

## بررسی عددی اثرات تزریق جت صوتی سیال بر مشخصات میدان جریان و کارایی کنترل بردار تراست در نازل مافوق صوت

مجتبی طحانی<sup>۱\*</sup>، محمد حججی<sup>۲</sup>، محمد صالحی‌فر<sup>۳</sup>، آرش درتومنیان<sup>۳</sup>

۱- استادیار، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران

۲- دکتری، مهندسی هواپیما، بنیاد توسعه علوم و فناوری‌های هواپیما، تهران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هواپیما، دانشگاه تهران، تهران

\*تهران، صندوق پستی 143951374، m.tahani@ut.ac.ir

### چکیده

تأثیر تزریق جت صوتی سیال ثانویه در بخش واگرای نازل مافوق صوت بر ساختار میدان جریان و کارایی کنترل بردار تراست، به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. کد عددی توسعه یافته سه بعدی و چند بلوكی، برای مدل سازی پیچیدگی‌های ناشی از آشفتگی جریان، از مدل SST k- $\omega$  استفاده شده است. میدان محاسباتی مورد استفاده به صورت با سازمان بوده و نتایج نخستین شبیه‌سازی با نتایج حاصل از تحقیقات آزمایشگاهی گذشته صححت‌سنجی شده است. تغییر قدرت جت تزریقی، به کمک تغییر سطح مقطع تزریق و همچنین تغییر نسبت فشار تزریق به فشار نازل ایجاد می‌شود. افزایش قدرت تزریق تغییراتی را در کارایی این روش کنترلی ایجاد کرده که گاهی سبب کاهش کارایی آن شده است. در این تحقیق علاوه بر تشریح کامل پدیده‌های فیزیکی پیچیده موجود در این جریان، محدوده افزایش قدرت تزریق جهت افزایش راندمان سیستم ارائه شده است. در محدوده مجاز دبی تزریق ثانویه، افزایش دبی تزریق سبب کاهش ضربیت تقویت، افزایش زاویه انحراف به عنوان مهم‌ترین پارامتر مجموعه کنترلی و افزایش نیروی پیشران محوری می‌شود. در خارج از بازه مجاز محاسبه شده پارامترهای کارایی رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهند که بیانگر افت شدید کارایی است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۷ بهمن ۱۳۹۳

پذیرش: ۱۹ اردیبهشت ۱۳۹۴

ارائه در سایت: ۰۷ تیر ۱۳۹۴

کلید واژگان:

کنترل بردار تراست

تزریق جت صوتی

جریان آشفته

نازل مافوق صوت

## Numerical investigation of sonic jet injection effects on flow field structure and thrust vector control performance in a supersonic nozzle

Mojtaba Tahani<sup>1\*</sup>, Mohammad Hojaji<sup>2</sup>, Mohammad Salehifar<sup>1</sup>, Arash Dartoomian<sup>1</sup>

1- Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran.

2- Aerospace Sciences and Technologies Institute, Tehran, Iran.

\*P.O.B. 143951374 Tehran, Iran, m.tahani@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 06 February 2015

Accepted 09 May 2015

Available Online 28 June 2015

**Keywords:**

Thrust Vector Control  
Sonic Jet Injection  
Turbulent Flow  
Supersonic Nozzle

### ABSTRACT

Effects of secondary sonic jet injection in divergent part of supersonic nozzle on flow field structure and thrust vector control performance has been numerically analyzed. Three dimensional multi-blocks extended numerical code has been used to model the complexity of turbulence flow by k- $\omega$  SST model. Structured computational domain has been applied and the initial results of simulation were validated by the previous experimental result. Different injection power is generated by varying the injection surface and pressure ratio with respect to throat pressure. Injection power increment causes changes in performance and sometimes lowers it. In the current research, aside from a description of complete complex flow features, allowable power range to increase system performance has been presented. In this range, increasing the injection mass flow rate decreases the amplification factor, but increases the deflection angle and axial thrust augmentation as the most important performance parameters. Out of estimated range for allowable mass power injection performance parameters behave differently, which demonstrates a drastic drop in performance.

### 1- مقدمه

می‌کنند، یکی از راههای هدایت و کنترل است. براساس شکل ۱ این روش‌ها به چهار نوع عمده شامل: روش‌های دارای چند نازل<sup>۲</sup>، نازل‌های متحرک<sup>۳</sup>،

کنترل بردار تراست<sup>۱</sup> برای کاربردهایی که در آن‌ها نیروهای آیرودینامیکی ناچیز است، مانند مراحل اولیه پرتاب و سیستم‌هایی که در جو رقیق پرواز

2- Multi nozzle

3- Movable Nozzle

1- Thrust Vector Control (TVC)

Please cite this article using:

M. Tahani, M. Hojaji, M. Salehifar, A. Dartoomian, Numerical investigation of sonic jet injection effects on flow field structure and thrust vector control performance in a supersonic nozzle, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 175-186, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

پارامترها، شوک جدایش را بیشتر به سمت بالادست انتقال می‌دهد و نیروی تراست تولیدشده را افزایش می‌دهد. در حیطه فعالیت‌های تجربی، کمبود و گاهی اوقات فقدان سختافزارهای مورد نیاز، احتیاج به سختافزارهای پژوهیزینه، مشکلات ناشی از ارتعاشات، شکل‌گیری شوک‌های قوی و انسداد جریان در هنگام اجرا از جمله عواملی است که این تحقیقات را با دشواری مواجه کرده است.

از سوی دیگر توسعه روزافزون روش‌های محاسباتی و پیشرفت‌های چشم‌گیر به عمل آمده در این زمینه، راه انجام تحقیقات را به صورت عددی هموار کرده است. بسیاری از مطالعات انجام شده در سال‌های اخیر به کارهای عددی پرداخته‌اند و نتایج خود را با مطالعات آزمایشگاهی اعتبارسنجی می‌کنند. از نخستین اقدامات انجام‌شده برای مطالعه عددی، این سیستم توسط بالو و با حل معادلات اویلر به صورت سه‌بعدی در سال 1991 بررسی شده است [7]. این تحقیق با مطالعه پارامترهایی مانند ضریب تقویت جت ثانویه و تراست محوری افزوده شده انجام پذیرفته است. نسبت نیروی جانبی به نیروی محوری نیز از نتایج این تحقیق است که با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد و دارای یک مقدار بیشینه است.

در سال 2002 هیون و ساپ یون به بررسی کارایی تزریق ثانویه گاز به داخل یک نازل مخروطی موشک به صورت عددی پرداختند [8]. این تحقیق با تولید شبکه باسازمان به صورت سه‌بعدی، لزج و با درنظر گرفتن دو مدل توربولانسی جبری بالدوین لومکس<sup>10</sup> و E-K انجام گرفته است. تأثیرات زاویه بخش و اگرای نازل و محل تزریق بر کارایی سیستم بررسی شده‌اند. اردام و همکاران در سال 2006 به بررسی عددی پارامترهای تزریق ثانویه سیال در یک نازل مخروطی شکل برای کنترل بردار تراست پرداخت [9]. این تحقیق با استفاده از برنامه تجاری فلوئنت، با شبکه بی‌سازمان به صورت سه‌بعدی و لزج انجام گرفته است. از مهم‌ترین نتایج این تحقیق این است که تزریق باید با محور نازل هم راستاتر باشد تا از انعکاس شوک‌ها توسط دیواره مقابله جلوگیری شود، همچنین اگر محل تزریق بیش از حد نزدیک پایین دست باشد، در خروجی نازل جریان برگشتی را به همراه دارد.

در مطالعات انجام شده توسط پرینس و همکاران [10] در سال 2012، یک تحقیق تجربی انجام‌شده در گذشته، به صورت عددی مدل شده است. تولید شبکه با کد تجاری آیسم<sup>11</sup> انجام‌پذیرفته و در حل عددی از نرم‌افزار فلوئنت و مدل E-K برای مدل‌سازی جریان لزج استفاده شده است. نتایج بررسی کارایی در مقایسه با نتایج تجربی از دقت مناسبی برخوردار است.

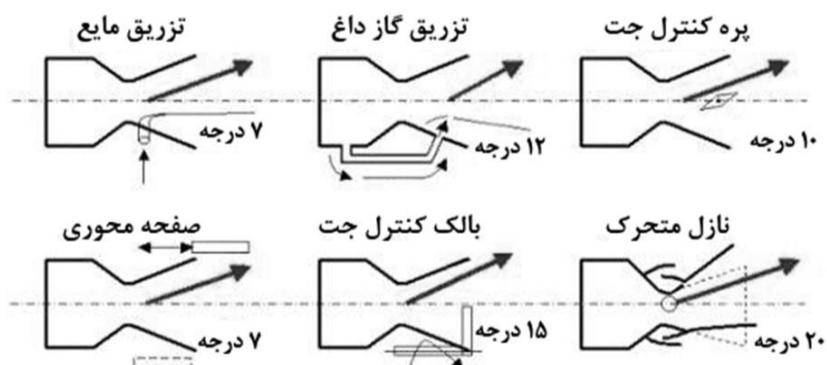
زمیجانوویچ در سال 2013 به بررسی عددی و تجربی تزریق ثانویه سیال برای کنترل بردار تراست در یک نازل متقارن محوری پرداخت [11]. آزمایش‌ها برای سه مود مختلف فرالبساطی نازل انجام شده است که فشار تزریق ثانویه از 2 تا 3/5 بار با گام 0/5 بار در کل مدت آزمایش، بین 2 تا 3 دقیقه، تغییر می‌کند. جهت مدل‌سازی آشفتگی از مدل دو معادله‌ای E-K استفاده شده است. در تصاویر منتج از مطالعه خطوط شوک کمانی، خمره‌ای<sup>12</sup> و شوک انعکاسی<sup>13</sup> به روشنی دیده شده و تغییر مکان تزریق به سمت خروجی از برخورد شوک به دیواره مقابله و تشکیل منطقه چرخشی جلوگیری می‌کند.

در سال 2010 هاشم آبادی و حیدری برای طراحی آبرودینامیکی کنترل بردار تراست به کمک تزریق سیال، الگوریتمی را پیشنهاد دادند [12]. این

روش‌های تداخلی<sup>1</sup> و روش‌های تزریق ثانویه<sup>2</sup> تقسیم می‌شوند. برخلاف سیستم‌های کنترل مکانیکی مانند نازل متحرک، که برای ایجاد انحراف به عمل‌گر نیاز دارند، روش کنترل بردار تراست به کمک تزریق سیال ثانویه<sup>3</sup> هیچ‌گونه نیازی به قطعات متحرک ندارد. قطعات متحرک مکانیکی علاوه‌بر افزایش وزن وسیله، موجب کاهش نیروی تراست محوری نیز می‌شوند. کنترل بردار پیش‌ران به کمک تزریق ثانویه، از سال 1960 به طور موفقیت‌آمیزی مورد استفاده قرار گرفته است که با تزریق یک سیال ثانویه در بخش و اگرای نازل مافوق صوت همگرا- و اگرا به تدریج تکمیل شده است. برخی از انواع این روش‌ها در مقایسه با روش‌های مکانیکی موجب 43 تا 80 درصد کاهش وزن، 7 تا 12 درصد بهبود ضربه ویژه و 37 تا 53 درصد کاهش هزینه‌های ساخت و عمر نازل می‌شود [1].

تزریق گاز داغ<sup>4</sup> به دلیل حجم کم و کارایی بالا از روش‌های مناسب کنترل بردار تراست به شمار می‌رود. در گذشته به دلیل خودگی مکانیکی مواد شیرهای موجود در مسیر، از این روش استفاده چندانی نمی‌شد، ولی امروزه با پیشرفت علم متالورژی این روش بسیار مورد توجه است. استفاده از تزریق سیال ثانویه برای کنترل بردار تراست نخستین بار توسط ودربی<sup>5</sup> در سال 1949 مطرح شد و پیاده‌سازی آن در سال 1952 به انجام رسید [2]. در این زمینه مطالعات تحلیلی از پیشینه بیشتری نسبت به سایر تحقیقات برخوردار هستند و اساس کنترل بردار تراست به کمک تزریق ثانویه با انجام آن‌ها پایه‌گذاری شده است، ولی فرضیات ساده‌کننده مورد استفاده در این دسته، منجر به دستیابی به پاسخ‌های غیرواقعی می‌شود. مدل تحلیلی موج انفجار<sup>6</sup> توسط برودول در سال 1963 ارائه شد [3]. این مدل با جریان به صورت دو بعدی و غیرلزج برخورد می‌کند. در این مطالعه اندازه حرکت جت تزریقی به عنوان یک پارامتر کلی مطرح است. شاندور و واکر در سال 1964 تئوری خطی شده<sup>7</sup> را با فرض زاویه انحراف کم جریان، برای بررسی رفتار جریان با آنالیز یک بعدی تلفیق کردند [4]. در سال 1964 زاکوسکی و اسپاید [5] یک مدل را تحت عنوان جسم ضخیم<sup>8</sup> پیشنهاد کردند. مشاهده شده که تزریق جریان ثانویه در جریان مافوق صوت میدان جریانی شبیه یک جسم ضخیم (مانند یک پله) ایجاد می‌کند. تحقیقات تئوری غالب نتایج خود را با مطالعات آزمایشگاهی تکمیل و مقایسه می‌کنند.

