ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدر س



# اثر معيارهای تسليم پيشرفته BBC2003، Yld2004 و BBC2008 بر منحنیهای شکل پذیری با مدل های مارسینیاک - کوزینسکی، گلویی پخشی سوئیفت و گلویی موضعي هيل

محمد حسين پور گللو<sup>1</sup>، سيدمحمدحسين سيدکاشي<sup>2</sup>، سييده شاهي<sup>3</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک،دانشگاه تربیت دبیرشهیدرجایی، تهران 2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند 3- دانشجوی مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران \* تهران، صندوق يستى 136-1678، m.hoseinpour@srttu.edu

#### اطلاعات مقاله

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این مقاله، اثر معیارهای تسلیم پیشرفته BBC2003، BBC2004 و BBC2008 با قانون سختشوندگی سوئیفت براساس مدلهای	مقاله پژوهشی کامل
مارسینیاک-کوزینسکی، گلویی پخشی سوئیفت و گلویی موضعی هیل در محاسبه یکرنشهای حدی بررسی شده است. این مدلها	دريافت: 10 شهريور 1393 بذيرش: 05 آبان. 1393
برای ارزیابی قابلیت پیش،بینی شکل پذیری در ورق های فلزی اورتوتروپیک AA2090-T3 و AA6111-T4 به کار برده شده. علاوه بر	پدیرین، تا بان ارائه در سایت: 09 آذر 1393
 این، اثر PLC <sup>1</sup> بر شکل پذیری ورق آلومینیومی AA5182-0 نیز بررسی شده است. حساسیت مدل مارسینیاک-کوزینسکی نسبت به	كليد واژگان:
ضریب ناهمگنی اولیه بررسی و تأثیر این پارامتر در پیشبینی نمودار حد شکلدهی نشان داده شده است. مطالعه اثر توان معیارهای	باریکشدگی
تسلیم فوق بر شکل بذیری، نشان میدهدتوانهای بالاتر که برای مواد با ساختار اتمی FCC پیشنهاد شده، حد شکل پذیری بالاتری را	ناپایداری پلاستیک اثر PLC
نسبت به توانهای پایینتر که برای مواد BCC پیشنهاد شده است، دارند. همچنین تأثیر پارامترهای مؤثر ماده از قبیل توان	ر اورتوتروپی
کرنشسختی و ناهمسانگردی در ورق مورد مطالعه قرار گرفته و نشان داده شده که افزایش توان کرنشسختی باعث بهبود	منحنی حد شکلدھی
شکلپذیری و اثر PLC و افزایش ضریب ناهمسانگردی، موجب کاهش شکلپذیری ورق میشوند. همچنین پیشبینی کرنشهای	معيار تسليم
حدی آلیاژ AA6111-T4 توسط معیار تسلیم Yld2004 در سمت راست منحنی با مدل مارسینیاک-کوزینسکی و در سمت چپ با	
مدل گلویی موضعی هیل، تطابق بهتری با نتایج تجربی را نشان میدهد	

# The Effect of Advanced BBC2003, YId2004 and BBC2008 Yield Criteriaon FLDs Based on M-K, Swift and Hill Models

Mohammad Hoseinpour Gollo<sup>1\*</sup>, Seyed Mohammad Hossein Seyedkashi<sup>2</sup>, Sepideh Shahi<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

\*P.O.B. 16785-136 Tehran, Iran, m.hoseinpour@srttu.edu

**ARTICLE INFORMATION** 

#### ABSTRACT

In this paper, effect of advanced yield criteria including BBC2003, Yld2004 and BBC2008 are Original Research Paper Received 01 September 2014 studied using Swift hardening law on determination of limit strains based on Marciniak-Accepted 27 October 2014 Kuczynski (M-K), Swift's diffuse necking and Hill's localized necking models. These models are Available Online 30 November 2014 used to assess the formability prediction of orthotropic AA2090-T3 and AA6111-T4 sheets. The Portevin-Le Chatelier effect on formability of AA5182-0 sheet is also studied. The sensitivity of Keywords: Marciniak-Kuczynski model to the initial imperfection factor is investigated and the effect of this Necking Plastic instability parameter on prediction of forming limit diagram has been shown. Study of the effect of yield PLC effect, Orthotropy criteria exponent on formability shows the higher exponents which are recommended for FCC FLD metals have higher forming limits in comparison with lower exponents adopted to BCC metals. Yield Criterion The effects of strain hardening coefficient and anisotropy are studied too. The results show that the increase of strain hardening exponent improves the formability, while the PLC effect and increase of anisotropy coefficient reduce it. Experimental results show better conformity with M-K model at the right side of FLD and with Hill's localized necking model at its left side.

Please cite this article using: M. Hoseinpour Gollo, S. M. H. Seyedkashi, S. Shahi, The Effect of Advanced BBC2003, Yld2004 and BBC2008 Yield Criteriaon FLDs Based on M-K, Swift and Hill Models, Survey Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 1, pp. 141-150, 2015 (In Persian)



<sup>1-</sup> Portevin le Chatelier

#### 1- مقدمه

منحنیهای حد شکل دهی برای اولین بار توسط کیلر [1] و گودوین [2] برای نشان دادن عیوبی مثل گلویی و شکست در ورقهای فلزی ارائه شدند. برای تعیین تجربی منحنی حد شکل دهی، نمونه هایی از ورق فلزی مورد نظر توسط کشش ساده یا کشش با سنبهی نیم کروی در حالتهای مختلف کرنش صفحه ای قرار داده می شوند. اما تعداد زیاد آزمایش های موردنیاز، بسیار پرهزینه و زمان بر است. بنابراین، تعیین منحنی حد شکل دهی به روش های تئوری و با دقت قابل قبول بسیار ضرورت داشته و از مهم ترین خواسته های صنایع مختلف شکل دهی فلزات است.

