

بررسی اثرات پارامترهای هندسی و فیزیکی مهم بر ارتعاشات آزاد و نیروی ضربه برای ورق ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر هوشمند

غلامحسن پایگانه^{۱*}, کرامت ملکزاده فرد^۲, فهیمه راشد سقاواز^۳

۱- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

۳- مری مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۶۷۸۵-۱۶۳، g.payganeh@srttu.edu

چکیده

در مقاله حاضر، اثر پارامترهای هندسی و فیزیکی بر پاسخ ارتعاشات آزاد و ضربه یک ورق ساندویچی سه لایه با هسته انعطاف‌پذیر با خاصیت تحریک مغناطیسی تحقیق شده است. فرکانس‌ها و ضرایب استهلاک سازه‌ای برای چهار مود اول ارتعاشی برای ورق با خاصیت هسته، شدت‌های میدان مغناطیسی و ضرایب منظری متفاوت بودست آمده است. ماده هوشمند با قابلیت تحریک مغناطیسی در شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف، خواص متفاوتی از خود نشان می‌دهد. معادلات حرکت ورق مستطیلی ساندویچی به کمک اصل هامیلتون استخراج شده و نتایج حل معادلات با استفاده از روش حل تحلیلی سیستماتیک بودست آمده است. تابع نیروی ضربه به کمک مدل جرم و فنر دو درجه آزادی به صورت تحلیلی بودست آمده است. فرکانس طبیعی پایه بودست آمده در حل مقدار ویژه، در محاسبه جرم معادل ورق در مدل جرم و فنر استفاده شده است. نتایج بودست آمده نشان می‌دهد که با تغییر سیستماتیک شدت میدان مغناطیسی هسته میانی، با افزایش نسبت خاصیت هسته به ضخامت ورق و با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق می‌توان به ترتیب مقدار سفتی، ضریب استهلاک سازه‌ای و مکاریم نیروی برش خود را تغییر داده و کنترل کرد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۴ مرداد ۱۳۹۳

پذیرش: ۱۳ مهر ۱۳۹۳

ارائه در سایت: ۰۱ آذر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

سازه‌های هوشمند

ماده با قابلیت تحریک مغناطیسی

پارامترهای هندسی و فیزیکی

ارتعاشات آزاد

ضربه

Effects of important geometrical and physical parameters on free vibration and impact force for sandwich plates with smart flexible cores

Gholamhsan Payganeh^{1*}, Keramat Malekzade Fard², Fahimeh Rashed Saghavaz¹

1- Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

2- Mechanical Engineering, Malek Ashtar University, Tehran, Iran

*P.O.B. 16785-163 Tehran, Iran, g.payganeh@srttu.edu

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 15 July 2014

Accepted 05 October 2014

Available Online 22 November 2014

Keywords:

Smart Structures

Magneto Rheological Fluid

Geometrical and Physical Parameters

Free Vibration

Impact

ABSTRACT

In this article, the effects of important physical and geometrical parameters on free vibration and impact response of a three-layer sandwich plate with magneto rheological smart core were investigated. The natural frequencies and structural loss factors for the first four mode shapes and different core thicknesses, magnetic fields and aspect ratios, were obtained. The magneto rheological (MR) material shows different properties when it was subjected to different magnetic fields. The governing equations of motion were obtained using Hamilton's principle. The results were obtained by the systematic analytical solution. Using the two degrees of freedom mass-spring model, the contact force function can be obtained analytically. The obtained natural frequency from Eigen value problem was used for calculating of equivalent mass of the plate in spring mass model. The results show that with systematic variation of magnetic field and with increasing the ratio of core thickness to the plate thickness and also with increasing the ratio of length to the plate thickness, the stiffness, structural loss factor coefficient and maximum contact force can be changed and controlled, respectively.

-۱ مقدمه

کنترل فعل سیستم یکی از مهمترین روش‌ها برای اصلاح اثرات ناشی از ارتعاشات تشدید شده و ناخواسته سیستم است. تصحیح رفتار سیستم با تغییر تحریک اعمال شده از ویژگی‌های سیستم‌های سازگار با کنترل فعل، نیمه فعل، غیرفعال و ترکیبی می‌باشد [3,2]. در سال‌های اخیر استفاده از مایعاتی با خواص رفتاری قابل کنترل مانند مایعات مگنتورئولوژیکال (MR) در

سازه‌های ساندویچی نقش مهمی را در بین سازه‌ها به دلیل نسبت سختی خمیشی به وزن نسبتاً استثنایی خود ایفا می‌کنند. در نتیجه این ویژگی، این سازه‌ها تغییر شکل کمتر، مقاومت به کمانش بیشتر و فرکانس‌های طبیعی بالاتری را خواهند داشت [1]. این سازه‌ها از دو رویه و یک هسته تشکیل می‌شوند. در بیشتر موارد رویه‌ها بارهای خمیشی و هسته بارهای برشی را

Please cite this article using:

GH. Payganeh, K. Malekzade Fard, F. Rashed Saghavaz, Effects of important geometrical and physical parameters on free vibration and impact force for sandwich plates with smart flexible cores, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 21-30, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.srttu.ir

حسینی هاشمی و همکاران [16] تحلیل دقیق پاسخ ارتعاشات آزاد ورق‌های نسبتاً ضخیم مستطیلی ساخته شده از مواد هدفمند با لایه پیزوالکترونیک را در دستور کار خود قرار دادند. آن‌ها در کار خود از تئوری میندلین برهه بردنند. زانگ و هانگ [17] با استفاده از نرم‌افزار انسپیس به تحلیل دینامیکی ورق ساندویچی مستطیلی با هسته MR پرداختند. آن‌ها در مطالعات خود چندین روش برای شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی ارائه کردند و با مقایسه نتایج تئوری و نتایج شبیه‌سازی، بهترین روش شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی را ارائه کردند.

اله وردی‌زاده و همکاران [18] به بررسی رفتار ارتعاشاتی تیر ساندویچی با به کارگیری موادی با خواص تابعی (FGM) در رویه‌ها و هسته هوشمند ER پرداختند. مواد هدفمند تأثیر بسیاری در بهبود ویژگی‌های ترمومکانیکی مواد دارد. نی [19] به بررسی ارتعاشات آزاد تیرهای ساندویچی با مایع MR در لایه وسط پرداخت. ملک‌زاده و خلیلی [20] با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری عرضی و میرایی سازه‌ای به بررسی پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی پرداختند. آن‌ها برای محاسبه فاکتور استهلاک معادل ورق ساندویچی، از مدل جرم-فنر-دمپر-دادشپات با سه درجه آزادی استفاده کردند.

فتحی و همکار [21] به بررسی ارتعاشات صفحه کامپوزیتی پر شده با مواد اثری‌پذیر مغناطیسی پرداختند. آن‌ها با استفاده از مثال‌های عددی، دقت و کارایی اثر افزودن مواد MR بر ارتعاشات یک صفحه کامپوزیت را نشان دادند. لی و زانگ [22] به تحلیل ارتعاشات آزاد ورق مگنتوالکترواستیک بر اساس تئوری میندلین روی بستر الاستیک پاسترنیک پرداختند.

هدف از انجام این پژوهش با توجه به خلاء نتایج مطالعات پیشین در زمینه ارتعاشات اجباری روی سازه‌های هوشمند، ارائه حل ضربه با سرعت پایین روی ورق ساندویچی با هسته میانی روغن هوشمند MR و نیز بدست آوردن نیروی برحورد است. در این پژوهش به بررسی اثر تغییرات شدت میدان مغناطیسی روی فرکانس طبیعی، ضربی استهلاک پرداخته شده است. همچنین اثر تغییرات نسبت طول به ضخامت ورق، اثر تغییرات ضرایب منظری و اثر تغییرات ضخامت هسته (مایع MR) روی بیشینه نیرو، بیشینه خیز ضربه‌زننده و بیشینه خیز ورق در شدت میدان مغناطیسی مختلف نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

از روش‌های کاهش ارتعاشات در سازه، افزایش ضربی استهلاک مودال است. با استفاده از مواد ویسکوالاستیک (مواد MR) در سازه، می‌توان ضربی استهلاک مودال را افزایش داد و از ارتعاشات نامطلوب که یکی از دلایل خستگی و خرابی سازه‌ها می‌باشد، کاست، پژوهش حاضر این موضوع را نیز در بر می‌گیرد و دارای ارزش کاربردی برای مهندسان کنترل ارتعاشات در زمینه بهینه‌سازی عملی و تئوری است.

