ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

# پراکندگی چندگانه امواج فراصوتی از استوانههای همسانگرد عرضی جاسازی شده در ماتريس جامد ويسكوالاستيك

# $^{2}$ على طاهرى<sup>1</sup>، فرهنگ هنرور

1- دانشجوى دكترا، مهندسى مكانيك، آزمايشگاه تست غيرمخرب، دانشگاه صنعتى خواجه نصيرالدين طوسى، تهران 2- استاد، مهندسی مکانیک، آزمایشگاه تست غیرمخرب، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* تهران، صندوق پستى honarvar@k<u>ntu.ac</u>.ir1999143344

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این مقاله، تحلیل کاملی از پراکندگی چندگانه امواج الاستیک در مواد مرکب فیبری تک جهته تحت تابش قائم و مایل امواج طولی و عرضی با درنظر گرفتن اثرات میرایی در ماده زمینه و درنظر گرفتن استوانهها بهصورت همسانگرد و همسانگرد عرضی ارائه شده است. حل این مساله در بازرسی فراصوتی مواد مرکب فیبری و بهطور خاص مواد مرکب با ماده زمینه پلیمری کاربرد دارد. بدین منظور با بسط تئوری پراکندگی امواج فراصوتی از تک استوانه، معادلات پراکندگی چندگانه در محیط ویسکوالاستیک با درنظر گرفتن هر سه نوع موج طولی، عرضی با پلاریزاسیون افقی و عرضی با پلاریزاسیون عمودی ارائه میشود. در روش حاضر، موج تابش با هر زاویه فضایی دلخواه قابل تحلیل است و موج پراکنده شده	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 60 خرداد 1393 پذیرش: 07 تیر 1393 ارائه در سایت: 66 آبان 1393 <i>کلید واژگان:</i> ایناکندگر، فاص <i>وتر</i> ،
نیز در هر نقطه دلخواه فضایی قابل محاسبه است. شایان ذکر است در روش ارائه شده در این مقاله محدودیتی در انتخاب تعداد استوانهها و یا مرتبه پراکندگی وجود ندارد و پراکندگی تا هر مرتبه دلخواه قابل محاسبه است. به منظور اعتبارسنجی نتایج تئوری، با توجه به در دسترس نبودن تحلیل تئوری یا تجربی مشابه، با ساخت یک قطعه و انجام آزمایش، نتایج تئوری با نتایج آزمایش مقایسه و تطابق خوبی بین فرکانسهای رزونانس بهدست آمده از تئوری و آزمایش مشاهده شد.	پر مواد مرکب فیبری تک جهته استوانه همسانگرد عرضی مواد ویسکوالاستیک

# Multiple Scattering of an Acoustic Wave from Fibers Encased in a Solid Viscoelastic Medium

## Ali Taheri, Farhang Honarvar

Department of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran \* P.O.B. 19395-1999, Tehran, Iran, honarvar@kntu.ir

#### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 27 May 2014 Accepted 28 June 2014 Available Online 28 October 2014

Keywords: Multiple Scattering Fiber Reinforced Composite Transversely Isotropic Fiber Viscoelastic Material

### ABSTRACT

In this paper, the problem of multiple scattering of obliquely incident elastic waves from fibers encased in a solid viscoelastic medium is studied. This problem has applications in ultrasonic nondestructive testing of composite materials. The fibers could be either isotropic or transversely isotropic. Based on the existing theory of elastic wave scattering from a single fiber, a mathematical model was developed for the multiple scattering of elastic waves from a number of parallel fibers embedded in a viscoelastic matrix. This model incorporates all three types of longitudinal, horizontally polarized shear, and vertically polarized shear waves. The incident wave angle can be arbitrarily chosen and the receiver can be at any desired location in space. The model is capable of handling any order of scattering from any number of cylinders. To validate the numerical results, a number of experiments were carried out on two steel cylinders embedded in a polymeric block. Using an ultrasonic probe, the scattered field from this block was measured and analyzed. The analytical and experimental results showed good agreement, particularly at their resonance frequencies.

1- Resonance Acoustic Spectroscopy

#### 1 - مقدمه

استفاده از یک موج صوتی پهن باند<sup>2</sup>، مدهای تشدید جسم غوطهور تحریک می شوند. اگر فرکانس موج بر یکی از فرکانس های تشدید جسم منطبق شود، مد ارتعاشى متناظر جسم غوطهور تحريك شده و جسم شروع به ارتعاش كرده و انرژی به درون سیال اطراف منتشر میکند. اهمیت بررسی پراکندگی امواج فراصوتی، شناسایی دقیق رفتار امواج فراصوتی در برخورد با قطعات و سازهها به منظور بهره گیری از اطلاعات موجود در امواج بازگشتی و ارزیابی سازه است. در بررسی پراکندگی از مواد مرکب فیبری تحت برخورد امواج فراصوتی، موارد

امواج فراصوتي در اثر برخورد به يک هدف با ابعاد معين علاوهبر بازتاب، شكست و تغییر حالت، ممکن است در اطراف مرز مشترک دو جسم دچار پراکندگی شوند. هنگام برخورد موج به یک هدف الاستیک، امواج سطحی در اطراف هدف ایجاد شده و درصورت تداخل همفاز این امواج، تشدید صورت می گیرد. از فرکانس ها و مدهای تشدید میتوان به منظور ارزیابی و تعیین خصوصیات ماده استفاده کرد. چنین مطالعهای طیفسنجی تشدید صوتی<sup>1</sup> (RAS) نامیده می شود. در RAS، با

Please cite this article using: A. Taheri, F. Honarvar, Multiple Scattering of an Acoustic Wave from Fibers Encased in a Solid Viscoelastic Medium, Modares Mechanical Engineering, Vol. 74, No. 15, pp. 423- 11 430, 2015 (In Persian)



