

ماهنامه علمى پژوهشى

، مکانیک



مطالعه عددي انتقال حرارت در فيلم تقطير نانوسيال روى يك صفحه مايل

مس**عود ضيائی راد^{1*}، فرزانه امانی²**

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان
 2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهر کرد، شهر کرد
 ۳.ziaeirad@eng.ui.ac.ir
 ۶۱746-73441

چکیدہ	اطلاعات مقاله
این مقاله به بررسی عددی افزایش انتقال حرارت با استفاده از نانوذرات در پدیده تقطیر سیال روی یک صفحه سرد مایل پرداخته است. برای حل تشابهی معادلات لایه مرزی تقطیر روی سطح از روشهای پرتابی و اویلر اصلاح شده، استفاده شده است. اثرات تغییر زاویه سطح، بهکارگیری نانوسیالهای مختلف، تغییر در کسرحجمی نانوذرات و عدد ژاکوب بر پروفیل سرعت، دما و عدد نوسلت بررسی شده است. نمودارهای حاصل در	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 09 اردیبهشت 1394 پذیرش: 20 خرداد 1394 ارائه در سایت: 07 تیر 1394
موارد مشابه با تئوری نوسلت و مطالعات تحلیلی موجود برای سیال پایه و نانوسیال مقایسه و اعتبارسنجی شده است. نتایج نشان می دهد که حضور نانوذرات در فیلم مایع تقطیر، انتقال حرارت از آن را افزایش میدهد. با دور شدن سطح از حالت عمودی، تغییرات دما در عرض لایه مرزی	<i>کلید واژگان:</i> تقطیر لایهای
نانوسیال به حالت خطی نزدیک شده و در نتیجه انتقال حرارت از آن کاهش می ابد. همچنین می توان دریافت که عدد نوسلت متوسط تا زاویه برمایم 20 در مدینة برا ثالبت بانده بربرد از آن برا شروی براین کاهش می ابد؛ برایر یکه به منابر مثال برای ناند. ا	صفحه مایل جریان نانوسیال
الفظي 20 درجه، هويبا كابك ماندة و بعد از ان با سيبي ماديم كاهس مي بد. بطوريكه بعضوان مثال براي كانوسيان اب السيد سيانيوم، با افزايش زاويه عمودي سطح تا 60 درجه، گراديان دما در حدود 20 درصد كاهش يافته است. علاوه بر آن، مشاهده شد كه رابطه نسبت عدد نسبت با سال با سآن نال سور سال مي سال نشاه مي مي با نشاه مي مي با ما با سال با سال با سال با سال با سال با سال	انتقال حرارت روش عددی
توسلت تاتوسیال به آب حالص، برخسب کسر حجمی تاتودرات به صورت حطی است که شیب این خط برای تاتوسیالهای آب - مس و آب - نفره از سایر ناتوسیالهای مطالعه شده بیشتر است؛ یعنی این دو ناتوسیال در افزایش انتقال حرارت موثرتر نشان میدهند. نتایج بدست آمده همچنین این مطلب را که تئوری نوسلت در اعداد ژاکوب پایین جواب صحیح می دهد، تائید کرد.	

Numerical study of heat transfer in film condensation of nanofluid on an inclined plate

Masoud Ziaei-Rad^{1*}, Farzaneh Amani²

1- Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran.

*Post Code: 81746-73441, Isfahan, Iran, m.ziaeirad@eng.ui.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 29 April 2015 Accepted 10 June 2015 Available Online 28 June 2015

Keywords: Film Condensation Inclined Plate Nanofluid Flow Heat Transfer Numerical Method

ABSTRACT

In this paper, the heat transfer enhancement by the nanoparticles in the film condensation of nanofluid over a cooled plate is studied numerically. Shooting method and modified-Euler scheme are employed to solve the condensation boundary layer equations. The effect of changes in the plate angle, nanofluid type, volume fraction of nanoparticles and Jacob number, on the velocity and temperature profiles and Nusselt number are investigated. Resulting graphs are compared and validated with the available theoretical results for the base fluid and nanofluid. The results show that the presence of nanoparticles in the liquid film of condensation increases the heat transfer from it. As the plate distances from the vertical position, the temperature change across the boundary layer is close to linear and thus, the heat transfer descends. Also, it can be seen that the average Nusselt number is almost constant up to the angle of 200, and then reduces in a gradual manner, so that for instance, for water-TiO2nanofluid, by increasing the angle up to 60o, the temperature gradient is reduced by about 20 percent. Furthermore, it is seen that the relationship between the ratio of nanofluid to pure water Nusselt number and the nanoparticles volume fraction is linear, while the slope of the line for water-Cu and water-Ag is higher than other studied nanofluids, i.e., these two nanofluids are more effective in heat transfer enhancement. The obtained results also confirm the fact that the Nusselt theory is only applicable in low Jacob numbers.

