسانی سیستم تغییر کرده است که تحلیل خوبی از رفتار سازه با افزایش انحنای صفحه بدست آمده است. با افزایش انحنای صفحه، نوسان صفحه به مورت متقارن، نسبت به حالت تعادل انجام شده است. بنابراین، در تحلیل خطی اثر تغییر انحنا در رفتار ارتعاشی غیر متقارن صفحه نقشی ندارد.

3-2-تحليل فركانسي غيرخطي سازهي صفحه منحني شكل

در این بخش تحلیل فرکانسی غیرخطی سازه صفحه منحنی شکل را تحت تحریک اولیه متفاوت، در حوزهی زمان انجام داده و نتایج مورد بررسی قرار گرفته است. شکل 4 نوسان بی بعد صفحه تخت غیرخطی با مقدار اولیه تحریک 0/01 بهصورت متقارن نسبت به حالت تعادل صفحه در محدودهی





شکل 3 نوسان و فرکانس خطی صفحه در طول زمان با انحنای 2

0/02×W>0/02- نشان داده شده است. رفتار نوسانی سازه برای تحریک اولیه زیاد نسبت به رفتار خطی سازه در شکل 2 الف پیچیدهتر شده و فرکانس سیستم افزایش قابل توجهی یافته است.

در شکل 5 نوسان بی بعد صفحه خمیده غیرخطی با انحنای 1، با مقدار اولیه تحریک 0/01 به صورت نامتقارن نسبت به حالت تعادل، در محدوده ی 0/02-w<0/20- نشان داده شده است. با افزایش انحنای صفحه ارتعاشات از حالت تقارن نسبت به محور طولی صفحه خارج شده و در جهت انحنای صفحه، افزایش یافته است.

با افزایش انحنای صفحه به 3، برای مقدار اولیه تحریک 0/01، نوسان صفحه در محدودهی 0/02×W>0/065- در شکل 6 نشان داده شده است. مشخص است که محدودهی نوسان صفحه منحنی شکل با افزایش انحنای صفحه، افزایش یافته است. همین طور، دامنه ارتعاشات صفحه در جهت انحنای صفحه و افزایش عدم تقارن ارتعاشات نسبت به حالت تعادل اولیه مشاهده شده است. نکته قابل توجه تغییرات فرکانسی این سازه با تغییر انحنا است که در بخش بعد بررسی شده است.





برای مقایسه نتایج تحلیل فرکانسی خطی و غیرخطی سیستم، ابتدا تحلیل فرکانسی خطی انجام شده است. سپس، تحلیل غیرخطی برای مقادیر اولیه تحریک 01/0. 20/00 و 0000/0 انجام شده است. برای تحریک اولیه 0/0001، در شکل 7 نتایج فرکانس مود اول و سوم سازهی خطی و غیرخطی صفحه خمیده مقایسه شده است. با افزایش انحنای صفحه هر دو فرکانس در حال افزایش هستند. با افزایش انحنا بیشتر از 3، فرکانس سوم (فرد) صفحه افزایش قابل توجهی نشان داده است. همین طور برای مقدار اولیه بسیار کوچک 0/0001، نتایج تحلیل خطی و غیرخطی کاملاً بریکدیگر انطباق دارند.

در شکل 8 فرکانس غیرخطی مود اول، دوم و سوم صفحه برای مقدار اولیه 0/01 ترسیم شده است. با افزایش انحنای صفحه تا 3، فرکانسها افزایشیافته، سپس کمی کاهش را، نشان دادهاند. تغییرات فرکانسها کم بوده و برای انحنای بیشتر از 3 سیر نزولی کسب کرده است. در مقایسه نتایج فرکانسی شکل 7 و 8، با افزایش تحریک اولیه نتایج فرکانسی از حالت خطی به غیرخطی تبدیل شده است.





در مدل خطی تغییرات فرکانسی سازه در مودهای فرد بسیار زیاد نشان داده شده است و با حالت واقعی تفاوت پیدا کرده است. این موضوع از نقاط ضعف مدلسازی خطی برای تحلیل آیروالاستیک صفحه دوبعدی منحنی شکل است. در مدل غیرخطی تغییرات فرکانسی بسیار یکنواخت با تغییرات محدود براساس تغییر انحنا، نشان داده شده است.

