

## مدل‌سازی اصطکاک لغزشی در حضور نوسانات آلتراسونیک

داود شاهقلیان قهرخی<sup>۱</sup>، محمود سلیمی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان  
۲- استاد، مهندس مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان  
\* salimi@cc.iut.ac.ir، ۸۴۱۵۶۸۳۱۱۱، اصفهان، کد پستی

### چکیده

زمانی که دو جسم روی سطح مشترکی لغزش می‌کنند زبری‌های آن‌ها با یکدیگر درگیر شده و تغییر شکل می‌یابند و اصطکاک دینامیکی را به وجود می‌آورند با اعمال نوسانات آلتراسونیک به یکی از این دو جسم، نیروی اصطکاک بین دو جسم کاهش می‌یابد. آزمایشات نشان می‌دهد که نیروی اصطکاک بین دو جسم برای مواد مختلف می‌تواند تا ۶۰ درصد کاهش یابد که این خاصیت در فرآیندهای شکل دهنده و فرآیندهای ماشینکاری کاربرد بسیار زیادی دارد. بنابراین این نوسانات را می‌توان به عنوان یک روانکار با بازدهی بالاتر و آلودگی کمتر به جای روانکارهای شیمیایی استفاده کرد. در این تحقیق یک مدل الاستیک-پلاستیک از تماس سطوح ارائه شده است که قابلیت پیش‌بینی نیروی اصطکاک بین دو جسم در حضور نوسانات آلتراسونیک را دارد. نتایج مدل ارائه شده با نتایج تجربی مقایسه شده است و اختلاف آنها کمتر از ۱۰ درصد می‌باشد. همچنین مدل ارائه شده با مدل دانگ نیز مقایسه شده است که نتایج دقت بهتر در پیش‌بینی نیروی اصطکاک نسبت به مدل دانگ را نشان می‌دهند.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل	۱۳۹۳ اردیبهشت
پذیرش:	۱۳۹۳ تیر
ارائه در سایت:	۱۳۹۳ آبان ۲۴
کلید واژگان:	مدل سازی اصطکاک آلتراسونیک زبری

## Modeling of sliding friction with superimposed ultrasonic oscillation

Davoud Shahgholian Ghahfarokhi<sup>1</sup>, Mahmoud Salimi<sup>1\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran  
\* P.O.B. \*8415683111, Isfahan, salimi@cc.iut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 30 April 2014  
Accepted 04 July 2014  
Available Online 15 November 2014

Keywords:  
Modeling  
Sliding Friction  
Ultrasonic Oscillation  
Asperity  
Surface Contact

### ABSTRACT

When two bodies slide on each other the asperities are engaged and deformed causing the dynamic friction. By superposing ultrasonic oscillation to one of the bodies, the friction force is reduced. The experiments show that the friction force may be reduced by about 60 percent depending on material properties and the kinetics of the two bodies. This phenomenon is widely used in metal forming and metal cutting and may be used as a replacement of lubricants in such processes due to its higher efficiency and less pollution effects. In this research an elastic-plastic model for the surface contact is given that is capable of predicting the friction force when ultrasonic vibrations are superimposed to macroscopic motion. The result of this model is compared with that of the experimental values. The differences between these values are shown to be less than 10 percent. The result of the model is also compared with that of the Dong model. The comparison shows that the present model has better accuracy of the Dong model.

تغییر شکل می‌تواند الاستیک، الاستوپلاستیک و یا پلاستیک کامل باشد.  
مطالعات اولیه در زمینه تغییر شکل زبری‌ها توسط گرینوود و همکارانش [۱] انجام شد. ایشان تماس بین دو سطح را به صورت تماس بین یک سطح زبر و یک سطح صیقلی مدل کرد و یک مدل الاستیک برای تغییر شکل زبری‌ها درگیر بین دو جسم بیان کرد. چانگ و همکارانش [۲] با توسعه مدل گرینوود توансنتد یک مدل الاستیک-پلاستیک برای تغییر شکل زبری-ها بیان کرد. کاگت و همکارانش [۳] نیز با استفاده از شبیه سازی اجزای محدود و برآش منحنی مدلی برای محاسبه مساحت تماس بین دو زبری ارائه کردند. زائو و همکارانش [۴] با استفاده از آنالیز استاتیکی بین دو کره مدلی برای پیش‌بینی نیروی عمودی بین دو زبری و مساحت تماس بین آن دو ارائه کرد. کوهن و همکارانش [۵] نیز یک مدل تماسی برای محاسبه ضرب اصطکاک بین دو جسم ارائه کردند پلی کارپو واتر [۶] یک مدل

### ۱- مقدمه

به امواجی که فرکانس نوساناتش بیشتر از ۲۰ کیلو هرتز باشد امواج آلتراسونیک می‌گویند این امواج دارای دامنه کم و فرکانس نوسانات بالایی می‌باشند که دارای کاربردهای گوناگونی در فرآیندهای شکل دهنده و ماشین کاری می‌باشد.

زمانی که سطوح ببروی یکدیگر حرکت می‌کنند بین آن‌ها اصطکاک دینامیکی به وجود می‌آید اگر به سطوح در حال تماس به صورت میکرو نگریسته شود دیده می‌شود که سطوح دارای زبری<sup>۱</sup> هستند و در واقع این زبری‌ها هستند که با یکدیگر درگیر شده و اصطکاک را به وجود می‌آورند زمانی که این زبری‌ها با یکدیگر درگیر شده، تغییر شکل می‌دهند که این

۱- Asperity

## ۲- مدل سازی

در این تحقیق یک مدل الاستیک-پلاستیک جدید از زبری‌های سطح توأم با نوسانات آلتراسونیک ارائه شده است که قادر است نیروی اصطکاک بین دو جسم در حضور نوسانات آلتراسونیک را پیش‌بینی کند این مدل در چهار قسمت زیر تشریح شده است.

### ۱- هندسه مدل

شکل ۲ یک شکل شماتیک از زبری سطوح می‌باشد. در این شکل  $d$  فاصله بین دو سطح  $h$ ,  $z$  فاصله بین میانگین ارتفاع دو جسم،  $z'$  فاصله بین قله زبری تا میانگین ماکریم ارتفاع زبری‌ها و  $z''$  فاصله بین میانگین ارتفاع ماکریم و مینیموم زبری‌ها می‌باشد. در مدل ارائه شده در این تحقیق برای نزدیکی به واقعیت همانگونه که در شکل ۳ دیده می‌شود زبری‌ها به صورت یک تیر یکسرگیردار با مقطع متغیر دایروی شکل در نظر گرفته شده اند.

### ۲- پارامترهای تماسی مدل

برای محاسبه فرورفتگی زبری‌ها در یکدیگر از مدل کوهن [۵] استفاده شده است. کوهن با استفاده از فرض گرینوود [۶] تماس بین دو سطح را به صورت تماس یک سطح زبر با یک سطح صیقلی در نظر می‌گیرد و بیان کرد.