2- روابط تحلیلی

2-1- ارائه مدل سیال مایع MR

مایع تغییر شکل دهنده مغناطیسی یا مگنتوئلوژیکال (MR) نوعی از مایعات هوشمند است که تعلیقی از ذرات مغناطیسی میکرومتری در یک مایع که عموماً نوعی روغن است می‌باشد. به هنگام اعمال میدان مغناطیسی، ویسکوزیته مایع تا حدی بالا می‌رود که به شکل یک جامد ویسکوالاستیک درمی‌آید. نکته قابل توجه این است که تنش تسلیم مایع وقتی در حالت فعل خود قرار دارد به طور بسیار دقیقی با اعمال تغییر در شدت میدان مغناطیسی قابل کنترل است در نتیجه می‌توان قابلیت سیال در انتقال نیرو را با آهنربای

سیستم‌های نیمه فعال توسعه یافته است. این روش در کاربردهای مختلف مانند سیستم تعليق خودروها و سازه‌های بزرگ به طور چشم‌گیری افزایش یافته است. از کاربرد دیگر این سیال‌ها در سیستم مکانیکی مانند سیستم‌های آب‌بندی فاقد اصطکاک [4] است. در این سیستم‌ها سیال مغناطیسی با قابلیت آب‌بندی بسیار خوب در بین دو جداره قرار گرفته و اعمال میدان مغناطیسی موجب ثبات آن در محل می‌شود. در این حالت نیازی به استفاده از روغن و روان‌کننده در محور شفت نیست. در عین حال اصطکاک نیز تا حد نزدیک به صفر کاهش خواهد یافت.

این مایعات، تحت تأثیر میدان مغناطیسی، تغییرات مشخص و سریعی در خواص سختی و میرایی از خود نشان می‌دهند. تنش تسلیم مایع MR در حدود 2-3 کیلو پاسکال در غیاب میدان مغناطیسی است. این مقدار در حضور میدان مغناطیسی تا 80 کیلو پاسکال افزایش می‌یابد. همچنین مایعات مگنتوئلوژیکال (MR) برای کنترل ارتعاشات با دامنه‌های بسیار بزرگ کاملاً مناسب هستند [5].

در دهه‌های اخیر مطالعات زیادی بر روی مدل‌سازی و کنترل رفتار دینامیکی تیرها و ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی و ایزوتربوپیک هوشمند صورت گرفته است. از جمله این مطالعات می‌توان به، یالسینتاس و دایی [6] اشاره کرد. آن‌ها در مطالعات خود به جستجوی حل دقیق برای ارتعاشات آزاد تیرهای ساندویچی با تکیه‌گاه لولایی و سیال MR در لایه میانی پرداختند. پرانوتو و همکاران [7] پاسخ دینامیکی یک تیر پر شده با مایع MR را به صورت تحلیلی محاسبه و با نتایج آزمایش مقایسه نمودند.

وانگ و ژوو [8] با هدف بررسی خواص دینامیکی مانند سختی ظاهری (k_{ap}) مدول برشی مختلف ماده MR و برخی خواص دینامیکی دیگر، به بررسی تیر ساندویچی با رویه‌های مقید کننده رسانا و هسته انعطاف‌پذیر پرداختند. هسته ورق ساندویچی مورد مطالعه آن‌ها، شامل دو قسمت غیر مگنتوئلوژیکال در اطراف لایه هسته و مگنتوئلوژیکال در مرکز هسته است. دویودی [9] با روش کلرکین به بررسی ارتعاشات آزاد تیر با هسته الاستومر MR پرداخت.

چن [10] به بررسی ارتعاشات یک تیر ساندویچی با هسته متشکل از سیال MR در حوزه زمان پرداخت. نایاک و همکاران [11] به مطالعه مقایسه تحلیلی ارتعاشات آزاد یک تیر ساندویچی با هسته MR و رویه‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی، تئوری کلاسیک و روش اجزای محدود پرداختند. آن‌ها [12] با جاسازی مایع MR در وسط لایه هسته از جنس ماده ویسکو الاستیک در یک تیر ساندویچی، به بررسی فرکانس طبیعی با روش اجزای محدود و تست آزمایشگاهی پرداختند.

بینگ [13] در بررسی ارتعاشات آزاد تیرهای ساندویچی از ماده الاستومر MR در لایه وسط تیر استفاده کرد.

سوهانی و همکار [14] به بررسی ارتعاشات آزاد و کمانش تیر با خیز نسبتاً زیاد به کمک تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول پرداختند. آن‌ها با انجام مطالعات پارامتری خود، اثر خواص مکانیکی و هندسی و همچنین تأثیر کرنش نرمال عرضی و بار محوری بر فرکانس طبیعی را مورد بررسی قرار دادند.

مانوهاران و همکاران [15] با استفاده از روش المان محدود رفتار دینامیکی ورق ساندویچی با رویه‌های کامپوزیت لایه‌ای و هسته سیال MR را بررسی کردند. علاوه بر این آن‌ها به بررسی تأثیر نحوه چیدمان لایه‌های کامپوزیتی رویه‌ها، بر روی فرکانس طبیعی و ضربی استهلاک پرداختند.

ضریب استهلاک برشی سازه (η) است. ضریب برش مختلط برای ماده MR به صورت یک تابع چند جمله‌ای از میدان مغناطیسی B (برحسب گاوس) به صورت رابطه (3) تعریف می‌شوند [23].

$$\begin{aligned} G' &= -3/3691B^2 + 4/9975 \times 10^3 B + 0/873 \times 10^6 \\ G'' &= 0/9B^2 + 0/8124 \times 10^3 B + 0/1855 \times 10^6 \end{aligned} \quad (3)$$

2-2- مدل ریاضی و روابط پایه‌ای

در شکل 2، ورق مستطیلی ساندويچی که از یک ورق پایه با ضخامت h_3 ، یک لایه مقیدکننده هسته MR با ضخامت h_1 ، و هسته MR به ضخامت h_2 تشکیل شده است مشاهده می‌شود.

در مدل ارائه شده فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

1- ورق پایه و لایه مقید کننده الاستیک بوده و می‌توانند ایزوتropیک یا از جنس مواد کامپوزیتی باشند.

2- فرض می‌شود هیچگونه لغزشی بین لایه‌های الاستیک و لایه وجود ندارد.

3- جابجایی عرضی W برای تمام نقاط روی یک سطح مقطع فرضی از ورق ساندويچی یکسان فرض می‌شوند.

4- فرض می‌شود در لایه MR تنفس نرمал وجود ندارد، همچنین از کرنش‌های برشی عرضی در لایه‌های الاستیک هم صرف نظر می‌شود.

5- ماده‌ی MR در شرایط قبل از تسلیم و به صورت ماده ویسکوالاستیک خطی مدل می‌شود.

از شرایط سینماتیکی فرض شده در بالا، روابط جابجایی در لایه‌ای الاستیک به صورت زیر می‌باشد.

$$u^{(i)}(x, y, z, t) = u_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4)$$

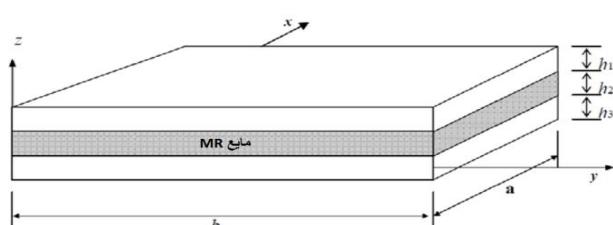
$$v^{(i)}(x, y, z, t) = v_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial y} \quad (5)$$

$$w^{(i)}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (6)$$

در این روابط z_i ، که i می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند مختصات عرضی در سیستم مختصات محلی لایه‌های بالا و پایینی است که در صفحات میانی این لایه‌ها قرار گرفته است. (t) و $u_i(x, y, t)$ و $v_i(x, y, t)$ به ترتیب تغییر مکان‌های صفحه میانی در راستای x و y هستند. با فرض خطی بودن رابطه‌ی بین کرنش‌ها و جابجایی‌ها، مؤلفه‌های کرنش در لایه‌های الاستیک کامپوزیتی را می‌توان به صورت روابط (9-7) بیان کرد.

$$\varepsilon_{xx}^{(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial x} - z_i \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{yy}^{(i)} = \frac{\partial v_i}{\partial y} - z_i \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (8)$$



شکل 2 هندسه مساله ورق ساندويچی با هسته‌ی MR [24]

الکتریکی کنترل کرد.

برای فهم و پیش‌بینی رفتار یک مایع MR باید بتوان سیال را به طور ریاضی مدل کرد. این کار به واسطه تغییرات خواص ماده (مثل تنفس تسليم) کار نسبتاً مشکل است. همان‌طور که اشاره شد مایعات هوشمند در غیاب اعمال میدان مغناطیسی ویسکوزیته پایینی دارند اما در نتیجه اعمال میدان ER مغناطیسی به حالت شبه جامد تبدیل می‌شوند. در مورد مایعات MR و (الکترورئولوژیکال) فرض می‌شود که مایع در حالت فعل¹ خود یعنی در حالت اعمال میدان مغناطیسی، خواصی قابل مقایسه با یک جامد تا یک نقطه تسليم پیدا می‌کند (تنفس برشی که بالاتر از آن برش اتفاق می‌افتد).