برای مطالعهی ناپایداری پلاستیک و تعیین منحنی حد شکل دهی، مدل های تئوری مختلفی ارائه شده است. سوئیفت [3] پیشنهاد کرد زمانی که تنشهای اصلی به مقدار ماکزیمم خود میرسند، ناپایداری پلاستیک رخ میدهد و کرنشهای حدی گلویی پخشی را پیشبینی کرد. اما در پرسکاری، اندازهی کرنش مجاز، با ایجاد گلویی موضعی تعیین میشود[4]. هیل [5] با فرض این که گلویی موضعی برای ورق فلزی در جهتی ایجاد می شود که ازدیاد آن صفر است، مدل گلویی موضعی را پیشنهاد کرد. مارسینیاک و کوزینسکی [6] پرکاربردترین مدل (مدل MK) را برای پیشبینی منحنی حد شکلدهی، با درنظر گرفتن این که عیوب هندسی اولیه، باعث شکست در ماده می شود، ارایه کردند. آن ها نقص را به صورت یک شیار نازک در نظر گرفته و فرض کردند که شیار، عمود بر کرنشهای اصلی باقی میماند و کرنشهای حدی شیار را در جهت عرضی -که بسیار سریعتر از نواحی اطراف افزایش مییابد- محاسبه کردند. مدلهای گلویی ارائهشده به درک پدیدهی گلویی کمک کرده و برای پیشبینی سریع شکلپذیری ورقهای فلزی در صنعت مورداستفاده قرار می گیرند. داریانی و عضدی [7] با تغییر درجهی معیار تسلیم هیل 1979 برای سمت راست و چپ FLD، تطابق خوبی بین نتایج تئوری و تجربی برقرار کردند. عاصمپور و همکاران [8] اثر توابع تسلیم هاسفورد و BBC2000 را در مدل MK بررسی کرده و نتیجه گرفتند برای فولاد AK، کرنشهای حدی پیشبینی شده توسط معیار تسلیم هاسفورد با توان 6 همخوانی بهتری با نتایج تجربی دارد. آلوود و شولر [9]، حدود شکلدهی را در فرآیندهای شکلدهی فلزات که در آنها بارگذاری تناسبی و شامل همهی **6** مؤلفهی تانسور تنش است، بررسی کردند. آنها روش MK را برای در برگرفتن این نوع از بارگذاری توسعه داده و برای نمایش کرنشهای حدی بدست آمده، یک منحنی حد شکلدهی تعمیمیافته (GFLD) را پیشنهاد کردند. GFLD نشان میدهد حدود شکلدهی بهطور قابلتوجهی توسط تنش نرمال فشاری و برش ضخامتی افزایش مییابد. نورچشمه و گرین [10] بیان کردند پیشبینیهای منحنی حد شکلدهی با استفاده از مدل MK، به شکل سطح تسلیم اولیه و تغییر آن در طی کارسختی وابسته است. جانگبونگ و بارلات [11] با به کار بردن تابع تسلیم VId2000-2d در مدل های MK و PMC<sup>2</sup> اصلاح شده، نمودار حد شکل دهی دو ورق فولاد ضدزنگ با ضخامتهای0/1 mm و 1 mm را پیش بینی کرده و نتیجه گرفتند که برای هر دو ورق نازک و ضخیم، FLD محاسبه شده با روش PMC تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد. پانیچ و بارلات [12] FLD و FLSD<sup>3</sup> دو ورق فولادی پر استحکام را با استفاده از مدل MK و معیارهای تسلیم ونمیسز،

هیل 1948 و 20-9000 و مدلهای سختشوندگی سوئیفت و وس اصلاحشده تعیین و با منحنیهای تجربی مقایسه کردند. نتایج آنها نشان میدهد FLD و FLS بهطور قابل توجهی تحت تأثیر معیار تسلیم و مدل سختشوندگی هستند.حسین پور و سیدکاشی [13] اثر معیارهای تسلیم ناهمسانگرد هاسفورد، هیل درجه 2 و هیل غیر درجه 2 و پارامترهای موثر ماده بر منحنیهای حد شکل دهی برحسب مدل MK را مورد مطالعه قرار داده و نشان دادند که انتخاب معیار تسلیم تاثیر زیادی بر منحنی حد شکل دهی دارد. مسلمی نایینی و همکاران [14]، کاربرد معیارهای ناپایداری پلاستیک مختلف همراه با معیار تسلیم ناهمسانگرد درجه 2 بارلات را در فرایند هیدروفرمینگ لوله مورد بررسی قرار داده و نتیجه گرفتند که معیار ناپایداری سوئیفت بهترین پیش بینی را برای منحنی حد شکل دهی درود.

مدلهای موجود هر یک دارای نقاط ضعف و قوت متفاوت در پیش بینی منحنیهای حد شکلدهی برای مواد مختلف هستند و اطمینان از صحت نتایج مدل انتخاب شده همواره از دغدغههای مهندسین طراح بوده است. در این مقاله، اثر توابع تسلیم پیشرفتهی BBC2003، BBC2004، BBC2003 و قانون سختشوندگی سوئیفت برای پیش بینی حد شکل پذیری با مدلهای مارسینیاک -کوزینسکی، گلویی پخشی سوئیفت و گلویی موضعی هیل بر روی روقهای فلزی اور توتروپیک AA5102-03، T111164 و O-AA5182 توان بررسی شده است. تأثیر ضریب ناهمگنی اولیه و پارامترهای ماده از قبیل توان کرنش سختی، ناهمسانگردی و ساختار بلوری فلزات بر پیش بینی کرنش های حدی با مدل MK بررسی شده است. همچنین پیش بینی کرنش های حدی آلیاژ T141114 توسط معیار VId2004 با مدل MK و گلویی موضعی هیل ارایه شده است. نتایج حاصله برای محاسبه سریع و دقیق حدود شکل دهی این آلیاژها در کاربردهای مختلف صنعتی استفاده شایانی دارد.

### 2- توابع تسلیم پیشرفته برای مواد اور توتروپیک

#### 2–1– مقدمه

در این تحقیق ورق های فلزی، با خواص مکانیکی اورتوتروپیک در نظر گرفته شدهاند. بنابراین تانسور تنش به شکل رابطهی 1 تعیین می شود.

 $\sigma = \sigma_{ij} \otimes e_j$  (1) (1)  $\sigma = 1,2,3$  (2) که در آن 1، 2 و 3 به ترتیب جهت نورد، عمود بر جهت نورد و جهت عمود بر ورق را نشان میدهند.