ریچارد گاووس در سال 1965 به عنوان یک تحقیق تجربی، مطالعات دقیقی روی کنترل بردار تراست با تزریق ثانویه انجام داد [6]. این مطالعه نشان داد که افزایش فشار سکون جریان ثانویه با ثابت نگهداشتن باقی



شکل 1 شماتیک از برخی روش‌های کنترل غیرمعارف<sup>9</sup> و مقدار تقریبی انحراف آن‌ها

1- Interaction Methods

2- Secondary injection Methods

3- Secondary Injection Thrust Vector Control

4- Hot Gas Injection

5- A.E. Wetherbee

6- Blast Wave Theory

7- Linearized Theory

8- Blunt Body Model

9- Unconventional Methods

$$F^* = \begin{bmatrix} \rho^* u^* \\ \rho^* u^* u^* + p^* - \tau_{xx}^* \\ \rho^* v^* u^* - \tau_{xy}^* \\ \rho^* w^* u^* - \tau_{xz}^* \\ u^* [\rho^* E^* + p^*] - u^* \tau_{xx}^* - v^* \tau_{xy}^* - w^* \tau_{xz}^* - q_x^* \\ \rho^* u^* k^* - \tau_{xx}^k \\ \rho^* u^* k^* - \tau_{xx}^\omega \\ \rho^* v^* \\ \rho^* u^* v^* - \tau_{yx}^* \\ \rho^* v^* v^* + p^* - \tau_{yy}^* \\ \rho^* w^* v^* - \tau_{yz}^* \\ v^* [\rho^* E^* + p^*] - u^* \tau_{yx}^* - v^* \tau_{yy}^* - w^* \tau_{yz}^* - q_y^* \\ \rho^* v^* k^* - \tau_{yy}^k \\ \rho^* v^* k^* - \tau_{yy}^\omega \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G^* = \begin{bmatrix} \rho^* w^* \\ \rho^* u^* w^* - \tau_{zx}^* \\ \rho^* v^* w^* - \tau_{zy}^* \\ \rho^* w^* w^* + p^* - \tau_{zz}^* \\ w^* [\rho^* E^* + p^*] - u^* \tau_{zx}^* - v^* \tau_{zy}^* - w^* \tau_{zz}^* - q_z^* \\ \rho^* w^* k^* - \tau_{zz}^k \\ \rho^* w^* \omega^* - \tau_{zz}^\omega \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$H^* = \begin{bmatrix} \rho^* w^* \\ \rho^* u^* w^* - \tau_{zx}^* \\ \rho^* v^* w^* - \tau_{zy}^* \\ \rho^* w^* w^* + p^* - \tau_{zz}^* \\ w^* [\rho^* E^* + p^*] - u^* \tau_{zx}^* - v^* \tau_{zy}^* - w^* \tau_{zz}^* - q_z^* \\ \rho^* w^* k^* - \tau_{zz}^k \\ \rho^* w^* \omega^* - \tau_{zz}^\omega \end{bmatrix} \quad (5)$$

$E^*$ , بیانگر انرژی کل جریان است که شامل انرژی درونی، انرژی جنبشی و انرژی جنبشی آشفته بوده و از رابطه (6) به دست می‌آید.

$$E^* = (e^* + \frac{u^{*2} + v^{*2} + w^{*2}}{2} + k^*) \quad (6)$$

رابطه (7) شکل کلی معادلات بقا را برای یک متغیر کلی دلخواه  $W$  در روش حجم محدود نشان می‌دهد.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\vec{F}_C - \vec{F}_V) dS = \int_{\Omega} \vec{Q} d\Omega \quad (7)$$

AUSM<sup>2</sup> گسترش‌سازی ترم‌های جابه‌جایی، با استفاده از روش بالادستی انجام شده است. این روش که توسط لیو و استفن ابداع شد از تفکیک شارهای جابه‌جایی<sup>3</sup> و جملات فشار استفاده می‌کند و آن‌ها را به صورت تابعی از یک عدد ماخ بین سلولی بازنویسی می‌کند. به دلیل در نظر نگرفتن هیچ فرضی برای ترمودینامیک جریان، این روش برای جریان‌های گازی نامتعادل و جریان‌هایی با ذرات احتراقی که از لحاظ گرمایی کامل نیستند، استفاده می‌شوند. شاید مهم‌ترین ضعف‌های AUSM، ظهرور نوسانات فشار در پشت امواج ضربه قوی و رفتار میرایی اندک آن در اعداد ماخ پایین باشد. این روش نسبت به بقیه روش‌هایی که تاکنون مورد بررسی قرار گرفته جدیدتر است و مبنای محاسبات برخی از کدهای تجاری معروف نظیر FLUENT هم قرار دارد. در روش AUSM شار غیرلزج به دو بخش تقسیم می‌شود که در رابطه (8) ملاحظه می‌شود.

$$\vec{F} = \vec{F}^C + \vec{P} \quad (8)$$

ترم نخست  $\vec{F}$ ، شار جابه‌جایی  $\vec{F}^C$ ، که معرف جابه‌جایی  $\varphi$  توسط شار جرمی  $\vec{m}$  بوده و ترم دوم معرف شار فشار است.

جهت افزایش دقت در محاسبات، معادلات به صورت مرتبه دو گستته سازی شده‌اند. یکی از کاربردی‌ترین رهیافت‌ها برای میان‌یابی، استفاده از روش مرتبه نخست گودونوف<sup>4</sup> است [17]. این روش میدان جریان را

تحقیق به معرفی و بررسی کوتاه پارامترهای مختلف پاشش سیال جانبی به درون جریان اصلی محصولات احتراق از منظر دینامیک گاز پرداخته است. نحوه انتخاب بهینه پارامترهایی مانند موقعیت پاشش، زاویه پاشش و دبی جریان پاشش و اثرات آن‌ها بر یکدیگر و بر میزان انحراف بردار تراست از نتایج این تحقیق است که بر اساس آن، روند طراحی آیرودینامیکی کنترل بردار تراست به روش پاشش سیال مایع تدوین شده است.

در سال 2014 طحانی و همکارانش به مقایسه بین پاسخ‌های جریان جریان دو بعدی و سه بعدی و بررسی کارایی در نازل مافوق صوت همراه با تزریق ثانویه پرداختند [14,13]. در این مطالعات که به صورت عددی انجام پذیرفت، پارامترهای فیزیکی مانند طول محل جداش و محل برخورد شوک کمانی با دیواره مقابله می‌گردند. همچنین برخی کمیت‌های انتگرالی کارایی سیستم با نتایج تجربی و عددی مقایسه شد که نشان‌دهنده تطبیق خوب نتایج برنامه عددی بود.

در مطالعه انجام شده توسط حامدی و همکارانش در سال 2015 نازل دارای دو گلوگاه به صورت عددی مدل شده است [15]. در این تحقیق مدل آشفتگی SST  $k - \omega$  به عنوان مدلی مناسب برای پیش‌بینی جزئیات جریان معرفی شده است. تأثیر طول شکاف تزریق بر برداردهی<sup>1</sup> نازل بررسی شده که با افزایش سطح تزریق زاویه انحراف بردار تراست افزایش می‌یابد.

دستیابی به بررسی جامعی از فیزیک حاکم بر مسئله یکی از انگیزه‌های این مقاله است. هر چند تاکنون توضیحات زیادی برای تزریق در جریان جانبی ارائه شده، ولی کماکان خلاصه یک تفسیر فیزیکی همه جانبه برای تزریق در سطوح دارای اینجا مانند نازل بهویژه در جریان مافوق صوت حسن می‌شود. در این مقاله سعی شده تا این کاستی رفع شود. خطی‌سازی معادلات آشفتگی جهت افزایش سرعت برنامه و استفاده از روش سلول‌های مجازی در مرزهای میدان محاسباتی مورد آزمون قرار گرفته است، همچنین پارامترهای کارایی مربوط به یک نازل واقعی که پیشتر تحقیقات تجربی بر آن صورت پذیرفت، به واسطه تغییر در قدرت تزریق بررسی شده است. در پایان کیفیت مدل آشفتگی SST  $k - \omega$  برای این جریان با نتایج فرض بی‌لزجت و مدل K-4 مورد مقایسه و تحلیل قرار گرفته است.

## 2- روش عددی

معادلات مورد استفاده در این تحقیق معادلات ناویر- استوکس است که می‌توان شکل بقایی بی‌بعد آن‌ها را برای جریان تراکم‌پذیر و در مختصات کارتزین، به صورت رابطه (1) نمایش داد [16].

$$\frac{\partial U^*}{\partial t} + \frac{\partial F^*}{\partial x} + \frac{\partial G^*}{\partial y} + \frac{\partial H^*}{\partial z} = J \quad (1)$$

با توجه به آن‌که از تولید حرارت و نیز نیروهای بولیانسی و گرانش صرف‌نظر شده است؛ بنابراین ترم  $J$  تنها مؤلفه‌های چشمی را در مدل آشفته، نشان می‌دهد. روابط (5-2) شکل بی‌بعد ژنریک این معادلات را نشان می‌دهد [18,17].

$$U^* = \begin{bmatrix} \rho^* \\ \rho^* u^* \\ \rho^* v^* \\ \rho^* w^* \\ \rho^* (e^* + V^{*2}/2) \\ \rho^* k^* \\ \rho^* \omega^* \end{bmatrix} \quad (2)$$

1- Vectoring

2- Advection Upstream Splitting Method

3- Convection Fluxes

4- Godunov

گردایان فشار مخالف به واسطه استفاده از ضرایب مدل آشفتگی  $\omega - K$  در ناحیه لگاریتمی لایه مرزی و نیز قابلیت شناسایی این مناطق در جریان‌های تراکم‌پذیر، از جمله ویژگی‌های این مدل آشفتگی است. از سوی دیگر حل میدان جریان با استفاده از ضرایب مدل آشفتگی  $\omega - K$  به ویژه در مناطق جدایش‌یافته و تداخل با جریان آزاد (جایی که پارامتر  $\omega$  به شرایط جریان آزاد بسیار حساس است) و نیز لایه‌های برشی حاضر در میدان جریان، سبب شده است تا این مدل به‌طور قابل ملاحظه‌ای برای بسیاری از جریان‌های پیچیده آشفتگی، مانند تزریق جت در جریان عرضی که همزمان حضور گردایان‌های فشاری مخالف، تراکم‌پذیری، جدایش جریان و لایه‌های برشی را به همراه دارد، مناسب باشد. معمولاً در جریان‌های تراکم‌پذیر، از شکل عمومی معادله انتقال آشفتگی برای جریان‌های تراکم‌پذیر به‌صورت رابطه (15) استفاده می‌شود [17].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\phi) = D + Q_p - Q_d \quad (15)$$

حال می‌توان با جایگزینی کمیت‌های  $k$  و  $\omega$  به‌جای کمیت انتقالی، شکل استاندارد مدل  $K-\omega$  SST را به‌صورت روابط (16-17) نمایش داد.

$$\mu_T = \frac{a_1 \rho k}{\max(a_1 \omega, f_2 \|CurN\|_2)} \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_j}((\mu_l + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j}) + \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta^* \rho a k \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \omega) &= \frac{\partial}{\partial x_j}((\mu_l + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}) + \\ &\quad \frac{C_\omega \rho}{\mu_T} \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta \rho \omega^2 + 2(1-f_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (18)$$

تابع  $f_1$  وظیفه ترکیب ضرایب مدل  $\omega - k$  در نواحی داخلی لایه مرزی را با ضرایب مدل  $\omega - k$  در نواحی با لایه‌های برشی و جریان‌های آزاد داشته و طبق روابط (20.19) محاسبه می‌شود.