1- مقدمه در پدیده تقطیر از انرژی نهان بخار آزاد شده، گرما به سطح منتقل میشود و استفاده این پدیده است. مبدلهای حرارتی، آب شیرین کنها و برجهای مایع چگالیده به وجود میآید. چگالندهها در صنعت بر مبنای چگالش فیلمی خنک کننده از دیگر موارد کاربرد فیلم تقطیر هستند. کاربردهای فراوان

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید: M. Ziaei-Rad, F. Amani, Numerical study of heat transfer in film condensation of nanofluid on an inclined plate, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 239-248, 2015 (In Persian) *www.SID.ir*

تغییر فاز و تقطیر در صنعت، افزایش نرخ انتقال حرارت در این پدیده را بسیار حائز اهمیت می کند. در سالهای اخیر با توجه به روند رشد سریع تکنولوژی، از جمله در نیروگاهها، تولیدات شیمیایی و تجهیزات میکروالکترونیک، نیاز به تغییر در نوع سیال عامل که بتوان خواص بهتری را در راستای افزایش انتقال حرارت از آن دریافت کرد، به چشم می خورد. البته بهینه سازی سیستم های انتقال حرارت موجود، در بیشتر مواقع با افزایش سطح آنها صورت می گیرد که این باعث افزایش حجم و ابعاد دستگاهها می شود. برای غلبه بر این مشکل، استفاده از نانوسیالها به عنوان سیالهای خنک کننده جدید، راهکاری موثر در این زمینه است. نانوسیال به سوسپانسیون پایداری گفته می شود که از ذراتی با ابعاد نانو تشکیل شده و خواص ترموفیزیکی سیال را بهبود می بخشد. مهمترین نقش نانوذرات، افزایش ضریب هدایت گرمایی سیال است که حتی در غلظتهای پایین آنها نیز مشاهده میشود. این افزایش، به فاکتورهایی از قبیل شکل و ابعاد ذرات، درصد حجمی آنها در محلول و ویژگیهای حرارتی نانوذرات و سیال پایه بستگی دارد [2].

مطالعات بسیاری در زمینه پدیده تقطیر سیالهای خالص در سالهای گذشته می توان یافت که در آنها خصوصیات پدیده تقطیر و عوامل تأثیر گذار بررسی شدہ است [3-5]. چن و ھمکارانش [6] مطالعاتی تجربی بر روی فیلم تقطیر انجام دادند و نتایج خود را با حل تشابهی مسأله تقطیر مقایسه کردند. آنها تنش برشی سطح و اثرات آشفتگی را که در تئوری نوسلت از آنها صرف نظر شده بود، در نظر گرفتند و دریافتند که همچنان میتوان از تنش برشی در اعداد پرانتل بالا صرفنظر کرد. مقایسه نتایج آنها با نوسلت همچنین اختلاف مشهودی را بین نتایج در اعداد رینولدز بالاتر از 20 آشکار کرد. اصفهانی و ضیائی راد [7] فیلم آرام تقطیر را روی یک صفحه عمودی بررسی کردند و با استفاده از متغیرهای تشابهی مناسب و روش حل عددی پرتابی، معادلات پارهای را حل کرده سپس پروفیل دما، گرادیان دما و تغییرات نوسلت را بر حسب تغیرات اعداد بدون بعد ژاکوب و پرانتل به دست آوردند. آنها نتیجه گرفتند که تئوری نوسلت در اعداد ژاکوب پایین برای همه اعداد پرانتل قابل استفاده است، ولي با افزايش عدد ژاكوب، نتايج از اين تئوری فاصله می گیرند.

یکی از راهکارهائی که امروزه در مطالعات علمی و همینطور در سیستمهای مختلف صنعتی به منظور افزایش انتقال حرارت مورد بررسی و استفاده قرار می گیرد، به کار گیری نانوسیال ها به جای سیال عامل خالص است. نانوسیالها مخلوطی از یک سیال پایه و ذرات فلزی یا اکسیدهای فلزی در ابعاد نانو هستند که این ذرات با استفاده از تکنیکهای مختلفی همچون تجزیه حرارتی لیزری تولید شده و سپس نانوسیال حاصل به کمک همگن کنندههای التراسونیک آماده استفاده می شود.

موارد متعددی از بکارگیری نانوذرات در افزایش انتقال حرارت سیال بویژه در جریانهای جابجائی آزاد در تحقیقات گذشته می توان یافت. پوترا و همكارانش [8] جريان جابجايي آزاد درون يک سيلندر افقي حاوي نانوسيال را به صورت تجربی بررسی کردند. در این تحقیق، یک طرف سیلندر، سرد و سوی دیگر آن گرم است و از نانوذرات آلومینا و اکسید مس استفاده شده است. کسر حجمی نانوذرات، نوع و هندسه نانوذرات در این مطالعه بررسی شده است. خانافر و همکاران وی [9] به کمک روش عددی حجم محدود، جریان جابجایی آزاد درون یک محفظه با دیوارهای سرد و گرم را مطالعه کردند. آنها خطوط جریان، پروفیلهای دما و سرعت، ضریب انتقال حرارت و روند رسوب گذاری نانوذرات هم کمک مے کند. عدد نوسلت متوسط را برحسب کسر حجمی و عدد گراشهف ارائه و گزارش