تنفس تسليم به میدان مغناطیسی که به مایع اعمال می‌شود بستگی دارد، اما به نقطه‌ای می‌رسد که بعد از آن افزایش شدت میدان مغناطیسی تأثیر

بیشتری ندارد و مایع در این نقطه از نظر مغناطیسی به حالت اشباع² می‌رسد. بنابراین رفتار مایع مگنتورئولوژیکال (MR) می‌تواند مانند مدل پلاستیک بینگهام³ فرض شود مدلی که در حال تحقیق بیشتر است. هر چند که یک مایع مگنتورئولوژیکال دقیقاً از ویژگی‌های پلاستیک بینگهام پیروی نمی‌کند. برای مثال زیر تنفس تسليم (در حالت فعل) مایع مثل یک ماده ویسکوالاستیک با یک مدول برشی مختلط که تابعی از شدت میدان مغناطیسی است رفتار می‌کند (شکل 1).

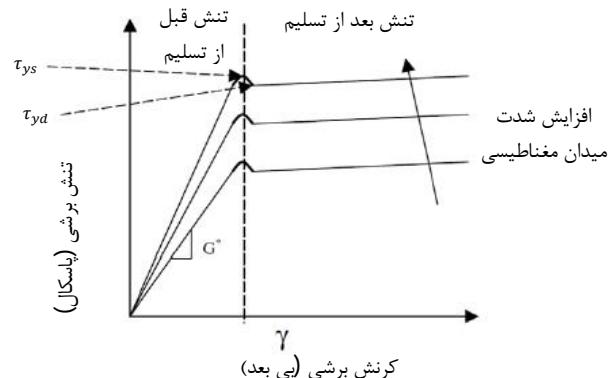
از آنجا که ماده MR در ناحیه قبل از تسليم خاصیت مواد ویسکوالاستیک خطی را دارد، لذا مدول برشی شکل مختلط داشته و وابسته به شدت میدان مغناطیسی است. در این مساله از روابطی که راجاموحان و همکاران [23] برای ارتباط بین مدول برشی مختلط مایع MR و شدت میدان مغناطیسی پیشنهاد داده‌اند استفاده شده است. مدول برشی مختلط برای مواد ویسکوالاستیک به صورت رابطه (1) و (2) است.

در رابطه (1)، τ تنفس برشی، γ کرنش برشی است و G^* ضریب برش مختلط (مرکب) است.

$$\tau = G^* \gamma \quad (1)$$

$$G^* = G' + iG'' = G' \left(1 + i \frac{G''}{G'}\right) \quad (2)$$

در رابطه (2) قسمت حقیقی G' ، مدول برشی ذخیره شده (حقیقی) نامیده می‌شود و توانایی مواد برای ذخیره الاستیکی انرژی کرنش را، اندازه‌گیری می‌کند. در حالی که قسمت موهومی G'' ، مدول برشی هدر رفته نامیده می‌شود و با اتلاف انرژی در طول مدت تغییر شکل همراه است. همان



شکل 1 نمودار تنفس-کرنش برای مایع MR [24]

1- Active State
2- Magnetically saturated
3- Bingham plastic

مربوط به لایه مایع MR است.

$$\sigma_{xz}^{(2)} = G_2 \gamma_{xz}^{(2)} \quad \sigma_{yz}^{(2)} = G_2 \gamma_{yz}^{(2)} \quad (15)$$

2- معادلات حرکت و محاسبه فرکансهای طبیعی ورق هوشمند
از روابط همیلتون برای استخراج معادلات حاکم بر حرکت برای ورق مستطیلی ساندویچی استفاده شده است.

$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) = 0 \quad (16)$$

L , U و T به ترتیب برای نشان دهنده لاغرانژین، انرژی کرنشی کل و انرژی جنبشی کل ورق ساندویچی است.

تعییرات انرژی کرنشی کل ورق را با توجه به در نظر گرفتن حالت تنش صفحه‌ای در لایه‌های بالا و پایین و در نظر نگرفتن تنش‌های نرمال در لایه MR می‌توان به صورت رابطه (17) بیان کرد.

$$\begin{aligned} \delta u &= \sum_{i=1,3} \int_{v_i} (\sigma_{xx}^{(i)} \sigma \varepsilon_{xx}^{(i)} + \sigma_{yy}^{(i)} \sigma \varepsilon_{yy}^{(i)} + \sigma_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) dv_i + \\ &\quad \int_{v_2} (\sigma_{xz}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + \sigma_{yz}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)}) dv_2 \\ &= \sum_{i=1,3} \int_{\Omega} (N_{xx}^{(i)} \sigma \varepsilon_{xx}^{(i)} + N_{yy}^{(i)} \sigma \varepsilon_{yy}^{(i)} + N_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) d\Omega \\ &\quad + \int_{\Omega} (Q_{xx}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + Q_{yy}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)}) d\Omega \end{aligned} \quad (17)$$

انرژی جنبشی ورق ساندویچی با صرف نظر کردن از اینرسی دورانی در لایه‌های الاستیک و مؤلفه‌های صفحه‌ای انرژی جنبشی در هسته بدست می‌آید (رابطه (18)).

$$\begin{aligned} \delta T &= \sum_{i=1,3} \delta \int_{\Omega} 1/2 \rho_i h_i (\dot{u}_i^2 + V_i^2 + \dot{w}_i^2) d\Omega + \\ &\quad \delta \int_{\Omega} 1/2 \{\rho_2 h_2 \dot{w}_i^2 + I_2 [(\dot{\gamma}_{xz}^{(2)})^2 + (\dot{\gamma}_{yz}^{(2)})^2]\} d\Omega \end{aligned} \quad (18)$$

در رابطه (18)، $(i) = 1, 2, 3$ نشان دهنده چگالی جرمی در لایه i و $I_2 = p_2 h_2^3 / 12$ ممان اینرسی جرمی لایه MR است. با جایگزین کردن این روابط در رابطه (16) و استفاده از قاعده گرین و اصل اساسی حساب تعییرات، فرم کلی معادله حرکت برای ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با هسته بدست خواهد آمد. حال می‌توان با جایگزین کردن روابط (11-7) در روابط (14) و (15)، منتجه‌های تنش و ممان را بر حسب جابجایی‌ها بدست آورد. ثابت‌های سختی ظاهر شده در روابط به صورت رابطه (19) تعریف می‌شوند.

$$(A_{jk}^{(i)}, B_{jk}^{(i)}, D_{jk}^{(i)}) = \int_{-h_{1/2}}^{h_{1/2}} (1, z_1, z_i^2) \overline{Q_{jk}} dz_i \quad (19)$$

اندیس‌های j و k می‌توانند مقادیر 1، 2 و یا 6 را اختیار کنند. بنابراین در نهایت معادلات حرکت براساس جابجایی‌ها به صورت روابط (20-22) در خواهد آمد.

$$\gamma_{xy}^{(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} - 2z_i \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (9)$$

در روابط (9-7) i می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند.

با توجه به شکل 3، مؤلفه‌های کرنش عرضی در لایه MR برای خواهد بود با:

$$\gamma_{xz}^{(2)} = \frac{I_x}{h_2} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial x} + 2 \frac{(u_1 - u_3)}{h_2} \quad (10)$$

$$\gamma_{yz}^{(2)} = \frac{I_y}{h_2} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial y} + 2 \frac{(v_1 - v_3)}{h_2} \quad (11)$$

برای I_x و I_y می‌توان روابط (12.13) را نوشت.

$$I_x = d\theta_x + (u_1 - u_3) \quad (12)$$

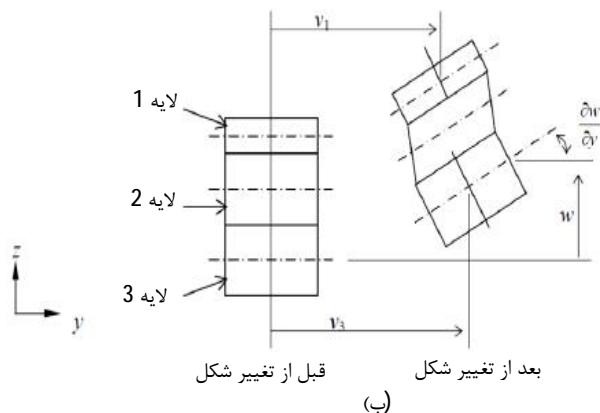
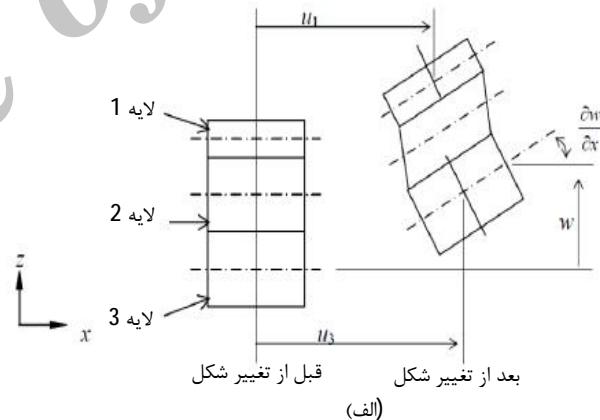
$$I_y = d\theta_y + (v_1 - v_3) \quad (13)$$

با فرض تنش صفحه‌ای در لایه‌های بالا و پایین، مؤلفه‌های تنش κ امین زیر لایه در هر یک از لایه‌ها با استفاده از رابطه هوك حاصل می‌شود (رابطه (14)).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^{(i)} \\ \sigma_{yy}^{(i)} \\ \sigma_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} \widetilde{Q}_{11}^{(i)} & \widetilde{Q}_{12}^{(i)} & 0 \\ \widetilde{Q}_{21}^{(i)} & \widetilde{Q}_{22}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & \widetilde{Q}_{66}^{(i)} \end{Bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(i)} \\ \varepsilon_{yy}^{(i)} \\ \varepsilon_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

در زیر لایه در میان لایه‌های 1 و 3 است.