$$f_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (19)$$

$$\arg_1 = \min(\max(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500\mu_l}{\rho\omega d^2}), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}d^2})$$

$$C_{k\omega} = \max(2 \frac{\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20}) \quad (20)$$

در این رابطه،  $d$  نزدیک ترین فاصله از دیوار را نشان داده و  $\arg_1$  بیانگر بخش مثبت ترم پخش عرضی است. رابطه (21) تابع کمکی  $f_2$  را نشان می‌دهد.

$$f_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (21)$$

$$\arg_2 = \max(\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500\mu_l}{\rho\omega d^2})$$

برای اطلاع از ثابت، مرجع [18] توضیحات گسترده‌ای ارائه داده است. سرانجام می‌توان ضرایب مدل توربولانسی  $K-\omega$  SST را که عبارتند از  $\beta$ ،  $C_\omega$  و  $\sigma_\omega$ ، با استفاده از رابطه (22) و متغیرهای  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$ ، به‌دست آورد.

$$\varphi = f_1 \varphi_1 + (1-f_1) \varphi_2 \quad (22)$$

مؤلفه‌های بی‌بعد چشمی معادلات آشفتگی را نیز می‌توان در شکل ژنریک خود به‌صورت رابطه (23) نمایش داد.

$$S1 = \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta^* \rho \omega k \quad (23)$$

$$S2 = \frac{C_\omega \rho}{\mu_T} \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta \rho \omega^2 + 2(1-f_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x}$$

یک روش ساده و کارآمد، جهت افزایش همگرایی حل عددی، استفاده از

مجموعه‌ای متشکل از قطعه‌های متصل به هم با شرایط ثابت تخمین می‌زند. محدود کننده ون آلبادا<sup>1</sup> در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد که محدود کننده‌ای مشتق‌پذیر است و مانع از نزول باقی‌مانده‌های حل به سطح دقیق مашین نمی‌شود، همچنین برای گسسته‌سازی ترم‌های پخش، نیاز به تعیین مشتقهای مؤلفه‌های سرعت و انرژی در سطوح میانی حجم‌های کنترل است. برای تعیین این مشتقهای می‌توان از تئوری دیورزانس استفاده کرد که برای هر حجم دلخواه  $\Omega$  به‌صورت رابطه (9) بیان می‌شود.

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla} \varphi d\Omega = \oint_S \varphi d\vec{S} \quad (9)$$

با توجه به رابطه بالا، مقدار متوسط گردایان متغیرها به‌صورت رابطه (10) تعیین می‌شود:

$$\begin{aligned} \overline{\left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_\Omega} &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \varphi}{\partial x} d\Omega = \frac{1}{\Omega} \oint_S \varphi \hat{i} \cdot d\vec{S} \\ \overline{\left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_\Omega} &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial \varphi}{\partial y} d\Omega = \frac{1}{\Omega} \oint_S \varphi \hat{j} \cdot d\vec{S} \end{aligned} \quad (10)$$

در این تحقیق، با توجه به طبیعت غیرخطی مساله جت در جریان جانبی و سه‌بعدی بودن مساله که استفاده از شبکه‌ای حجمیم را می‌خواهد و با توجه به امکانات در دسترس و مشکلات روش‌های ضمنی در حل مسائل غیرخطی، از روش تکراری و صریح چند مرحله‌ای رانج کوتا<sup>2</sup> استفاده می‌شود. این روش با توجه به دقیق‌تر کردن نتایج در هر تکرار، سبب پایدارتری فرایند حل نیز خواهد شد. براساس این روش ترم زمانی معادلات حاکم به‌صورت رابطه (11) گسسته می‌شود.

$$\begin{aligned} \vec{Q}^{(0)} &= \vec{Q}^n \\ \vec{Q}^{(k)} &= \vec{Q}^{(0)} + \alpha_k \Delta t \text{Res}(\vec{Q}^{(k-1)}) , k = 1, 2, \dots m \\ \vec{Q}^{(m+1)} &= \vec{Q}^{(m)} \end{aligned} \quad (11)$$

در رابطه (11)،  $\alpha_k$  معرف ثابت دلخواهی است که مقادیر بهینه آن با توجه به مرتبه رانج کوتای مورد استفاده، تغییر می‌کند، همچنین  $\Delta t$  معرف گام زمانی است. در مسائلی که میدان جریان در آن‌ها حالت پایدار دارد، فقط پاسخ نهائی حائز اهمیت است؛ بنابراین می‌توان برای هر سلول گام زمانی مربوط به آن را قرار داد. با این روش پاسخ‌های میانی به‌دست‌آمده فاقد ارزش است و تنها زمانی پاسخ ارزش دارد که مسئله به حالت پایدار رسیده باشد. مزیت این روش این است که سلول‌هایی که حجم بزرگ‌تری دارند گام زمانی بزرگ‌تری داشته و میدان سریع‌تر به سمت همگرایی حرکت می‌کند در شبکه‌های با سازمان گام زمانی برای حجم کنترل به‌صورت رابطه (12) محاسبه می‌شود [17].

$$\Delta t_I = CFL \frac{\Omega_I}{(\Lambda_c^I + \Lambda_c^J + \Lambda_c^K)_I + C(\Lambda_V^I + \Lambda_V^J + \Lambda_V^K)_I} \quad (12)$$

مخرج این رابطه به دو بخش شعاع‌های طیفی ژاکوبین‌های شار غیرلزج و لزج تقسیم می‌شود. شعاع‌های طیفی جایه‌جایی به شکل رابطه (13) است.

$$\Lambda_c^I = (|\vec{V} \cdot \vec{n}^I + c|) \Delta S^I \quad (13)$$

شعاع‌های طیفی لزج نیز به‌صورت رابطه (14) محاسبه می‌شود.

$$\Lambda_V^I = \max(\frac{4}{3\rho}, \frac{\gamma}{\rho})(\frac{\mu_L}{PR_L} + \frac{\mu_T}{PR_T}) \frac{(\Delta S_I)^2}{\Omega} \quad (14)$$

با توجه به پیچیدگی‌های موجود در میدان جریان از مدل آشفتگی انتقال تنش برشی منتر نسخه 2003، استفاده شده است [19].

ترکیب ویژگی‌های مثبت دو مدل آشفتگی  $\omega - K$  و  $\epsilon$  و سبب شده است تا این مدل دارای دقت مناسبی باشد. پیش‌بینی دقیق نواحی دارای

1- Van-Albada Limiter

2- Rung Kutta

نیروی تراست محوری و ضریب تقویت، نسبت ایمپالس ویژه جانبی به نسبت ایمپالس جریان اصلی است که این پارامتر معرف مقدار سیالی است که برای داشتن نیروی جانبی مشخص نیاز است، رابطه (30). رابطه (31) نشان دهنده تراست محوری افزوده است که برابر است با نسبت ایمپالس محوری به ایمپالس جریان اصلی نخستین که معیاری برای اتلاف کلی سیستم برای بهدست آوردن نیروی تراست جانبی مورد نظر است.

$$TR = \frac{F_s}{F_p} \quad (29)$$

$$\kappa = \frac{Isp_s}{Isp_p} = \frac{F_s/m_s}{F_p/m_p} \quad (30)$$

$$ATA = \frac{\delta Isp_p}{Isp_p} = \frac{\delta F_p/m_s}{F_p/m_p} \quad (31)$$

با استفاده از تعاریف دینامیک گازها برای ضرایب نازل می‌توان روابط (35-32) را برای نازل اثبات کرد. مرجع [20] مباحث مشرووحی را در این زمینه مورد بحث قرار داده است. در نازل‌های همگرا- واگرا به دلیل طراحی آن‌ها برای شرایط خفگی، روابط بالا به صورت شرایط خفگی بازنویسی می‌شود.

$$C_f = \frac{F_p}{p_0 r_0^2} = \left( \int_{r_i}^{r_e} \int_0^{2\pi} \{p_w - p_a\} r_w dr_w d\theta + p_i A_i \right) / p_0 r_0^2 \quad (32)$$

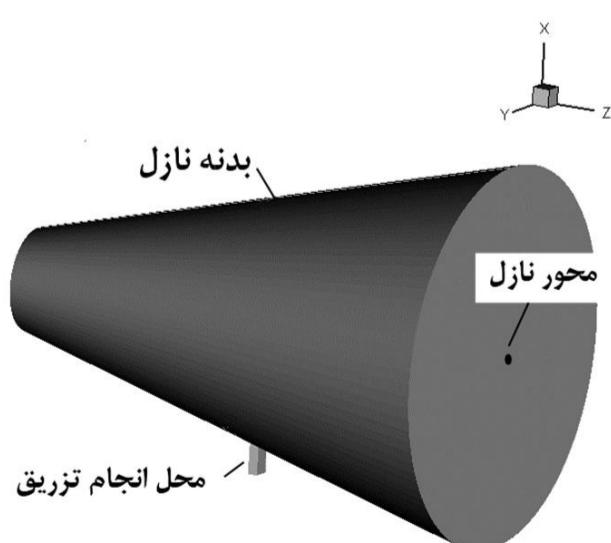
$$C_{fn} = \frac{F_n}{p_0 r_0^2} = \left( \int_{z_i}^{z_e} \int_0^{2\pi} \{p_w - p_a\} r_w \sin\theta dz d\theta \right) / p_0 r_0^2 \quad (33)$$

$$C_{fs} = \frac{F_s}{p_0 r_0^2} = \left( \int_{z_i}^{z_e} \int_0^{2\pi} \{p_w - p_a\} r_w \cos\theta dz d\theta \right) / p_0 r_0^2 \quad (34)$$

$$k = \frac{C_{fs}}{C_f} \left[ \frac{m_p}{m_s} \right] \quad (35)$$

سه کمیت بی‌بعد مورد استفاده به صورت زیر تعریف می‌شوند. در این مقاله به حل بخش واگرای نازل مافوق صوت پرداخته می‌شود. شرایط گلوگاه به صورت جدول 1 و هندسه و شرایط مرزی مطابق کارهای تجربی و عددی مورد استفاده در منابع [10,7] در نظر گرفته شده است، همچنین شمایی از هندسه مسئله در شکل 2 و نمایی از برش عرضی نازل در شکل 3 دیده می‌شود.

جدول 1 شرایط فیزیکی حاکم بر گلوگاه نازل		
فشار کل	عدد ماخ	دمای کل
9.2 MPa	1.0	3000 K



شکل 2 هندسه مورد بررسی

ژاکوبین‌های شار چشمی در معادلات آشفته است. می‌توان جهت محاسبه ترم‌های چشمی در گام زمانی  $n+1$ ، آن را به صورت رابطه (24) تقریب زد.

$$\vec{Q}^{n+1} = \vec{Q}^n + \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \vec{W}} \Delta \vec{W} \quad (24)$$

با توجه به پیشنهاد ویلکاکس [18]، در چهارچوب روش ضمنی مک-کورمک، می‌توان روش خطی‌سازی زیر را با مرتب کردن جمله چشمی به صورت روابط (25-26)، برای مدل آشفته انتقال تنش برشی نیز، به کار گرفت.

$$Q_k = \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta^* \left( \frac{\omega}{k} \right) \rho k^2 \quad (25)$$

$$Q_\omega = \frac{C_\omega \rho}{\mu_T} \tau_{ij}^F S_{ij} - \beta \rho \omega^2 + 2(1-f_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (26)$$

حال می‌توان با ثابت فرض کردن ترم‌های پخش عرضی در معادلات آشفته و صرف نظر کردن از ترم تولید در معادله  $\omega$ ، ماتریس ژاکوبین چشمی را در مدل آشفته انتقال تنش برشی، به صورت رابطه (27)، نشان داد.

$$\frac{\partial Q}{\partial (k, \omega)} = \begin{bmatrix} -2\beta^* \omega & 0 \\ 0 & -2\beta \omega \end{bmatrix} \quad (27)$$

با این حال، اسپلارلت و آلماراس نشان دادند، در ناحیه‌هایی که اتلاف و تولید هر دو بزرگ باشند و بر توازن کلی جمله‌های معادله غالب باشند، این شکل می‌تواند به هم‌گرایی کندی منجر شود [18]، بنابراین خطی‌سازی جمله چشمی براساس رابطه (28) پیشنهاد شد که در پژوهش حاضر از این مدل خطی‌سازی استفاده شده است. در این رابطه،  $W$  می‌تواند هر یک از دو پارامتر  $k$  یا  $\omega$  باشد.

$$Q^{n+1} = Q^n + \text{Neg} \left( \frac{\partial Q}{\partial W} \right) \Delta W$$

$$\text{Neg}(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases} \quad (28)$$

برای پیش‌گیری از تعیین صریح شارها در مرزهای میدان، از روش سلول‌های مجازی<sup>1</sup> متناسب با شرایط جریان استفاده شده است که منجر به تعیین صحیح شارهای مرزی می‌شود. با توجه به دقت مکانی مرتبه دو، برای  $r_e = p_e/p$ ,  $r_0 = p_0/p$ ,  $\varepsilon_e = A_e/A_t$  محاسبه شارها به الگویی چهار سلولی نیاز است، که وجود دو سلول مجازی در مرزها را الزامی می‌کند.