كردند كه با افزایش كسر حجمی و عدد گراشهف، انتقال حرارت نیز افزایش یافته است. صفاری و شهروزیان [10] تحلیل عددی تقطیر یک جریان دوفازی بخار- مایع در حالت لایهای و همجهت درون لوله شیبدار را با احتساب افت فشار و تنش برشی انجام دادند و افت فشار و ضرایب انتقال حرارت را برای اعداد رینولدز و دماهای اشباع مختلف بررسی کردند. همچنین ضخامت فیلم تقطیر را برای زوایای مختلف به دست آوردند. محاسبات آنها نشان داد که با افزایش زاویه شیب، ضریب انتقال حرارت کلی کاهش مییابد. حیرانی و نجفی فرد [11] جریان غیردائم جابجایی آزاد را بر روی یک صفحه متحرک عمودی به روش تحلیلی مورد مطالعه قرار داده و تغییرات پارامترهای لایه مرزی حرارتی و هیدرولیکی را برحسب عدد پرانتل محاسبه کردند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش عدد پرانتل، ضخامت لایه مرزی هیدرولیکی و حرارتی کاهش مییابد. عزیز و خان [12] جریان جابجایی آزاد لایه مرزی نانوسیال از روی صفحه عمودی را به روش حل عددی بررسی کرده و گرادیان دمای بیبعد و تابع جریان رابرحسب نسبت شناوری، جابجایی و حرکت براوونی تعیین کردند. آنها در نتایج خود ارتباط بین دما، سرعت و کسرحجمی نانوذرات را با تغییرات پارامترهای بیبعدی همچون عدد پرانتل و عدد لوئیس، سرعت براوونی، نسبت شناوری و ضریب انتقال حرارت جابجایی جريان ارائه كردند. شيخزاده وهمكارانش [13] جريان جابجايي طبيعي نانوسیال را در یک محفظه مربعی حاوی منبع حرارتی مرکزی به صورت عددی بررسی کرده و روابطی را برای محاسبه عدد نوسلت جریان ارائه نمودند. آنها در بررسی نانوسیالهای مختلف دریافتند که در همه موارد، با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد نوسلت افزایش یافته است. ضیائی راد و کسایی پور [14] با روش حل تشابهی، جریان لایه مرزی جابجایی ترکیبی برای نانوسیال آب – مس از روی یک صفحه افقی را به صورت عددی مورد برسی قرار دادند. در این مقاله تأثیر تغییر دمای سطح، کسرحجمی نانوذره و پارامتر جابجایی ترکیبی بر ضریب اصطکاک، عدد نوسلت و پروفیل دما و سرعت در جریان مطالعه شد. نتایج آنها نشان داد که عدد نوسلت جریان با افزایش کسر حجمی نانوذرات و پارامتر جابجایی ترکیبی، افزایش مییابد. علاوه بر آن، در کسر حجمی نانوذرات و پارامتر جابجایی ترکیبی بیشتر، اثر بالا بردن دمای سطح بر افزایش عدد نوسلت و کاهش ضریب اصطکاک، محسوس تر است. شجاعی فرد و همکاران [15] بهینه سازی عملکرد گرمایی یک لوله حرارتی را با استفاده از نانوسیال اکسید آلومینیوم مطالعه کردند. نتایج آنها نشان داد که در بهبود عملکرد لوله حرارتی، نوع ذرات، قطر و کسر حجمی آنها بسیار تأثیرگذار است؛ بهگونهای که افزایش کسرحجمی نانوذرات باعث افزایش بازدهی میشود، ولی قطر ذرات تأثیر معکوس بر بازدهی خواهد داشت.

یکی از مهمترین جنبههای استفاده از نانوسیالها در افزایش انتقال حرارت در فرایند تقطیر، به کار بردن آنها در لولههای حرارتی و ترموسيفونهاست [16-20]. اين وسايل معمولاً شامل يک بخش اوايراتور و یک بخش کندانسور هستند که استفاده از نانوسیال در هر دو بخش اواپراتور و کندانسور می تواند به افزایش قابل توجه انتقال حرارت در آن ها کمک کند [19]. در حقیقت نانوذرات موجود همراه با بخار آب در قسمت اوایراتور ترموسيفون، پس از عبور از لوله حرارتی وارد کندانسور میشوند و همراه با تقطیر بخار آب در بخش کندانسور، وارد لایه تقطیر نیز می شوند. قرار گرفتن ترموسيفون به صورت شيبدار البته به جارى شدن فيلم تقطير و كند كردن

مہندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

240

مواردی از مطالعات تحلیلی و تجربی بر روی به کارگیری نانوذرات در پدیده تقطیر در گذشته می توان یافت، حال آنکه موارد اندکی از بررسی عددی این پدیده وجود دارد. از آن جمله، آورامنکو و همکارانش [16] انتقال حرارت فیلم تقطیر بخار حاوی نانوذرات از روی یک سطح افقی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها به کمک روشی تحلیلی، عدد نوسلت، پروفیلهای سرعت و دما و ضخامت فیلم تقطیر را برحسب غلظت، ضریب هدایت گرمایی، چگالی و لزجت دینامیکی نانوذرات محاسبه کردند و دریافتند که با افزایش غلظت، ضريب هدايت گرمايي و چگالي نانوذرات، عدد نوسلت افزايش مي يابد. همچنین با نزدیک شدن به مرز جدایش فیلم تقطیر و بخار، غلظت نانوذرات نیز بالا میرود. همین محققین همچنین در مطالعه دیگری [17] با به کار گیری یک مدل تحلیلی تقریبی، پارامترهای مؤثر بر انتقال حرارت در فیلم تقطیر بخار ساکن حاوی نانوذرات را در مجاورت صفحهای عمودی بررسی کردند. آنها از نتایج خود چنین استنباط کردند که افزایش کسرحجمی نانوذرات، فرایندهای انتقال جرم و مومنتم را افزایش میدهد. در نتیجه، این موجب کاملتر شدن پروفیلهای سرعت در فیلم تقطیر می گردد. همچنین موجب افزایش در اصطکاک سطحی و شدت یافتن انتقال مومنتم می شود، که فزونی انتقال مومنتم خود افزایش حرارت را سبب خواهد شد.