اثر نیروی کششی و فشاری داخل صفحه در تغییر پاسخ فرکانسی صفحه خمیده غیرخطی با انحنای 1، برای مقادیر تحریک اولیه 2000 و 0/01 در شکل 9 نشان داده شده است. برای تحریک 0/01 با افزایش بار فشاری، فرکانس مود دوم کاهش یکنواختی دارد، اما، برای تحریک 2000، با افزایش بار فشاری برای مقادیر 5-> , **7**، فرکانس سیستم حالت افزایشی پیدا کرده است. بنابراین، مقدار تحریک اولیه و مقدار نیروی خارجی داخل صفحه، در پاسخ سیستم، بسیار مهم است و پاسخ به محدودهی تحریک اعمال شده به سازه بسیار حساس است. میتوان نتیجه گرفت، مقدار تحریک اعمال شده به سازه از طرف جریان سیال بالای سطح، در پاسخ سازه و رفتار آن موثر است. به ویژه هنگامی که با اثر نیروهای مکانیکی داخل صفحه اخدم شده باشد.



نيروى فشارى داخل صفحه

0.2 0.1 0.2 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.02 0.020.02

شكل 11 رفتار آشوبناك صفحه خميده با انحناي 2

شکل 12 رفتار آشوبناک صفحه منحنی شکل، برای انحنای 3 را، در محدودهی 0/015-W>0/06- نشان داده است. با افزایش انحنا، رفتار صفحه از سیکل محدود به آشوبناک تبدیل شده و دامنه نوسان صفحه نیز افزایش یافته است.

با افزایش انحنای صفحه به 4 و 5 در شکل 13، رفتار صفحه به سیکل محدود تبدیل شده که در یک باند مشخص در نوسان است. در واقع رفتار سیکل محدود چند دورهای در این شکل مشاهده شده است. با افزایش انحنای صفحه از حالت صفحه تخت تا انحنای 5، دامنه نوسانات در حال افزایش و مرکز تعادل استاتیکی نوسان صفحه در جهت انحنای صفحه افزایش یافته است. بنابراین، رفتار پسا فلاتر صفحه در جریان مافوق صوت برای صفحه استوانهای خمیده، بسیار حساس به انحنای صفحه است. با افزایش انحنای صفحه از حالت تخت، رفتار صفحه بسیار متغیر نشان داده شده است.

در شکل 14 الف و ب، به ترتیب نوسان سیکل محدود صفحه تخت و منحنی شکل؛ با انحنای 1 ترسیم شده است. اثر بار فشاری داخل صفحه (**, 7**). به مقدار 2/43- فرض شده است. در شکل 14 الف، برای صفحه تخت اثر بار فشاری نسبت به حالت بدون بار، کاهش دامنه نوسان را به همراه داشته است. البته نوسان به صورت متقارن است. با افزایش انحنا به 1، برخلاف حالت بدون اثر نیروی داخل صفحه در شکل 10، رفتار سیستم از سیکل محدود به آشوبناک تغییر یافته است. همین طور، دامنه نوسانات نیز افزایش



3-3-تحليل آيروالاستيك غيرخطي صفحه منحني شكل

در این بخش، تحلیل رفتار آیروالاستیک صفحه منحنی شکل، با تغییر انحنای صفحه و اثر نیروی داخل صفحه، بررسی شده است.

در شکل 10 الف و ب، نوسان سیکل محدود صفحه تخت و منحنی شکل؛ با انحنای 1، به ترتیب با استفاده از تئوری آیرودینامیکی پیستون مرتبه اول و تئوری غیرخطی مرتبه سوم ترسیم شده است. برای هر دو حالت، رفتار صفحه، نوسان سیکل محدود است. اما شکل سیکل محدود و اندازهی آن، با افزایش انحنای صفحه و افزایش مرتبه تئوری آیرودینامیک پیستون، تغییر کرده و افزایش یافته است. برای صفحه با انحنای 1، با افزایش مرتبه تئوری پیستون، نوسان صفحه از حالت متقارن به نامتقارن تبدیل شده و نوسانها در جهت خمیدگی صفحه انتقال یافته است. با توجه به نتایج ارتعاشات غیرخطی صفحه در بخش 3-2، شکل 10 ب، تصویر مناسبتری از رفتار آیروالاستیک صفحه ارائه کرده است.