ناهمسانگردی پلاستیک ورقهای فلزی را به روشهای مختلفی می توان بیان کرد. به طور کلاسیک، تنشهای تسلیم تک محوری در جهتهای مختلف ( $\varphi$ ) و نسبتهای کرنش پلاستیک مربوطه  $\varphi$  برای بیان ناهمسانگردی استفاده می شوند.  $\varphi$  نسبت کرنش عرضی به کرنش ضخامتی نمونهی کشش بوده و برای داشتن قابلیت مقایسه، معمولاً در کرنش 00% تعیین می شود.  $\varphi$ نسبت به جهت نورد را تعریف می کند. غالباً ناهمسانگردی پلاستیک در جهات 0. °45 و °90 تعیین می شود. اما برای موادی که ناهمسانگردی بالاتری را نشان می دهند، برای بیان وابستگی به جهت، ارزیابی در زاویه های بیشتری لازم خواهد بود. قابلیت توابع تسلیم در مشخص کردن سطح تسلیم در فضای تنش ها دارای اهمیت بسیار بوده و لازم است که تابع تسلیم از نظر ریاضی به اندازهی کافی انعطاف پذیر باشد و پس از وارد کردن پارامترهای ماده، بتواند همه ی پارامترهای تجربی را با دقت بازیابی کند. کمترین

<sup>1-</sup> Generalised forming limit diagram

<sup>2-</sup> Parmar-Mellor-Chakrabarty

<sup>3-</sup> Forming limit stress diagram

www.SIP.ir

0

0

03

دادههای مورد نیاز برای برازش تابع تسلیم BBC2003، شامل پارامترهای تجربی ۲۵، ۲۵، ۲۵، ۲۵، ۲۵، ۲۵، ۲۵، و ۲۰ و برای Pld2004 و BBC2008 شامل پارامترهای تجربی ۲۵، ۲۰، ۲۵، ۲۵، ۲۰، ۲۵، ۲۰، ۲۵، ۲۰، ۲۵، ۲۰، ۲۵۵، ۲۰۶، ۲۵۰ و ۲۰ است. برای موادی که سختشوندگی همسانگرد از خود نشان میدهند، چون سطح تسلیم اولیهی تعیین شده توسط ۲۰۴ ثابت باقی میماند، تعیین این پارامترها در آغاز تسلیم پلاستیک کافی است. اگر مادهی موردنظر سختشوندگی سینماتیک از خود نشان دهد، تعداد پارامترهای مورد نیاز و آزمایشها افزایش می یابد.

#### 2-2- تابع تسليم هيل 1979

معادله 2 معیار تسلیم عام هیل را که در سال **1979 ا**رایه شده است نشان میدهد[15]:

$$f|\sigma_{2} - \sigma_{3}|^{M} + g|\sigma_{3} - \sigma_{1}|^{M} + h|\sigma_{1} - \sigma_{2}|^{M} + a|2\sigma_{1} - \sigma_{2} - \sigma_{3}|^{M} + b|2\sigma_{2} - \sigma_{3} - \sigma_{1}|^{M} + c|2\sigma_{3} - \sigma_{1} - \sigma_{2}|^{M} = \sigma_{e}^{M}$$
(2)

با در نظر گرفتن حالت همسانگرد صفحهای (f=g و f=g) چهار حالت مختلف به وجود میآید که با توجه به اصل قائم بودن به صورت معادلهی 3 ارائه شده است.

$$|\sigma_1 + \sigma_2|^M + (2r + 1) |\sigma_1 - \sigma_2|^M = 2(1 + r) \sigma_e^M$$
(3)

معیار بدست آمده (معادله 3) بهعنوان معیار تسلیم در تجزیه و تحلیل تئوری مورد استفاده قرار میگیرد.

## BBC2003 - 3-2 تابع تسليم

معیار تسلیم BBC2003 به شکل معادلهی 4 توسط بانابیک ارایه شده است[**16**].

$$\overline{\sigma}^{2k} = a(\Gamma + \Psi)^{2k} + a(\Gamma - \Psi)^{2k} + (1 - a)(2\Lambda)^{2k}$$
(4)  

$$a_{\mu} = a_{\mu} =$$

$$\Gamma = \frac{1}{2} (\sigma_{11} + M \sigma_{22})$$

$$\Psi = \sqrt{\frac{(N\sigma_{11} - P\sigma_{22})^2}{4} + (Q\sigma_{12})^2}$$

$$\Lambda = \sqrt{\frac{(R\sigma_{11} - S\sigma_{22})^2}{4} + (T\sigma_{12})^2}$$
(5)

که ۸. ۸. P. O. P. N. J. و a پارامترهای ناهمسانگردی بوده و به جنس ماده بستگی دارند. برای فلزات با ساختار BCC. 3=k و برای فلزات FCC، 4-4 پیشنهاد شده است.

#### 4-2- تابع تسليم BBC2008

معیار تسلیم BBC2008 برای بیان رفتار پلاستیک ورق های فلزی با اورتوتروپی بالا مطابق معادلهی 6 ارائه شده است [17].

$$\frac{\overline{\sigma}^{2k}}{w-\mathbf{1}} = \sum_{i=1}^{s} \left\{ w^{i-1} \left\{ \left[ L^{\mathbf{\omega}} + M^{\mathbf{\omega}} \right]^{2k} + \left[ L^{\mathbf{\omega}} - M^{\mathbf{\omega}} \right]^{2k} \right\} + w^{s-i} \left\{ \left[ M^{\mathbf{\omega}} + N^{\mathbf{\omega}} \right]^{2k} + \left[ M^{\mathbf{\omega}} - N^{\mathbf{\omega}} \right]^{2k} \right\} \right\}$$
(6)

برای فلزات با ساختار BCC، **3** و برای فلزات FCC، **4** پیشنهاد شده است و *M*(*) M*(*)* و *N*(*)* مطابق معادلهی **7** عبارتاند از:

$$L^{\boldsymbol{\omega}} = l_1^{\boldsymbol{\omega}} \sigma_{11} + l_2^{\boldsymbol{\omega}} \sigma_{22} \tag{7}$$

#### 5-2- تابع تسليم Yld2004

تابع تسلیم پیشرفتهی Yld2004 توسط بارلات مطابق با معادلهی 8 ارایه شده است[18]:

$$\varphi(s_{\alpha\beta}) = \varphi(\tilde{s}'_{i}, \tilde{s}''_{j}) = \sum_{i,j}^{1,3} |\tilde{s}'_{i} - \tilde{s}''_{j}|^{a} = \mathbf{4}\bar{\sigma}^{a}$$
(8)

برای فلزات با ساختار BCC، *a=b و* برای فلزات FCC، *a=8 پیشنه*اد شده است. تانسور نشان داده شده با *s*، بهعنوان انتقال خطی s در معادلهی 9 معرفی شده است.