یکی از مهمترین مطالعات تجربی انجام شده در مورد استفاده از نانوسیالها در جریان دوفازی داخل ترموسیفون، آزمایشهای انجام شده توسط گابریل و آنجل هومینیک [18] است. در آزمایشهای آنها از نانوذره اکسید آهن استفاده شده و نشان دادند افزایش انتقال حرارت تابعی از کسر حجمی نانوذره و زاویه چگالنده است. آن ها مشاهده کردند که افزایش خواص حرارتی متوسط فیلم تقطیر با حضور نانوذرات، به زاویه شیب كندانسور بستگی دارد. لذا نتیجه گرفتند كه برای افزایش بازدهی، باید زاویه کندانسور کم شده و کسر حجمی نانوذره افزایش یابد. لیو و همکارانش [19] نیز عملکرد حرارتی یک لوله حرارتی شیاردار مایل را در حضور نانوذرات به صورت تجربی مطالعه کردند. آنها مشاهده کردند که نانوذرات موجود در مايع با تبخير مايع وارد بخار شده و سپس وارد فيلم مايع تقطير در بخش كندانسور مى شود و ادعا كردند كه اين امر خود موجب افزايش انتقال حرارت در بخش کندانسور می گردد. در این کار تجربی، تأثیر تغییر کسر حجمی نانوذره اکسیدمس و زاویه لوله حرارتی بر میزان انتقال حرارت ارائه شده است. نتایج آنها نشان داد که زاویه لوله حرارتی نقش بسیار مهمی دارد؛ به طوری که بهترین کارایی همراه با نانوذرات، در زاویه 45 است و با افزایش زاویه لوله حرارتی نسبت به محور افقی، ضریب انتقال حرارت کاهش مییابد. آنها همچنین مشاهده کردند که استفاده از نانوسیال بجای سیال خالص مشخصا در قسمت كندانسور، خواص انتقال حرارتي تقطير را بهبود ميبخشد که این نرخ افزایش حتی کمی بیش از بخش اواپراتور نیز بوده است.

در مطالعه عددی دیگری گابریل و آنجل هومینیک [20] عملکرد

جای آب، ویژگیهای حرارتی ترموسیفون را بهبود میبخشد.

بررسی مطالعات گذشته بر روی نقش نانوسیالها در بهبود انتقال حرارت، نشان میدهد که موارد بسیار اندکی از مطالعه عددی انتقال حرارت نانوسیالها در جریانهای دوفازی، بویژه در پدیده تقطیر وجود دارد. ویژگی بارز مطالعه عددی حاضر، استفاده از فرضیات لایه مرزی و معادلات ODE حاصل در حل عددی مسأله تقطیر نانوسیال روی یک سطح است که با بررسیهای انجام شده، گرچه در مورد سیال خالص، یک روش کلاسیک بشمار میرود، ولی در کارهای گذشته بر روی مطالعه نانوسیالها در پدیده تقطیر، از این روش عددی استفاده نشده است. معدود مطالعات قبلی بر روی این پدیده، شامل آزمایشات تجربی [18 و 19]، روشهای حل تحلیلی در برخی موارد خاص [16 و 17] و یک روش حل عددی برای بررسی عملکرد لوله حرارتی ترموسیفون بین بخشهای اواپراتور و کندانسور [20] بودهاند.

با توجه به خلأ موجود در این زمینه و اهمیت و کاربرد عملی این موضوع، در مقاله حاضر علاوه بر بررسی اثر تغییر کسر حجمی نانوذرات، نوع آنها و زاویه سطح، نقش پارامتر بدون بعد و شناخته شده انتقال حرارت در پدیده تقطیر، یعنی عدد ژاکوب نیز بر انتقال حرارت در تقطیر نانوسیال مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

2- مدل و فرضيات فيزيكي

نمائی از مدل دوبعدی تشکیل فیلم تقطیر نانوسیال روی صفحه مایلی با زاویه نسبت به راستای قائم در شکل f 1 نشان داده شده است. جریان دائمی از γ فیلم آرام تقطیر در تماس با سطح بالایی صفحه قرار دارد. بخار اشباع آب با دمای T_{sat} در مجاورت صفحه قرار گرفته و انتقال گرما از فیلم مایع اشباع تشکیل شده به سطح مایل با دمای ثابت *T*w<*T*sat روی میدهد. با اثر کردن نیروی گرانش در جهت عمودی به سمت پایین، مایع اشباع به شکل فیلمی آرام روی سطح جریان مییابد [3]. شرط عدم لغزش بر روی سطح برقرار است. از اتلاف حرارتی لزج نیز صرفنظر شده و فرضیات لایه مرزی (شامل صرفنظر از نفوذ محوری و گرادیان فشار عرضی) در جریان برقرار است. نانوذرات و سیال پایه در تعادل حرارتی میباشند. همچنین نانوسیال، نیوتنی و همگن در نظر گرفته می شود [6]. حداکثر کسر حجمی انتخاب شده برای نانوذرات در این مقاله، برابر 0/06 است که این مقدار تضمین کننده پایداری نانوسیال و عدم رسوب گذاری و کلوخه نشدن آنهاست. با توجه به درنظر گرفتن کسر حجمی پایین برای نانوذرات در سیال پایه، سوسپانسیون جامد-مايع بهصورت تکفاز مدل خواهد شد. همچنين فرض میشود که خواص بخار متاثر از حضور نانوذرات نخواهد بود [16].