رابطه نهایی بین تنش‌ها و کرنش‌های عرضی در لایه MR به صورت رابطه (15) در خواهد آمد که G_2 نشان دهنده مدول برشی ویسکوالاستیک



شکل 3 مقطع ورق ساندویچی قبل و بعد از تغییر شکل در (الف) yz و (ب) xz

$$\begin{aligned} u_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{mn}^{(i)} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ v_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} V_{mn}^{(i)} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ w(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (i = 1, 3) \quad (25)$$

در این روابط w_{mn} , $V_{mn}^{(i)}$, $U_{mn}^{(i)}$ ضرایب جایجایی مجهول و $\alpha_m = m\pi/a$, $\beta_n = n\pi/b$ است.

در نهایت دستگاه معادلات خطی با جایگزین کردن روابط (25) در روابط (22-20) به صورت روابط (26-28) بدست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} (-\alpha_m^2 A_{11}^{(i)} - \beta_n^2 A_{66}^{(i)} + p_i h_i w^2) U_{mn}^{(i)} + \delta_i \left(\frac{G_2}{h_2} \right) \\ + \frac{I_2 w^2}{h_2^2} (U_{mn}^{(1)} - U_{mn}^{(3)}) - \alpha_m \beta_n (A_{12}^{(i)} \pm A_{66}^{(i)}) \\ + V_{mn}^{(i)} + \left[\alpha_m^3 B_{11}^{(i)} + \alpha_m \delta_i \left(\frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) \right] \\ + \alpha_m B_{22}^2 (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) W_{mn} = 0 \end{aligned} \quad (i = 1, 3) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} -\alpha_m \beta_n (A_{12}^{(i)} \pm A_{66}^{(i)}) U_{mn}^{(i)} + (-\alpha_m^2 A_{66}^{(i)} - \beta_n^2 A_{22}^{(i)} \\ + p_i h_i w^2) V_{mn}^{(i)} + \delta_i (-G_2/h_2) + \frac{I_2 w^2}{h_2^2} (V_{mn}^{(1)} \\ - V_{mn}^{(3)}) + \left[\beta_n \alpha_m^2 (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) + \right. \\ \left. \beta_n^3 B_{22}^{(i)} + \beta_n \delta_i \left(\frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) \right] \\ W_{mn} = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \delta w = \sum_{i=1,3} [B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 u_i}{\partial x^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 u_i}{\partial y^2 \partial x}] \\ + \left(\frac{d I_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (u_1 - u_3) \\ \sum_{i=1,3} [B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 v_i}{\partial x^2 \partial y}] + \\ \left(\frac{d I_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (v_1 - v_3) \\ \sum_{i=1,3} [D_{11}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12}^{(i)} + 2D_{66}^{(i)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ D_{22}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + I_2 \left(\frac{d}{h_2} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial y^2} \right) \left(\frac{G_2 d^2}{h_2} \right) \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3) \ddot{w} \\ (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (28)$$

معادلات نهایی را می‌توان به شکل ماتریسی (29) نوشت.

$$Z_{mn} \xi_{mn} = 0$$

$\xi_{mn} = [U_{mn}^{(1)}, U_{mn}^{(3)}, V_{mn}^{(1)}, V_{mn}^{(3)}, W_{mn}]^T$ با قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر، ویژگی‌های ارتعاشات آزاد ورق ساندوفیچی بدست می‌آیند. رابطه (30) بیانگر فرکانس‌های طبیعی (w) و ضرایب استهلاک مودال (v) بدست آمده است.

$$w^* = \sqrt{\operatorname{Re}(\tilde{w}^2)} \quad , \quad \eta_v = \frac{\operatorname{Im}(\tilde{w}^2)}{\operatorname{Re}(\tilde{w}^2)} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \delta u_i = A_{11}^{(i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + A_{66}^{(i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} - p_i h_i \ddot{u}_i - \left(\frac{\delta_i G_2}{h_2} \right) \\ (u_1 - u_3) - \left(\frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left(A_{12}^{(i)} + A_{66}^{(i)} \right) \\ \frac{\partial^2 v_i}{\partial x \partial y} - B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \left(\frac{\delta_i I_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} - \left(\frac{\delta_i G_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \\ - \left(B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \delta v_i = \left(A_{12}^{(i)} + A_{66}^{(i)} \right) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x \partial y} + A_{66}^{(i)} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} + A_{22}^{(i)} \frac{\partial^2 v_i}{\partial y^2} \\ - p_i h_i \ddot{v}_i - \left(\frac{\delta_i G_2}{h_2} \right) (v_1 - v_3) - \left(\frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \\ - \left(B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \\ - \left(\frac{\delta_i I_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} - \left(\frac{\delta_i G_2 d}{h_2^2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \delta w = \sum_{i=1,3} [B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3 u_i}{\partial x^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 u_i}{\partial y^2 \partial x}] \\ + \left(\frac{\delta_i I_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (u_1 - u_3) \\ \sum_{i=1,3} [B_{22}^{(i)} \frac{\partial^3 v_i}{\partial y^3} + (B_{12}^{(i)} + 2B_{66}^{(i)}) \frac{\partial^3 v_i}{\partial x^2 \partial y}] + \\ \left(\frac{d I_2}{h_2^2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) + \left(\frac{G_2 d}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial y} (v_1 - v_3) \\ \sum_{i=1,3} [D_{11}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12}^{(i)} + 2D_{66}^{(i)}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ D_{22}^{(i)} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + I_2 \left(\frac{d}{h_2} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial y^2} \right) \left(\frac{G_2 d^2}{h_2} \right) \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3) \ddot{w} \\ (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (22)$$

حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش ناویر [25] انجام شده است. استفاده از روش ناویر منجر به ایجاد یک دستگاه معادلات خطی خواهد شد. در نهایت با فرض ارتعاشات هارمونیک به یک مساله مقدار ویژه با مقادیر ویژه مختلط خواهیم رسید که از آن فرکانس‌های طبیعی و ضرایب استهلاک سیستم برای مودهای مختلف ارتعاشی استخراج خواهد شد. شرایط مرزی هندسی به صورت رابطه (23) است.

$$\begin{cases} u_i(x, 0, t) = u_i(x, b, t) = v_i(0, y, t) = u_i(a, y, t) = 0 \\ w(x, 0, t) = w(x, b, t) = w(0, y, t) = w(a, y, t) = 0 \\ \partial w(x, 0, t)/\partial x = \partial w(x, b, t)/\partial x = \partial w(0, y, t)/\partial y = 0 \\ \partial w(0, y, t)/\partial y = 0 \end{cases} \quad (i = 1, 3) \quad (23)$$

شرایط مرزی طبیعی را نیز می‌توان به صورت رابطه (24) نوشت.

$$\begin{cases} N_{xx}^{(i)}(0, y, t) = N_{xx}^{(i)}(a, y, t) = N_{yy}^{(i)}(x, 0, t) = N_{yy}^{(i)}(x, b, t) = 0 \\ M_{xx}^{(1)}(0, y, t) + M_{xx}^{(3)}(0, y, t) = M_{xx}^{(1)}(a, y, t) = M_{xx}^{(3)}(a, y, t) = 0 \\ M_{yy}^{(1)}(x, 0, t) + M_{yy}^{(3)}(x, 0, t) = M_{yy}^{(1)}(x, b, t) = M_{yy}^{(3)}(x, b, t) = 0 \end{cases} \quad (i = 1, 3) \quad (24)$$

مؤلفه‌های جایجایی u_i , v_i و w تمام شرایط مرزی هندسی و طبیعی ذکر شده در روابط (23-24) را برآورده می‌کنند. بسط فرم سری فوریه دو تابی این مؤلفه‌ها به صورت رابطه (25) می‌باشد.