**- مدلهای تعیین حد شکلدهی** 

(10)

# 1-3- مدل گلویی مارسینیاک -کوزینسکی

یکی از شناخته شدهترین روشها برای پیشبینی شروع گلویی موضعی، توسط مارسینیاک و کوزینسکی معرفی شده است[6]. مطابق شکل 1 در این مدل فرض میشود یک عیب هندسی اولیه در ورق وجود داشته و گلویی موضعی در این ناحیه شکل گرفته و محورهای اصلی ناهمسانگردی و تنشها در یک راستا قرار دارند. به عبارت دیگر، جهت مؤلفههای تنشهای صفحهای اصلی موازی با جهت نورد و عمود بر جهت نورد هستند. در مدل MK، در یک ورق با ضخامت نامی، ناحیهای به شکل یک شیار ایجاد میشوند که کمی نازکتر است. این دو منطقه با حروف A و B نشان داده میشوند. ماده بهصورت صلب-پلاستیک فرض شده و کرنشها، کرنشهای پلاستیک برشی در مدل MK وجود ندارد، تنشها، تنشهای اصلی بوده و گلویی مرتبی در مدل MK وجود ندارد، تنشهای تنشهای اصلی بوده و گلویی موضعی عمود بر تنش اصلی صفحهای ات $\sigma$  گسترش مییابد. در شکل 2 موضعی عمود بر تنش اصلی صفحهای در میشر می می می در در شکل 2

در ادامه برخی از معادلات پایهی مدل MK نوشته میشود. زیروندهای A و B به ترتیب به مناطق A و B در شکل I اشاره می کند.

ضریب ناهمگنی اولیهی شیار ω، در معادلهی 11 تعریف شده است.

$$\omega_0 = \frac{t_0^B}{t_0^A} \quad ,0 < f_0 < 1 \tag{11}$$

. و B و B و B هستند  $t_0^B$  و  $t_0^A$  و  $t_0^A$ 

در حین تغییر شکل، ضریب ناهمگنی مطابق معادله 12 تغییر می کند.  $\omega = \omega_0 \exp \left( \varepsilon_3^B - \varepsilon_3^A \right)$  (12)

نسبت تنشها و کرنشهای اصلی به ترتیب در معادلات 13 و 14 آورده شده است.

$$\alpha^{A,B} = \frac{\sigma_2^{A,B}}{\sigma_1^{A,B}} \tag{13}$$

$$\rho^{A,B} = \frac{d\varepsilon_2^{A,B}}{d\varepsilon_1^{A,B}} = \frac{\frac{\partial\sigma}{\partial\sigma_2^{A,B}}}{\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_1^{A,B}}} |\sigma_1^{A,B} = \mathbf{1}, \sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B}$$
(14)

با توجه به فرض تراکمناپذیری ماده، کرنشهای ضخامتی مطابق معادلهی 15 خواهند بود.

$$d\varepsilon_3^{A_iB} = -(d\varepsilon_1^{A_iB} + d\varepsilon_2^{A_iB})$$
(15)

به علت همگن بودن تابع تسلیم، تنش معادل مطابق با معادله 16 ارائه شده است



**شکل 2** فلوچارت جهت تعیین کرنشهای حدی براساس مدل MK

$$\overline{\sigma}^{A_{i}B} = \sigma_{1}^{A_{i}B} \frac{1}{f(\alpha^{A_{i}B})}$$
(16)

با شرط تسلیم  $\overline{\sigma} = Y_{
m ref}$ ، تابع f در معادله 17 آورده شده است.

$$\begin{aligned} f(\alpha^{A,B}) &= \frac{1}{\bar{\sigma}(\sigma_1^{A,B} = \mathbf{1}, \sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B})} (17) \\ &= 1, \sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B} (18) \\ &= 1, \sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B} \\ &= 1, \sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B} \\ &= 1, \sigma_2^{A,B} \\ &= 1, \sigma$$

با در نظر گرفتن یک نسبت کرنش مشخص، ابتدا نمو کرنش مؤثر ( $d\epsilon^{A}$ ) در منطقه A اعمال شده و جزء کرنش های اصلی  $h_{1}^{A}b$  و  $h_{2}^{A}b$  محاسبه می شود. با حل رابطهی 29 نسبت تنشها و نمو کرنش مؤثر در منطقه B بدست میآید. سپس جزء کرنشهای  $h_{3}$ ,  $h_{3}^{B}$  و  $h_{3}^{B}$  افزایش داده می شوند و مراحل ذکر شده تکرار می گردد تا نسبت جزء کرنش ایجاد شده در منطقه ی گلویی به جزء کرنش اعمالی به منطقه ی سالم، از یک عدد بحرانی عبور کند. این مرز بحرانی نشان دهنده ی ناپایداری و پارگی است. در این حالت، مقادیر

کرنش در منطقهی سالم ورق (۶۱<sup>م</sup> و ۶۵<sup>۹</sup>) کرنشهای حدی ورق و یک نقطه از FLD میباشند. با تغییر نسبت کرنش و تکرار محاسبات، سایر نقاط منحنی حد شکلدهی بدست میآیند.