لولههای حرارتی ترموسیفون را با بکارگیری نانوسیال آب - اکسیدآهن به صورت عددی بررسی کردند. در این مدل آنها از تحلیل سه بعدی استفاده کرده و اثرات کسرحجمی نانوذرات و دمای کاری را بر عملکرد حرارتی لوله حرارتی ترموسیفون بررسی کردند. تمرکز این مطالعه بر نقش نانوذرات در قسمت لوله حرارتی ترموسیفون بوده است. آنها از نانوسیالی با درصد حجمی نانوذرات صفر تا 5/3 در چهار دمای کاری مختلف بهره بردند و نتیجه گرفتند که افزودن کسرحجمی نانوذرات اثر قابل توجهی بر افزایش نرخ انتقال حرارت و کاهش دما بین اواپراتور و کندانسور دارد. همچنین بیان کردند که نتایج تجربی و عددی آنها هردو مؤید این مطلب است که استفاده از نانوسیالها به

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

www.SID.ir

3- معادلات حاكم

معادلات دو بعدی حاکم بر جریان دائم، تراکم ناپذیر و لایهای فیلم تقطیر نانوسیال، شامل معادلات بقای جرم، مومنتم محوری و انرژی، بر اساس فرضیات لایه مرزی و سایر فرضیات فیزیکی ذکر شده در بالا، به صورت روابط (1) نوشته می شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \mathbf{0}$$
 (1) الف)

$$\rho_{\rm nf}(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}) = g(\rho_{\rm nf} - \rho_{\rm v})\cos\gamma + \mu_{\rm nf}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (-1)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{\rm nf}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (z-1)$$

در این معادلات x و y مؤلفههای مختصات به ترتیب در راستای صفحه و عمود بر آن و u و v مولفههای سرعت سیال در آن دو راستاست. همچنین π دمای سیال، ρ و ρ_v به ترتیب چگالی سیال و بخار، μ لزجت دینامیکی و ضریب نفوذ حرارتی میباشد. زیرنویس nf در اینجا برای نشان دادن خواص نانوسیال است.

با توجه به تقطیر نانوسیال روی سطح جامد نفوذناپذیر، شرایط مرزی معادلات لایه مرزی فوق را می توان به صورت رابطه (2) نوشت:

$$y = \mathbf{0}: \begin{cases} u = \mathbf{0} \\ v = \mathbf{0} \\ T = T_{w} \end{cases}, \quad y \to \delta: \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y} \to \mathbf{0} \\ T \to T_{sat} \end{cases}$$
(2)

که $\delta(x)$ در اینجا ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی و T_w و T_{sat} به T_{sat} و را به مرزی هیدرودینامیکی و $\delta(x)$ در اینجا و بخار اشباع هستند.

4- حل تشابهي

با توجه به برقراری شروط وجود حل تشابهی در این مسأله، میتوان برای تبدیل معادلات دیفرانسیل پارهای (PDE) به معادلات دیفرانسیلی معمولی (ODE)، پارامتر تشابهی مناسبی تعریف نمود. برای این منظور، ابتدا با استفاده از تعریف تابع جریان، به صورت رابطه (3) و و جایگذاری آن در معادلات حاکم، آنها رابه صورت رابطه (4) بازنویسی کرد:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$
 , $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ (3)

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right) = \frac{g(\rho_{\rm nf} - \rho_{\rm v})}{\rho_{\rm nf}}\cos\gamma + v_{\rm nf}\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}$$

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \alpha_{\rm nf}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{4}$$

(5) اکنون مقیاس ضخامت لایه مرزی حرارتی تقطیر δ_t ، به صورت رابطه (5) تعریف می شود [4]:

$$\delta_{\rm t} \approx \left(\frac{k_{\rm nf} v_{\rm nf}}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{5}$$

تابع جریان بدون بعد، F و دمای بدون بعد، θ نیز در این حالت به صورت روابط تعریف خواهند شد [4]:

$$F(\eta, Pr) = \frac{1}{4 \alpha_{nf} \left(\frac{v \alpha}{v_{nf} \alpha_{nf}} \frac{Ra}{4}\right)^{1/4}} \psi(x, y)$$

$$\theta = \frac{T - T_{sat}}{T_w - T_{sat}}$$
(7)

در قسمتی از فصل مشترک بخار - مایع با عرض واحد و به طول dx، آهنگ انتقال گرما به فیلم مایع با آهنگ رهایی انرژی ناشی از تقطیر در فصل مشترک یکسان و برابر با $h_{\rm fg} dm$ میباشد. از طرفی با صرفنظر از جابجایی، این مقدار با آهنگ انتقال گرما در سطح نیز برابر است. لذا با نوشتن بالانس انرژی در یک المان مرزی، میتوان روابط (8) را نوشت:

$$\int_{0}^{x} k_{\rm nf} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} dx = \int h_{\rm fg} dm$$

$$\frac{k_{\rm nf} (T_{\rm sat} - T_{\rm w})}{\delta} = \rho_{\rm nf} v_{\rm c} h_{\rm fg} \tag{8}$$

در شکل بدون بعد، این معادله به صورت رابطه (۹) قابل بیان است:

$$\alpha_{\rm nf} \, Ja\left(\frac{c_{p,{\rm nf}}}{c_{\rm c}}\right) = \delta \, v_{\rm c} \tag{9}$$

$$Ja = c_p \frac{T_{\text{sat}} - T_{\text{w}}}{h_{\text{fg}}}$$
(10)

در روابط بالا، $h_{
m fg}$ انتالپی تغییر فاز، δ ضخامت فیلم تقطیر و $v_{
m c}$ سرعت مرجع در جهت عرضی لایه مرزی است.