که اگر  $\omega_c \gg \omega$  باشد تغییر شکل زبری الاستیک و اگر  $\omega_c \ll \omega$  باشد تغییر شکل زبری پلاستیک است که  $\omega$  مقدار فرورفتگی زبری‌ها در یکدیگر می‌باشد که از رابطه (۱) به دست می‌آید و  $\omega_c$  مقدار بحرانی فرورفتگی زبری‌ها است که از رابطه (۲) به دست می‌آید:

$$\omega = z - d \quad (1)$$

$z$  فاصله بین نوک زبری تا میانگین ارتفاع زبری‌ها و  $d$  فاصله بین دو سطح درگیر می‌باشد که در شکل ۲ مشخص است.

$$\omega_c = \frac{\pi C_v (1 - v^2) Y}{2E} R \quad (2)$$

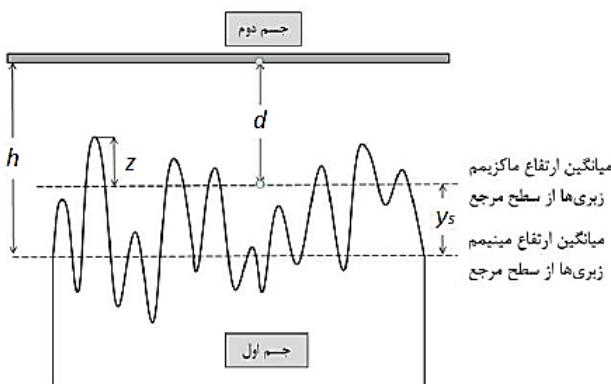
در رابطه (۲)  $Y$  ضریب پُؤاسن ماده نرم تر،  $R$  شعاع نوک زبری،  $Y$  استحکام شکست ماده نرم تر،  $E$  مدول یانگی ترکیبی دو جسم که از رابطه (۳) به دست می‌آید و  $C_v$  ثابتی از  $v$  است که از رابطه (۴) به دست می‌آید.

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2} \quad (3)$$

$$C_v = 1.234 + 1.256v \quad (4)$$

$v_1$  و  $E_1$  مدول یانگ و ضریب پُؤاسن جسم ۱ و  $E_2$  و  $v_2$  مدول یانگ و ضریب پُؤاسن جسم ۲ می‌باشند.

همانگونه که در شکل ۲ مشاهده می‌گردد هر سطح دارای زبری‌های



شکل ۲ شکل شماتیک زبری سطوح و مشخصات زبری

الاستیک-پلاستیک تغییر شکل زبری‌ها ارائه کردند که در این مقاله از این مدل برای محاسبه سطح تماس زبری و نیروی عمودی بین دو زبری استفاده شده است.

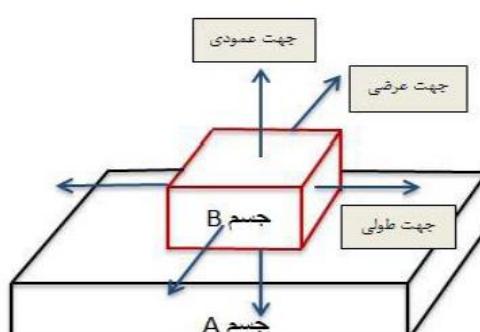
اگر به یکی از دو جسمی که بر روی یکدیگر حرکت می‌کنند نوسانات آلتراسونیک دهیم تحقیقات نشان می‌دهد که باعث کاهش نیروی اصطکاک می‌گردد. همانگونه که در شکل ۱ دیده می‌شود می‌توان در سه جهت طولی، عرضی و عمودی به یک جسم نوسان وارد کرد.

لیتمن و همکارانش به صورت تئوری و تجربی [۷، ۸] تأثیر نوسانات آلتراسونیک را بر روی ضریب اصطکاک در جهت طولی و جهت عرضی بررسی کردند و رابطه بین سرعت نسبی دو جسم و ضریب اصطکاک به دست آورده‌اند. کومار و هوچینگ [۹] نیز به صورت تجربی تأثیر نوسانات را در جهت طولی و عرضی بررسی کرد و بیان کرد که نوسانات طولی تأثیر بیشتری در کاهش نیروی اصطکاک نسبت به نوسانات عرضی دارد. پوپوف و همکارانش [۱۰] نیز به صورت تجربی تأثیر نوسانات را برای گسترهای از مواد بررسی کرد و بیان کرد که این نوسانات تأثیر کمتری بر روی مواد نرم نسبت به مواد ترد دارد. دانگ و داپینیو [۱۱] یک مدل الاستیک-پلاستیک از تغییر شکل زبری‌ها در حضور نوسانات آلتراسونیک در جهت طولی و عرضی ارائه کردند.

نوسانات آلتراسونیک بین دو جسم همانند یک روانکار جامد عمل می‌کند و باعث کاهش نیروی مورد نیاز برای شکل دهنده می‌شود به همین دلیل کاربردهای سیاری در فرآیندهای شکل دهنده داراست که در این زمینه تحقیقات فراوانی انجام گرفته است.

موروکاوا و جین [۱۲] به بررسی کاهش نیروی موردنیاز در فرآیند کشش سیم پرداختند. هانگ و همکاران [۱۳] یک تحلیل عددی برای فرآیند کله‌زنی با امواج آلتراسونیک ارائه کردند. اکبری موسوی و همکارانش [۱۴] کاهش ۳۰ درصدی در نیروی اصطکاک در فرایند اکستروژن توأم با آلتراسونیک را نشان دادند. رایدل و همکارانش [۱۵] کاهش ۳۷ درصدی در نیروی شکل دهنده در فرآیند کشش عمیق در حضور نوسانات آلتراسونیک را نشان دادند. ژائو و همکارانش [۱۶] به تأثیر نوسانات بر روی فرایند فشار در ابعاد میکرو پرداختند. افتخار شهری و همکارانش [۱۷] به بررسی تحلیلی و عددی برای فرآیند هیدروفرمینگ لوله در حضور ارتعاشات آلتراسونیک پرداختند.

در این تحقیق زبری‌ها به صورت یک تیر یکسرگیردار با مقطع متغیر دایروی شکل در نظر گرفته شدند و پارامترهای تماسی به ابعاد تیر وابسته شدند. همچنین توزیع ارتفاع زبری‌ها به صورت گوسی شکل در نظر گرفته شد که این دو نوآوری باعث بهبود نتایج و دقت بیشتر نسبت به مدل‌های موجود شده است.