3- افزایش شدت میدان مغناطیسی برای ضرایب منظری متفاوت پنل تأثیر متفاوتی در ضریب استهلاک مودال دارد. برای ضرایب منظری پایین ($a/b = 1$) در شدت میدان‌های مغناطیسی پایین ابتدا افزایش پیدا کرده و در شدت میدان‌های مغناطیسی متوسط به مقدار بیشینه خود می‌رسد و با افزایش بیشتر شدت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد. برای ضرایب منظری متوسط و بالا ($a/b = 2,4$) با افزایش شدت میدان افزایش پیوسته ضریب استهلاک مودال مشاهده می‌شود و مقدار ماکریم ضریب استهلاک مودال به سمت مقادیر بالاتر شدت میدان مغناطیسی در خارج از ناحیه قبل از تسلیم جابجا می‌شود.

4- فرکانس طبیعی با افزایش ضخامت لایه MR کاهش و ضریب استهلاک مودال افزایش پیدا می‌کند. افزایش ماده MR سبب افزایش نرمی و انعطاف‌پذیری ورق می‌شود. تمام نتایج بهطور کامل در جدول 4 آورده شده است.

2- ارائه مدل ضربه و بدست آوردن نیروی ضربه

در این پژوهش از روش جرم و فنر دو درجه آزادی برای مدل کردن ضربه استفاده شده است. برای محاسبه جرم معادل در روش نامبرده از فرکانس طبیعی پایه بدست آمده در بخش قبلی استفاده خواهد شد. مدل جرم و فنر در سال 1985 توسط شیوکومار و همکارانش [27] ارائه شده است.

این روش برای تمامی مسائل ضربه سرعت پایین، که بتوان آن‌ها را با مدل جرم و فنر دو درجه یا سه درجه آزادی مدل کرد کاربرد دارد. در این روش با استفاده از قانون تماس خطی شده، معادله حرکت حاکم بر سیستم جرم و فنر نوشته می‌شود و نیروی برخورد حاصل از ضربه بر حسب پارامترهای مسئله از جمله سختی مؤثر تماسی که مجهول است نوشته خواهد شد. نیروی تماسی از رابطه هرتز به فرم زیر بدست می‌آید.

$$(31) \quad F_c(t) = k\delta^n \quad n = 1/5$$

سپس با استفاده از بسط دو جمله‌ای تیلور \sin و \cos ، سختی تماسی خطی شده نوشته خواهد شد، سختی تماسی خطی شده وابسته به جرم‌های هدف و ضربه‌زننده، سرعت برخورد و سختی غیرخطی تماسی است. در نهایت نیروی ضربه‌زننده، مدت زمان برخورد و فرورفتگی بدست می‌آید. از ویژگی‌های بر جسته این روش عدم وجود هرگونه قید فیزیکی از جمله محدودیت نسبت جرم ضربه‌زننده به هدف، سادگی حل و عدم استفاده از حلقه‌های تکرار عددی می‌باشد. مدل سازی جرم و فنر معادل ضربه در شکل 4 نشان داده شده است. K_c^* سختی خطی شده تماسی و K_g سختی معادل ورق است که روابطشان در انتهای بخش آورده شده است. m_1 جرم ضربه‌زننده و m_2 جرم مؤثر هدف می‌باشد.

نیروی تماسی از معادلات حرکت سیستم جرم و فنر، بدست می‌آید. و معادلات حرکت از رابطه (32) حاصل می‌شود (شکل 4).

$$\begin{cases} M_2 \ddot{x}_1 + K_c^*(x_2 - x_1) = 0 \\ M_1 \ddot{x}_1 + K_g x_1 + K_c^*(x_1 - x_2) = 0 \end{cases} \quad (32)$$

شرط اولیه رابطه (32) به صورت رابطه (33) است:

$$\begin{aligned} x_1(t=0) &= 0, & x_2(t=0) &= 0 \\ \dot{x}_2(t=0) &= 0, & \dot{x}_1(t=0) &= v \end{aligned} \quad (33)$$

پس از حل معادلات (32) و جایگزین کردن $(t)x_1$ و $(t)x_2$ در آن،

فرکانس‌های طبیعی مطابق رابطه (34) حاصل می‌شود.

2-3-1- اعتبارسنجی معادلات و نتایج عددی

در این بخش به بررسی اثر به کارگیری روغن مگنتورئولوژیکال در تغییر مشخصه‌های ارتعاشی ورق ساندویچی پرداخته می‌شود. در مساله‌ی مر نظر به بررسی ارتعاشات آزاد پنل ساندویچی با رویه‌های آلومینیومی و هسته MR پرداخته می‌شود. مشخصات مواد به کار رفته در جدول 1 و مشخصات هندسی به کار رفته در جدول 2 آورده شده است.

همان‌طور که بیان شد از آنجایی که ماده MR در ناحیه قبل از تسلیم خاصیت مواد ویسکوالاستیک خطی را دارد لذا مدول برشی شکل مختلط داشته و وابسته به شدت میدان مغناطیسی است. در این مساله از رابطه‌ای که راجموحان و همکاران برای ارتباط بین مدول برشی مختلط مایع و شدت میدان مغناطیسی پیشنهاد داده‌اند، استفاده شده است (روابط (3-1)).

همان‌طور که از شکل 2 مشخص است، با میل دادن ضخامت لایه MR به سمت صفر فرکانس طبیعی پنل باید به فرکانس طبیعی ورق با ضخامت $h_1 + h_3$ همگرا شود. فرکانس طبیعی ورق ایزوتروپیک بر مبنای تئوری کلاسیک ورق‌ها در مرجع [26] آورده شده است که برای ورق آلمینیومی با مشخصات هندسی ذکر شده در جدول 2 و ضخامت 1 میلی‌متر این مقدار برابر $30/2542$ هرتز است. در جدول 3 همگرای فرکانس طبیعی اول پنل با کاهش ضخامت لایه MR بررسی شده است.

اثرات تغییر شدت میدان مغناطیسی، ضریب منظری و ضخامت هسته بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال پنل در جدول 4 آورده شده است.

1- فرکانس طبیعی با افزایش شدت میدان مغناطیسی و افزایش ضربه منظری افزایش پیدا می‌کند، این امر به دلیل افزایش سفتی ورق در اثر تغییر ماهیت روغن به یک ماده نیمه جامد است.

2- اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی در فرکانس‌های طبیعی مرتبط با مدهای بالاتر واضح‌تر است.

جدول 1 خصوصیات مکانیکی ورق ساندویچی [26]

خواص / ماده	مدول برشی (GPa)	مدول (kg/m ⁻³)	چگالی (GPa)
آلومینیوم	26/9	70000	2/7
مایع	3 معادله	3500	-

جدول 2 مشخصات هندسی ورق ساندویچی [26]

پارامترهای ورق ساندویچی	ابعاد (mm)
a	400
b	400
h_1	0/5
h_2	0/5
h_3	0/5

جدول 3 همگرای فرکانس طبیعی اول به فرکانس طبیعی اول ورق ایزوتروپ با کاهش ضخامت لایه‌ی

ضخامت (mm)	فرکانس طبیعی (Hz)
0/5	28/9175
0/05	30/0277
0/005	30/2299
0/0005	30/2516
0/00005	30/2538
0/00001	30/2542

جدول 4 فرکانس طبیعی اول و ضریب استهلاک مودال متناظر برای چهار مود اول ارتعاشی برای ضخامت هسته، شدت میدان و ضرایب منظری متفاوت

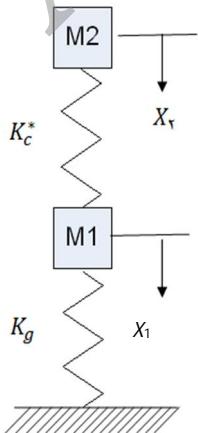
B=500		B=300		B=150		B=0		a/b	h_2/h_1	شماره مود
W(Hz)	η_v	W(Hz)	η_v	W(Hz)	η_v	W(Hz)	η_v			
35/6804	0/0416	34/6134	0/0547	32/8664	0/0713	28/9175	0/1062	1	1	(1.1)
75/1618	0/0669	71/6426	0/0834	66/4109	0/0999	56/3828	0/1243	2	1	(1.1)
184/331	0/0827	174/101	0/0949	160/564	0/1004	138/885	0/0978	4	1	(1.1)
41/4398	0/0921	38/7985	0/1138	34/9994	0/1354	28/0081	0/1718	1	4	(1.1)
74/83	0/01124	69/1519	0/1334	61/5057	0/1502	48/6992	0/1717	2	4	(1.1)
157/203	0/1125	145/531	0/1274	130/665	0/1336	107/803	0/131	4	4	(1.1)
75/1618	0/0669	71/6426	0/0834	66/4109	0/0999	56/3828	0/1243	1	1	(1.1)
106/999	0/0771	101/322	0/0931	93/2831	0/1064	79/0159	0/1204	2	1	(1.1)
207/148	0/0818	195/827	0/0928	181/034	0/967	157/788	0/912	4	1	(1.1)
74/83	0/1124	69/1519	0/1334	61/5057	0/1502	48/6992	0/1717	1	4	(1.1)
99/5627	0/1163	91/8248	0/1356	81/6548	0/1487	65/2157	0/161	2	4	(1.1)
173/872	0/1101	161/27	0/1238	145/318	0/1285	121/039	0/123	4	4	(1.1)
75/1618	0/0669	71/6426	0/0834	66/4109	0/0999	56/3828	0/1243	1	1	(1.2)
184/331	0/0827	174/101	0/0949	160/564	0/1004	138/885	0/0978	2	1	(1.2)
503/642	0/0582	484/661	0/061	461/599	0/0569	429/021	0/044	4	1	(1.2)
74/83	0/1124	69/1519	0/1334	61/5057	0/1502	48/6992	0/1717	1	4	(1.2)
157/203	0/1125	145/531	0/1274	130/665	0/1336	107/803	0/131	2	4	(1.2)
383/898	0/0787	364/366	0/0834	340/701	0/0792	307/218	0/0635	4	4	(1.2)
106/999	0/0771	101/322	0/0931	93/2831	0/1064	79/0159	0/1204	1	1	(1.2)
207/148	0/0818	195/827	0/0928	181/034	0/0967	157/788	0/0912	2	1	(1.2)
522/241	0/569	503/006	0/0595	479/685	0/0553	446/842	0/0425	4	1	(1.2)
99/5627	0/1163	91/8248	0/1356	81/6548	0/1487	65/2157	0/0161	1	4	(1.2)
173/872	0/1101	161/27	0/1238	145/318	0/1285	121/039	0/123	2	4	(1.2)
396/825	0/0771	377/044	0/0816	353/116	0/0772	319/346	0/0615	4	4	(1.2)