#### 3-2- مدل گلویی پخشی سوئیفت

مطابق شکل 3 یک قطعه فلز در معرض کشش صفحه ای همگن تحت نیروهای <sub>2</sub>1 و <sub>2</sub>7 قرار دارد. نیروها طبق معادلهی **30 تعیین** می شوند.

$$F_1 = \sigma_1 A_1$$
 ,  $F_2 = \sigma_2 A_2$  (30)

که ،A مساحت سطح مقطع عمود بر نیروهای ،F است. مطابق رابطهی 31 گلویی پخشی وقتی شروع میشود که dF<sub>i</sub> =0 [ 19].

$$dF_{1} = A_{1} \ d\sigma_{1} + \sigma_{1} \ dA_{1} = \mathbf{0} \ , dF_{2} = A_{2} \ d\sigma_{2} + \sigma_{2} \ dA_{2} = \mathbf{0}$$
(31)

با توجه به ثابت بودن حجم و با استفاده از معادلهی 31، رابطهی 32 بدست. می آید.

$$\frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} = \sigma_1 \quad , \frac{d\sigma_2}{d\varepsilon_2} = \sigma_2 \tag{32}$$

تابع پتانسیل پلاستیک،  $P(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  رابطهی بین سه تنش اصلی را در طی فرایند ارائه می کند. تابع تسلیم F را می توان برحسب کار پلاستیک  $W_P$  بیان کرد. تابع تسلیم F و تابع پتانسیل پلاستیک P در اینجا با هم برابرند (معادله 33).

$$P = F(W_{\rm P}) \tag{33}$$

با توجه به برابری dF و dP معادله ی 34 نتیجه میشود.

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial P}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 = F'(W_P)(\sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2)$$
(34)  
 $c_1 = c_1 + c_2 + c_2$ 

$$Y'_{\rm ref}(\vec{\varepsilon}) g(\alpha) = Y_{\rm ref}(\vec{\varepsilon})$$
(35)

$$g(\alpha) = f(\alpha)(1 + \alpha \rho) , Y'_{ref}(\bar{\varepsilon}) = \frac{\alpha r_{ref}(\varepsilon)}{d\bar{\varepsilon}}$$
(36)

#### 3-3- مدل گلویی موضعی هیل

برای مدل کردن گلویی موضعی، مطابق معادلهی 37 فرض میشود که ورق توسط نیروی بر واحد عرض f1>f2 بارگذاری شده است[20].

$$F_1 = \sigma_1 t , F_2 = \sigma_2 t$$
(37)

که t ضخامت ورق است (شکل3). فرض میشود گلویی موضعی زمانی اتفاق میافتد که 0f1=0 (معادله ی 38).

$$dF_1 = t \, d\sigma_1 + \sigma_1 \, dt = \mathbf{0} \tag{38}$$

(40)

$$d\varepsilon_3 = \frac{dt}{t} = -d\varepsilon_1 (1 + \rho)$$
(39)

$$Y'_{\text{ref}}(\vec{\varepsilon}) g(\alpha) = Y_{\text{ref}}(\vec{\varepsilon})(1 + \rho)$$



**شكل3** هندسەي مدل گلويى موضعى سوئيفت

$$g(\alpha) = f(\alpha)(1 + \alpha \rho)$$
(41)

برای یک نسبت تنش تعیینشده، تنها متغیر مجهول، کرنش پلاستیک مؤثر (٤) است که بهعنوان ریشهی معیار گلویی محاسبه میشود. مدل هیل برای منطقهی منفی کرنش صفحهای فرعی و مدل سوئیفت برای منطقهی مثبت کرنش صفحهای فرعی به کار میرود.

#### 4- نتايج وبحث

در این مقاله منحنیهای حد شکل دهی آلیاژهای AA2090-T3، AA2090- یو و گلویی و AA5182-0 براساس مدل های MK، گلویی پخشی سوئیفت و گلویی موضعی هیل، با استفاده از توابع تسلیم هیل IVId2003، BBC2003 و VId2004 BBC2003 محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه شده است. همچنین اثر پارامترهای توان کرنش سختی n و ضریب ناهمسانگردی r و توان معیار تسلیم بر منحنیهای حد شکل دهی بررسی شده است.

با توجه به حساسیت بالای مدل MK به ضریب ناهمگنی اولیه ۵۰ ، مقدار این ضریب به گونه ای انتخاب می شود که بهترین تطابق بین نتایج تئوری و دادههای تجربی به وجود آید. تأثیر ضریب ناهمگنی اولیه در تعیین FLD در شکل های 4 تا 7 نشان داده شده است.



شكل 4 اثر ضريب ناهمگنى اوليه بر FLD براساس مدل MK و معيار تسليم BBC2008



شکل 5 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004

جدول 1 خواص مکانیکی و دادههای ناهمسانگردی آلیاژ آلومینیوم -AA2090

	[22] 13									
1	K[MPa]	ε <sub>0</sub> [-]	n[-]	r <sub>0</sub> [-]	r <sub>15</sub> [-]	r <sub>30</sub> [-]	r <sub>45</sub> [-]	r <sub>60</sub> [-]	r <sub>75</sub> [-]	
	646	0/025	0/227	0/21	0/3269	0/6923	1/58	1/0385	0/5384	
	r <sub>90</sub> [-]	Yo	Y <sub>15</sub>	Y <sub>30</sub>	Y <sub>45</sub>	Y <sub>60</sub>	Y <sub>75</sub>	Y <sub>90</sub>		
	0/69	1	0/961	0/910	0/811	0/810	0/882	0/910		

[22	<b>جدول 2</b> پارامترهای آلیاژ آلومینیوم AA2090-T3 برای معیار تسلیم BBC2008 <b>[22</b> ]											
К	S	W	$\ell_1^{(1)}$	$\ell_2^{(1)}$	m <sub>1</sub> <sup>(1)</sup>	$m_2^{(1)}$	$m_{3}^{(1)}$	n <sub>1</sub> <sup>(1)</sup>	$n_2^{(1)}$			
4	2	1/2247	0/1309	0/6217	0/7834	0/6604	0/000079	0/111	0/0482			
n <sub>3</sub> (1)		ℓ1 <sup>(2)</sup>	ℓ2 <b>(2)</b>	m1 <sup>(2)</sup>	m <sub>2</sub> <sup>(2)</sup>	m <sub>3</sub> <sup>(2)</sup>	n1 <sup>(2)</sup>	n2 <sup>(2)</sup>	n <sub>3</sub> (2)			
0/3075		1/0339	-0/0720	0/000113	0/000077	0/5380	0/0558	1/0186	0/7781			