اکنون معادلات PDE حاکم با جایگذاری مشتقات جزئی موجود در آنها برحسب پارامتر تشابهی، بازنویسی میشوند:

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_x + v \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_y \right) = g \left(\rho_{nf} - \rho_v \right) \cos \gamma + \mu_{nf} \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_y \right)$$
(11)

که η_x و η_x به ترتیب مشتقات η نسبت به x و y هستند. پس از جایگذاری مشتقات پارامتر تشابهی و سایر متغیرهای بدون بعد در معادلات بالا و ساده سازی آنها، فرم دیفرانسیلی معمولی معادلات مومنتم و انرژی حاکم برجریان تقطیر نانوسیال روی سطح به شکل روابط (12) حاصل می شوند:

$$\ddot{\mathbf{F}} + \frac{\alpha_{\rm nf}}{v_{\rm nf}} [\mathbf{3F}\ddot{\mathbf{F}} - \mathbf{2}\dot{\mathbf{F}}^2] + \cos\gamma = \mathbf{0}$$

$$\ddot{\mathbf{\theta}} + \mathbf{3F}\dot{\mathbf{\theta}} = \mathbf{0}$$
(12)

و شرایط مرزی (2) را میتوان برحسب متغیرهای تشابهی و بدون بعد به صورت روابط (13) بازنویسی کرد:

$$\eta = \mathbf{0}: \begin{cases} \mathbf{F} = \mathbf{0} \\ \mathbf{\theta} = \mathbf{1} \end{cases}, \quad \eta \to \eta_{\delta}: \begin{cases} \mathbf{\ddot{F}} = \mathbf{0} \\ \mathbf{\theta} = \mathbf{0} \end{cases}$$
(13)

$$\eta = \mathbf{0}: \begin{cases} \mathbf{F} = \mathbf{0} \\ \mathbf{\theta} = \mathbf{1} \end{cases}, \quad \eta \to \eta_{\delta}: \begin{cases} \mathbf{\ddot{F}} = \mathbf{0} \\ \mathbf{\theta} = \mathbf{0} \end{cases} (13)$$

$$(13)$$

$$(13)$$

$$(13)$$

$$(13)$$

$$(13)$$

$$(13)$$

$$(13)$$

$$(13)$$

$$(14)$$

$$(14)$$

$$(14)$$

$$(14)$$

$$(14)$$

$$(16)$$

$$(16)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

$$(17)$$

 $g(c_p)_{nf}(\rho_{nf} - \rho_v)x^{r}$ که $g(c_p)_{nf}(\rho_{nf} - \rho_v)x^{r}$ مدایت $g(c_p)_{nf}(\rho_{nf} - \rho_v)x^{r}$ که c_p ظرفیت حرارتی، v لزجت سینماتیکی و k ضریب هدایت گرمایی است. است. با به کارگیری این دو مقیاس، میتوان پارامتر تشابهی η را برای تبدیل معادلات حاکم، به صورت رابطه (6) به کار برد [4]: $\eta = \frac{y}{\delta_t} = \frac{y}{x} \left(\frac{v\alpha}{v_{nf}\alpha_{nf}} \frac{\mathbf{Ra}}{4}\right)^{1/4}$, $\mathbf{Ra} = \frac{g\beta(T_w - T_{sat})x^3}{v\alpha}$ (6) k در این رابطه، \mathbf{Ra} عدد بی بعد رایلی و β ضریب انبساط گرمایی حجمی در این.

مهندسی مکانیک مد*ر*س، آبان 1394، دورہ 15، شما*ر*ہ 8

www.SID.ir

+
$$\int_0^\delta \rho u c_p (T_{\text{sat}} - T) dy$$
 (14)

اکنون با استفاده از تعریف پارامترهای تشابهی و عدد ژاکوب، شکل بدون بعد معادله (14) را میتوان به صورت رابطه (15) نیز نوشت:

$$Ja = -3 \frac{F(\eta_{\delta})}{\dot{\theta}(\eta_{\delta})}$$
(15)

5- خواص نانوسيال

خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات بکار رفته، در جدول 1 آورده شده است. در این مطالعه آب به عنوان سیال پایه برای نانوذرات مس، نقره، اکسیدتیتانیوم و آلومینا درنظر گرفته شدهاست.

اکنون خواص نانوسیال (nf) حاصل به صورت ترکیبی از خواص سیال پایه (f) و خواص نانوذرات (p) به صورت رابطه (16) نوشته میشود. چگالی و گرمای مخصوص نانوسیال را میتوان با استفاده از کسرحجمی نانوذرات در سیال پایه (φ) و بر اساس درصدی وزنی از خواص سیال پایه و نانوذرات نوشت [22].

$$\begin{split} \rho_{\rm nf} &= (1 - \varphi)\rho_{\rm f} + \varphi\rho_{\rm p} \\ (\rho c_p)_{\rm nf} &= (1 - \varphi)(\rho c_p)_{\rm f} + \varphi(\rho c_p)_{\rm p} \end{split} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} & \text{(16)} \\ & \text{yp}_{\rm nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_{\rm f} + \varphi(\rho c_p)_{\rm p} \\ & \text{(17)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{(16)} \\ & \text{(17)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{(17)} \end{aligned}$$

لزجت نانوسیال آب- مس، به کمک رابطه (18) و با فرض نانوذرات کروی شکل مس با قطر 2**9**nmمحاسبه میشود [23]:

 $\frac{\mu_{\text{nf}}}{\mu_{\text{f}}} = 1 + (3.982 \times 10^{-4}T - 4.534 \times 10^{-2})\varphi^{0.4261}$ (18) (19) برای به دست آوردن لزجت نانوسیال آب- نقره نیز از رابطه

استفاده می شود [24]:

 $\frac{\mu_{\rm nf}}{\mu_{\rm f}} = 1.005 + 0.497\varphi - 0.1149\varphi^2 \tag{19}$