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0$$

$$C_1 = -C_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{V}{\omega_1(\emptyset_2 - \emptyset_1)} \\ C_2 = \frac{V}{\omega_2(\emptyset_2 - \emptyset_1)} \end{cases} \quad (37)$$

نیروی تماسی ایجاد شده بین دو جرم ضربه‌زننده و هدف بصورت رابطه (38) است.

$$F_c^* = K_c^*(x_2(t) - x_1(t))$$



شکل 4 مدل سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی معادل ضربه

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} - \sqrt{\left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} \right)^2 - 4 \frac{K_c^* K_g}{NM_2^2}} \right) \\ \omega_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} + \sqrt{\left(\frac{(N+1)K_c^* + k_g}{NM_2} \right)^2 - 4 \frac{K_c^* K_g}{NM_2^2}} \right) \end{cases} \quad (34)$$

از رابطه (35) شکل مودها بدست می‌آید.

$$\left(\frac{A}{B} \right)_{\omega_1} = \emptyset^1 = \frac{K_c^*}{K_c^* - M_2 \omega_1^2} = \emptyset_1 = \begin{pmatrix} \emptyset_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (35\text{-الف})$$

$$\left(\frac{A}{B} \right)_{\omega_2} = \emptyset^2 = \frac{K_c^*}{K_c^* - M_2 \omega_2^2} = \emptyset_2 = \begin{pmatrix} \emptyset_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (35\text{-ب})$$

رابطه (36) بیان کننده شکل کلی معادلات حرکت سیستم است.

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} \emptyset_1 \\ 1 \end{pmatrix} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + C_2 \begin{pmatrix} \emptyset_2 \\ 1 \end{pmatrix} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (36)$$

با اعمال شرایط مرزی ضرایب C_1 , C_2 , φ_1 و φ_2 بصورت رابطه (37) بدست می‌آیند.

سازه‌های کامپوزیتی به صورت رابطه (45) ارائه داد. در رابطه (45) کوچکترین فرکانس طبیعی سازه است که از حل ارتعاشات آزاد بدست آمده است

بنابراین در رابطه (43)، $N = M_p/M_s = 1/4$ به صورت M_p/M_s تعریف می‌شود. در نهایت تاریخچه نیروی تماس به صورت رابطه (44) بدست می‌آید.

$$F_c^* = 0/978 \left(\frac{N}{N+1} \right)^{0/2} (V)^{1/4} (K_c)^{0/8} (M_i)^{0/2} \frac{1}{\phi_2 - \phi_1} \left[\frac{1 - \phi_2}{w_2} \sin(w_2 t) - \frac{1 - \phi_1}{w_1} \sin(w_1 t) \right] \quad (44)$$

در مدل شیواکومار سفتی کل جسم هدف به صورت رابطه (45) حاصل می‌شود.

$$K_1 = K_m + \frac{K_b K_s}{K_b + K_s} \quad (45)$$

در رابطه (45)، K_m سفتی غشایی، K_b سفتی خمی و K_s سفتی معادل برشی ورق ساندویچی در محل برخورد هستند.

در رابطه (34) سختی معادل ورق است و بر طبق نظریه سوانسون [30] برابر با رابطه (46) است.

$$k_g = \omega_{11}^2 M_1 \quad (46)$$

و از طرفی k_g سختی معادل ورق، در زیر نقطه ضربه‌زننده است که با توجه به شکل 4 بصورت رابطه (47) معرفی می‌شود.

$$k_g = \frac{1}{\delta_l} \quad , \quad \delta_l = w(x, y) \quad (47)$$

در رابطه (47)، همان خیز بدست آمده از تحلیل استاتیکی در نقطه زیرین مرکز اعمال بار در اثر نیروی واحد در محل اصابت ضربه‌زننده است. با توجه به اینکه ضربه‌زننده‌ها می‌توانند در نقاط مختلفی به سازه برخورد کنند، رابطه حاضر توانایی محاسبه سفتی سازه را در هر نقطه‌ای دارد.

2-4-1-اعتبارسنجی معادلات و نتایج عددی

برای بدست آوردن ماتریس‌های سختی، جرم و نیروی تماس کدهای مورد نیاز در نرم‌افزار متلب نوشته شده است و به دلیل لایه‌لایه بودن مسأله مورد بررسی وجود مایع مگنتورولوژیکال، مشخصات هر لایه به صورت مجزا در نظر گرفته و کدنویسی می‌شود. یکی از مهمترین عوامل تأثیرگذار در روند حل مسأله ضربه مقدار فرکانس طبیعی پایه ورق ساندویچی می‌باشد. در رابطه (45) کوچکترین فرکانس طبیعی سازه است که از حل ارتعاشات آزاد بدست آمده است (رابطه 30). بر روی ورق ساندویچی مورد مطالعه در بخش قبل ضربه‌ای با سرعت 3 متر بر ثانیه و جرم 1/8 کیلوگرم بر وسط ورق ساندویچی وارد می‌شود.

برای بررسی صحت و راستی آزمایی نتایج بدست آمده، نمودارها و نتایج با سایر مطالعات ضربه بر روی ورق ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر مورد بررسی قرار می‌گیرد. بررسی نتیجه ضربه با مرجع [31] صورت گرفته است (شکل 5). در این مرجع اندرسن از یک مدل جرم و فن برای محاسبه نیروی برخورد استفاده کرده است، او از روش حل عددی و نتایج تست‌های تجربی در مدل خود استفاده کرد.

همان‌طور که در شکل 5 مشاهده می‌شود تطبیق خوب مطالعه حاضر با تست تجربی و آزمایشگاهی بدست آمده است. افزودن روغن به ورق ساندویچی باعث افزایش انعطاف‌پذیری شده در نتیجه کاهش نیروی تماس و

$$F_c^* = \frac{K_c^* V}{(\phi_2 - \phi_1)} \left[\frac{1 - \phi_2}{\omega_2} \sin(\omega_2 t) - \frac{1 - \phi_1}{\omega_1} \sin(\omega_1 t) \right] \quad (39)$$

برای بدست آوردن K_c^* از رابطه (40)، بایستی از معادله نیروی تماسی، f_{max} را بدست آورد که برای این کار از طرفین رابطه نیروی تماس مشتق گرفته می‌شود.

$$K_c^* = K_c^{\frac{1}{n}} F_{max}^{\frac{n-1}{n}} \quad (40)$$

از قرار دادن بسط دو جمله‌ای تیلور در رابطه (39) و با مشتق گرفتن از آن ماکریم نیروی تماس بر طبق رابطه (41) بدست می‌آید.

$$F_{max} = \frac{2}{3} V \sqrt{\frac{2 N M_2 K_c^*}{(N+1)}} \quad (41)$$

از رابطه (42) زمان مناسب با ماکریم نیروی تماسی ایجاد شده نیز بدست می‌آید.