<b>جدول 3</b> ضرایب معیار تسلیم Yld2004 برای آلیاژ آلومینیوم AA2090-T3 <b>[23]</b>											
<i>c</i> ′ <sub>12</sub>	<i>c</i> ′ <sub>13</sub>	<i>c</i> ′ <sub>21</sub>	<i>c</i> ′ <sub>23</sub>	<i>c</i> ′ <sub>31</sub>	<i>c</i> ′ <sub>32</sub>	<i>c</i> ′ <sub>44</sub>	<i>c</i> ′ <sub>55</sub>	c′ <sub>66</sub>			
-0/0698	0/9364	0/0791	1/0030	0/5247	1/3631	1/0237	1/0690	0/9543			
<i>c</i> <sup>1</sup> <sub>12</sub>	C <sup>m</sup> <sub>13</sub>	c <sup>**</sup> 21	C <sup>11</sup> 23	C <sup>m</sup> 31	C <sup>m</sup> 32	с <b>"</b> 44	<b>c</b> <sup>∎</sup> <sub>55</sub>	С <sup>∎</sup> 66			
0/9811	0/476741	0/575316	0/8668	1/1450	-0/0792	1/0516	1/1471	1/4046			



شكل 9 سطح تسليم پيش بينى شده براى آلومينيوم AA2090-T3



شكل 6 اثر ضريب ناهمگنی اوليه بر FLD براساس مدل MK و معيار تسليم BBC2003



شکل 7 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار هیل 1979

#### **1-4-آلياژ** AA2090-T3

خواص مکانیکی و دادههای ناهمسانگردی در جدول 1 و ثابتهای به کار رفته در معیارهای تسلیم BBC2008 و Yld2004 به ترتیب در جدولهای 2 و 3 آمده است.

شکل 8 قابلیت معیار تسلیم BBC2008 را در پیشبینی تنش تسلیم تکمحوری نرمالیزه شده و ضریب ناهمسانگردی برای آلیاژ T3-AA2090 نشان میدهد. ضرایب ناهمسانگردی و مقادیر تنش تسلیم پیشبینیشده نزدیکی بسیار خوبی با دادههای تجربی دارد.

منحنی سطح تسلیم معیارهای ارایه شده، در شکل 9 و نمودارهای حد شکل دهی پیش بینی شده برای آلیاژ AA2090-T3 باضریب ناهمگنی اولیه [21] در شکل 10 نشان داده شدهاند. مطابق شکل در سمت راست منحنی، معیار تسلیم Yld2004 با مدل MK بیشترین و معیار BBC2008 با مدل گلویی پخشی سوئیفت کمترین کرنش ها را پیش بینی می کنند و در سمت چپ، معیار BBC2008 با مدل MK بیشترین و معیار BBC2008 با مدل گلویی موضعی هیل کمترین کرنش ها را پیش بینی می کنند.



#### **2-4-** آلياژ AA6111-T4

خواص مکانیکی و دادههای ناهمسانگردی در جدول 4 و ثابتهای به کار رفته در معیار تسلیم ۲ld2004 در جدول 5 آورده شده است.

منحنی سطح تسلیم معیارهای ارایه شده در شکل 11 و نمودارهای حد شکلدهی پیش بینی شده برای آلیاژ AA6111-T4 با ضریب ناهمگنی اولیه ۵۰-۵/992 در شکل 12 نشان داده شدهاند. مطابق شکل، در سمت راست منحنی پیش بینی معیار Yld2004 با مدل MK و در سمت چپ پیش بینی معیار Yld2004 و هیل 1979 با مدل گلویی موضعی هیل تطابق بهتری با نتایج تجربی دارند.

[23] AA	6111-T	ومينيوم 4	ى آلياژ آا	همسانگرد	ادەھاى نا	انیکی و د	خواص مک	جدول4
K[MPa]	ε₀ <b>[−]</b> n	[ <b>-]</b> r <sub>0</sub> [-]	r <sub>15</sub> [-]	r <sub>30</sub> [–]	r <sub>45</sub> [-]	r <sub>60</sub> [–]	r <sub>75</sub> [–]	r <sub>90</sub> [–]
503/7	0 0	23 0/889	91 0/894	15 0/744	2 0/613	1 0/6139	9 0/6333	0/6637
[23] /	AA611	نيوم 1-T4	لياژ ألوميا	Ylc برای آ	يم 2004	معيار تسل	5 ضرايب	جدول
$c'_{12}$	$c'_{13}$	c'_{21}	$c'_{23}$	$c'_{31}$	$c'_{32}$	$c'_{44}$	<i>c</i> ′ <sub>55</sub>	<i>c</i> ′ <sub>66</sub>
1/2410	1/078	2 1/2164	1/2238	1/0931	0/8891	0/5019	0/5571	1/3490
c"12	С <sup>щ</sup> 13	C <sup>#</sup> 21	c <sup>**</sup> 23	c <sup>m</sup> <sub>31</sub>	C <sup>III</sup> 32	C <sup>11</sup> 44	<b>C</b> <sup>∎</sup> 55	с <b>"</b> 66
0/7753	0/922	7 0/7654	0/7933	0/9186	1/0276	1/1158	1/1122	0/5897





شکل 12 نمودار حد شکل دهی تجربی و پیش بینی شده برای آلیاژ AA6111-T4

# **3-4- آلياژ** AA5182-0

خواص مکانیکی و دادههای ناهمسانگردی در جدول **6** و ثابتهای به کار رفته در معیار تسلیم BBC2003در جدول 7 آورده شده است.

منحنی سطح تسلیم معیارهای ارایه شده، در شکل 13 و نمودارهای حد شکلدهی پیشبینی شده برای آلیاژ 0-AA5182 با ضریب ناهمگنی اولیه wo= 0/98 در شکل 14 نشان داده شدهاند.