شکل ۱ سه جهت اعمال نوسانات آلتراسونیک به جسم

پلاستیک شود را به صورت رابطه (۱۰) بیان کرد:

$$\begin{aligned} F_n^*(d^*) &= \eta R \sigma \left[ \frac{4}{3} \cdot \left( \frac{\sigma}{R} \right)^{0.5} \right. \\ &\quad \cdot \int_{d^*}^{d^* + \omega_c^*} (z^* - d^*)^{\frac{3}{2}} \Phi(z^*) dz^* \\ &\quad \left. + \frac{\pi C_v (1-v^2) Y}{E} \int_{d^* + \omega_c^*}^{\infty} [2(z^* - d^*) - \omega_c^*] \Phi(z^*) dz^* \right] \end{aligned} \quad (10)$$

که  $F_n^*(d^*) = \frac{F_n}{A_n E}$  می‌باشد. همانگونه که در بخش ۱-۲ گفته شد در مدل ارائه شده زبری‌ها را به صورت یک تیر یکسرگیردار در نظر می‌گیریم زمانی که نیروی اصطکاک به زبری وارد می‌شود همانند آنچه در شکل ۴ دیده می‌شود زبری دچار خمش شده و به اندازه  $\delta$  تغییر مکان می‌دهد تا در نهایت گسیخته شده و یک زبری جدید به وجود می‌آید این فرآیند تا مدامی که دو جسم در گیر هستند ادامه می‌یابد بنابراین نیروی اصطکاک از رابطه (۱۱) به دست می‌آید:

$$F_T = K_t \cdot \delta \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)  $F_T$  نیروی اصطکاک بین دو جسم،  $K_t$  ثابت خمی زبری‌ها و  $\delta$  تغییر مکان زبری‌ها پس از اعمال نیرو می‌باشد.

$$\delta \text{ برای یک مقطع متغیر از رابطه (۱۲) به دست می‌آید:} \quad (12)$$

$$\delta = \int_0^d \frac{F_T x^2 dx}{E(x) I(x)}$$

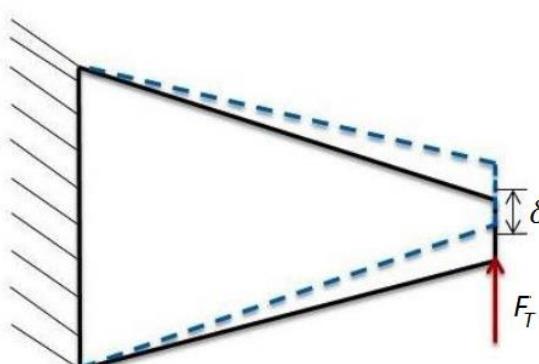
در رابطه (۱۲) نیروی مماسی وارد شده به تیر می‌باشد و  $x$  با توجه به شکل ۵ فاصله بین المان مورد نظر تا ابتدای تیر می‌باشد ( $x$ ) مدول یانگ تیر و ( $I(x)$ ) ممان اینرسی تیر می‌باشد.

با توجه به شکل ۵ و پارامترهای در نظر گرفته شده برای زبری دایروی شکل با مقطع متغیر، مقدار  $\delta$  از رابطه (۱۳) به دست می‌آید:

$$\delta = \frac{64 F d^3}{3 \pi E K b^4} \quad (13)$$

با توجه به رابطه (۱۱) مقدار  $K_t$  از رابطه (۱۴) به دست می‌آید:

$$K_t = \frac{3 K b^4 \pi E}{64 d^3} = \frac{3 K E A_{\text{total}}^2}{4 \pi d^3} \quad (14)$$



شکل ۴ تغییر مکان زبری تحت اثر نیرو

زیادی می‌باشد که هر کدام از این زبری‌ها داری ارتفاع خاصی می‌باشد گرینوود فرض کرد که نوک زبری‌ها دارای شعاع یکسان  $R$  باشد و ارتفاع زبری‌ها از توزیع نرمال گوس پیروی کند که در رابطه (۵) آمده است.

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-0.5 \left(\frac{z}{\sigma}\right)^2\right) \quad (5)$$

$\sigma$  انحراف استاندارد ارتفاع زبری‌ها می‌باشد.

همچنین گرینوود بیان کرد اگر سطحی دارای  $N$  زبری باشد تعداد زبری‌های در گیر از رابطه (۶) به دست می‌آید:

$$n = N \int_{d^*}^{\infty} \Phi(z^*) dz^* \quad (6)$$

در رابطه (۶)  $n$  تعداد زبری‌های در گیر می‌باشد.

برای محاسبه مساحت سطح تماس بین دو زبری از مدل پلی‌کارپو [۶] استفاده شد پلی‌کارپو بیان داشت که اگر تغییر شکل زبری الاستیک باشد مقدار مساحت سطح تماس از رابطه (۷) و اگر الاستیک-پلاستیک باشد از رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$A_e^* = \pi \eta R \sigma \int_{d^*}^{d^* + \omega_c^*} (z^* - d^*) \Phi(z^*) dz^* \quad (7)$$

$$A_p^* = \pi \eta R \sigma \int_{d^* + \omega_c^*}^{\infty} [2(z^* - d^*) - \omega_c^*] \Phi(z^*) dz^* \quad (8)$$

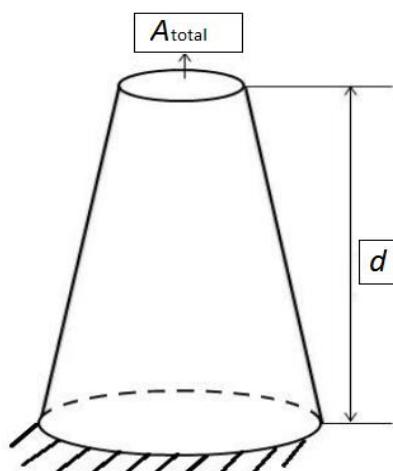
$\eta$  چگالی زبری‌ها در واحد سطح می‌باشد و برابر است با  $A_n$  همچنین  $A_p^* = \frac{A_p}{A_n}$  و  $A_e^* = \frac{A_e}{A_n}$  می‌باشند.  $d^*$ ،  $z^* = \frac{z}{\sigma}$  مساحت اسامی تماس و مساحت کل سطح تماس دو زبری که تغییر شکل الاستیک-پلاستیک دارند از رابطه (۹) به دست می‌آید.

$$A_{\text{total}} = A_e + A_p \quad (9)$$

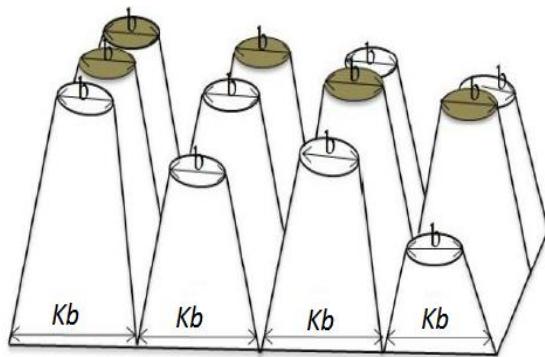
تماس واقعی بین دو سطح شامل تماس زبری‌ها می‌شود که این مقدار بسیار کوچکتر از مقدار مساحت اسامی تماس می‌باشد.