با افزایش بیشتر انحنای صفحه، رفتار آشوبناک صفحه منحنی شکل، با انحنای 2 در شکل 11 نشان داده است. با افزایش انحنای صفحه، دامنه نوسانات افزایش یافته و در محدودهی 0/01/8-0/04/8- قرار گرفته است.





شکل 10 نوسان سیکل محدود صفحه تخت و خمیده با انحنای 1



یافته است. بنابراین، اثر نیروی داخل صفحه در تغییر رفتار و بحرانی تر شدن آن، تأثیر مستقیم دارد. همین طور، اثر نیرو برای صفحه تخت و منحنی باعث رفتار متفاوتی شده، زیرا در اولی کاهش دامنه نوسان و در دومی افزایش دامنه مشاهده شده است.



3-4-راستى آزمايى

تغییر دامنه جابجایی صفحه منحنی شکل برحسب تغییر فشار دینامیکی فلاتر بی بعد سیستم λ ، برای انحناهای مختلف، در شکل 15، ترسیم شده است. با افزایش فشار دینامیکی، دامنه جابجایی افزایش یافته است. جابجایی بی بعد W، به صورت $\frac{W}{h} = W$ تعریف شده است. نتایج حاصل از کد با نتایج داول همخوانی بسیار خوبی دارد [17].

برای صفحه تخت غیرخطی با اثر نیروی داخل صفحه، تحقیق حاضر، با فعالیت ایپوریانو مقایسه شده است [29]. برای ضریب نیروی فشاری، 2/8-، نمودار سیکل محدود در شکل 16، نشان داده شده است. نتایج حاصل از کد، با فعالیت ایپوریانو کاملاً مطابق شده است.

4- نتیجه گیری نهایی

تحقیق انجامشده، شامل بررسی اثر بارهای محیطی بر روی شرایط پایداری صفحه تخت و منحنی شکل تحت اثر بارگذاری آیرودینامیکی مافوق صوت، با ترکیب نیروی فشاری داخل صفحه است که نتایج جالب توجهی حاصل