مطابق شکل 14 پراکندگی در نتایج تجربی به علت پدیدهی PLC در آلیاژ آلومینیوم O-AA5182، میباشد. ظاهر شدن تکراری ناپیوستگیها در بخش پلاستیک منحنی تنش-کرنش یا جریان دندانهدار تغییر شکل در آلیاژهای H-II با مختل شدن حرکت نابجاییها توسط اترههای Mg، به سبب کرنش پیری دینامیکی، منحنی جریان دندانهدار بهوجود میآید. اگر نابجاییها، بهآرامی حرکت کنند، اترههای Mg میتوانند به نابجاییها منتقل شوند. در غیر این صورت تنش جریان کمتری تشخیص داده شده، و بهصورت ناپیایداری منجر میشود. اما در دماهای بالا، تحرک اترههای محلول افزایش یافته و دندانهها ناپدید میشوند[27]. بدیهی است که استفاده از منحنی سختشوندگی مرسوم برای چنین موادی به علت نادیده گرفتن اثر PLC نتایج اشتباه منجر خواهد شد. نتایج نشان داده است که استفاده از منحنی نتایج اشتباه منجر خواهد شد. نتایج نشان داده است که از ماکریزی ورقهای فلزی را کاهش میدهد[28]. میتوان نتیجه گرفت که اثر OLC به ورقهای فلزی را کاهش میدهد[28]. میتوان نتیجه گرفت که اثر OLC به ورقهای فلزی را کاهش میدهد[28]. میتوان نتیجه گرفت که اثر OLC به درلیل ممکن برای عدم تطابق FLD پیش بینی شده با دادههای تمربی است.

جدول 6 خواص مكانيكي و دادههاي ناهمسانگردي آلياژ 0-AA5182 [25]

								_			
K <b>[M</b>	Pa] $\varepsilon_0[-]$		n <b>[—]</b>	r <sub>0</sub> [-	-] r <sub>4</sub>	₁₅ <b>[−]</b>	r <sub>90</sub> [–	]			
585	585/2 0/004926		0/323	2 0/64	2 1	/039	0/829	_			
<b>جدول 7</b> ثابتهای به کار رفته در معیار تسلیم BBC2003 [ <b>26</b> ]											
М	N	P	Q	R	5	T	a	K			
0/9342	1/0021	1/0268	1/0342	0/9979	1/0461	1/0774	0/6503	4			



شکل 16 اثر توان کرنش سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم YId2004





شکل 18 اثر توان کرنش سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم هیل 1979

اثر ضریب ناهمسانگردی بر منحنی حد شکل دهی براساس مدل MK برای معیارهای تسلیم هیل 1979 و ۲۱d2004 به ترتیب در شکل های 19 و 20 نشان داده شده است. مطابق شکل 19 با افزایش ضریب ناهمسانگردی، کرنش های حدی کاهش مییابند. در شکل 20 با توجه به اینکه ساختار کریستالی هر دو آلیاژ FCC بوده و توان کرنش سختی نزدیکی دارند و هر دو غیر حساس به نرخ کرنش هستند، به نظر می سد تفاوت مشاهده شده از ضرایب ناهمسانگردی و نقص بوده است.



شكل 14 نمودار حد شكل دهى تجربى و پيش بينى شده براى آلياژ 0 -AA5182

اثر توان کرنش سختی بر منحنی حد شکل دهی برای معیارهای تسلیم هیل BBC2003، BBC2004 و BBC2005 در شکل های 15 تا 18 بررسی شده است. نتایج نشان می دهد که برای همهی معیارهای تسلیم با افزایش توان کرنش سختی، کرنش های حدی افزایش یافته و شکل پذیری ورق بهبود می یابد.



شکل 15 اثر توان کرنش سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2008

اثر درجهی معیارهای تسلیم BBC2003، PId2004 و BBC2008 بر منحنی حد شکل دهی در شکل های 21 تا 23 بررسی شده است. بیشتر بودن کرنش های حدی به ازای درجهی بالاتر معیار تسلیم را میتوان به کمک ساختار بلوری فلزات توجیه نمود. ساختار FCC متراکم ترین شبکهی بلوری است و به این ترتیب اتمها راحت تر روی هم لغزیده و حرکت میکنند. در نتیجه شکل پذیری مواد با ساختار اتمی FCC نسبت به BC2



شکل 19 اثر ضریب ناهمسانگردی بر FLD براساس مدل MK و معیار هیل 1979



شکل 20 اثر ضریب ناهمسانگردی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004



شكل 21 اثر توان معيار تسليم بر FLD براساس مدل MK معيار تسليم BBC2008



شكل 22 اثر توان معيار تسليم بر FLD براساس مدل MK و معيار تسليم Yld2004



5- نتيجه گيرى

در این مقاله نمودار حد شکل دهی آلیاژهای AA2090-T3 ، AA2090 و AA5182-O با استفاده از مدل های MK و هیل- سوئیفت و معیارهای تسلیم هیل BBC2003، BBC2004 و BBC2008 محاسبه و با دادههای تجربی مقایسه شده است. از این نتایج میتوان در صنایع شکل دهی برای محاسبه سریع و قابل قبول حدود شکل دهی این آلیاژها در کاربردهای مختلف استفاده شایانی نمود.

- پیش،بینی مدل MK با معیار Yld2004، با نمودار حد شکلدهی آلیاژ AA6111-T4 نزدیکی خوبی دارد.
- تطابق دادههای تجربی آلیاژ AA2090-T3 و پیش بینی معیار BBC2008
   از توزیع صفحه ای تنش تسلیم نرمالیزه شده و ضریب ناهمسانگردی در کشش تک محوری، نشان دهنده ی قابلیت این معیار در بازیابی دقیق همه ی دادههای ورودی است.
- اثر PLC در آلیاژ AA5182-0 باعث تسریع وقوع گلویی موضعی شده و پیش بینی FLD با دقت مناسب انجام نمی شود.
- اثر توان کرنش سختی بر شکل پذیری آلیاژ T-AA2090، مورد بررسی قرار گرفت. مطابق نتایج، افزایش توان کرنش سختی سبب افزایش کرنش های حدی می شود.