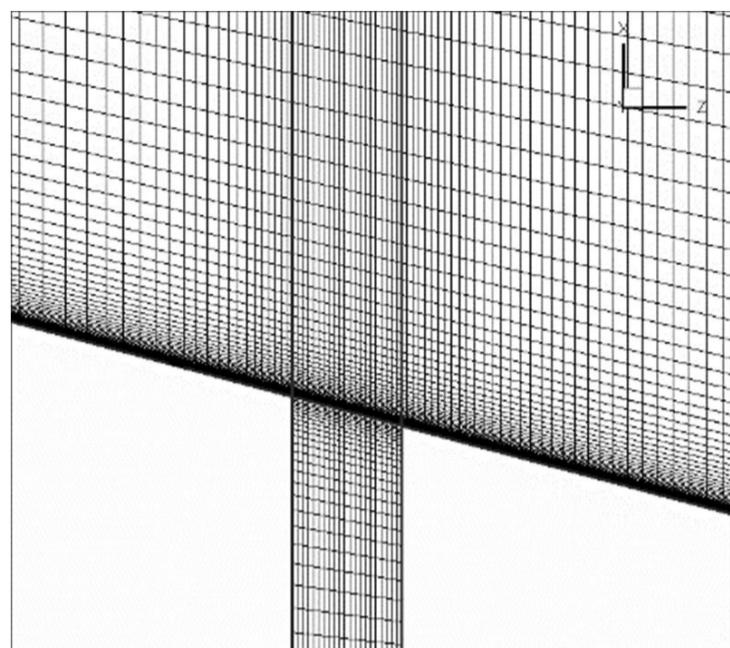
### 3- شرایط مساله

دلیل اصلی نیروی ایجادشده برای انحراف، توزیع فشار نامتناصر به وجود آمده روی بدنه نازل است که نخست به واسطه شوک کمایی و پس از آن به دلیل مؤلفه عمودی مومنتم سیال تزریقی است. تقریباً 90-80 درصد نیروی جانبی تولیدشده به دلیل توزیع فشار نامتناصر پایین دست روی دیواره نازل ناشی از شوک کمایی و بقیه سهم مومنتم سیال تزریقی است [9]. اثرات کنترل بردار تراست که به واسطه نیروی اعمالی روی نازل ایجاد می‌شوند به سه دسته زیر تقسیم می‌شود [11]

- 1 نیروهای فشاری وارد بر دیواره نازل
- 2 نیروهای لرجتی وارد بر دیواره نازل
- 3 نیروهای عکس العملی سیال تزریقی در محل تزریق (مومنتم سیال تزریقی)

براساس رابطه (29) نسبت تراست برابر است با نسبت نیروی جانبی به

1- Ghost Cells



شکل ۵ نمای نزدیک از شبکه محاسباتی در محل تزریق

راستای محور X و Y برابر است. لازم به یاد است که این مطالعه برای سه دبی تزریق مختلف انجام شده است و بیشترین اختلاف موجود بین شبکه‌های مختلف در جدول ۴ و شکل‌های ۶ و ۷ مشاهده می‌شود.

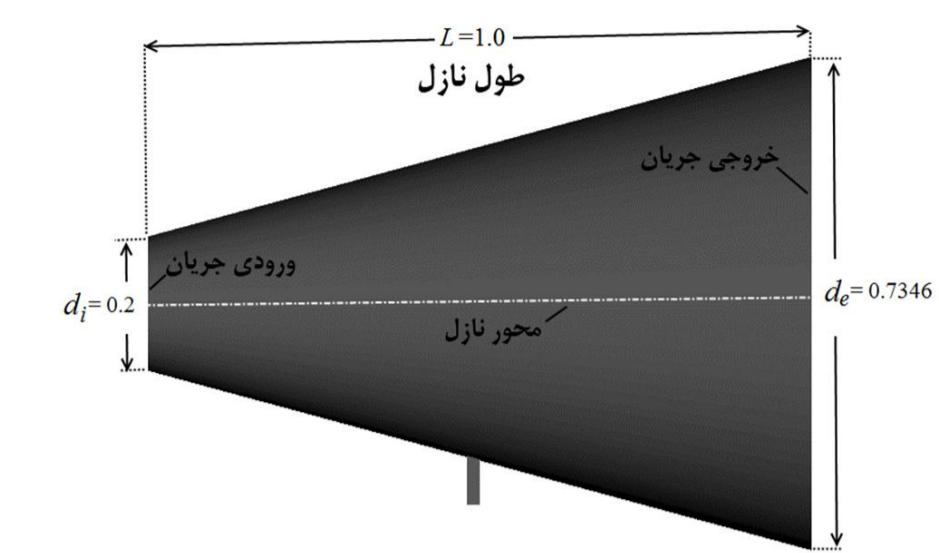
تفصیرات فشار در حوالی محل تزریق بسیار شدید است؛ بنابراین توزیع فشار استاتیک روی بدنه نازل به عنوان یکی از مهم‌ترین و حساس‌ترین کمیت‌های مورد مطالعه است. شکل ۶ تأثیر اندازه شبکه را بر توزیع فشار استاتیک روی خط عبوری از مرکز یال تزریق نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که برای بدست آوردن ابعاد صحیح گردابه‌های پیش از تزریق نیاز به استفاده شبکه متوسط است.

شکل ۷ نیز تأثیر اندازه میدان محاسباتی بر توزیع عدد ماخ در خط مرکزی نازل را نشان می‌دهد.

اگرچه اختلاف موجود برای مطالعه استقلال از شبکه کمی زیاد به نظر می‌رسد، ولی باید توجه داشت که این کمیت‌ها انتگرالی هستند و خطای

جدول ۳ تعداد سلول‌های شبکه محاسباتی برای مطالعه استقلال از شبکه

اندازه شبکه	در راستای x و y	در راستای z	تعداد کل سلول‌ها
درشت	115	75	646875
متوسط	140	85	1011500
ریز	160	100	1600000



شکل ۳ نمای جانبی هندسه مساله

سیال مورد استفاده دارای خواص میانگین محصولات احتراق برای سوخت UDMH<sup>1</sup> و اکسید کننده هواست (جدول ۲).

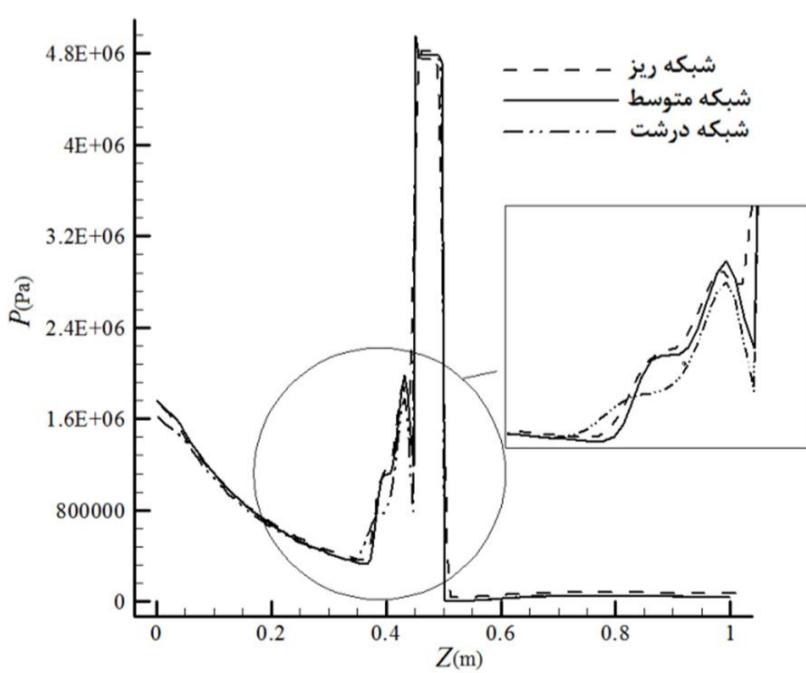
#### 4- تولید شبکه محاسباتی

شبکه محاسباتی مورد نیاز برای حل میدان جریان مطابق شکل ۴ به چند بلوک مجزا تقسیم می‌شود. کد عددی ایجاد شده فقط قادر به محاسبه شارها برای سلول‌های شش وجهی است؛ بنابراین باید در مقطع طولی نازل، یک بلوک مربعی در مرکز دایره درنظر گرفت. این روش سبب ایجاد سلول‌هایی می‌شود که از لحاظ تعامل خیلی مناسب نیستند؛ بنابراین در مقطع نازل، ابتدا شبکه به دست آمده به صورت جبری را به عنوان حدس نخستین درنظر گرفته، سپس با استفاده از معادلات بیضوی کیفیت شبکه افزایش می‌یابد. به این معنا که با به کار گیری معادلات بیضوی علاوه بر یکنواختی و هموارتر شدن میدان محاسباتی زوایای وجههای مختلف هر سلول به حالت متاعمد نزدیک‌تر می‌شود. در شکل ۵ تصویر بزرگنمایی شده در محل تزریق دیده می‌شود.

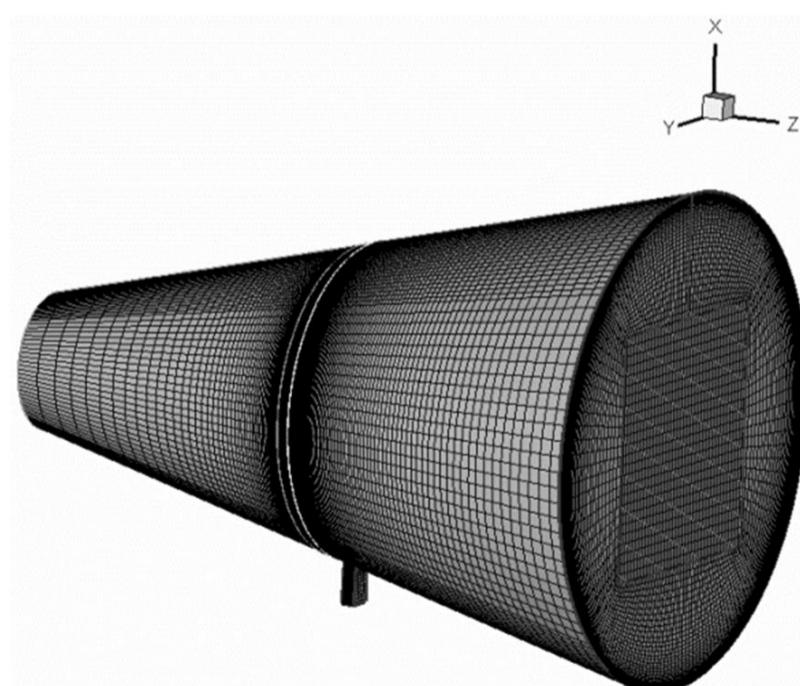
تنها راه حذف خطاهای ناشی از درشتی شبکه، انجام مطالعات مربوط به کیفیت شبکه است. برای این کار مطابق جدول ۳، سه شبکه با ابعاد مختلف در نظر گرفته شده است. با توجه به تقارن مقطع نازل، تعداد سلول‌ها در

جدول ۲ خواص سیال مورد استفاده

$C_p$	$\Pr$	$\gamma$	(در دمای 300 کلوین) $\mu$	MW	خاصیت
1/5	0/7		0/0002	1/25	28/9