<sup>2-</sup> Broad-band acoustic wave

مختلفی میبایست درنظر گرفته شود. نخست اینکه امکان بازرسی تنها یکی از فیبرها (تک استوانه) با این روش دشوار است و در عمل میبایست شبکهای از استوانهها بررسی شود. همچنین، با توجه به کاربرد مواد پلیمری و دیگر مواد ویسکوالاستیک بهعنوان ماده زمینه، تحلیل مساله بدون درنظر گرفتن اثرات میرایی کاربرد حل را محدود میکند. برخورد قائم موج ورودی به استوانهها نیز در عمل ممکن است با محدودیتهایی همراه باشد. در حالت برخورد مایل امواج میتوان اطلاعات بیشتری بهدست آورد.

رابطه ميان امواج سطحى و تشديد استوانه توسط محققان متعددى مورد بررسی قرار گرفته است. در این مطالعات نشان داده شده است که اگر فرکانس موج تحریک بر یکی از فرکانس های طبیعی استوانه منطبق شود، امواج سطحی بر روی محیط استوانه تداخل سازنده<sup>1</sup> نموده و موجب تشکیل امواج ایستا<sup>2</sup> حول جسم خواهند شد. این پدیده اساس تئوری پراکندگی تشدید است که توسط فلکس و هم کارانش [1] ارائه شد. دبیلی [2] نتایجی را بهصورت تجربی از پراکندگی امواج صوتی از استوانههای ناهمسانگرد<sup>4</sup> ارائه داد. هنرور و سینکلر[3] با استفاده از روش بسط مدهای نرمال یک حل تحلیلی برای مسئله پراکندگی موج فشاری از استوانه همسانگرد عرضی غوطهور در سیال ارائه کردند. پس از آن فن و همکارانش[4] با پیروی از همین روش و براساس بسط مدهای نرمال، یک حل تحلیلی برای مسئله پراکندگی امواج صوتی از یک استوانه همسانگرد عرضی جاسازی شده در یک ماتریس الاستیک ارائه کردند. جمالی و همکاران[5] پراکندگی از پوسته استوانهای ساخته شده از FGM را بررسی کردند. آنها مساله را به کمک ماتریس T و در حالت دوبعدی حل کردند. اخیرا، این شاخه از تحقیقات بهدلیل امکان استفاده از آن برای ارزیابی غیرمخرب<sup>6</sup> میلههای همسانگرد عرضی و همچنین مواد مرکب تقویت شده فیبری مورد توجه قرار گرفته است. بیوا و همکارانش[6] یک روش محاسباتی برای پراکندگی چندگانه امواج عرضی از یک ماده مرکب تقویت شده فیبری تکجهته ارائه کردند. لتویلیر و همکارانش[7] پراکندگی از یک شبکه خطی پوستههای استوانهای کشسان را بهصورت تحلیلی و آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند و به بررسی تاثیر متقابل تشدید در فرکانسهای پائین پرداختند. هاشمی نژاد و على بخشى[8] پراكندگى چندگانه از دو استوانه موازى در سيال ویسکوالاستیک را بررسی کردند. آنها مساله را در حالت دوبعدی و برای تابش موج فشاری عمود بر استوانهها حل کردند. سوداگر و همکاران[9] پراکندگی چندگانه از یک شبکه الیاف همسانگرد عرضی و پوشش دار غوطهور در آب و جاسازی شده در ماتریس جامد را بررسی کردند. در زمینه انتشار امواج در مواد مرکب نیز کارهای مختلفی انجام شده است. دانشجو و رحیمزاده[10] انتشار موج در یک ماده کامپوزیتی حاوی ذرات کروی را بررسی کردند. دریابر و همکاران[11] نیز انتشار امواج لمب در ورق آلومینیومی چسبیده شده به ماده کامپوزیتی را بررسی کردند. در برخی تحقیقات انجام شده در زمینه پراکندگی چندگانه، فرض شده است موج وارد استوانهها نمیشود و صرفاً با برخورد به آنها پراکنده میشود. از جمله کاسیر و هازارد[13] با این فرض پراکندگی از تعداد دلخواه استوانه را در دوبعد تحلیل کردند. بریگانته[14] نیز پراکندگی چندگانه از استوانهها را در ابعاد ميكرو تحليل كرده است. وى نيز فرض كرده است تعداد استوانهها نامحدود است و نتایج آزمایش خود را برای استوانههای غوطهور در آب ارائه داده است.

در این مقاله، ابتدا تئوری پراکندگی از تک استوانه همسانگرد عرضی، که توسط فن و همکاران[4] ارائه شده است، بررسی و سپس با بسط این روش و روابط ویسکوالاستیک لازم جهت تحلیل ماده زمینه ویسکوالاستیک، نیز به مساله اعمال خواهد شد. در روش ارائه شده، با توجه به درنظر گرفتن تبدیل انواع امواج طولی به عرضی و یا بالعکس، قابلیت بررسی تابش، تبدیل موج و پراکندگی امواج طولی، عرضی با پلاریزاسیون افقی و عرضی با پلاریزاسیون عمودی نیز در تابش قائم و مایل موج ورودی وجود دارد. همچنین، علاوهبر قابلیت تغییر زاویه تابش نسبت به امتداد استوانهها، قابلیت تغییر زاویه تابش نسبت به خط واصل استوانهها نیز وجود دارد و به عبارت دیگر، موج تابش ب هر زاویه فضایی دلخواه قابل استخراج است. شایان ذکر است در تعداد در نقاط دلخواه فضایی قابل استخراج است. شایان ذکر است در تعداد استوانهها و مرتبه پراکندگی نیز محدودیتی وجود دارد.