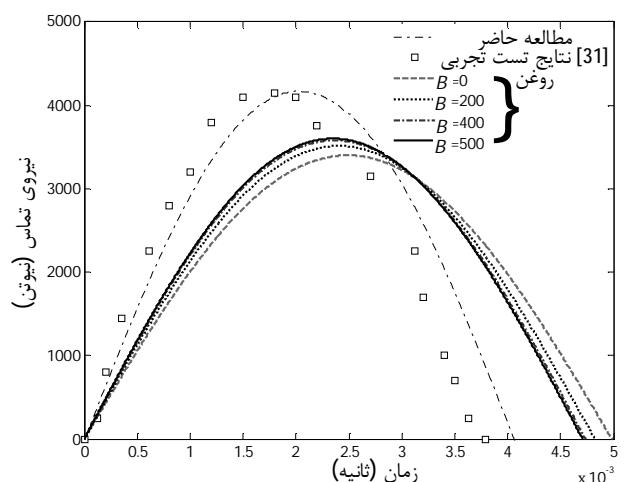
$$t_{max} = \sqrt{\frac{2 N M_2}{(N+1) K_c^*}} \quad (42)$$

از رابطه (41) و (42) مقدار K_c^* به صورت رابطه (43) حاصل خواهد شد.

$$k_c^* = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} \left(\frac{N}{N+1} \right)^{\frac{n-1}{n+1}} (V)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} (K_c)^{\frac{2}{n+1}} (M_i)^{\frac{n-1}{n+1}} \quad (43)$$

در تحلیل‌های انجام شده توسط شیواکومار و همکاران [27] و گانگ [28] (برای حالت تکیه گاه ساده و ورق چهار طرف لولا) جرم مؤثر پنل برابر یک چهارم جرم کل پنل در نظر گرفته می‌شود. ژو و ستروونج [29] نشان دادند که نسبت جرم مؤثر به جرم کل پنل به شدت وابسته به نسبت سفتی برشی به سفتی خمی ساده k_s/k_b در محل اعمال بار ضربه‌ای است. سوانسون [30] نشان داد که نسبت جرم مؤثر سازه به کل جرم آن به نوع سازه مانند شکل هندسی سازه و ضخامت جداره سازه، محل اعمال بار، شرایط مرزی و ناهمسانگردی خواص ماده بستگی دارد. او نسبت جرم مؤثر سازه به کل جرم آن را تقریبی برای تیرهای دو سرگیردار 0/375 و برای تیرهای دو سر لولا 0/5 تخمین زد. وی مقدار این نسبت‌ها، در مورد ورق‌ها را تقریباً نصف مقدار این نسبت‌ها در مورد تیرها با همین شرایط مرزی در نظر گرفت.

سوانسون [30] یک رابطه تقریبی و ساده برای محاسبه جرم مؤثر



شکل 5 نمودار نیروی تماس ورق ساندویچی بدون روغن و با روغن

فاصله بیشتر بین رویه‌ها و افزایش حجم هسته که نرم و انعطاف‌پذیر است، مقاومت نسبت به بارهای خمشی کمتر خواهد شد و نیروی برخورد کاهش می‌یابد. مقادیر بیشینه نیرو برخورد و بیشینه خیز ورق و بیشینه خیز ضربه‌زننده برای نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق (h_c/h) در شدت میدان مغناطیسی مختلف در جدول 6 آورده شده است. با افزایش میزان h_c/h تا نسبت 0/5، بیشینه نیروی برخورد کاهش یافته ولی بیشینه خیز ضربه‌زننده ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. همچنین بیشینه خیز ورق از نسبت $h_c/h < 0/1$ به بعد روند کاهشی دارد.

3-1-4-2- اثرات تغییر شدت میدان مغناطیسی و تغییرات نسبت h_c/h ورق ساندویچی بر نیروی تماس، خیز ورق (Δ_2) و خیز ضربه زننده (Δ_1)
وجود مایع هوشمند در ورق ساندویچی، باعث افزایش انعطاف‌پذیری و کاهش سفتی سازه می‌شود در نتیجه این عامل باعث کاهش نیروی تماس می‌شود. با افزایش نسبت مقدار ضخامت هسته (h_c)، خیز ضربه‌زننده افزایش یافته و خیز ورق ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. مقادیر بیشینه نیرو برخورد و بیشینه خیز ورق و بیشینه خیز ضربه‌زننده برای نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق (h_c/h) در شدت میدان مغناطیسی مختلف در جدول 7 آورده شده است.

3- نتیجه‌گیری

در این پژوهش پارامترهای هندسی و فیزیکی مؤثر بر ارتعاشات آزاد و نیروی ضربه یک ورق ساندویچی سه لایه با الاستomer مگنتور‌تولوزیکال در لایه میانی تحت ضربه عرضی با سرعت پایین بررسی شده است. برای استخراج روابط حاکم از اصل همیلتون استفاده شده است. حل معادلات با استفاده از فرایند تحلیلی سیستماتیک با بکار بردن سری‌های فوریه بدست آمده است و نیروی ضربه با مدل جرم و فنر دو درجه آزادی برای محدوده الاستیک معادل‌سازی شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با تغییر سیستماتیک شدت میدان مغناطیسی هسته میانی، یا افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت

افزایش زمان تماس مشاهده می‌شود. با افزایش شدت میدان مغناطیسی به دلیل تغییر ماهیت روغن به یک ماده نیمه جامد سفتی ورق ساندویچی افزایش یافته در نتیجه نیروی تماس افزایش و زمان برخورد کاهش می‌یابد. این افزایش نیروی برخورد و کاهش زمان برخورد تا هنگامی ادامه می‌یابد که روغن به حد اشباع نرسیده باشد، هرچه به اشباع نزدیک شود، تغییرات نیروی برخورد و زمان برخورد کمتر شده و در زمان اشباع تغییری مشاهده نمی‌شود. نزدیک‌تر شدن نمودارها بهم این گفته را تأیید می‌کند. نتایج در مود اول و با تغییرات شدت میدان مغناطیسی استخراج شده است.

2-1-4-2- اثرات تغییر شدت میدان مغناطیسی، تغییرات نسبت a/h بر نیروی تماس، خیز ورق (Δ_2) و خیز ضربه زننده (Δ_1)
با افزایش نسبت مقدار (a) به ضخامت کل ورق ساندویچی (h)، نیروی برخورد کاهش می‌یابد. در این حالت ورق ساندویچی به پوسته ساندویچی تبدیل شده و اثرات غشایی به وجود می‌آید، بنابراین تغییر شکل کلی سازه بیشتر خواهد شد، درحالی که مقاومت کمتری نسبت به ضربه‌زننده از خود نشان می‌دهد و باعث کاهش نیروی برخورد می‌شود. در این حالت تغییر شکل کلی سازه با افزایش بازه زمانی رخ می‌دهد.
در جدول 5 نتایج عددی اثر تغییرات نسبت طول به ضخامت ورق ساندویچی با هسته هوشمند روی بیشینه نیرو زمان برخورد، بیشینه خیز ضربه‌زننده و بیشینه خیز ورق در شدت میدان مغناطیسی مختلف بیان شده است. نتایج نشان از افزایش بیشینه خیز با توجه به افزایش نسبت (a/h) دارد. می‌توان گفت دلیل افزایش بیشینه خیز به‌خاطر کم شدن مقاومت کلی سازه است، چون همان‌طور که گفته شد سازه از ورق به پوسته تبدیل شده و تغییر شکل کلی سازه بیشتر خواهد شد.

2-1-4-2- اثرات تغییر شدت میدان مغناطیسی و تغییرات نسبت h_c/h ورق ساندویچی بر نیروی تماس، خیز ورق (Δ_2) و خیز ضربه زننده (Δ_1)
با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق ساندویچی، به‌دلیل ایجاد

جدول 5 اثر نسبت طول به ضخامت ورق روی بیشینه خیز ضربه‌زننده و بیشینه خیز ورق

B=500								B=300				B=150				B=0				a/h					
Δ_2 max (mm) $\times 10^{-2}$	Δ_1 max (mm) $\times 10^{-2}$	F_c max (N)	a/h																						
0/138	0/4072	3969	1/392	0/4077	3965	0/1401	0/4082	3961	0/1412	0/4089	3955	10	0/3787	0/5399	2998	0/3843	0/5441	2974	0/3907	0/5489	2944	0/3996	0/5558	2907	20
0/7344	0/8184	1970	0/7611	0/8429	1915	0/795	0/8738	1847	0/8466	0/9213	1751	40	1/1	1/147	1394	1/164	1/209	1321	1/259	1/3	1226	1/438	1/475	1085	80
1/216	1/255	1266	1/288	1/326	1200	1/4	1/435	1107	1/63	1/66	959	100													

جدول 6 اثر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق روی بیشینه خیز ضربه‌زننده و بیشینه خیز ورق

B=500				B=300				B=150				B=0				h_c/h									
Δ_2 max (mm) $\times 10^{-2}$	Δ_1 max (mm) $\times 10^{-2}$	F_c max (N)	h_c/h																						
0/3274	0/3632	4407	0/3388	0/3738	4301	0/3533	0/387	4154	0/3764	0/4083	3930	0/05	0/3438	0/3996	4007	0/3535	0/4083	3934	0/3653	0/4188	3841	0/3818	0/4333	3699	0/1
0/3376	0/453	3548	0/3448	0/4588	3504	0/3534	0/4655	3450	0/365	0/4746	3373	0/3	0/3152	0/4728	3384	0/3233	0/479	3344	0/3333	0/4867	3295	0/3471	0/4972	3225	0/5
0/2209	0/4303	3639	0/2387	0/4422	3532	0/2622	0/4579	3398	0/3017	0/485	3182	0/9													