در این رابطه، قطر نانوذرات نقره برابر 30nm درنظر گرفته می شود [25]. لزجت نانوسیال آب - آلومینا را با در نظر گرفتن قطر نانوذرات، حرکت براوونی آنها در سیال پایه و اثر دمای آب بر این حرکت، می توان به صورت روابط (20) نوشت [26]:

$$\frac{\mu_{\rm nf}}{\mu_{\rm f}} = \mathbf{1} + \frac{\rho_{\rm p} V_{\rm br} d_{\rm p}^2}{\mathbf{72} N \delta} , \qquad V_{\rm br} = \frac{\mathbf{1}}{d_{\rm p}} \left(\frac{\mathbf{18} k_{\rm b} T}{\pi \rho_{\rm p} d_{\rm p}} \right)^{1/2}$$

$$\delta = \left(\frac{\pi}{\mathbf{6}\varphi} \right)^{1/3} \times d_{\rm p}$$

$$N = \left(\mathbf{c}_1 \varphi + \mathbf{c}_2 \right) d_{\rm p} + \left(\mathbf{c}_3 \varphi + \mathbf{c}_4 \right)$$

$$\delta = \left(\frac{\pi}{\mathbf{6}\varphi} \right)^{1/3} \times d_{\rm p}$$
(20)

مقادیر ضرایب ثابت 1، 2، 23، 32 و 24 در این تعریف به ترتیب برابر با مقادیر ضرایب ثابت 1، 2، 23، 32 و 24 در این تعریف به ترتیب برابر با $^{-6}$ مقادیر ضرایب ثابت 10⁻⁶، $-1/133 \times 10^{-6}$ و $^{-7}$ هستند. همچنین در معادلات فوق، برای نانوذرات آلومینا **n m m m m** چگالی نانوذره و $k_{\rm b}$ ثابت بولتزمن (برابر با 23

برای محاسبه دیگر خاصیت نانوسیالها، یعنی ضریب هدایت گرمایی، نیز بسته به نوع نانوذرات روابط متفاوتی وجود دارد. این خاصیت برای نانوسیال آب- آلومینا با فرض نانوذرات کروی شکل، از رابطه ارائه شده توسط پاک و چو [27] قابل محاسبه است:

$$\frac{k_{\rm nf}}{k_{\rm f}} = 1 + 64.7\varphi^{0.74} \left(\frac{d_{\rm f}}{d_{\rm P}}\right)^{0.369} \times \left(\frac{k_{\rm P}}{k_{\rm f}}\right)^{0.747} \Pr_{\rm f}^{0.9955} \operatorname{Rep}^{1.2321}$$
(21)

$$Re_{p} = \frac{\rho_{f} k_{b} T}{3\pi [A_{1} \times 10^{A_{2}/(T-A_{3})}]^{2} l_{f}}$$

$$A_{1} = 2.414 \times 10^{-5} A_{2} = 247.8 A_{2} = 140$$

عدد رینولدز نانوذرات نامیده می شود. همچنین، d_f قطر مولکول های آب (تقریباً برابر با 2/88 آنگستروم) و l_f فاصله آزاد متوسط این مولکول هاست که برابر با 17nm در نظر گرفته شده است [27]. دقت بالای مدل فوق در محاسبه ضریب هدایت حرارتی آب - آلومینا توسط تحقیقات دیگری نیز تایید شده است [28].

برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی نانوسیال آب- اکسید تیتانیم، با فرض نانوذرات کروی شکل، میتوان از معادله بروگمن [29] به صورت (22) استفاده کرد:

$$\frac{k_{\rm nf}}{k_{\rm f}} = \frac{1}{4} \left[(3\varphi - 1) \frac{k_{\rm P}}{k_{\rm f}} + (3(1 - \varphi) - 1) + \Delta^{1/2} \right]$$
(22)
که در آن:

$$\Delta = [(3\varphi - 1)\frac{k_{p}}{k_{f}} + (3(1 - \varphi) - 1)]^{2} + 8\frac{k_{p}}{k_{f}}$$

ضریب هدایت گرمایی نانوسیال آب – نقره را نیز می توان از رابطه ساده
(23) محاسبه کرد [24]:

$$\frac{\kappa_{\rm nf}}{k_{\rm f}} = 0.9692\varphi + 0.9508 \tag{23}$$

برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال مس از مدل ارائه شده توسط پاتل و همکاران [30] استفاده شده است. در این مدل، هدایت حرارتی موثر نانوسیال از رابطه (24) محاسبه می شود: $\frac{k_{nf}}{L} = \mathbf{1} + \frac{k_p A_p}{L} + \frac{c \ k_p A_p Pe}{L}$ (24)

$$k_{
m f}$$
 - $k_{
m f}A_{
m f}$ $k_{
m f}A_{
m f}$ که در آن:
 A $d_{
m c}$ m

$$\frac{A_{\rm p}}{A_{\rm f}} = \frac{a_{\rm f}}{d_{\rm p}} \frac{\varphi}{1 - \varphi}$$
(25)

و און דע דענ
ف $u_{\rm p}$ در $u_{\rm p}$ ב
د און דענש דענש פון דענש פון דענש פון דע ${\sf Pe}=u_{\rm p}d_{\rm p}/a_{\rm f}$

فاصله مراکز نانوذرات و
$$N$$
 پارامتری برای تطبیق نتایج با دادههای تجربی
 $u_p = \frac{2 k_b T}{\pi \mu_f d_p^2}$
 $u_{protection} = \frac{2 k_b T}{\pi \mu_f d_p^2}$
 $mu_r = \frac{2 k_b T$