### ۳-۲- محاسبه نیروی اصطکاک مدل

نیروی عمودی بین دو جسم، توسط زبری‌ها تحمل می‌گردد که باعث تغییر شکل زبری‌ها نیز می‌شود پلی‌کارپو ارتباط بین نیروی عمودی دو جسم و پارامترهای تماسی و خواص سطح را که نیرو منجر به تغییر شکل الاستیک-



شکل ۳ مدل زبری‌های در گیر شده



شکل ۶ مشخصات زبری‌های یک سطح درگیر فرضی

تغییر مکان جدید از رابطه (۱۹)، فاصله جدید بین دو سطح از رابطه (۲۰) و قطر جدید مساحت تماس از رابطه (۲۱) به دست می‌آید:

$$\delta_{\text{new}} = \delta + U_1 \quad (19)$$

$$d_{\text{new}} = d + U_2 \quad (20)$$

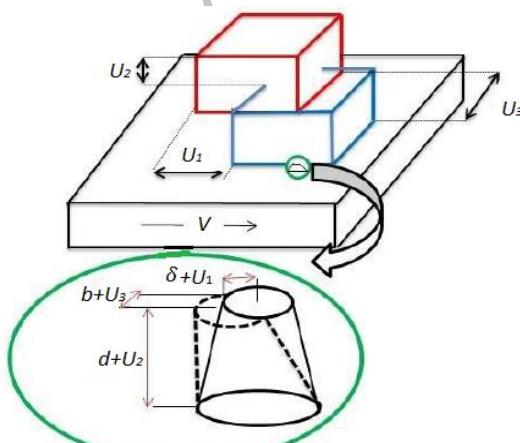
$$b_{\text{new}} = b + U_3 \quad (21)$$

در رابطه (۱۹)، جابجایی امواج آلتراسونیک در جهت طولی و در رابطه (۲۰)، جابجایی امواج آلتراسونیک در جهت عمودی (عمود بر دو جسم) و در رابطه (۲۱) جابجایی امواج آلتراسونیک در جهت عرضی را نشان می‌دهد.

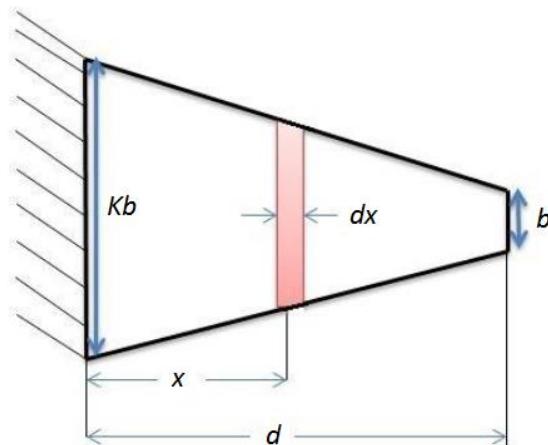
$U_1$  و  $U_3$  زمانی که همجهت با لغزش بین دو جسم باشند مثبت در نظر گرفته می‌شوند و زمانی که مخالف لغزش بین دو جسم باشند منفی در نظر گرفته می‌شوند. امواج آلتراسونیک در نصف دوره تناوب اول یعنی در بازه  $[0, T/2]$  همجهت با جهت لغزش بین دو جسم می‌باشد و در نصف دوره تناوب دوم در بازه  $[T/2, T]$  خلاف جهت لغزش بین دو جسم می‌باشد بنابراین چون  $U_1$  و  $U_3$  در روابط (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) مثبت در نظر گرفته شدن، باید بازه زمانی آن‌ها در  $[0, T/2]$  در نظر گرفته شود.

بنابراین چون مشخصات زبری‌ها در حضور نوسانات آلتراسونیک تغییر کردند بنابراین ثابت خمی مدل نیز تغییر می‌کند و از رابطه (۲۲) به دست می‌آید:

$$K_{t_{\text{new}}} = \frac{3KE_{\text{total}_{\text{new}}}^2}{4\pi d_{\text{new}}^3} \quad (22)$$



شکل ۷ تغییرات در هندسه مدل در اثر اضافه شدن امواج آلتراسونیک



شکل ۵ مشخصات هندسی مدل

همانگونه که از شکل ۵ مشخص است  $Kb$  قطر ریشه تیر می‌باشد که در آن  $K$  ضریب ثابت می‌باشد و برای به دست آوردن آن مطابق شکل ۶ به طور مثال فرض شد که سطح نشان داده شده در شکل ۶، دارای ۹ زبری باشد که عدد از آن‌ها با زبری‌های سطح دیگر درگیر می‌باشند مطابق شکل ۶ نسبت زیر برقرار می‌باشد:

$$\begin{aligned} \frac{\text{سطح تماس زبری‌ها (قسمت رنگی)}}{\text{مساحت کل جسم}} &= \frac{A_{\text{total}}}{A_n} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^5 \pi b_i^2}{\sum_{i=1}^9 \pi (Kb_i)^2} = \frac{5}{9K^2} \end{aligned} \quad (15)$$

حال اگر سطحی  $N$  عدد زبری داشته باشد که  $n$  عدد آن درگیر باشد رابطه (۱۵) به رابطه (۱۶) تبدیل می‌گردد:

$$\frac{A_{\text{total}}}{A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n \pi b_i^2}{\sum_{i=1}^N \pi (Kb_i)^2} = \frac{n}{NK^2} \quad (16)$$

بنابراین مقدار ضریب  $K$  از رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$K = \left( \frac{nA_n}{NA_{\text{total}}} \right)^{0.5} \quad (17)$$

زمانی که دو سطح با سرعت قابل توجهی از روی یکدیگر حرکت کنند  $\delta$  را می‌توان از رابطه داهل [۱۹] به صورت رابطه (۱۸) محاسبه کرد.

$$\frac{d\delta}{dt} = V_{\text{rel}} [1 - \frac{K_t \delta}{F_{t0}} \text{sgn}(V_{\text{rel}})] \quad (18)$$

در رابطه (۱۸)  $V_{\text{rel}}$  سرعت نسبی بین دو جسم و  $F_{t0}$  نیروی اصطکاک استاتیکی اندازه‌گیری شده از آزمایش می‌باشد.

#### ۴-۲- محاسبه نیروی اصطکاک کاوشی مدل

امواج التراسونیک را می‌توان به سه مولفه طولی، عرضی و عمودی تجزیه کرد که هر کدام از این مولفه‌ها تابعی از زمان و مختصات مکانی می‌باشند زمانی که امواج آلتراسونیک را به یکی از دو جسم درگیر وارد می‌کنیم، اندازه زبری‌ها مطابق آنچه در شکل ۷ نشان داده شده است تغییر می‌کند بنابراین

(۲۵) و (۲۶) در پیوست الف آمده است.  
 $A$  و  $B$  دامنه امواج آلتراسونیک می باشد که مقادیر آنها از آزمایش مشخص می گردد و در جدول ۲ آمده اند و  $f$  فرکانس امواج آلتراسونیک می باشد همچنین رنج تغییرات  $6\times 6$ - می باشد [۱۱].