همچنین، با توجه به عدم ارائه نتایج آزمایشگاهی پراکندگی چندگانه برای محیط ویسکوالاستیک و غیرویسکوالاستیک تاکنون، به منظور اعتبارسنجی روش تئوری، قطعهای از ماده پلیمری ساخته و استوانههایی از جنس فولاد در آن قرار داده شدند تا به کمک یک پروب فراصوتی فرستنده-گیرنده، موج بازگشتی از استوانهها دریافت و تابع فرم مربوطه استخراج شود. نتایج آزمایشگاهی پراکندگی فراصوتی از دو استوانه جاسازی شده در ماده جامد ویسکوالاستیک برای نخستین بار در این مقاله ارائه خواهد شد.

#### 2- مدل ریاضی پراکندگی فراصوتی از استوانههای موازی

به منظور ارائه روش حل برای پراکندگی چندگانه، در اینجا، ابتدا مدل ریاضی پراکندگی از تک استوانه جاسازی شده در ماتریس جامد بررسی میشود.

مطابق شکل 1 یک موج صفحه ای با فرکانس  $m/2\pi$  با زاویه  $\alpha$  با یک استوانه نامحدود جاسازی شده در ماتریس جامد برخورد می کند. شعاع استوانه a، چگالی استوانه  $\rho_c$  و چگالی ماتریس جامد  $\rho_m$  است. دستگاه مختصات نیز مطابق شکل به گونه ای در نظر گرفته می شود که محور استوانه منطبق بر محور z باشد.

میدان جابهجایی داخل استوانه و ماتریس را میتوان بهصورت رابطه (1) تفکیک کرد[3]:

(1) که در آن  $\phi$ ،  $\chi \in \psi$  توابع پتانسیل هستند. در حالت کلی  $\phi$  مربوط به موج فشاری،  $\chi$  مربوط به موج عرضی با پلاریزاسیون افقی و  $\psi$  موج عرضی با پلاریزاسیون عمودی است. در ماتریس جامد هر کدام از این توابع پتانسیل میتواند شامل دو بخش موج ورودی و موج پراکنده شده باشد. با توجه به شکل کلی معادلات انتشار موج براساس معادلات حرکت و فرض انتشار موج با فرکانس w، میتوان شکل کلی توابع پتانسیل فوق را یافت. در ادامه، شاخص 1 برای خواص و پرامترهای استوانه و شاخص 2 برای ماتریس درنظر گرفته شده است.

درصورتی که موج ورودی، فشاری باشد تابع پتانسیل بهصورت رابطه (2) درنظر گرفته می شود [9]:

$$\phi_{2,\text{incident}} = \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n i^n J_n(K_{2\perp}r) \cos(n\theta) e^{i(K_{2z}z - \omega t)}$$
(2)

 $\varepsilon_n$  که در آن  $\kappa_2 = \kappa_2 \sin \alpha$ ,  $\kappa_{2\perp} = \kappa_2 \cos \alpha$  و  $K_2$  عدد موج فشاری است. فاکتور نیومن است که مقدار آن بهازای n = 0 برابر **1** و بهازای n = 0 برابر **2** است. اگر موج ورودی یک موج برشی با پلاریزاسیون افقی (SH) باشد تابع پتانسیل به صورت رابطه (**3**) است[**4**]:

<sup>1-</sup> Constructive interference

<sup>2-</sup> Standing waves 3- Resonance Scattering Theory (RST)

<sup>4-</sup> Anisotropic

<sup>5-</sup> Non-Destructive Evaluation (NDE)

<sup>6-</sup> Graf's Addition Theorem

مهندسی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15



$$\Psi_{2,\text{incident}} = \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_{2\perp}r) \cos(n\theta) e^{i(k_{2Z}z-\omega t)}$$
 (4)  
درصورتی که استوانه از یک ماده همسانگر عرضی ساخته شده باشد، رابطه

ر روی در استوانه به صورت رابطه (5) خواهد بود:

$$\begin{aligned} \sigma_{TT} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{ZZ} \\ \sigma_{Z\theta} \\ \sigma_{TZ} \\ \sigma_{TP} \\ \sigma_{TP}$$

که در آن <sub>ا</sub>ن<sup>3</sup> و <sub>ا</sub><sup>3</sup> بهترتیب درایههای تانسورهای تنش، کرنش و ثابتهای کشسانی ماده هستند. معادلات حرکت در حالت غیاب نیروهای حجمی در مختصات استوانهای بهصورت رابطه **(6)** هستند.

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rZ}}{\partial z} + \frac{1}{r} \left( \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} \right) = \rho_c \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{Z\theta}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta} = \rho_c \frac{\partial^2 u_{\theta}}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial \sigma_{rZ}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{Z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{ZZ}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rZ} = \rho_c \frac{\partial^2 u_Z}{\partial t^2}$$
(6)

در رابطه فوق، *u<sub>i</sub> م*ولفههای بردار جابهجایی هستند. با کمک روابط (5) و (6) و روابط کرنش-جابهجایی و با جایگذاری شکل کلی توابع پتانسیل معرفی شده، توابع پتانسیل مورد نیاز جهت بهدست آوردن جوابهای غیربدیهی بهصورت رابطه (7) بهدست میآیند[4].