- [12]S. Panich, F. Barlat, V. Uthaisangsuk, S. Suranuntchai, S. Jirathearanat, Experimental and theoretical formability analysis using strain and stress based forming limit diagram for advanced high strength steels, Materials and Design, Vol. 51, pp. 756-766, 2013.
- [13]M. Hosseinpour Gollo, S. M. H. Seyedkashi, N. Valian Iraj, The effect of Hosford, Hill's quadratic and non-quadratic yield criteria on prediction of forming limit diagrams based on M-K model, Modares mechanical Engineering, Vol. 14, No. 5, pp. 137-146, 2013. (In Persian)
- [14] H. M. Naeini, S. J. Hashemi, G. H. Liaghat, M. Mohammadi, H. Deilami Azodi, analytical prediction of limit strains and limit stresses in hydroforming of anisotropic aluminium tubes, *Modares Mechanical* Engineering, Vol. 14, No. 2, pp. 133-140, 2014. (In Persian)
- [15]R. Hill, Math. Proc. Camb. Soc. Vol. 75, pp. 179-91, 1979.
   [16]D. Banabic, H. Aretz, D. S. Comsa, L. Paraianu, An improved analytical description of orthotropy in metallic sheets, International Journal of Plasticity, Vol. 21, pp. 493-512, 2005.
- [17]D. S. Comsa, D. Banabic, Plane stress yield criterion for highly anisotropicsheet metals, *Numisheet 2008, Interlaken, Switzerland*, pp. 43-48, 2008.
- [18] F. Barlat, H. Aretz, J. W. Yoon, M. E. Karabin, J. C. Brem, R. E. Dick, Linear transformation-based anisotropic yield functions, International Journal of Plasticity, Vol. 21, pp1009–1039, 2005.
- [19] R. Hill, A theoretical perspective on in-plane forming of sheet metal, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 39, pp. 295-307, 1991.
- [20]Z. Marciniak, J. L. Duncan, S. J. Hu, Mechanics of Sheet Metal Forming, 2nd ed, Butterworth- Heinemann, 2002.
- [21] H. Aretz, Numerical analysis of diffuse and localized necking in orthotropic sheet metals, International Journal Of Plasticity, Vol. 23, pp. 798-840, 2007.
- [22]M. Vrh, M. Halilovic, B. Starman, B. Stok, D. S. Comsa, D. Banabic, Capability of the BBC2008 yield criterion in predicting the earing profile in cup deep drawing simulations, European Journal of Mechanics A/Solids, Vol. 14, pp. 59-74, 2014.
- [23]K. Ravindra Saxena, P. M. Dixit, Prediction of flange wrinkling in deep drawing process using bifurcation criterion, Journal of Manufacturing Processes, Vol. 12, pp. 19-29, 2010.
- [24]M. Yang, X. Dong, R. Zhou, J. Cao, Crystal plasticity-based forming limit prediction for FCC materials under non-proportional strain-path, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 527, pp. 6607–6613, 2010.
- [25] D. Banabic, H. Aretz, L. Paraianu, P. Jurco, Application of various FLD modelling approaches, Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering, Vol. 13, pp. 759-769, 2005.
- [26]Y. Z. Shen, K. H. Oh, D. N. Lee, The effect of texture on the Portevin-LeChatelier effect in 2090 Al-Li alloy, Scripta Materialia, Vol. 51, pp. 285-289, 2004.
- [27] A. H. van den Boogaard, Thermally enhanced forming of aluminium sheet, PhD thesis, University of Twente, The Netherlands, 2002. [28]O. S. Hopperstad, T. Børvik, T. Berstad, O. G. Lademo, A. Benallal, A
- preliminary numerical study on the influence of PLC on formability of aluminium alloys, Proc. ESAFORM 2006 Conference, pp. 315–318, 2000.

rc

- بررسی اثر ضریب ناهمسانگردی در شکل پذیری آلیاژهای T3-AA2090 و AA6111-T4 نشان میدهد با افزایش ضریب ناهمسانگردی کرنشهای حدی کاهش پیدا کرده است.
- بررسی اثر توان معیار تسلیم بر شکلپذیری فلزات نشان میدهد با افزایش توان معیار تسلیم، کرنشهای حدی پیشبینیشده افزایش مییابد (شکلپذیری مواد با ساختار اتمی FCC نسبت به BCC بیشتر است).

#### 6- مراجع

- [1] S. P. Keeler, WA. Backofen, Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches, Transactions of American Society of Metals, Vol. 56, pp. 25-48, 1963.
- [2] G. M. Goodwin, Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop, La Metallurgia Italiana, Vol. 8. 1968.
- [3] H. W. Swift, Plastic instability under plane stress, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 1, pp. 1–18, 1952.
- [4]A. Barata da Rocha, F. Barlat, J. M. Jalinier, Prediction of the forming limit diagrams of anisotropic sheets in linear and non-linear loading, *Materials Science and Engineering*, Vol. 68, pp. 151–164, 1984–1985.
- [5]R. Hill, On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 1, pp. 19–30, 1952
- [6]Z. Marciniak, K. Kuczynski, Limit strains in the process of stretch-forming sheet metal. International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 9, pp. 609-620, 1967.
- [7] B. M Dariani, H. D. Azodi, Finding the optimum Hill index in the determination of the forming limit diagram, Journal of Engineering Manufacture, Vol. 217, No. 12, pp. 1677-1683 , 2003.
- M. Ganjiani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 182, pp. 598-607, 2007.
- [9] M. Allwood, D. R. Shouler, Generalised forming limit diagrams showing increased forming limits with non-planar stress states, International Journal of Plasticity, Vol. 25, pp. 1207–1230, 2009.
- [10]M. Nurcheshmeh, D. E. Green, Prediction of sheet forming limits with Marciniak and Kuczynski analysis using combined isotropic-nonlinear kinematic hardening, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 53, No. 2, pp. 145-153, 2011.
- [11]H. Jong Bong, F. Barlat, M. Gyu Lee, D. C. Ahn, The forming limit diagram of ferritic stainless steel sheets: Experiments and modeling, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 64, pp. 1–10, 2012.