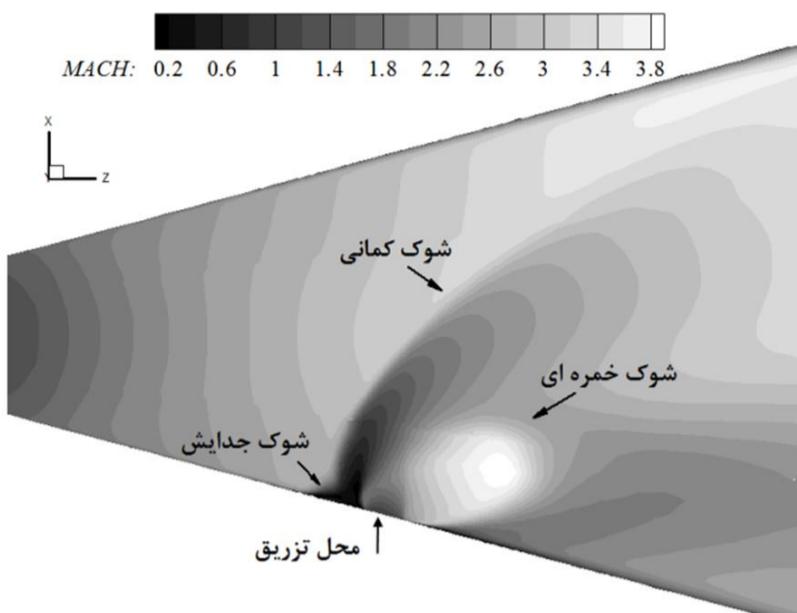


شکل ۶ مقایسه توزیع فشار استاتیک روی خط عبوری از مرکز دیواره محل تزریق



شکل ۴ شبکه محاسباتی نازل جهت تزریق ثانویه

1- Unsymmetrical Dimethyl Hydrazine

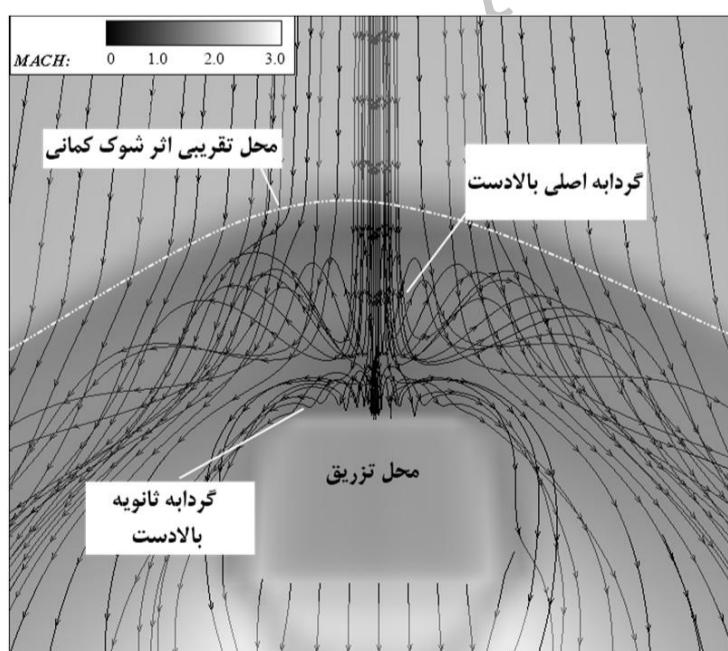


شکل 8 کانتورهای عدد ماخ در صفحه میانی نازل با تزریق 7 درصدی

فقدان تقارن میدان است و یک شوک ضعیف ناشی از جدایش لایه مرزی در بالادست تزریق می‌شود.

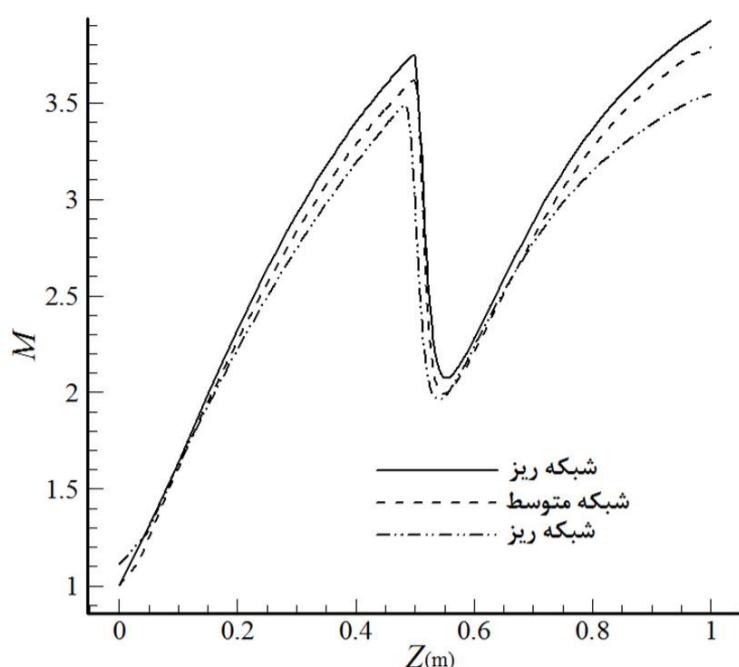
ساختار پیچیده شوک در محل تزریق، مناطق با فشار بالا و فشار پایین ایجاد می‌کند. فشار نامطلوب ایجاد شده در برابر جریان اصلی، سبب ایجاد جدایش جریان و شوک ناشی از آن در بالادست محل تزریق می‌شود که این شوک و شوک کمانی در پایین دست با هم تداخل می‌یابند. مطابق شکل 9 ساختار بین دیواره، منطقه شوک و مانع متصور از سیال تزریقی، دربردارنده گردابه اصلی بالادست (PUV<sup>1</sup>) که در راستای مرز دیواره ایجاد شده و گردابه ای موسوم به گردابه ثانویه بالادست (SU<sup>2</sup>) که پیش از محل تزریق ایجاد شده است، می‌باشد. برخلاف گردابه‌های ایجادشده ناشی از تزریق روی صفحه تخت در شرایط جریان مشابه، که کاملاً تا پایین دست جریان بهصورت نعل اسبی ادامه می‌یابند، این گردابه‌ها در نازل، مماس بر بدنه نازل و بهصورت مارپیچ حول محور نازل می‌چرخند. شکل 10 مؤید این مساله است.

در صورت تزریق روی صفحه بدون انحنا، بلافاصله پس از تزریق، منطقه‌ای فشار پایین پشت جت ایجاد می‌شود که محصل آن مکشی است که سبب ایجاد دو گردابه ثانویه و اصلی پایین دست (PDV<sup>3</sup> و SDV<sup>4</sup>)



شکل 9 نمایش گردابه‌های بالادست در محل تزریق (دید از بالا)

- 1- Primary Upstream Vortex
- 2- Secondary Upstream Vortex
- 3- Secondary Downstream Vortex
- 4- Primary Downstream Vortex



شکل 7 مقایسه تأثیر شبکه بر عدد ماخ در خط مرکزی نازل

ناشی از محاسبه فشار هر سلوول جمع می‌شود. به همین دلیل بررسی تأثیر شبکه روی پارامترهای مانند عدد ماخ در مقاطع مختلف اختلاف چندانی را در شبکه‌های متفاوت نشان نمی‌دهد، ولی این کمیات انتگرالی این خط را بروز می‌دهند.

اجرای هر نمونه برای مش ریز حدود 50 روز طول می‌کشد (در صورت فقدان واگرایی حل) استفاده از شبکه متوسط با همین سطح از دقت که هم پدیده‌های فیزیکی را به خوبی تسخیر می‌کند و هم کمیات انتگرالی با دقت مناسبی به دست می‌آورد منطقی به نظر می‌رسد، همان‌طور که مشاهده می‌شود توزیع فشار در فواصل دور از محل تزریق دارای مقادیر مشخصی است که خیلی از اندازه شبکه تأثیر نمی‌پذیرد. تفاوت معنا داری بین شبکه متوسط و شبکه ریز دیده نمی‌شود لذا مطالعات بر شبکه‌هایی در مقیاس شبکه متوسط انجام می‌شود. کمیت‌های کارایی نیز در سه شبکه مورد نظر بررسی شده که نتایج در جدول 4 نشان داده شده است.

## 5- نتایج

در این بخش به بررسی نتایج حاصل از این مطالعه پرداخته می‌شود. نتایج به دو بخش عمده واکاوی پدیده‌های حاکم بر فیزیک جریان و بررسی کارایی سیستم کنترل بردار تراست با تزریق ثانویه تقسیم شده است.

### 5-1- پدیده‌های فیزیکی

تزریق سیال ثانویه یک میدان جریان سهبعدی و پیچیده را درون نازل ایجاد می‌کند و سیال ثانویه تزریق شده، تا زمانی که به فشار سکون جریان اصلی بررسد، انسپاکت می‌یابد. جریان مافوق صوت اصلی، جریان ثانویه را به واسطه حجم اشغالی مثل یک مانع و به دلیل داشتن سرعتی مخالف جریان محوری، مانند یک منبع تولید مومنتم در برابر خود می‌بیند؛ بنابراین در پاسخ این اتفاق یک شوک کمانی قوی ایجاد می‌شود. براساس شکل 8 این میدان جریان پیچیده شامل یک شوک کمانی در بالادست محل تزریق که عامل

جدول 4 پارامترهای بررسی کارایی TVC در سه شبکه مورد نظر

<i>k</i>	<i>TR</i>	<i>ATA</i>	اندازه شبکه
0/83	0/052	0/031	شبکه درشت
1/01	0/06	0/039	شبکه متوسط
1/06	0/064	0/042	شبکه ریز

نازل) کاهش می‌یابد و در اطراف محل تزریق یعنی درون گردابه‌های بالادست افزایش می‌یابد. تغییرات ناگهانی کانتورهای ماخ پیش از محل تزریق اثرات شوک کمانی است.

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{0.5 \rho V_\infty^2} \quad (36)$$

با رسیدن جریان به شوک کمانی افزایش ضریب فشار کاملاً محسوس است. در محل تزریق نیز دارای بیشترین مقدار خود است و پس از محل تزریق افت می‌یابد. در شکل 12 ضریب فشار انژکتور نمایش داده نشده است و با رنگ سفید مشخص شده است.

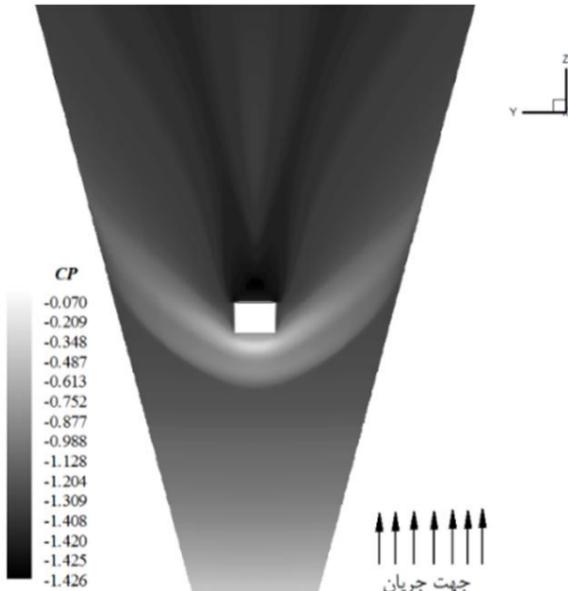
فشار جریان جانبی در جلو جت به دلیل اثرات انسدادی جت (مانع متصور از سیال تزریقی) بالا می‌رود. در اطراف جت نیز جریان جانبی به دلیل شتاب گرفتن این جریان حول جت دچار افت فشار می‌شود. از طرفی هم‌زمان با این اثرات، به دلیل تنش‌های برشی، جریان جانبی سیال، جت را در طول مرزهای خروجی جت به سمت پایین دست جریان می‌کشد. در فواصل پایین دست تزریق جت دو عدد گردابه با جهت دوران مخالف<sup>5</sup> یکدیگر به وجود می‌آیند. با توجه به شکل 13 این گردابه‌ها پس از محل تزریق تشکیل می‌شوند و تا پایین دست جریان علاوه بر رشد دامنه، ارتفاع آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. در این شکل بردارها فقط نشان‌دهنده جهت سرعت هستند و اندازه همه آن‌ها با هم برابر است و به صورت مماسی رسم شده‌اند، یعنی مؤلفه سرعت آن‌ها در جهت Z در نظر گرفته نشده است.