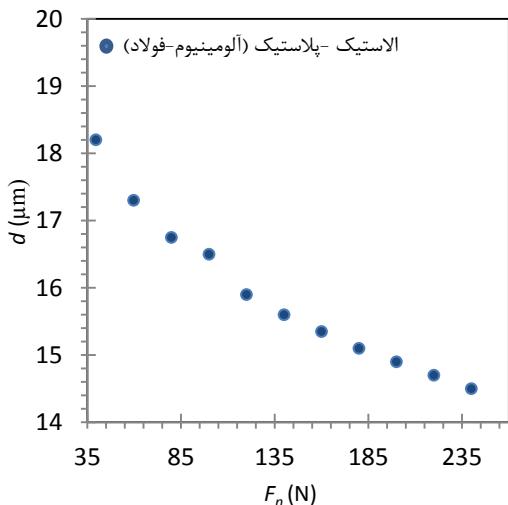
#### ۴- نتایج و بحث

در شکل ۸ نمودار فاصله بین دو سطح (ارتفاع مدل ارائه شده) بر حسب نیروی عمودی بین دو سطح رسم شده است دیده شد که هرچه نیروی عمودی زیادتر گردد، فاصله بین دو سطح کمتر می گردد زمانی که نیرو از ۳۸ نیوتون تا ۲۴۰ نیوتون افزایش می یابد دو سطح حدود ۴ میکرومتر به هم نزدیکتر می گردند.

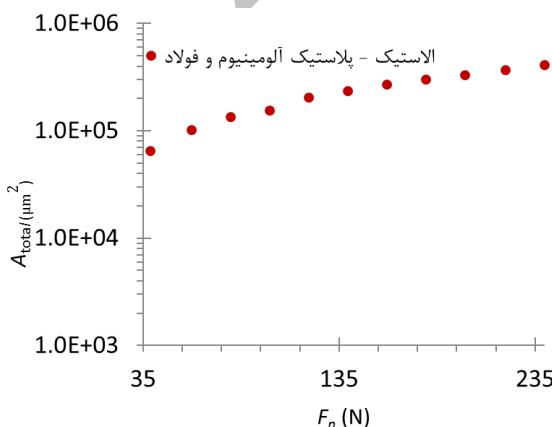
در شکل ۹ نمودار لگاریتمی مساحت واقعی تماس بر حسب نیروی عمودی رسم شده است دیده می شود که هرچه نیروی عمودی زیادتر می گردد مساحت تماس بین زبری ها نیز زیادتر می شود زمانی که نیرو از ۳۸ نیوتون تا ۲۴۰ افزایش می یابد سطح تماس حدود ۰/۴۳ میکرومتر مربع

جدول ۲- مشخصات امواج آلتراسونیک [۱۱]

نماد	پارامتر( واحد)	مقدار
$A$	دامنه مولفه طولی موج(میکرومتر)	۱۱/۴۶
$B$	دامنه مولفه عمودی موج(میکرومتر)	۱/۱
$L$	طول جسم ارتعاش کننده(میلی متر)	۱۲۷



شکل ۸ نمودار فاصله بین دو سطح بر حسب نیروی عمودی



شکل ۹ نمودار مساحت واقعی تماس بر حسب نیروی عمودی

در رابطه (۲۲)  $K$  یک ضریب ثابت می باشد که از رابطه (۱۷) به دست می آید  
 $E$  مدول یانگ جسم می باشد  $d_{\text{new}}$  فاصله جدید بین دو سطح می باشد که از رابطه (۲۰) به دست می آید و  $A_{\text{total,new}}$  مساحت سطح تماس جدید می باشد که تابع زمان و مکان می باشد و رابطه آن به صورت رابطه (۲۳) می باشد:

$$\begin{aligned} A_{\text{total,new}} &= \pi \eta R \sigma \cdot \\ &\int_{d^* + U_2}^{d^* + U_2 + \omega_c^*} (z^* - d^* + U_2) \Phi(z^*) dz^* \\ &+ \pi \eta R \sigma \int_{d^* + U_2 + \omega_c^*}^{\infty} [2(z^* - d^* \\ &+ U_2) - \omega_c^*] \Phi(z^*) dz^* \end{aligned} \quad (۲۳)$$

بنابراین با تغییر ثابت خمی و تغییر مکان زبری ها نیروی اصطکاک نیز تغییر می کند و از رابطه (۲۴) به دست می آید:

$$F_{T_{\text{new}}} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} K_{t_{\text{new}}} \cdot \delta_{\text{new}} dt \quad (۲۴)$$

در رابطه (۲۴) دوره تناوب امواج آلتراسونیک می باشد. رابطه (۲۴) تابعی از زمان و مکان می باشد و چون در این تحقیق توزیع ارتفاع زبری ها به صورت گوسی شکل در نظر گرفته شد رابطه (۲۴) حل بسته <sup>۱</sup> ندارد و به صورت عددی و از روش نیوتون- کوتز <sup>۲</sup> حل گردید.

#### ۳- اعتبارسنجی

در این قسمت باید پیش بینی های مدل با نتایج تجربی و سایر مدل ها مقایسه شود بدین منظور نیروی اصطکاک پیش بینی شده مدل با نتایج تجربی [۱۱] و مدل دانگ [۱۱] مقایسه شده است. شرایط عملکردی مربوط به این مقایسه در جدول ۱ آورده شده است. همچنین در مرجع [۱۱] جابجایی امواج آلتراسونیک به صورت روابط (۲۵)، (۲۶) و (۲۷) در نظر گرفته شده اند:

$$U_1(x, t) = A \cos(2\pi f t) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (۲۵)$$

$$U_2(x, t) = B \cos(2\pi f t) \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (۲۶)$$

$$U_3(x, t) = 0 \quad (۲۷)$$

ترانسdiyosr استفاده شده در مرجع [۱۱] یک ترانسدیوسر دو جهته می باشد که فقط در جهت طولی و عمودی نوسان می کند به همین دلیل است که چاچایی امواج آلتراسونیک در جهت عرضی صفر می باشد. جزئیات روابط

جدول ۱ شرایط عملکردی برای اعتبارسنجی [۱۱]

نماد	پارامتر( واحد)	مقدار
$\sigma$	انحراف استاندارد ارتفاع زبری(میکرومتر)	۶
$R$	شعاع نوک زبری(میکرومتر)	۱/۷
$A_n$	مساحت اسامی تماس(متر مربع)	$10^{-4}$
$\square$	چگالی سطحی زبری ها(در واحد سطح)	$470 \cdot 10^{-9}$
$E_1$	مدول یانگ آلومینیوم(گیگا پاسکال)	۷۳
$v_1$	ضریب پُؤاسن آلومینیوم	.۳۳
$E_2$	مدول یانگ فولاد(گیگا پاسکال)	۲۰۰
$v_2$	ضریب پُؤاسن فولاد	.۲۹
$Y$	استحکام شکست(مگا پاسکال)	۴۱۰

1- Close Form

2- Newton Cotes

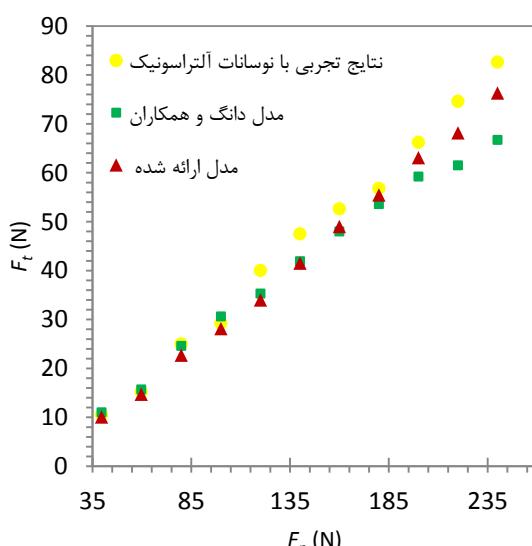
این درصد کاهش بین نتایج تجربی با آلتراسونیک و نتایج تجربی بدون آلتراسونیک حدود ۳۰٪ تا ۵۰٪ می‌باشد [۱۱].