$$\phi_{1} = \sum_{n=0}^{+\infty} \left[ A_{n} J_{n}(s_{1}r) + q_{2}B_{n} J_{n}(s_{2}r) \right] \cos(n\theta) e^{i(\kappa_{Z}z - \omega t)}$$

$$\psi_{1} = \sum_{n=0}^{+\infty} \left[ q_{1} A_{n} J_{n}(s_{1}r) + B_{n} J_{n}(s_{2}r) \right] \cos(n\theta) e^{i(\kappa_{Z}z - \omega t)}$$

$$\chi_{1} = \sum_{n=0}^{+\infty} C_{n} J_{n}(s_{3}r) \sin(n\theta) e^{i(\kappa_{Z}z - \omega t)}$$
(7)

میند.سی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15

ضرایب مجهول  $A_n$ ،  $A_n$  و  $C_n$  براساس شرایط مرزی پیوستگی تنش و کرنش در مرز استوانه و ماتریس تعیین می شوند.  $\kappa_z$  در حالت تابش موج فشاری برابر  $K_{2Z}$  و در حالت تابش موج عرضی برابر  $k_{2Z}$  است.  $s_1$  ،  $s_2$  و  $s_3$  بهصورت رابطه (8) تعریف می شوند:

$$s_{1}^{2} = \frac{\xi - \sqrt{\xi^{2} - 4\zeta c_{11}c_{44}}}{2c_{11}c_{44}}$$

$$s_{2}^{2} = \frac{\xi + \sqrt{\xi^{2} - 4\zeta c_{11}c_{44}}}{2c_{11}c_{44}}$$

$$s_{3}^{2} = \frac{2(\rho_{1}\omega^{2} - c_{44}\kappa_{Z}^{2})}{c_{11} - c_{12}}$$
(8)
$$z_{2} \text{ c, } \zeta \text{ , } \rho \text{ (c)} \quad z_{2} \text{ (c)} \quad z_{2}$$

$$\zeta = \left(\rho_1 \omega^2 - c_{44} \kappa_Z^2\right) \left(\rho_1 \omega^2 - c_{33} \kappa_Z^2\right) \tag{9}$$

$$q_{1} = -\frac{-c_{11}s_{1}^{2} - (c_{13} + 2c_{44})\kappa_{Z}^{2} + \rho_{1}\omega^{2}}{ai\kappa_{Z} \left[ -(c_{11} - c_{13} - c_{44})s_{1}^{2} - c_{44}\kappa_{Z}^{2} + \rho_{1}\omega^{2} \right]}$$

$$q_{2} = \frac{ai\kappa_{Z} \left[ -(c_{11} - c_{13} - c_{44})s_{2}^{2} - c_{44}\kappa_{Z}^{2} + \rho_{1}\omega^{2} \right]}{c_{11}s_{2}^{2} + (c_{13} + c_{44})\kappa_{Z}^{2} + \rho_{1}\omega^{2}}$$
(10)

تابش موج فشاری، تابع فرم بهصورت رابطه (14) تعریف می شود [4]:  

$$f_{\infty}(\kappa_{2a}) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{i\pi}\kappa_{2a}} \varepsilon_n \cos(n\theta) Q_n$$
(14)

و برای تابش موج برشی تابع فرم بهصورت رابطه (15) است:

$$f_{\infty}(k_2a) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{i\pi k_2 a}} \varepsilon_n \cos(n\theta) \mathcal{Q}_n$$
(15)

 $O_n$  در حالت تابش موج فشاری برابر با  $D_n$  در حالت تابش موج برشی با پلاریزاسیون افقی برابر با  $F_n$  و در حالت تابش موج برشی با پلاریزاسیون عمودی برابر با  $F_n$  است.

به منظور تحلیل پراکندگی چندگانه، فرض میشود یک دسته موج صفحهای بینهایت با فرکانس w به یک شبکه متشکل از N استوانه همسانگرد عرضی به شعاع a و با طول بینهایت، جاسازی شده در یک ماتریس همسانگرد تابیده میشود. بردار موج نسبت به محور هر استوانه زاویه  $\alpha$  تشکیل میدهد. بر روی هر استوانه یک سیستم که در آن  $G_0$  و  $\sigma_0^{-2}$  حد مرزی مدول برشی در فرکانس، های بالا و پایین و  $\gamma = \frac{\alpha \pi}{2}$  است.  $\frac{1}{a_0} = \tau$  زمان آسایش<sup>2</sup> و  $1 > \alpha, \beta < 0$  ضرایب بی بعد و از مشخصات ماده هستند.  $\eta$  فاکتور میرایی<sup>3</sup> است که به صورت رابطه (20) تعریف می شود:

$$\eta(\omega) = \frac{G''(\omega)}{G(\omega)} = \frac{(1-\Omega)\sin(\beta\upsilon)}{\left[1+2\omega^{\alpha}\tau^{\alpha}\cos\gamma + \omega^{2\alpha}\tau^{2\alpha}\right]^{\beta/2} - (1-\chi)\cos(\beta\upsilon)}$$
(20)

که در آن  $\Omega = G_0 / G_\infty$  و v از رابطه (21) بدست می آید:

$$\upsilon(\omega) = \tan^{-1} \frac{\omega^{\alpha} \tau^{\alpha} \sin\gamma}{1 + \omega^{\alpha} \tau^{\alpha} \cos\gamma}$$
(21)

بنابراین،  $\eta$  به نسبت  $G_0$  و  $G_\infty$  وابسته است. با فرض حقیقی بودن ضریب یواسون ثوابت لامه به صورت رابطه (22) به دست می آیند:

$$\lambda^{*}(\omega) = \frac{2\upsilon}{1-2\upsilon} G^{*}(\omega)$$

$$\mu^{*}_{S}(\omega) = G^{*}(\omega)$$
(22)