#### 5-2- کمیت‌های کارایی

افزایش قدرت تزریق با دو مکانیزم افزایش سطح تزریق و افزایش فشار تزریق انجام می‌گیرد. در این مطالعه که سطح تزریق به صورت قطاعی در نظر گرفته شده افزایش آن به واسطه تغییر طول است. زاویه قطاع به اندازه 9 درجه (ثابت) بوده و طول انژکتور دارای 5 مقدار 0/025, 0/05, 0/08, 0/1 و 0/12 (ثابت) است. تأثیر افزایش دبی به وسیله افزایش سطح با بررسی پارامترهای کارایی در نمودارهای مربوطه مشخص است. برای بررسی این پارامترها، رفتار آن‌ها در برابر نسبت دبی جرمی نمایش داده می‌شود. این کمیت به صورت رابطه (37) تعریف می‌شود.

$$Mr = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_p} \quad (37)$$

مطابق شکل 14 با استفاده از انتگرال‌گیری فشار روی دیواره و روابط مطرح شده، نسبت ایمپالس ویژه سیستم یا همان ضریب تقویت محاسبه شده است.

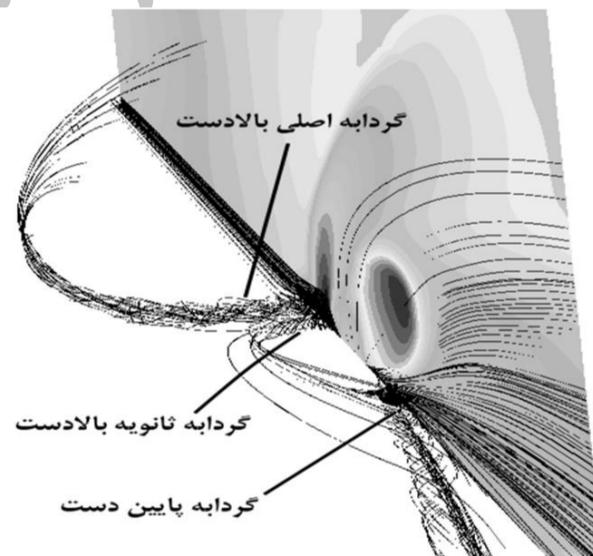


شکل 12 توزیع ضریب فشار روی بدنه نازل

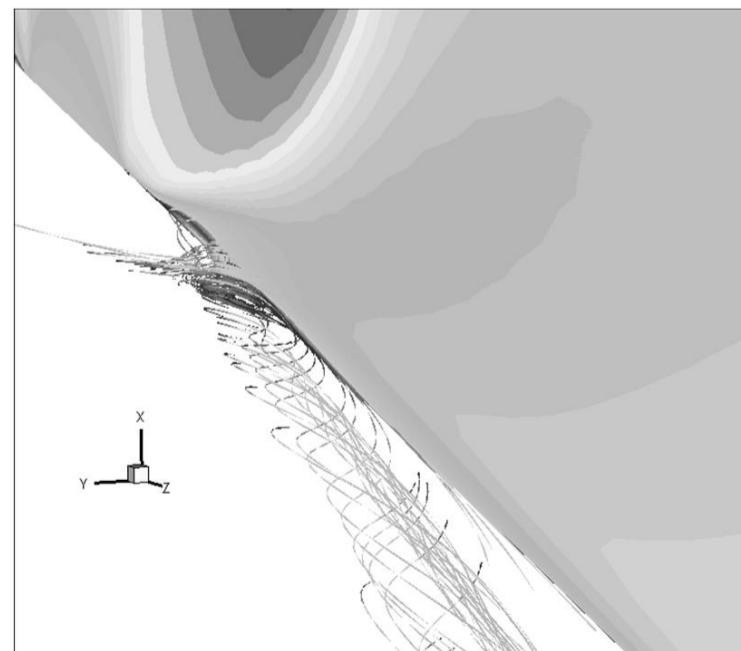
5- Counter Rotating Vortex Pair

می‌شود ولی در نازل‌ها به دلیل وجود سطح دارای انحنای اجبار جریان توسط بدنه، این اختلاف فشار آن قدر چشم‌گیر نیست که منجر به تولید این گردابه شود. هرچه نسبت فشار تزریق به جریان اصلی بیشتر باشد و یا تزریق با زاویه بیشتری انجام شود این گردابه بزرگ‌تر شده و قابل مشاهده است. این گردابه به حباب جدایش پایین دست (DSB<sup>1</sup>) معروف است و دنباله آن تا خروجی نازل ادامه دارد (شکل 11).

ساختار کلی شوک خمره‌ای مانند تخلیه جت زیرانبساطی<sup>2</sup> در محیطی ساکن است و متشکل از دو سمت روی بدنه پشت به باد<sup>3</sup> و روبرو به باد<sup>4</sup> است، ولی برخلاف تخلیه جت در سیال ساکن توزیع فشار به واسطه وجود جریان عرضی اطراف جت متفاوت و فشار سکون در سمت روبرو باد از فشار در سمت پشت به باد بیشتر است. فقدان تقارن فشار اطراف شوک خمره‌ای سبب شکل نامتقارن محوری این شوک شده است. در صفحه تقارن تزریق جت ثانویه، قدرت شوک کمانی متغیر است و در نزدیکی محل تزریق در صفحه تقارن که اساساً یک شوک عمودی است قدرت شوک از باقی نقاط بیشتر است. همیشه از این نقطه به بعد شوک در هر دو جهت عمودی و افقی دارای انحنای می‌شود. از نظر توزیع فشار نیز می‌توان در مورد ساختار جریان به بررسی پرداخت. ضریب فشار براساس رابطه (36) تعریف می‌شود و همان‌طور که در شکل 12 ملاحظه می‌شود، تا پیش از محل تزریق که جریان متوجه حضور سیال تزریقی نیست ضریب فشار به‌طور طبیعی (با توجه به افزایش سرعت در



شکل 10 گردابه‌های ایجادشده در جریان



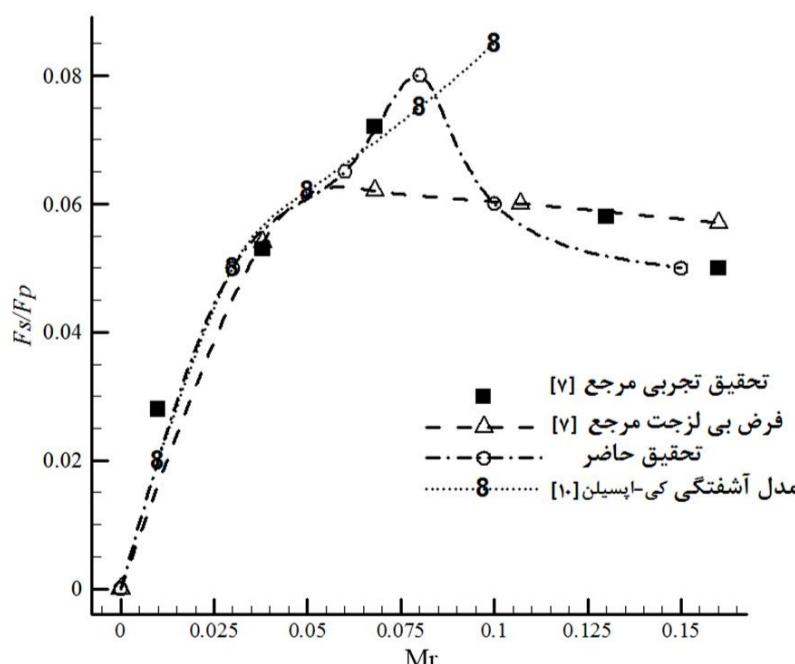
شکل 11 شکل جدایش حبابی پس از تزریق

- 1- Downstream Separation Bubble
- 2- Under expanded Jet
- 3- Leeside
- 4- Windward

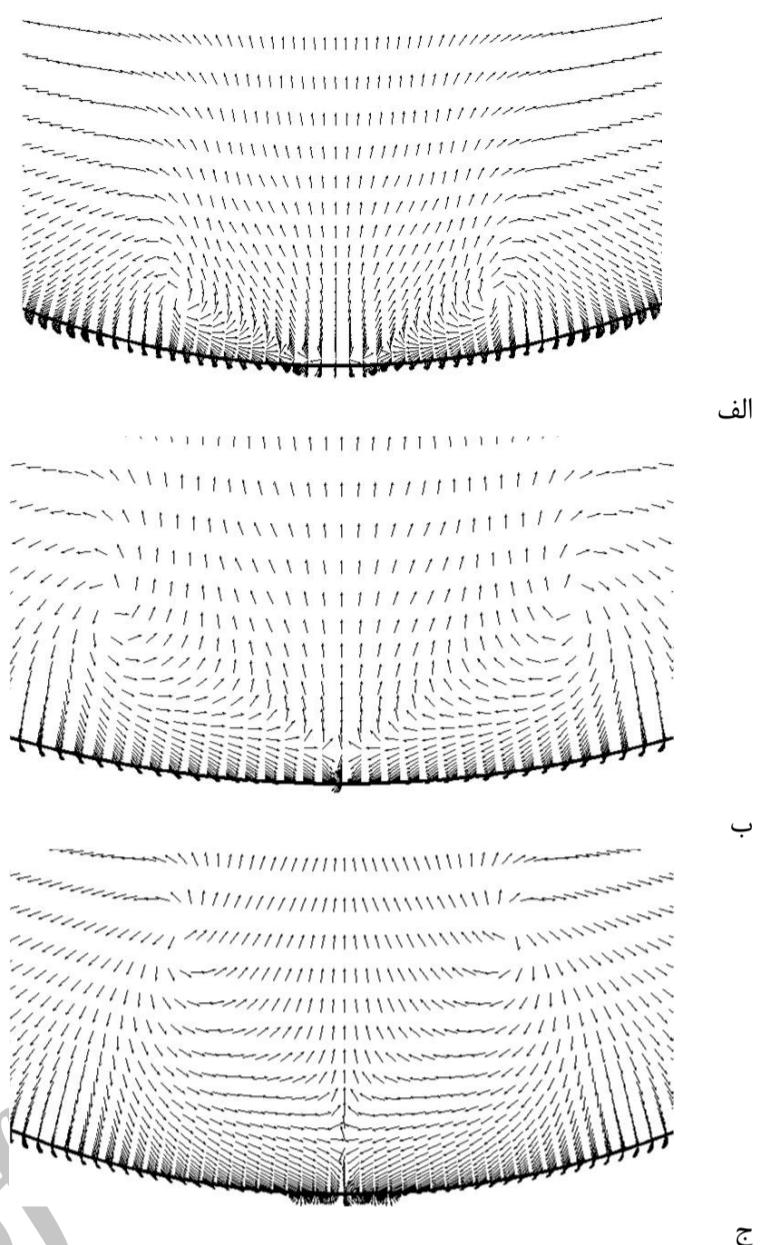
ممکن است شوک کمانی ایجاد شده به دیوار روبه‌رو برسد و توزیع فشار مورد نظر و ساختار جریان مطلوب داخل نازل را به کلی تغییر داده و سبب کاهش تراست جانبی و حتی منفی شدن آن می‌شود [9]. از نظر فیزیکی برخورد شوک کمانی با دیواره روبه‌رو و تداخل آن با لایه مرزی سبب ایجاد مکانیزم حباب شوک و چرخش دوباره بر دیواره مقابله می‌شود. نسبت نیروی جانبی به محوری که در واقع بیانگر همان زاویه انحراف است، بر حسب نسبت دبی تزریق در شکل 15 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود تا زمانی که شوک کمانی به دیواره روبه‌رو محل تزریق نرسیده این پارامتر روبه افزایش است، ولی پس از رخدان پدیده تجاوز شوک، (نسبت دبی حدود 7 درصد) توزیع فشار تحت تأثیر قرار گرفته و سبب کاهش نسبت تراست می‌شود. هرچه دبی تزریق بیشتر باشد، علاوه‌بر افزایش مومنت جانبی، سبب ایجاد شوک قوی‌تری نیز می‌شود و منطقه گسترده‌تری تحت تأثیر آن قرار می‌گیرد؛ بنابراین نسبت تراست نیز افزایش می‌یابد.