همچنان که در شکل ۱-۱۱ دیده می‌شود مدل ارائه شده با نتایج تجربی همخوانی خوبی داشته است. در نیروهای عمودی کمتر از ۱۰۰ نیوتون اختلاف بین مدل با نتایج تجربی کمتر از ۳٪ می‌باشد و در نیروهای عمودی بیشتر از ۱۰۰ نیوتون اختلاف بین مدل و نتایج، کمتر از ۱۰٪ می‌باشد.

در شکل ۲-۱۱ مدل ارائه شده با مدل دانگ و همکاران [۱۱] مقایسه شده است در این شکل نیز سه نمودار دیده می‌شود که یکی از آن‌ها نتایج تجربی و دو عدد آن‌ها مدل‌های ارائه شده است اختلاف بین مدل دانگ و همکاران، با نتایج تجربی در نیروهای عمودی کمتر از ۱۰۰ نیوتون حدود ۸٪ می‌باشد و در نیروهای عمودی بالاتر از ۱۰۰ نیوتون حدود ۲۰٪ می‌باشد این در حالی است که اختلاف مدل ارائه شده در این تحقیق با نتایج تجربی در نیروهای عمودی کمتر از ۱۰۰ حدود ۳٪ و در نیروهای عمودی بیشتر از ۱۰۰ نیوتون حدود ۱۰٪ می‌باشد. بنابراین مدل ارائه شده در اینجا پیش‌بینی بهتری از نیروی اصطکاک نسبت به مدل دانگ و همکاران انجام می‌دهد.

همچنین در مدل دانگ و همکاران، همانطور که در شکل ۲-۱۱ نیز دیده می‌شود در نیروی عمودی ۱۰۰ نیوتون مقدار به دست آمده از مدل از نیروی به دست آمده از نتایج تجربی بیشتر است این در حالی است که در نیروی عمودی ۱۲۰ نیوتون مقدار به دست آمده از نتایج تجربی، از مقدار به دست آمده از مدل بیشتر می‌باشد. بنابراین این مدل پیش‌بینی پایدار ندارد و در بعضی موارد مقدار بیشتری و در بعضی از موارد مقدار کمتری را پیش‌بینی می‌کند در صورتی که مدل ارائه شده در این تحقیق این گونه نیست و پایداری بهتری نسبت به مدل دانگ دارد. برای مقایسه بهتر نتایج تجربی بدون آلتراسونیک و نتایج تجربی با آلتراسونیک با مدل دانگ و همکاران و مدل ارائه شده در این تحقیق، هر چهار نمودار در شکل ۳-۱۱ آمده است.

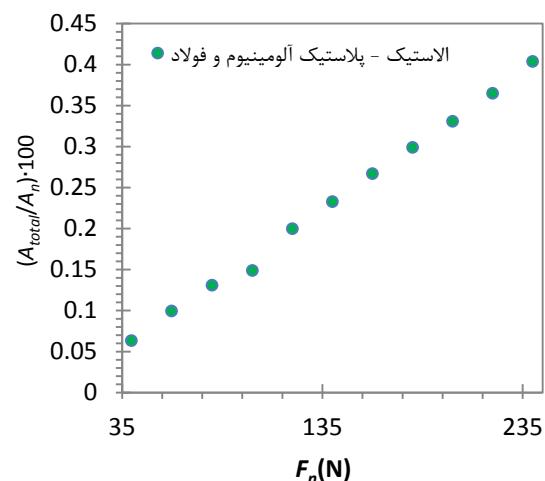
از تقسیم نیروی اصطکاک بر نیروی عمودی ضریب اصطکاک به دست می‌آید. در شکل ۱۲ ضریب اصطکاک به دست آمده از نتایج تجربی با ضریب اصطکاک مدل ارائه شده مقایسه شده است همانطور که در شکل دیده شود ضریب اصطکاک تقریباً به صورت یک خط مستقیم به دست آمده است. میانگین ضریب اصطکاک به دست آمده از نتایج تجربی بدون آلتراسونیک



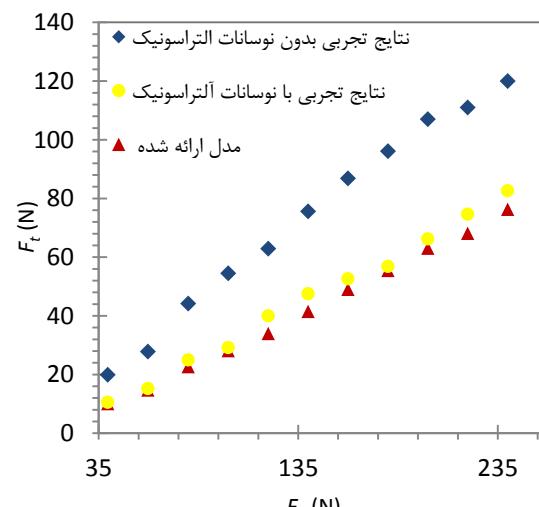
شکل ۲-۱۱ نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی عمودی

افزایش می‌یابد. همانگونه که در قسمت ۲-۲ گفته شد مساحت واقعی تماس، مساحت زیری‌های تماس است که این مقدار بسیار کمتر از مساحت اسمی تماس می‌باشد در شکل ۱۰، درصد نسبت مساحت واقعی تماس به مساحت اسمی تماس بر حسب نیروی عمودی رسم شده است دیده می‌شود با افزایش نیروی عمودی این نسبت افزایش می‌یابد این دلیل است زمانی که دو جسم به هم فشرده می‌شوند فروافتگی زیری‌ها در یکدیگر افزایش یافته و در نتیجه مساحت واقعی تماس زیادتر می‌گردد این در حالی است که مساحت اسمی تماس ثابت است بنابراین نسبت این دو افزایش می‌یابد همچنین ماکریم این نسبت در نیروی ۴۰ نیوتونی است که مقدار مساحت واقعی تماس ۴۲٪ درصد مساحت واقعی است که مقدار بسیار کمی می‌باشد.

مقایسه نتایج مدل ارائه شده با نتایج تجربی در شکل ۱-۱۱ نشان داده شده است شکل ۱-۱۱ دارای سه نمودار است که دو عدد آن از نتایج تجربی به دست آمده است [۱۱] و دیگری مدل ارائه شده در این مقاله می‌باشد زمانی که به یکی از دو جسم درگیر نوسانات آلتراسونیک داده می‌شود همانگونه که در شکل دیده می‌شود باعث کاهش نیروی اصطکاک می‌شود.