# 3- روش انجام آزمایش

آزمایش به روش MIIR پالس کوتاه انجام و موج پراکندگی ناشی از پراکندگی از دو استوانه بهدست خواهد آمد. در این روش یک سیگنال پالس کوتاه پهن باند به جسم تابانده می شود. با تابیده شدن این پالس صوتی به استوانه هدف، یک میدان پراکندگی توسط استوانه تولید و بهوسیله یک پروب گیرنده دریافت می شود. در آزمایش پراکندگی بازگشتی از یک پروب بهعنوان فرستنده و گیرنده امواج استفاده می شود. در شکل 2، چیدمان مورد استفاده در این روش نشان داده شده است. اولین قسمت اکوی پراکندگی بازگشتی دریافتی توسط پروب گیرنده مربوط به موج بازتابش است. اکوهایی که پس از موج بازتابش میرسند، مربوط به تشدیدهای تولید شده توسط امواج سطحی بر روی سطح استوانه هستند. طيف فركانسي اكوى پراكندگي بازگشتي شامل اثرات ميدان پراکندگی تولید شده توسط استوانه و مشخصات فرکانسی سیستم اندازه گیری است. با حذف اثرات فرکانسی سیستم اندازه گیری و رسم طیف بهدست آمده به صورت تابعی از فرکانس بی بعد ka، تابع فرم استوانه به دست می آید. محدوده ka مربوط به هر آزمایش علاوهبر خواص مکانیکی استوانه و محیط، ناشی از دو متغیر پهنای باند پروب و شعاع استوانه است. بنابراین، تغییر بازه فرکانسی مستلزم تغییر استوانه و یا پروب است. با پردازش اکوی موج بازگشتی میتوان تابع فرم جسم مورد نظر را بدست آورد. پردازش اکوی بازگشتی شامل دو قسمت بهدست آوردن طيف فركانسي موج پراكنده شده و حذف مشخصات فرکانسی سیستم اندازه گیری از سیگنال دریافتی است.

به این منظور، یک قطعه مکعبی از جنس پلی آمید انتخاب و دو میله از جنس فولاد و به قطر 6 میلیمتر بهصورت موازی در آن جاسازی شدند. فاصله مرکز به مرکز دو استوانه 10 میلیمتر و طول استوانهها 80 میلیمتر بود. فاصله استوانهها از وجهی از قطعه، که پروب بر روی آن قرار می گرفت، 40 میلیمتر بود. از یک پروب قائم تابش موج طولی با فرکانس مرکزی 2 مگاهرتز برای ارسال و دریافت امواج استفاده شد. قطر پروب 25 میلیمتر و پهنای باند قابل استفاده آن بین 1/2 تا 2/8 مگاهرتز بود. از یک دستگاه پالسساز -گیرنده<sup>4</sup> نیز برای ایجاد و دریافت پالس استفاده شد. با توجه به قطر پروب و فاصله استوانهها تا پروب، می توان موج تابیده شده را بهصورت صفحه ای درنظر گرفت. مختصات محلی (r<sub>c</sub>.o<sub>c</sub>.z<sub>c</sub>) درنظر گرفته میشود، بهصورتی که محور Z هریک از آنها منطبق بر محور استوانه و محور X در امتداد جهت تابش موج باشد.

در روش حاضر برای بررسی پراکندگی چندگانه لازم است موج پراکنده شده از هر استوانه توسط قضیه جمع گرف به فرم تابع موج تابیده شده به استوانه بعدی در آید.

بر این اساس توابع پتانسیل موج تابشی، برحسب نوع موج تابشی، به-صورت کلی تر، مطابق رابطه (16)، درنظر گرفته می شوند:

$$\varphi_{2,inc}^{c} = \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_{n} \varphi_{0,n}^{c} i^{n} J_{n}(\kappa_{2\perp}r) \cos(n\theta) e^{i(\kappa_{Z}Z-\omega t)}$$

$$\psi_{2,inc}^{c} = \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_{n} \psi_{0,n}^{c} i^{n} J_{n}(\kappa_{2\perp}r) \cos(n\theta) e^{i(\kappa_{Z}Z-\omega t)}$$

$$\chi_{2,inc}^{c} = \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_{n} \chi_{0,n}^{c} i^{n} J_{n}(\kappa_{2\perp}r) \sin(n\theta) e^{i(\kappa_{Z}Z-\omega t)}$$

$$(16)$$

پارامترهای  $\psi^{c}_{0,n}$ ,  $\psi^{c}_{0,n}$  و  $\chi^{c}_{0,n}$ , برای حالتی که موج تابیده شده از استوانه شماره c > j و j ماشد، بهصورت رابطه (17) است[9].

dcj فاصله دو استوانه c و *ز* از یکدیگر است. به کمک روابط معرفی شده در معادلات (17) و (18) و روابط پراکندگی از تک استوانه، میتوان پراکندگی چندگانه را تحلیل نمود.

باید درنظر داشت در حالت پراکندگی چندگانه، در حالت تابش مایل، پس از برخورد هر یک از سه نوع موج بررسی شده در این مقاله به یک استوانه، هر سه نوع این امواج ایجاد و پراکنده میشوند و هر یک از سه موج پراکنده شده پس از برخورد به سایر استوانهها سه موج دیگر را ایجاد میکنند. لذا، تعداد پراکندگیهایی که لازم است بررسی شود به صورت تصاعدی افزایش مییابد.

اما در حالت تابش قائم، پس از برخورد امواج برشی با پلاریزاسیون افقی (SH)، تنها امواج SH پراکنده میشوند و تبدیل حالت موج تنها بین دو موج طولی و SV اتفاق میافتد. لذا، تعداد امواج پراکنده شده به مراتب کمتر از حالت تابش موج مایل خواهد بود.