جدول 7 اثر تغییرات ضخامت لایه هوشمند ورق روی بیشینه خیز ضربه‌زنده و بیشینه خیز ورق

B=500			B=300			B=150			B=0			h_c
$\Delta_2 \text{max}$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \text{max}$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \text{max}$ (N)	$\Delta_2 \text{max}$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \text{max}$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \text{max}$ (N)	$\Delta_2 \text{max}$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \text{max}$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \text{max}$ (N)	$\Delta_2 \text{max}$ (mm) $\times 10^{-2}$	$\Delta_1 \text{max}$ (mm) $\times 10^{-2}$	$F_c \text{max}$ (N)	
0/3255	0/3602	4437	0/3372	0/3711	4324	0/352	0/3847	4176	0/3754	0/4063	3944	0/05
0/345	0/4335	3699	0/3526	0/4397	3646	0/3622	0/448	3586	0/3755	0/4592	3502	0/1
0/3343	0/4577	3514	0/3415	0/4633	3469	0/3499	0/4699	3414	0/3621	0/4795	3342	0/3
0/3152	0/4728	3384	0/3233	0/0479	3344	0/3333	0/4867	3295	0/3471	0/4972	3225	0/5
0/2817	0/4727	3373	0/2929	0/481	3320	0/3068	0/4911	3255	0/3264	0/5052	3157	0/9

- [13] Z. G. Ying, Y. Q. Ni, Micro-Vibration Response of Stochastically Excited Sandwich Beam with Magnetorheological Elastomer Core and Mass, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 18, NO. 9, PP. 1-13, 2009.
- [14] S. Sohani, H. R. Eipakchi, A Survey on Free vibrations and Buckling of a Beam with Moderately large deflection Using First Order Shear Deformation Theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 14, pp. 1-14, 2013. (In Persian)
- [15] R. Manoharan, R. Vasudevan, A. Jeevanantham, Dynamic Characterization of a Laminated Composite Magnetorheological Fluid Sandwich Plate, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 23, 16pp. 025022, 2014.
- [16] Sh. Hosseini-Hashemi, H. Akhavan, M. Fadaee, Exact Closed-Form Free Vibration Analysis of Moderately Thick Rectangular Functionally Graded Plates with Two Bonded Piezoelectric Layers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 3, pp. 74-57, 2011. (In Persian)
- [17] Z. Zhang, F. Huang, Dynamic Analysis of the MRF Rectangular Sandwich Plate Based on ANSYS, *Proceedings of the 2nd International Conference on Green Communications*, Vol. 4, 2013.
- [18] A. Allahverdizadeh, M. J. mahjoob, I. Eshraghi, N. Nasrollahzadeh, On the Vibration Behavior of Functionally Graded Electrorheological Sandwich Beam, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 70, pp. 130-139, 2013.
- [19] Y. Q. Ni, Z. G. Ying, Z. H. Chen, Magnetorheological Elastomer (MRE) Based Composite Structures for Micro-Vibration Control, *Earthquake Eng. and Eng. Vibration*, Vol. 9, No. 3, PP. 356-13, 2010.
- [20] K. Malekzadeh, M. R. Khalili, R. K. Mittal, Damped vibrations of sandwich plates with a viscoelastic soft flexible core an improved high order approach. In: 12th Int conf mech eng, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 1, 2004. (In Persian)
- [21] Z. Sadat Fattahi, A. Zabihollah, vibrations of Laminated Composite Structures Integrated with Magnetorheological Fluid Segments, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 12, pp. 156-160, 2013. (In Persian)
- [22] Y.li, J. Zhang, Free vibration Analysis of Magnetoelastostatic Plate Resting on a Pasternak Foundation, *Smart Mater. Struct.*, vol. 23, 025002, 9pp., 2014.
- [23] V. Rajamohan, R. Sedaghati and S. Rakheja, Vibration analysis of a multi-layer beam containing magnetorheological fluid, *Smart Mater. Struct., Vib.* 329, 3451-69, 2010.
- [24] Jia-Yi Yeh, Vibration analysis of sandwich rectangular plates with magnetorheological elastomer damping treatment. *Smart mater.*, 2013.
- [25] J. n. reddy, Mechanics of laminated composite plates and shells, theory and analysis. *Library of Congress Cataloging-in-Publication Data*, 1945.
- [26] Ventsel, Eduard. Thin plates and shells. p. 278, 2001.
- [27] K. N. Shivakumar, W. Elber, W. Illg, Prediction of Impact Force and Duration due to Low-Velocity Impact on Circular Composite Laminates, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 421, pp. 675-680, 1984.
- [28] S. W. Gong, A study of impact on composite laminated shells, *PhD Dissertation, National University of Singapore*, 1994.
- [29] D. W. Zhou, W. J. Strong, Low Velocity impact deting of HSSA Lightweight sandwich Panel, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 48, pp. 1031-1045, 2006.
- [30] S. R. Swanson, Limits of quasi-static solutions in impact of composite structures, *Comp Engng*, Vol. 2 , pp. 261-7, 1992.
- [31] T. A. Anderson. An investigation of SDOF models for large mass impact on sandwich composites. *Journal of Composites*, part B, Vol. 36n2, pp. 135-142, 2005.

لایه ورق و یا با افزایش نسبت طول به ضخامت کل ورق می‌توان به ترتیب مقدار سفتی، ضریب استهلاک سازه‌ای و ماکزیمم نیروی برخورد را تغییر داده و کنترل کرد. این ویژگی امکان قابلیت کنترل سیستم را با بکارگیری مواد شدت میدان مغناطیسی مختلف، برای ما فراهم می‌کند. شدت میدان مغناطیسی و ضخامت لایه ماده MR تأثیر مستقیمی در پاسخ دینامیکی ضربه و نیروی برخورد داردند. نتایج عددی نشان دهنده تأثیر بسیار اعمال میدان مغناطیسی مختلف بر ارتعاشات و میرایی کل سازه می‌باشند. افروden مایع MR موجب کاهش فرکانس طبیعی سازه می‌شود، ولی اعمال میدان مغناطیسی موجب افزایش فرکانس طبیعی سیستم می‌شود و به طور کلی با افزایش شدت میدان مغناطیسی بیشینه نیروی برخورد افزایش و زمان برخورد کاهش می‌یابد و خیز ورق و ضربه‌زنده با افزایش شدت میدان مغناطیسی روند کاهشی پیدا می‌کند.

4- مراجع

- B. Stefano, Commerical Application of Aluminum Honeycomb and Foam in load Bearing Tubular Structures. *Mechanical Engineering*, B. S. Thesis, pp. 27-36, 2002.
- X. O. He, S. Sivasankar, K. M. Liew, Active Control of FGM Plates with Integrated Piezoelectric Sensors and Structures, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, No. 9, pp. 1641-1655, 2001.
- I. Chopra, Review of Art of Smart Structures and Integrated Systems. *AIAA J.*, Vol. 40, No. 11, pp. 2145-2187, 2002.
- S. Odenbach, Magnetic Fluids-Suspensions of Magnetic Dipoles and Their Magnetic Control. *J. Phys.: Condens. Matter*, Vol. 15, pp. 1497-1508, 2003.
- B. F. Spencer Jr, S. Nagarajaiah, State of the Art of Structural Control, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 129, No. 7, pp. 845-856, 2003.
- M. Yalcintas, H. Dai, Magnetorheological and Electrorheological Materials in Adaptive Structures and Their Performance Comparison, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 8, No. 5, pp. 560-573, 1999.
- T. Pranoto, K. Nagaya, A. Hosoda, Vibration Suspension of Plate Using Linear MR Fluid Passive Damper, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 276, No. 3-5, pp. 919-932, 2004.
- G. Y. Zhou, Q. Wang, Use of Magnetorheological Elastomer in an Adaptive Sandwich Beam with Conductive Skins, Part II: Dynamic Properties, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 5403-5420, 2006.
- S. K. Dwivedy, N. Mahendra, K. C. Sahu, Parametric Instability Regions Of a Soft and Magnetorheological Elastomer Cored Sandwich Beam, *J. Sound and Vibration*, Vol. 325, No. 4-5, pp. 686-704, 2009.
- L. Chen, Using Magnetorheological (MR) Fluid as Distributed Actuators for Smart Structures, *ICIEA*, 2009.
- B. Nayak, J. B. s. Sastri, S. K. Dwivedy, K. S. R. K. Murthy, A Comparative Study of The Classical and Higher Order Theory for Free Vibration Analysis of MRE Cored Sandwich Beam with Composite Skins Using Finite Element method, *IEEE-International Conference on Advances in Engineering*, March 30-31, 2012.
- B. Nayak, S. K. Dwivedy, K. Murthy, Vibration Analysis of a Three-Layer Magnetorheological Elastomer Embedded Sandwich Beam with Conductive Skins Using Finite Element Method, *Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 43, Mar 15, 2013.