شکل ۱۰ نمودار نسبت مساحت واقعی به مساحت اسمی تماس بر حسب نیروی عمودی



شکل ۱-۱۱ نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی عمودی

نتایج زیر به دست آمد:

- ۱- مساحت واقعی تماس از مساحت اسمی تماس بسیار کمتر است که ماکریم نسبت مساحت واقعی تماس به مساحت اسمی تماس  $0.42\%$  درصد می باشد.
- ۲- با اعمال نوسانات آلتراسونیک نیروی اصطکاک بین آلمینیوم و فولاد تا  $5.5\%$  کاهش یافت.
- ۳- مدل ارائه شده در نیروهای کم (کمتر از  $100$  نیوتن) همخوانی بسیار خوبی با نتایج تجربی داشته است و ماکریم اختلاف بین مدل و نتایج تجربی در نیروهای سبک حدود  $3\%$  می باشد.
- ۴- ماکریم اختلاف بین مدل ارائه شده در این تحقیق و نتایج تجربی حدود  $10\%$  می باشد.
- ۵- مدل ارائه شده در این تحقیق دارای دقت بالاتری از مدل دانگ و همکاران می باشد.
- ۶- مدل ارائه شده در این تحقیق دارای پایداری بهتری نسبت به مدل دانگ و همکاران می باشد.

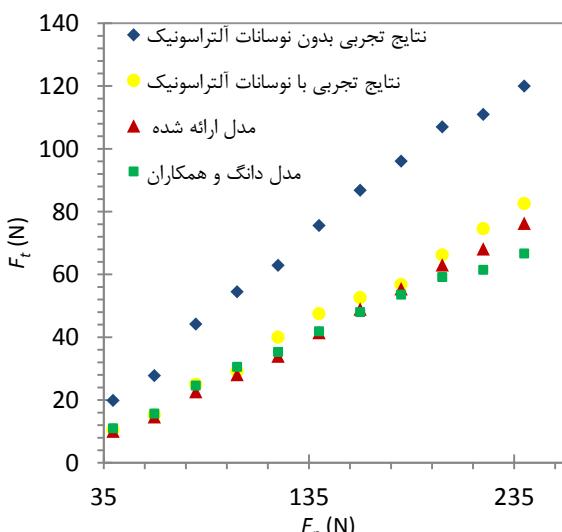
## ۶- فهرست علامت

$z$	فاصله بین نوک زبری تا میانگین ارتفاع زبری ها(μm)
$d$	فاصله بین دو سطح(μm)
$C_v$	ضریب ثابت
$Y$	استحکام شکست(MPa)
$E$	مدول یانگ(MPa)
$R$	شعاع نوک زبری(μm)
$E_1$	مدول یانگ جسم اول(MPa)
$E_2$	مدول یانگ جسم دوم(MPa)
$A_e$	مساحت سطح تماس اصطکاک زبری ها( $m^2$ )
$A_p$	مساحت سطح تماس پلاستیک زبری ها( $m^2$ )
$A_n$	مساحت اسمی تماس( $m^2$ )
$A_{total}$	مساحت کل تماس( $m^2$ )
$F_n$	نیروی عمودی بین زبری ها(N)
$F_T$	نیروی اصطکاک(N)
$K_t$	ثابت خمشی تیر( $N m^{-1}$ )
$I$	ممان اینرسی( $m^4$ )
$b$	قطر کوچک زبری(μm)
$K$	ضریب قطر بزرگ زبری
$V_{rel}$	سرعت نسبی بین دو جسم( $ms^{-1}$ )
$F_{t0}$	نیروی اصطکاک استاتیکی بین دو جسم(N)
$sgn$	تابع علامت
$U_1$	مولقه طولی امواج آلتراسونیک(μm)
$U_2$	مولقه عمودی امواج آلتراسونیک(μm)
$U_3$	مولقه عرضی امواج آلتراسونیک(μm)
$T$	دوره تناوب امواج التراسونیک(s)
$A$	دامنه طولی امواج آلتراسونیک(μm)
$B$	دامنه عرضی امواج آلتراسونیک(μm)
$f$	فرکانس نوسانات امواج آلتراسونیک( $s^{-1}$ )
$L$	طول جسم ارتعاش کننده(m)

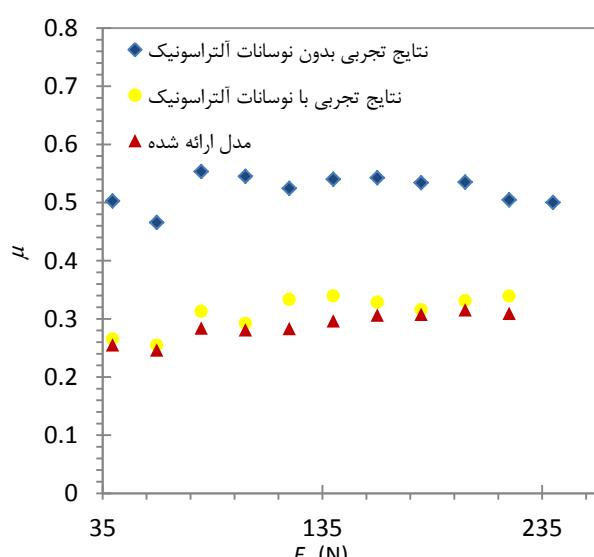
۰/۵۳ می باشد زمانی که نوسانات آلتراسونیک به جسم وارد می کنیم ضریب اصطکاک کاهش می باید که میانگین مقدار آن برای نتایج تجربی با آلتراسونیک  $0.32$  می باشد. میانگین ضریب اصطکاک برای مدل ارائه شده در این تحقیق  $0.29$  می باشد. بنابراین همخوانی خوبی با نتایج تجربی دارد و خطای مدل ارائه شده برای پیش‌بینی ضریب اصطکاک حدود  $9\%$  می باشد.

## ۵- جمع‌بندی

در این مقاله یک مدل الاستیک-پلاستیک از زبری‌های سطوح برای پیش‌بینی نیروی اصطکاک بین دو جسم در حضور نوسانات آلتراسونیک ارائه شد. زبری‌ها به صورت یک تیر یکسرگیردار در نظر گرفته شدند پارامترهای تماسی به ابعاد تیر وابسته شدند. توزیع ارتفاع زبری‌ها به صورت گوسی شکل در نظر گرفته شد و معادلات مربوط به مساحت سطح تماس و نیروهای عمودی و افقی به روش عددی حل گردیدند. برای اعتبارسنجی نتایج دست آمده از مدل، با نتایج تجربی و با مدل دانگ و همکاران مقایسه شد که



شکل ۱۱- نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی عمودی



شکل ۱۲: نمودار ضریب اصطکاک در نیروهای عمودی مختلف

و برای جابه‌جایی امواج آلتراسونیک در راستای عمودی با توجه به رابطه الف  
تا الف ۱۰ داریم:

$$\varepsilon_X = \frac{\partial U(X, t)}{\partial X} = \frac{a\pi}{L} \cos(2\pi ft) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad \text{الف ۸}$$

$$\varepsilon_Y = v\varepsilon_X = \frac{a\pi v}{L} \cos(2\pi ft) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad \text{الف ۹}$$

$$U_2 = \frac{D\pi v}{L} \cos(2\pi ft) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \\ = B \cos(2\pi ft) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad \text{الف ۱۰}$$