به منظور تحلیل رفتار ویسکوالاستیک ماتریس از مدل هاورلیاک نگامی<sup>1</sup> استفاده میشود. استفاده از این مدل منجر به بهدست آمدن ضرایب لامه به-صورت مختلط که تابعی از فرکانس هستند میشود. براساس این مدل مدول برشی مختلط و تابع فرکانس بهصورت رابطه (19) است[8]:

$$G(\omega) = G'(\omega) + i G''(\omega)$$

$$G'(\omega) = G_{\infty} + \frac{(G_0 - G_{\infty})\cos(\beta \upsilon)}{\left[1 + 2\omega^{\alpha} \tau^{\alpha} \cos\gamma + \omega^{2\alpha} \tau^{2\alpha}\right]^{\beta/2}}$$

$$G''(\omega) = \frac{(G_{\infty} - G_0)\sin(\beta \upsilon)}{\left[1 + 2\omega^{\alpha} \tau^{\alpha} \cos\gamma + \omega^{2\alpha} \tau^{2\alpha}\right]^{\beta/2}}$$
(19)

<sup>2-</sup> Relaxation time

<sup>3-</sup> Loss factor 4- Pulser-Receiver

مهندسی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15

<sup>1-</sup> Havreliak-Negami





**شکل 3** پراکندگی چندگانه موج فشاری از دو استوانه، نتایج تئوری و آزمایش

جدول 1 مقایسه فرکانسهای تشدید بی بعد (ka) حاصل از نتایج تجربی و تئوری

تئورى	تجربى	درصد خطا
5/6	5/6	0
7/7	7/45	3/2
8/6	8/6	0
9/15	9	1/6
10/1	10	1/0
10/85	10/85	0
12/15	12/3	1/2
13/45	13/15	2/2

فرکانس نمونهبرداری 100 مگاهرتز بود و از یک مبدل آنالوگ به دیجیتال برای تبدیل امواج بازگشتی استفاده شد. موج بازگشتی به کمک تبدیل فوریه سریع به حوزه فرکانس منتقل شدند.

### 4 - نتایج عددی و آزمایشگاهی

در این قسمت، ابتدا نتایج اعتبارسنجی میشود و سپس به کمک چند مثال، کاربرد و اهمیت روش ارائه شده در این مقاله بیشتر مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

به منظور بررسی تجربی اعتبار نتایج تئوری برای حالت توضیح داده شده در بخش آزمایش، یک قطعه مکعبی از جنس پلی آمید انتخاب و دو میله از جنس فولاد و به قطر 6 میلیمتر بهصورت موازی در آن جاسازی شدند. فاصله مرکز به مرکز دو استوانه 10 میلیمتر و طول استوانهها 80 میلیمتر بود. فاصله استوانهها از وجهی از قطعه که پروب بر روی آن قرار می گرفت، 40 میلیمتر و

میندسی مکانیک مدرس، فوقالعاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15

از یک پروب تابش موج طولی عمود با فرکانس مرکزی 2 مگاهرتز برای ارسال و دریافت امواج استفاده شد. تابع فرم این دو حالت در شکل 3 نشان داده شده است. همان طور که در شکل مشخص است، سیر کلی دو تابع و همچنین نقاط مینیمم آنها که نشاندهنده فرکانسهای تشدید است تطابق خوبی با هم دارند. در شکل 3، ka هایی که در حالت تجربی تشدید در آن اتفاق افتاده است به صورت نقاط مینیمم مشخص اند. نقاط متناظر حالت تئوری در نزدیکی نقاط تجربی قابل مشاهده است.

همانطور که قبلاً نیز توضیح داده شد، مهمترین اطلاعاتی که میتوان از رسم تابع فرم بهدست آورد، فرکانسهای تشدید و مدهای حاصل از این فرکانسها است. لذا، وجود تفاوت در اندازه تابع فرم درصورت تطابق سیر کلی دو تابع تجربی و تحلیلی و فرکانسهای تشدید بهدست آمده از آنها قابل اغماض است. در جدول 1 فرکانسهای بیبعد تشدید حاصل از دو روش با هم مقایسه شده است. حداکثر خطای موجود 3/2 درصد و قابل قبول است.

به منظور اعتبارسنجی روش تئوری ارائه شده در این مقاله، علاوهبر نتایج تجربی که در بخش قبل توضیح داده شد، از مقایسه نتایج پراکندگی چندگانه و منفرد از استوانههای جاسازی شده در محیط جامد نیز استفاده می شود. در پراکندگی چندگانه شکل تابع فرم وابسته به فاصله استوانهها از هم است و هرچه دو استوانه از هم دورتر باشند، اثر آنها بر روی هم نیز کمتر است. لذا، می توان انتظار داشت با زیاد شدن فاصله دو استوانه از هم، تابع فرم به حالت تک استوانه نزدیک شود. مقایسه دیگری که بین حالت تک استوانه و پراکندگی چندگانه می توان انجام داد این است که با توجه به اینکه حالت چندگانه به نوعی از جمع آثار<sup>1</sup> مراتب مختلف پراکندگی حاصل می شود، انتظار می رود فرکانس های تشدید حالت منفرد در حالت چندگانه نیز مشاهده

برای مقایسه نتایج تئوری پراکندگی چندگانه و تک استوانه ابتدا دو استوانه از جنس فولاد که در ماتریسی از جنس اپوکسی قرار داده شدهاند را درنظر می گیریم، فرض می کنیم، مطابق شکل 4)، موجی فشاری و صفحهای با زاویه 3 درجه نسبت به افق (  $\alpha = 3^o$  ) به این دو استوانه تابیده شود. خواص اپوکسی و فولاد در جدول 2 آورده شده است.