- [4] Ch. Kuo, L. Morino, J. Dugundji, Perturbation and harmonic balance methods for non-linear panel flutter problem, *AIAA Journal*, Vol. 10, pp. 1479-1484, 1972.
- [5] J.C. Dorsey, Metalic thermal protection system technology development: concepts, requirements and assessment overview, AIAA 40th Aerospace Science Meeting, AIAA 2002-0502, Reno, January 2002M.
- [6] X. Guo, C. Mei, Application of aeroelastic modes on nonlinear supersonic panel flutter at elevated temperatures, *Comput. Struct.*, Vol. 84, pp. 1619-1628, 2006.
- [7] A.J. Culler, J.J. McNamara, Studies on fluid-thermal-structural coupling for aero-thermo-elasticity in hypersonic flow, *AIAA Journal*, Vol. 48, pp. 1721-1738, 2010.
- [8] R. Perez, X.Q. Wang, M.P. Mignolet, Nonlinear reduced-order models for thermoelastodynamic response of isotropic and functionally graded panels, AIAA Journal, Vol. 49, pp. 630-641, 2011.
- [9] M.R. Visbal, On the interaction of an oblique shock with a flexible panel, Journal of Fluids and structures, Vol. 30, pp. 219-225, 2012.
- [10] Y.C. Fung, The static stability of a two dimensional curved panel in a supersonic flow with an application to panel flutter, *J. Aeronaut. Sci.*, Vol. 21, pp. 556-565, 1954.
- [11] J.E. Yates, E.F.E. Zeijdel, *flutter of curved panels*. Air Force Office of Scienctific Research TR 59-163, Midwest research institute, 1959.
- [12] W.J. Anderson, Experiments on the flutter of flat and slightly curved panels at Mach number 2.81, Air Force office of scientific research TN 2996, California Institute of Technology, Pasadena, 1962.
- [13] R.O. Stearman, M.H. Lock, Y.C. Fung, ames tests on the flutter of cylindrical shells, *aeroelasticity and structural dynamics*, California institute of technology, Pasadena, SM 62-37, 1962.
- [14] V.V. Bolotin, On the density of the distribution of natural frequencies of thin elastic shells, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 27, pp. 538-543, 1963.
- [15] J.C. Houbolt, A Study of Several Aerothermoelastic Problems of Aircraft Structures in High-speed Flight, *Mitteilungen aus dem Institute fur Flugzeugstatik und Leichtbau*, Verlag Leeman, Vol. 5, 1965.J.C.
- [16] H.G. Schaeffer, W.I.Jr. Heard, Flutter of a flat panel subjected to a nonlinear temperature distribution, *AIAA Journal*, Vol. 8, pp. 1918-1923, 1965.
- [17] E.H. Dowell, Nonlinear flutter of curved plate, part 1, AIAA Journal, Vol. 7, pp. 424-431, 1969.
- [18] C.S. Ventres, E.H. Dowell, Comparison of theory and experiment for nonlinear flutter of loaded plates, AIAA Journal, Vol. 8, pp. 2022-2030, 1970.
- [19] T.Y. Yang, A.D. Han, Flutter of thermally buckled finite element panels AIAA Journal, Vol. 4, pp. 975-977, 1976.
- [20] D.Y. Xue, C. Mei, Finite element non-linear panel with arbitrary temperatures in supersonic flow, AIAA Journal, Vol. 31, pp. 154-162, 1993.
- [21] R.C. Zhou, D.Y. Xue, C. Mei, Finite element time domain modal formulation for non-linear flutter of composite panels, *AIAA Journal*, Vol. 32, pp. 2044-2052, 1994.
- [22] L. Librescu, W. Lin, M.P. Nemeth, J.H. Starnes, Vibration of geometrically imperfect panels subjected to thermal and mechanical loads, *J. Spacecr. Rockets*, Vol. 33, pp. 285-291, 1996.
- [23] L. Librescu and W. Lin, Vibration of thermomechanically loaded flat and curved panels taking into account geometric imperfections and tangential edge restraints, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 34, pp. 2161-2181, 1997.
- [24] L. Librescu, P. Marzocca, W.A. Silva, Linear/non-linear supersonic panel flutter in a high-temperature field, J. Aircraft, Vol. 41, pp. 918-924, 2004.
- [25] L.K. Abbas, X. Rui, P. Marzocca, M. Abdalla, R.D. Breuker, A parametric study on supersonic/hypersonic flutter behavior of aero-thermo-elastic geometrically imperfect curved skin panel, *Acta Mech*, Vol. 222, pp. 41-57, 2011.
- [26] C. Yang, Z. Wan, Aerothermal-aeroelastic two-way coupling method for hypersonic curved panel flutter, *Science China Technological Sciences*, Vol. 55, pp. 831-840, 2012.
- [27] J.N. Reddy, Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells : Theory and Analaysis, 2nd ed. USA: CRC Press, 2003.
- [28] B.A. Miller, J.J. McNamara, S.M. Spottswood, A.J. Culler, The impact of flow induced loads on snap-through behavior of acoustically excited, thermally buckled panels, *Journal of sound and vibration*, Vol. 330, pp. 5736-5752, 2011.
- [29] B.I. Epureanu, L. S. Tang, M. P. Paidoussis, Coherent structures and their influence on the dynamics of aeroelastic panels, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 39, No. 6, pp. 977-991, 2004.
- [30] B. Ghadiri Dehkordi, M. Razi, S. Hamidi, Sweep wing Dynamic instability analysis in time domain, *Mechanics Journal of Tarbiat modares*, No. 37, pp. 93-106, 2009. (In Persian).
- [31] M.A. Kouchakzadeh, M. Rasekh, H. Haddadpour, Panel flutter analysis of general laminated composite plates, J. Composite Structures, 92, 2906– 2915, 2010.