که  $D$  ضخامت آن می‌باشد. بنابراین  $U_1$  و  $U_2$  به صورت روابط الف ۱۱ و الف ۱۲ می‌گردد:

$$U_1 = a \sin \frac{\omega X}{C} \cos(\omega t) = A \sin \frac{\omega X}{C} \cos(\omega t) \quad \text{الف ۱۱}$$

$$U_2 = \frac{D\pi v}{L} \cos(2\pi ft) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \\ = B \cos(2\pi ft) \cos\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad \text{الف ۱۲}$$

#### ۸- مراجع

- [1] J. Greenwood, J. Williamson, Contact of nominally flat surfaces, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, Vol. 295, No. 1442, pp. 300-319, 1966.
- [2] W. Chang, I. Etsion, D. B. Bogy, An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces, Journal of tribology, Vol. 109, No. 2, pp. 257-263, 1987.
- [3] L. Kogut, I. Etsion, Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat, Journal of Applied Mechanics, Vol. 69, No. 5, pp. 657-662, 2002.
- [4] Y. Zhao, D. M. Maietta, L. Chang, An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow, Journal of Tribology, Vol. 122, No. 1, pp. 86-93, 2000.
- [5] D. Cohen, Y. Kligerman, I. Etsion, A model for contact and static friction of nominally flat rough surfaces under full stick contact condition, Journal of Tribology, Vol. 130, No. 3, pp. 031401, 2008.
- [6] A. A. Polycarpou, I. Etsion, Analytical approximations in modeling contacting rough surfaces, Journal of tribology, Vol. 121, No. 2, pp. 234-239, 1999.
- [7] W. Littmann, H. Storck, J. Wallaschek, Sliding friction in the presence of ultrasonic oscillations: superposition of longitudinal oscillations, Archive of Applied Mechanics, Vol. 71, No. 8, pp. 54, 9- 554, 2001.
- [8] H. Storck, W. Littmann, J. Wallaschek, M. Mracek, The effect of friction reduction in presence of ultrasonic vibrations and its relevance to travelling wave ultrasonic motors, Ultrasonics, Vol. 40, No. 1, pp. 379-383, 2002.
- [9] V. Kumar J. Hutchings, Reduction of the sliding friction of metals by the application of longitudinal or transverse ultrasonic vibration, Tribology International, Vol. 37, No. 10, pp. 833-840, 2004.
- [10] V. L. Popov, J. Starcevic, A. E. Filippov, Influence of ultrasonic in-plane oscillations on static and sliding friction and intrinsic length scale of dry friction processes, Tribology letters, Vol. 39, No. 1, pp. 25-30, 2010.
- [11] S. Dong, M. J. Dapino, Elastic-plastic cube model for ultrasonic friction reduction via Poisson's effect, Ultrasonics, Vol. 54, No. 1, pp. 343-350, 2014.
- [12] M. Murakawa, M. Jin, The utility of radially and ultrasonically vibrated dies in the wire drawing process, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 113, No. 1, pp. 81-86, 2001.
- [13] Z. Huang, M. Lucas, M. J. Adams, Influence of ultrasonics on upsetting of a model paste, Ultrasonics, Vol. 40, No. 1, pp. 43-48, 2002.
- [14] S. Mousavi, H. Feizi, R. Madoliat, Investigations on the effects of ultrasonic vibrations in the extrusion process, Journal of materials processing technology, Vol. 187, pp. 657-661, 2007.
- [15] A. Riedll, Stretch Forming Process for Sheet Metal, German patent, 1942.

علائم یونانی	
فرورفتگی بین دو زبری ( $\mu\text{m}$ )	$\omega$
فرورفتگی بحرانی بین دو زبری ( $\mu\text{m}$ )	$\omega_C$
ضریب پواسن	$v$
ضریب پواسن جسم اول	$v_1$
ضریب پواسن جسم دوم	$v_2$
تابع توزیع ارتفاع زبری ها	$\Phi(z)$
انحراف استاندارد ارتفاع زبری ها ( $\mu\text{m}$ )	$\sigma$
چگالی زبری در سطح ( $\mu\text{m}^{-2}$ )	$\eta$
تغییر مکان ( $\mu\text{m}$ )	$\delta$

زبر نویس  
new  
مقادیر جدید

#### ۷- پیوست الف

در این قسمت نحوه به دست آمدن روابط (۲۵) و (۲۶) تشریح می‌گردد.  
هورن وسیله‌ای است که ارتعاشات تولید شده توسط ترانسنسدیوسر را منتقل  
می‌کند هورن استفاده شده در مرجع [۱۱] به صورت یک هورن استوانه‌ای  
است که در دو جهت طولی و عرضی نوسان می‌کند معادله هورن بر حسب  
جابجایی ذره  $U$ , عبارت است از [۲۰]:

$$\text{الف ۱} \quad \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0$$

که  $X$  فاصله از یک طرف هورن نسبت به موقعیت مرجع بر حسب متر،  
سطح مقطع هورن در فاصله  $X$  بر حسب متر مربع،  $\omega$  بسامد زاویه‌ای ( $2\pi f$ ),  
 $f$  بسامد بر حسب هرتز و  $C$  سرعت صوت در هورن بر حسب متر بر ثانیه  
می‌باشد با حل معادله الف ۱ برای هورن استوانه‌ای:

$$\text{الف ۲} \quad U = \left[ a \sin \frac{\omega X}{C} + b \cos \frac{\omega X}{C} \right] \cos(\omega t)$$

و با توجه به معادله موج [۲۰]:

$$\text{الف ۳} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\omega^2 U}{C^2} = 0$$

نتیجه می‌دهد که  $b = 0$  و با توجه به شرایط مرزی الف ۴ و الف ۵ داریم:

$$\text{الف ۴} \quad \frac{\partial U(X = -\frac{L}{2}, t)}{\partial X} = 0$$

$$\text{الف ۵} \quad \frac{\partial U(X = \frac{L}{2}, t)}{\partial X} = 0$$

روابط الف ۴ و الف ۵ رابطه الف ۶ را نتیجه می‌دهد:

$$\text{الف ۶} \quad \omega = \frac{\pi n C}{L} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

در نتیجه:

$$\text{الف ۷} \quad U_1 = a \sin \frac{\omega X}{C} \cos(\omega t)$$

- [18] R. C. Craig, Mechanics of Materials, John Wiley & Sons, New York 2000 .
- [19] P. Dahl, A solid friction model, DTIC Document, pp. 1968 .
- [20] K. F. Graff, Wave Motion in Elastic Solids, Clarendon Press, Oxford, 1975 .
- [16] Z. Yao, G.-Y. Kim, L. Faidley, Q. Zou, D. Mei, Z. Chen, Effects of superimposed high-frequency vibration on deformation of aluminum in micro/meso-scale upsetting, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 212, No. 3, pp. 640-646, 2012 .
- [17] S. Y. A. B. S.Eftekhari Shahri , K.khalili ,B.S.Kong, Ultrasonic tube hydroforming, a numerical and analytical study, Modares Mechanical Engineering, 2013. In Persian

Archive of SID