قطر استوانه ها 0/37 میلیمتر است. اگر فاصله استوانه ها را از هم زیاد کنیم، انتظار می رود تابع فرم به حالت تک استوانه نزدیک شود. به این منظور مساله را در حالتی که فاصله دو استوانه از هم زیاد باشد، با حالت تک استوانه مقایسه می کنیم. در این حالت با توجه به افزایش فاصله، اثر استوانهها بر روی هم اندک و تابع فرم به تابع فرم حالت تک استوانه میل کرده است. شکل 5 مقایسه دو حالت گفته شده را نشان می دهد.

در حالتی که دو استوانه در فاصله نزدیک به هم قرار دارند، انتظار می ود کلیه فرکانسهای تشدید که در حالت منفرد مشاهده می شوند در حالت چندگانه نیز وجود داشته باشند. به این منظور تابع فرم موج پراکنده شده از دو استوانه، با فاصله مرکز به مرکز 1 میلیمتر و قطر 0/37 میلیمتر، با حالت تک استوانه، برای موج فشاری در شکل 6 و برای موج HS در شکل 7 مقایسه شده است. همان طور که در این شکل ها مشاهده می شود، در هر فرکانسی که نقطه مینیممی در منحنی تک استوانه وجود دارد و نشان دهنده یک تشدید است، یک مینیمم نیز در حالت چندگانه وجود دارد و علاوهبر آن در حالت چندگانه چند تشدید دیگر نیز اتفاق افتاده است که به دلیل اثر متقابل دو استوانه بر روی هم است.

<sup>1-</sup> Super Position

1.6



ثوابت الاستيك [N/m²)] (N/m²)			چگالی(kg/m³)	مادہ		
C <sub>11</sub>	C12	C <sub>13</sub>	Сзз	C44		
0/079	0/039	0/039	0/079	0/02	1129	اپوكسى
3/278	1/402	1/402	3/278	9/38	7800	فولاد
2/95	1/59	1/11	3/35	0/71	8900	كبالت





جندكانه

همچنین، تاثیر فاصله دو استوانه بر روی طیف امواج پراکنده شده نیز قابل بررسی است. در شکل 8، تابع فرم پراکندگی موج SH از دو استوانه با فواصل مختلف از هم ترسیم شده است (d فاصله مرکز به مرکز دو استوانه و a شعاع است). همان طور که در شکل دیده می شود، برخی فرکانس های تشدید ثابت اند (با فلش بر روی شکل مشخص شده است) و برخی دیگر با دور شدن استوانهها از هم به صورت پیوسته تغییر می کنند. فرکانس هایی که ثابت اند مربوط به حالت تک استوانهاند و سایر تشدیدها ناشی از اثر استوانهها بر روی یکدیگر است.

 $\tau$ (sec)

3/139×10<sup>-9</sup>

یکی از مواردی که در تحلیل پراکندگی اهمیت دارد زاویه تابش موج به استوانه هاست. در حالت قائم، حل مساله به مراتب سادهتر و انجام آزمایش نیز دشواریهای کمتری دارد، اما در حالت تابش مایل اطلاعات کامل تری از نمونه می توان به دست آورد و در مقابل انجام محاسبات با حجم بیشتری همراه است. بهعنوان یک مثال، پراکندگی از دو استوانه همسانگرد عرضی از جنس کبالت که در ماتریسی از جنس پلیمر جاسازی شده است را بررسی می کنیم. خواص ماتریس در جدول 3 داده شده است. شکل 9 تابع فرم موج طولی حاصل از تابش موج طولی در این حالت را نشان میدهد.



شکل 9 تابع فرم موج طولی پراکنده شده از دو استوانه تحت تابش موج طولی



شکل 10 تابع فرم موج SV پراکنده شده از دو استوانه تحت تابش موج طولی



شکل 11 تابع فرم موج SH پراکنده شده از دو استوانه تحت تابش موج طولی

شکل 10 و شکل 11 نیز بهترتیب امواج SV و SH پراکنده شده ناشی از تابش همین موج را نشان میدهند. همانطور که در این شکلها دیده میشود و انتظار میرود، اندازه موج SH پراکنده شده بسیار کوچکتر از دو موج دیگر است.

در پراکندگی چندگانه، در حالت تابش مایل، پس از برخورد هر یک از سه نوع موج طولی، SV و SH به استوانهها، هر سه نوع موج ایجاد و پراکنده می شوند و هر یک از این سه موج پراکنده شده پس از برخورد به سایر استوانهها سه موج دیگر را ایجاد می کنند. لذا، تعداد پراکندگی هایی که لازم است بررسی شود به صورت تصاعدی افزایش می یابند. اما، در حالت تابش قائم،

مېددسې مكانيك مدرس، فوقالعاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15

پس از برخورد امواج برشی با پلاریزاسیون افقی (SH)، تنها امواج SH پراکنده میشوند و تبدیل حالت موج تنها بین دو موج طولی و SV اتفاق میافتد. لذا، تعداد امواج پراکنده شده به مراتب کمتر از حالت تابش موج مایل خواهد بود.

#### 5- نتيجه گيري

در این مقاله، به کمک تئوری پراکندگی از تک استوانه همسانگرد عرضی و با بسط این روش و استفاده از قضیه جمع گرف و روابط ویسکوالاستیک، فرمولاسیون پراکندگی چندگانه با درنظر گرفتن اثر میرایی ارائه شد. در این روش با توجه به درنظر گرفتن تبدیل انواع امواج طولی و عرضی به هم، قابلیت بررسی تابش، تبدیل موج و پراکندگی امواج طولی، عرضی با پلاریزاسیون افقی و امواج عرضی با پلاریزاسیون عمودی در تابش قائم و مایل به مورت همزمان وجود دارد. همچنین، در این روش قابلیت تحلیل موج تابش با هر زاویه دلخواه وجود داشته و موج پراکنده شده نیز در هر نقطه دلخواه فضایی قابل محاسبه است. شایان ذکر است در تعداد استوانهها و مرتبه پراکندگی نیز محدودیتی وجود ندارد و با توجه به امکان تحلیل پراکندگی چندگانه با درنظر گرفتن همه انواع امواج طولی و عرضی امکان تحلیل دقیق-تر پراکندگی در حالت قائم و مایل فراهم شده و شکل دقیقی از تابع فرم قابل استخراج است.