شده است. صفحه دوبعدی با شرایط مرزی تکیهگاه ساده در نظر گرفته شده است. تحلیل فرکانسی خطی و غیرخطی صفحه با شرایط اولیه متفاوت و اثر نیروی فشاری داخل صفحه انجام شده است. همین طور، بررسی شرایط ناپایداری پسا فلاتر صفحه تخت و منحنی شکل با استفاده از مدل تئوری پیستون مرتبه اول و سوم، صورت پذیرفته و به طور کلی نتایج زیر حاصل شده است.

-با افزایش انحنای صفحه، فرکانسهای سازه خطی افزایش یافته است.

-با افزایش انحنای صفحه، فرکانسهای غیرخطی مود اول تا سوم برای نسبت انحنای کمتر از 3 افزایش داشته و سپس مقدار کمی کاهش نشان داده است. به طور کل تغییرات فرکانسی صفحه در تحلیل غیرخطی بسیار کمتر از حالت خطی است.

-برای صفحه با انحنای 1، با مقدار اولیه 0/01 و 0/000، با افزایش نیروی تراکمی صفحه در بازه 5 - **, 0** - 10 - فرکانس ها رفتار کمی متفاوت نشان دادهاند. برای مقدار اولیه تحریک 0/003 با افزایش بار فشاری، افزایش فرکانس مشاهده شده است.

-با افزایش انحنای صفحه از صفر تا 5، ابتدا نوسانات سیکل محدود است، سپس برای انحنای 2 تا 3 رفتار سیستم آشوبناک شده و با افزایش انحنا، یک باند مشخص از حرکت سیکل محدود مشاهده شده است. بنابراین حساسیت رفتار نوسانی صفحه وابستگی زیادی به انحنای صفحه دارد.

-با افزایش آنحنای صفحه، عدد ماخ فلاتر صفحه غیرخطی، کاهش یافته است. با استفاده از تئوری پیستون مرتبه سه نسبت به مرتبه یک، عدد ماخ فلاتر کاهش یافته است. همین طور، با افزایش انحنای صفحه، محدودهی جابجایی و ارتعاش صفحه، از مقادیر مثبت به منفی تبدیل شده است.

5- فهرست علائم ^a مدنام

پهنای صفحه (m)

(ms-1) سرعت صوت، سرعت جریان آزاد
$$c_{\infty}, U_{\infty}$$

- D سفتی صفحه
- مخامت صفحه، ضخامت بیبعد و نسبت ضخامت به شعاع h, $ar{h}, \hat{h}$ انحنای صفحه

M عدد ماخ

- نیروی داخل صفحه و گشتاور نیروی صفحه N_x, M_x
- فشار دینامیکی و استاتیکی بالا و پایین صفحه P^{d}, P^{s}
 - فشار ديناميکي و چگالي جريان $q_{\infty},\,
 ho_{\infty}$
 - شعاع انحنای صفحه منحنی $\underline{\mathrm{R}}_{\mathrm{x}}$
- نیروی فشاری داخل صفحه و ضریب نیروی فشاری R_x, C_r

فرکانس اول، فرکانس بیبعد اول و فرکانس بیبعد برحسب $\Omega_0, \overline{\Omega}, K$ فرکانس اول

فشار آيروديناميكي اعمالي به صفحه
$$\Delta P_a$$

6- مراجع

- P.F. Jordan, The physical nature of panel flutter, *Aeronaut. Digest*, Vol. 72, pp. 34-38, 1965.
- [2] E.H. Dowell, H.M. Voss, Experimental and Theoretical Panel Flutter Studies in the Mach Number Range 1.0 to 5.0, *AIAA Journal*, Vol. 3, No. 12, pp. 2292-2304, Dec 1965.
 [3] J. Dugundji, Theorwtical considerations of panel flutter at high
- [3] J. Dugundji, Theorwtical considerations of panel flutter at high supersonic Mach numbers, AIAA Journal, Vol. 4, pp. 1257-1266, 1966.