یکی از مشکلات اساسی مدل  $\epsilon - k$  است که در مسایل شامل لایه‌های برشی پاسخ‌هایی خواهد داد که تا حدی فوق دیفیوژن<sup>2</sup> است، یعنی  $4\mu$  که توسط این مدل پیش‌بینی می‌شود مقداری بزرگ خواهد بود [18]. این مدل تعاملی به پیش‌بینی پروفیل‌های کشیده‌تر برای جریان‌های پیچش‌دار دارد و در مسئله مورد نظر جریان پس از محل تزریق دارای این ویژگی است. این مدل ناحیه جدایش‌پاfte را کوچک‌تر پیش‌بینی می‌کند و از همه مهم‌تر این که مدل  $\epsilon - k$  در پیش‌بینی هسته‌های جدایشی تشکیل شده بر سطوح با انحنای ملایم و همچنین لایه‌های مرزی در مسیرهای واگرا نتایج غلطی به همراه دارد [18]. با این حال مشاهده می‌شود که نسبت تراست محاسبه شده با مدل  $\epsilon - k$ ، تا پیش از برخورد شوک، به دلیل سرعت بالای جریان و تأثیر کم ترم‌های ویسکوز روی توزیع فشار، چندان تفاوتی با یکدیگر ندارند، اگر چه در مورد مقادیر به دست‌آمده برای ضریب تقویت خطاهایی در حدود 50 درصد برای مدل  $\epsilon - k$  مشاهده می‌شود. البته فیزیک گردابه‌ها و اندازه نواحی جدایش در فرضیات مختلف دارای تفاوت زیادی است که در این مقاله به بررسی کمی پدیده‌های حاکم بر جریان پرداخته نمی‌شود. بخشی از اختلاف در نتایج می‌تواند ناشی از نبود آگاهی کافی نسبت به شرایط مرزی آشفتگی در پاسخ‌های  $\epsilon - k$  باشد. فقدان نطبق آن‌ها با مقادیر واقعی آن در تحقیق تجربی است.

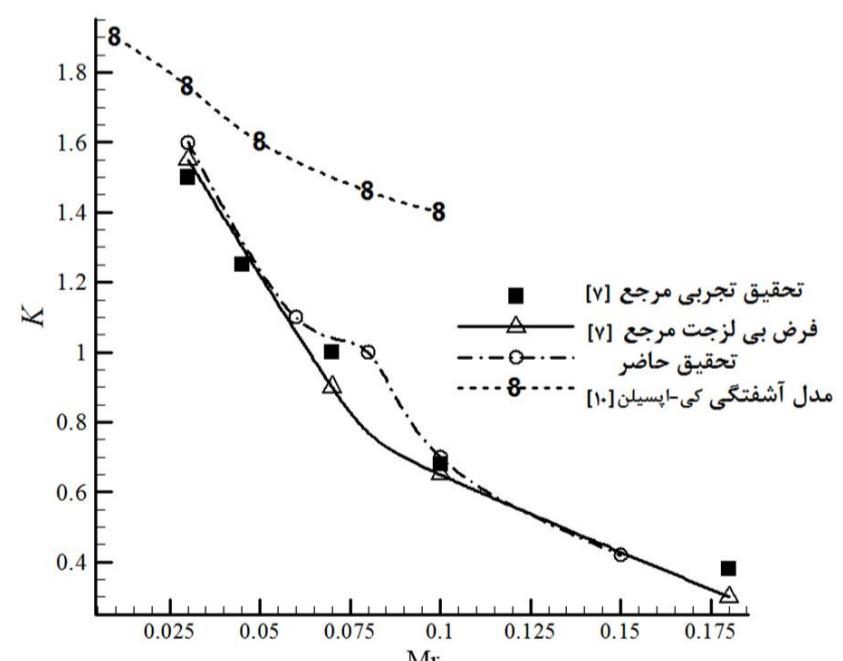
حال به بررسی تأثیر نسبت فشار تزریق به فشار گلوگاه جهت بررسی



شکل 15 مقایسه نمودار نسبت تراست در برابر نسبت دبی با تحقیقات گذشته



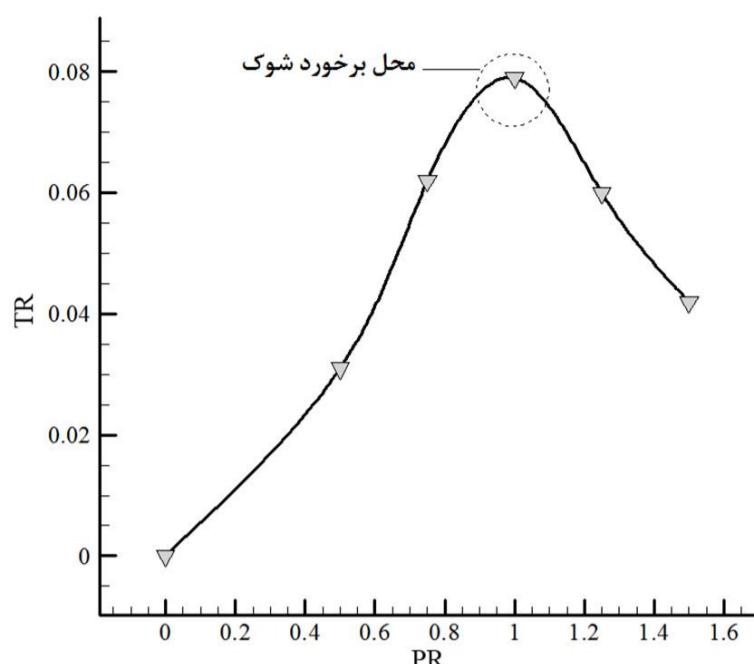
شکل 13 بردارهای سرعت در مقاطع مختلف جهت نمایش جفت گردابه‌های خلاف گرد. الف، ب و ج به فواصل 5، 10 و 15 سانتی‌متر پس از تزریق



شکل 14 مقایسه رفتار نسبت ایمپالس ویژه در برابر نسبت دبی با تحقیقات گذشته

با افزایش دبی تزریق این پارامتر را به کاهش است که علت آن وجود دبی تزریقی در مخرج این کمیت است و این که نسبت کاهش آن با افزایش تراست محوری هم مرتبه نیستند. از آنجا که تئوری موج انفجر ایمپالس ویژه را ثابت به دست می‌آورد این نمودار یکی از بزرگ‌ترین معایب تئوری‌های تحلیلی را مشخص می‌کند [7,3].

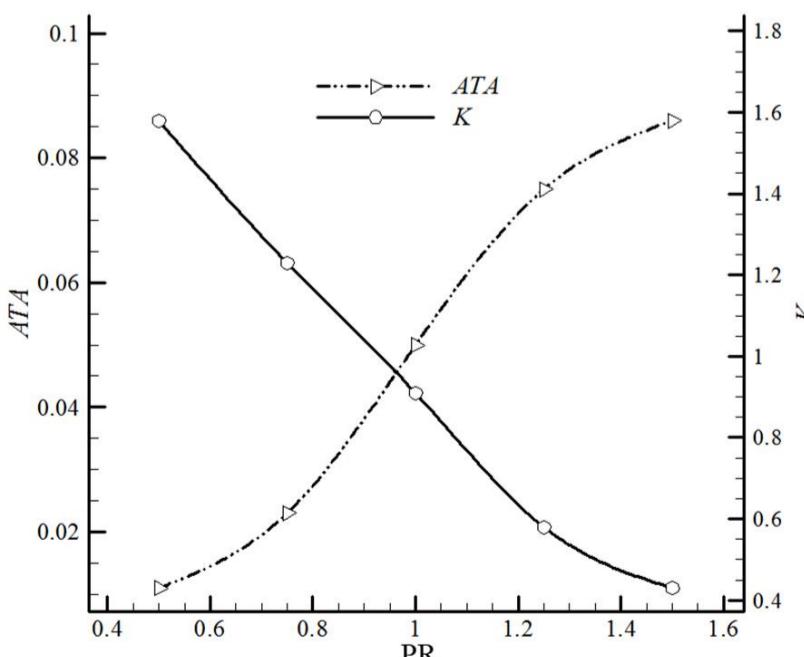
بحث تجاوز شوک<sup>1</sup> موضوع دیگری است که فقط در بحث تزریق سیال در جریان‌های مافوق صوت داخلی مطرح می‌شود. با افزایش قدرت تزریق،



شکل 18 رفتار نسبت تراست در برابر تغییرات نسبت فشار

تأثیرات آن بر کمیت‌های انتگرالی کارایی سیستم مشخص خواهد شد. زاویه تزریق نیز مانند پارامترهای پیشین از جمله عوامل مؤثر بر اندرکنش جت و جریان جانبی است. تغییر توزیع فشار روی سطح و مسیر خط مرکزی جت، از جمله اثرات این پارامتر است. با کاهش زاویه جت، میزان نفوذ جت در جریان جانبی کاهش می‌یابد، همچنین خطوط هم‌تراز فشار نشان می‌دهد که با کاهش زاویه انحراف، منطقه فشار پایین، هنگام بزرگ شدن، یک شیفت به سمت پایین جریان دارد. یکی از آثار تزریق زاویه‌دار جت در جریان بالادست این است که سرعت نسبی بزرگ‌تر بین گاز خروجی از موتور سیال تزریقی سبب اختلاط بهتر می‌شود.

سیال تزریقی کمی به بالای نقطه تزریق منتقل می‌شود که اثری معادل با همان مقدار جا به جایی نقطه تزریق به بالادست جریان دارد. هنگامی که جت تحت زاویه تزریق می‌شود، عمل نفوذ جت کاهش می‌یابد و مخلوط تزریقی نزدیک دیواره نگه داشته شده و فشار بیشتری نزدیک دیواره ایجاد می‌شود که نتیجه آن تولید نیروی جانبی بالاتری است. اگر جت خیلی نزدیک به دیواره تزریق شود، اثرات مفید مخلوط شدن بهتر و موقعیت بهتر ناحیه فشار بالا، بیشتر از افت‌ها خواهد بود، ولی این افت‌ها سبب کاهش مؤلفه مفید نیروی عکس‌العمل جت تزریقی و همچنین سبب ایجاد افت بیشتری در مومنتوم جریان اصلی شده و از مومنتوم سیال انژکتور به دلیل زاویه زیاد جت با دیواره نیز می‌کاهند. مطابق شکل 20، تغییر زاویه تزریق تا



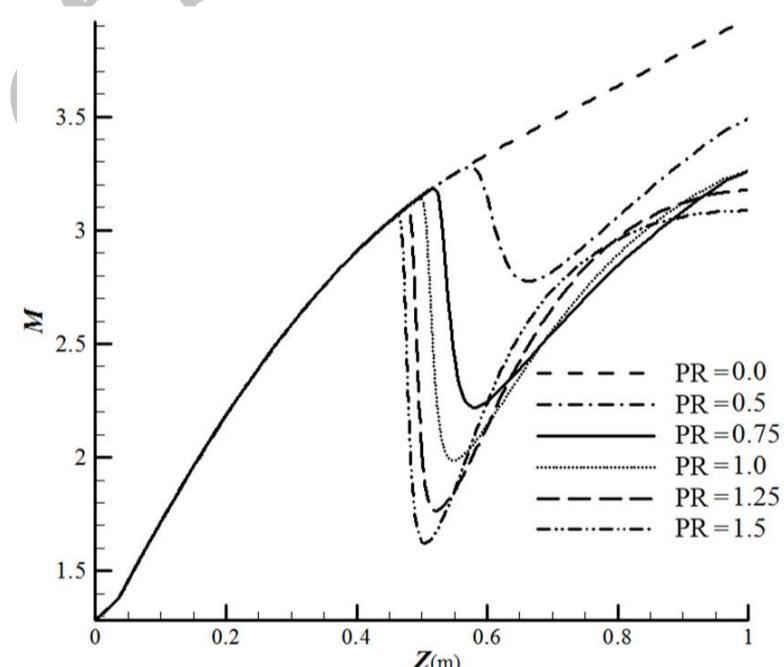
شکل 19 تغییرات پارامترهای کارایی در برابر نسبت فشار

کارایی پرداخته می‌شود. در یک سطح تزریق ثابت که در نسبت فشار  $1/0$ ، دبی برابر ۵ درصد را به دست می‌دهد، پنج نسبت فشار  $0/50$ ,  $0/75$ ,  $1/0$ ,  $1/25$  و  $1/50$  مورد مطالعه واقع شده‌اند. شکل 16 توزیع عدد ماخ را در خط مرکزی نازل نشان می‌دهد که با افزایش نسبت فشار قدرت شوک افزایش یافته و این سبب می‌شود تا منطقه تحت تأثیر شوک کمانی بزرگ‌تر شود و به واسطه آن توزیع فشار روی دیواره در منطقه بیشتری متاثر از تزریق باشد؛ بنابراین تمام پارامترهای ناشی از تغییر فشار نیز مقادیر متفاوتی را به خود می‌گیرند.