در بخش نتایج آزمایشگاهی نیز قطعهای از جنس ماده پلیمری ساخته و استوانههایی از جنس فولاد در آن قرار داده شد تا، به کمک یک پروب فرستنده-گیرنده، موج بازگشتی از استوانهها دریافت و تابع فرم مربوطه استخراج شود. فرکانسهای تشدید بهدست آمده از آزمایش که بهصورت نقاط کمینه در تابع فرم ظاهر میشوند، تطابق خوبی با نتایج تئوری داشتند. همچنین، برای اعتبارسنجی بیشتر، نتایج در حالتهای مختلف با پراکندگی منفرد مقایسه و شباهتها و تفاوتهای منطقی مشاهده شد.

از دید انواع امواج ایجاد شده طولی و عرضی، مقایسه ای در حالت پراکندگی چندگانه، در حالت تابش مایل و قائم انجام شد. در تابش مایل، پس از برخورد هر یک از سه نوع موج طولی، SH و SH به یک استوانه، هر سه نوع موج ایجاد و پراکنده میشوند و هر یک از این سه نوع موج پراکنده شده پس از برخورد به سایر استوانهها سه نوع موج دیگر ایجاد میکنند. در نتیجه تعداد پراکندگیهایی که لازم است بررسی شوند به صورت تصاعدی افزایش میابد. اما، در حالت تابش قائم، پس از برخورد امواج برشی با پلاریزاسیون افقی (SH)، تنها امواج SH پراکنده میشوند و تبدیل حالت موج تنها بین دو موج برشی و SV صورت میگیرد. لذا، تعداد امواج پراکنده شده به مراتب کمتر از حالت تابش موج مایل خواهد بود.

#### 6- مراجع

- L. Flax, L. R. Dragonette, H. Uberall, Theory of elastic resonance excitation by sound scattering, *Journal of acoustic Society America*, Vol. 63, pp.723-731, 1978
- [2] M. de Billy, Resonance angular diagrams observed from anisotropic cylinders submitted to an acoustic excitation, *Journal of acoustic Society America*, Vol. 97, pp.852-855, 1995.
- [3] F. Honarvar, A. N. Sinclair, Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders, *Journal of acoustic Society of America*, Vol. 100, pp.57-63, 1996.
- [4] Y. Fan, A. N. Sinclair, F. Honarvar, Scattering of a plane acoustic wave from a transversely isotropic cylinder encased in a solid elastic medium, *Journal of acoustic Society America*, Vol. 106, pp. 1229-1236, 1999.
- [5] J. Jamali, M. H. Naei, F. Honarvar, M. Rajabi, Acoustic Scattering and Radiation Force Function Experienced by Functionally Graded Cylindrical Shells, *Journal of Mechanics*, Vol. 27, pp. 227-243, 2011.
- [6] S. Biwa, S. Yamamoto, F. Kobayashi, N. Ohno, Computational multiple scattering analysis for shear wave propagation in unidirectional composites, *International Journal of Solids and Structure*, Vol. 41, pp. 435-457, 2004.

#### پراکندگی چندگانه امواج فراصوتی از استوانههای همسانگرد عرضی جاسازی شده در ماتریس جامد ویسکوالاستیک

- [11] P. Daryabor, M. Farzin, F. Honarvar, Calculating the Lamb wave modes in an aluminum sheet bonded to a composite layer with FEM and experiment, *Modares Mechanical Engineering Scientific Research Journal*, Vol 13, pp. 95-106, 2013 (in Persian).
- [12] F. Honarvar, A. N. Sinclair, Nondestructive Evaluation of cylindrical components by resonance acoustic spectroscopy, *Ultrasonics*, Vol. 36, pp. 845-854, 1998.
- [13] M. Cassier, C. Hazard, Multiple scattering of acoustic waves by small sound-soft obstacles in two dimensions: mathematical justification of the Foldy–LaxModel, *Wave Motin*, Vol. 50, pp. 18-28, 2013.
- [14] M. Brigante, On Multiple Scatteringin Acoustic Media: A Deterministic Ray Tracing Method for Random Structures, *Ultrasonics*, Vol. 53, pp. 652-657, 2013.
- [7] S. Lethuillier, J. M. Conoir, P. Pareige, J. L. Izbicki, Resonant acoustic scattering by a finite linear grating of elastic shells, *Journal of Ultrasonics*. Vol. 41, pp. 655-662, 2003.
- [8] S. M. Hasheminejad, M. A. Alibakhshi, Dynamic viscoelastic and multiple scattering effects in fiber suspensions, *Journal of Dispersion Science and Technology*, Vol. 27, pp. 219-234, 2006.
- [9] S. Sodagar, F. Honarvar, A. N. Sinclair, Multiple scattering of an obliquely incident plane acoustic wave from a grating of immersed cylindrical shells, *Journal of Applied Acoustics*, Vol. 72, pp. 411-419, 2011.
- [10] K. Daneshjoo, M. Rahimzadeh, Elastic wave proppagation in composites with random distribution of spherical inclusions using dynamic generalizedself-connsistentmodel, *Modares Mechanical Engineering Scientific Research Journal*, Vol 13, pp. 196-206, 2014 (in Persian).