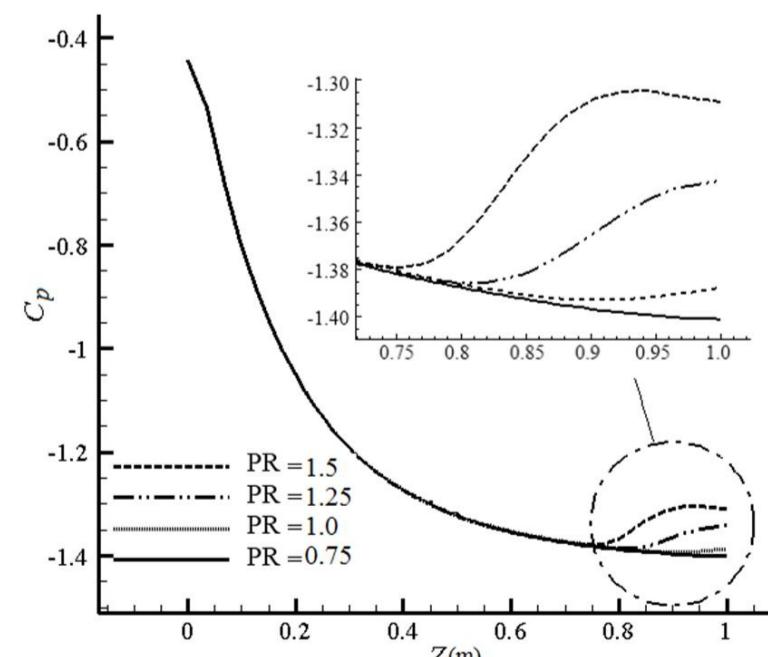
با افزایش نسبت فشار، شوک کمانی به تدریج قدرت می‌یابد و گردابه‌های پیش از تزریق نیز قوی‌تر شده و منطقه بیشتری را پوشش می‌دهند. برای مشاهده رسیدن شوک کمانی به دیواره روبرو، نمودار توزیع ضریب فشار روی خط مرکزی دیواره در شکل 17 نمایش داده شده است.

این اتفاق می‌تواند اثرات بدی در رابطه با پایداری نیز داشته باشد. این پدیده حد بالایی برای دبی تزریق و حد پایینی برای محل تزریق تعیین می‌کند، یعنی با توجه به محل تزریق، قدرت تزریق از مقداری خاص نمی‌تواند بیشتر و یا این‌که با یک قدرت تزریق خاص، محل تزریق از مقداری معین نمی‌تواند به گلوگاه نزدیک باشد.

نمودارهای مربوط به کمیت‌های کارایی سیستم با تغییرات نسبت فشار در شکل 18 و شکل 19 دیده می‌شود. شوک کمانی به تدریج به دیواره بالا نزدیک می‌شود، و در نسبت فشار حدود از  $1/0$  به دیواره برخورد می‌کند که



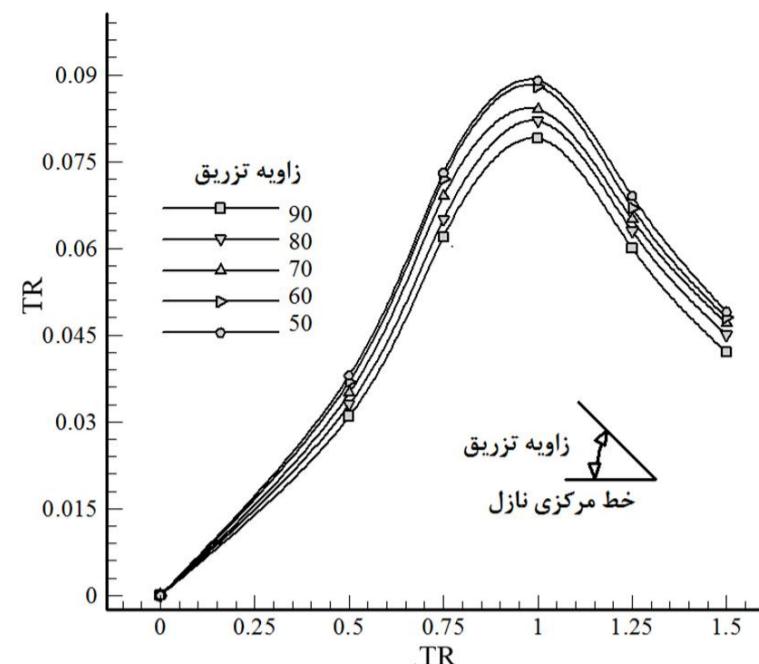
شکل 16 توزیع عدد ماخ در خط مرکزی نازل در نسبت فشارهای مختلف



شکل 17 مقایسه توزیع ضریب فشار دیواره روبروی محل تزریق

ضریب تقویت	$K$
طول مرجع	$L$
نرخ دبی جرمی	$\dot{m}$
عدد ماخ	$M$
نسبت دبی جرمی تزریق به جریان اصلی	$Mr$
وزن مولکولی	$M_w$
فشار	$p$
پرنتل	$Pr$
نسبت فشار تزریق به گلوگاه	$PR$
ترم چشممه	$Q$
نسبت فشار	$r$
سطح حجم کنترل	$S$
ترم تولید	$S_p$
ترم اضمحلال	$S_D$
تانسور نرخ کرنش	$S_{ij}$
دما	$T$
نسبت تراست	$TR$
سرعت اصطکاکی	$U_T$
بردار متغیرهای آشفته	$W$
فاصله بی بعد از دیواره	$y^+$
زاویه تزریق	علایم یونانی
یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله $k$ )	$\alpha$
نسبت حرارت ویژه	$\beta$
ضریب دیفیوژن	$\Gamma$
شعاع طیفی جابه جایی	$\Lambda$
مشتق جزیی، دلتای کرونکر، زاویه انحراف	$\Delta$
نرخ اضمحلال آشفتگی	$E$
کمیتی دلخواه	$\varphi$
چگالی	$P$
یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله $k$ )	$\sigma_k$
یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله $\omega$ )	$\sigma_\omega$
تنش برشی، تانسور تنش جرمی فاوره	$\tau$
لرجت	$\mu$
نرخ اضمحلالات ویژه آشفته	$\omega$
حجم سلول محاسباتی	$\Omega$
خروجی نازل	زیرنویس
ورودی نازل	$e$
جریان آرام	$i$
جریان اصلی	$l$
جریان جانی	$p$
جریان آشفته، گلوگاه نازل	$s$
دیواره	$t$
	$w$

## 8- مراجع

[1] G. P. Sutton, O. Biblarz, *Rocket Propulsion Elements*: Wiley, 2001.

شکل 20 تأثیر زاویه تزریق بر نسبت تراست بهازای نسبت فشارهای مختلف

حدود 70 درجه موجب بهبود وضعیت سیستم می شود و پس از آن اگرچه نسبت تراست را افزایش می دهد، ولی مقدار آن چندان حائز اهمیت نیست و با توجه به اثرات انسدادی ایجادشده ممکن است موجب کاهش تراست محوری شود.

## 6- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله فیزیک و کارایی مسئله کنترل بردار تراست با تزریق سیال ثانویه به طور جامعی بررسی شد. پدیدههای فیزیکی حاکم بر میدان جریان از جمله شوکها و گردابههای مختلف، مورد واکاوی قرار گرفتند. نتایج کارایی این روش و تأثیر تزریق ثانویه بر پارامترهای نازل مافوق صوت در پنج سطح تزریق و پنج نسبت فشار متفاوت بررسی شد. نتایج علاوه بر تطابق مناسب با دادههای تجربی تحقیقات گذشته، نشان داد که در نسبت فشار ثابت 1/0 در نسبت دبی حدود 0/07، پدیده برخورد شوک به دیواره مقابل رخ می دهد. در ادامه تأثیرات منفی این پدیده بر کارایی سیستم مورد مطالعه قرار گرفت. سرانجام زاویه تزریق به عنوان یک پارامتر کاری برای بهبود کارایی مورد مطالعه واقع شد که نتایج حاصل از تزریق زاویه دار بهتر از تزریق عمودی به دست آمد.

## 7- فهرست علائم

## علائم لاتین

سرعت صوت	$a$
траست محوری افزوده	$ATA$
ضریب فشار	$C_p$
یکی از ضرایب مدل SST (ثابت معادله $\omega$ )	$C_\omega$
قطر	$d$
ترم پخش	$D$
انرژی کل	$E$
شار عبوری	$f$
نیرو، بردار شار	$F$
بردار شار جابجایی	$\vec{F}^C$
انتالپی کل	$H$
ایمپالس ویژه	$Isp$
انرژی جنبشی آشفتگی، ضریب هدایت حرارتی	$k$

- Proceedings Series–Advances in AeroSpace Sciences*, Vol. 4, pp. 227-256, 2013.
- [12] M. H. Hashem Abadi, M.; Aerodynamic Design Algorythm of Liquid Injection Thrust Vector Control, *Aerospace Sciences and Researches*, Vol. 2, No. 2, 2010. (In Persian)
- [13] M. hojaji, M. Tahani, M. Salehifar, A. Dartoomian, Performance Analysis of Secondary Injection Thrust Vector Control, in *The 1st International and 3rd National Conference of Irainain Aerospace Propultion Association*, Iran, 2014. (In Persian)
- [14] M. Salehifar, A. Dartoomian, M. hojaji, M. Tahani, Comparison of 2D and 3D Analysis of Secondary Injection Thrust Vector Control, in *The 8th Student Conference on Mechanical Engineering Iran*, 2014. (In Persian)
- [15] M. H. Hamed, M. Jahromi, M. Mahmodi, J. Pirkandi, Effects of Secondary Flow Injection Area on Thrust Vectoring Angle in Double Throat Nozzles, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 117-125, 2015. (In Persian)
- [16] J. C. Tannehill, D. A. Anderson, R. H. Pletcher, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Series in Computational and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences, Taylor & Francis, Washington, DC, 1997.
- [17] J. Blazek, *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications: Principles and Applications*: Elsevier, 2001.
- [18] D. C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*:DCW industries La Canada, CA, 1998.
- [19] F. Menter, M. Kuntz, R. Langtry, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, *Turbulence, heat and mass transfer*, Vol. 4, No. 1, 2003.
- [20] M. J. Zucrow, J. D. Hoffman, *Gas dynamics*, 1976.
- [2] A. Noorolahi, Liquid Injection Thrust Vector Control and its Effective Parameters *Energetic Materials Research and Development*, Vol. 1, 2008.(In Persian)
- [3] J. E. Broadwell, Analysis of the fluid mechanics of secondary injection for thrust vector control, *AIAA Journal*, Vol. 1, No. 5, pp. 1067-1075, 1963.
- [4] M. Shandor, R. Walker, Influence of injectant properties for fluid injection thrust vector control, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 1, No. 4, pp. 409-413, 1964.
- [5] F. Spaid, E. Zukoski, Secondary injection of gases into a supersonic flow, *AIAA journal*, Vol. 2, No. 10, pp. 1689-1696, 1964.
- [6] R. D. Guhse, *An Experimental Investigation of Thrust Vector Control by Secondary Injection*, DTIC Document, pp. 1965.
- [7] R. Balu, A. Marathe, P. Paul, H. Mukunda, Analysis of performance of a hot gas injection thrust vector controlsystem, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 7, No. 4, pp. 580-585, 1991.
- [8] H. Ko, W.-S. Yoon, Performance analysis of secondary gas injection into a conical rocket nozzle, *Journal of propulsion and power*, Vol. 18, No. 3, pp. 585-591, 2002.
- [9] E. Erdem, *Thrust vector control by secondary injection*, Thesis, The Graduate School Of Natural And Applied Sciences, Middle East Technical University, Turkey, 2006.
- [10] L. P. Raj, P. Rejith, R. Balu, Numerical Simulation of a Hot Gas Injection Thrust Vector Control System Performance, *Procedia Engineering*, Vol. 38, pp. 1745-1749, 2012.
- [11] V. Zmijanovic, V. Lago, L. Leger, E. Depussay, M. Sellam, A. Chpoun, Thrust vectoring effects of a transverse gas injection into a supersonic cross flow of an axisymmetric convergent-divergent nozzle, *EUCASS*