مهندسی مکانیک مد*ر*س، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

www.SID.ir

روی سطح به همراه روابط محاسبه خواص نانوسیال، از یک کد کامپیوتری تدوین شده به زبان برنامهنویسی فرترن، استفاده میشود. در این کد، به دلیل ناکافی بودن مقادیر معلوم مرزی روی سطح و عدم امکان استفاده از مقادیر مرز لبه لایه مرزی در آغاز حل -با توجه به پیشروی مکانی در حل معادلات لایه مرزی- از روشی موسوم به روش پرتابی (shooting) استفاده شده است. در این روش، ابتدا مقادیر مجهول مرزی و مورد نیاز برای حل پیشروی مکانی در این روش، ابتدا مقادیر مجهول مرزی و مورد نیاز برای حل پیشروی مکانی روش های اویلر و اویلر اصلاح شده، معادلات دیفرانسیل حل میشود. با به کارگیری روش اویلر، میتوان مقدار **T** و مشتقات آن را در نقطه 1+*i* یافت [31] (روابط 26).

$$F_{i+1} = F_i + \Delta y F_i$$

$$F_{i+1} = F_i + \Delta y F_i$$

$$F_{i+1} = F_i + \Delta y F_i$$
(26)

در روش اویلر اصلاح شده، پیش از بدست آوردن مستقیم مقدار F و مشتقات آن در نقطه 1+i از روابط فوق، یک مقدار واسط از *i* بدست آمده و با π ترکیب آنها در مقدار واسط و در *i*، مقادیر در 1+i محاسبه میشوند. از آنجا که شرایط مرزی در نقطه ابتدایی تنها برای F و **f** هستند و مشتق دوم در این نقطه نامعین است، این مقدار در ابتدا حدس زده میشود. پس از انجام محاسبات برای نقاط بعدی بر اساس روش فوق تا رسیدن به انتهای لایه مرزی، در صورت عدم تطابق مقدار **f** محاسبه شده با مقدار معلوم آن در این محاسبات برای نقاط بعدی بر اساس روش فوق تا رسیدن به انتهای لایه مرزی، در صورت عدم تطابق مقدار **f** محاسبه شده با مقدار معلوم آن در این نقطه، حدس اولیه تصحیح میشود و طی یک فرایند تکرار به حل همگرا نقطه، حدس اولیه سرعت همگرایی، از دو حدس اولیه استفاده شده و محاسبات برای هر دو انجام میشود. پس از مقایسه دو جواب بدست آمده و در صورت زیاد بودن اختلاف بین آنها، یکی از مقادیر با حدس جدید حاصل در صورت زیاد بودن اختلاف بین آنها، یکی از مقادیر با حدس جدید حاصل از روش وتری، جایگزین میشود. لذا مقدار مشتق دوم با استفاده از رابطه در صورت زیاد بودن اختلاف بین آنها، یکی از مقادیر با حدس جدید حاصل از روش وتری، جایگزین میشود. لذا مقدار مشتق دوم با استفاده از رابطه در صورت زیاد بودن اختلاف بین آنها، یکی از مقادیر با حدس جدید حاصل از روش وتری، جایگزین میشود. لذا مقدار مشتق دوم با استفاده از رابطه در صورت زیاد بودن اختلاف بین آنها، یکی از مقادیر با حدس جدید حاصل از روش وتری، جایگزین میشود. لذا مقدار مشتق دوم با استفاده از رابطه از روش وتری، جایگزین میشود. لذا مقدار مشتق دوم با استفاده از رابطه از روش وتری، جایگزین میشود. از ما

$$C = B_0 - B \left(\frac{B_0 - A_0}{B - A}\right) \tag{27}$$

که در آن C حدس اصلاح شده بر اساس روش وتری و Ao و Bo حدسهای اولیه برای مشتق دوم هستند. همچنین A و B به ترتیب تفاوت مقدار $\mathbf{\ddot{\pi}}$ محاسبه شده مربوط به حدسهای A_0 و B_0 ، با مقدار معلوم $\mathbf{\ddot{\pi}}$ در نقطه انتهاییاند.

در این تحقیق، از توزیع یکنواخت نقاط محاسباتی استفاده شده است. در جدول 2 مقادیر نوسلت متوسط به عنوان نمونه برای تقطیر نانوسیال نقره با کسر حجمی 0/05 روی سطحی با زاویه 60 درجه، به ازای تعداد نقاط محاسباتی مختلف آمده است. میتوان دید که بالاتر از تعداد نقاط 200، تغییرات این عدد قابل توجه نیست. لذا این تعداد نقاط محاسباتی دقیق و

بهصرفه تشخيص داده شده است.

7- بررسی نتایج

برای محاسبه انتقال حرارت در فیلم تقطیر، ضریب انتقال حرارت بدون بعد به شکل رابطه (28) قابل بیان است [7]:

$$\mathbf{Nu}_{x} = \frac{h_{x}x}{k_{\mathrm{nf}}} = -\frac{k_{\mathrm{nf}}(\overline{\partial}_{y})_{y=0}}{k_{\mathrm{nf}}(T_{\mathrm{sat}} - T_{\mathrm{w}})} x$$
(28)

که پس از جایگذاری تعریف پارامتر تشابهی و سادهسازی ان، روابط (29) بدست میآیند:

$$Nu_{x} = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon_{nf}} \frac{\alpha}{\alpha_{nf}} \frac{Ra}{4}\right)^{1/4} \left(\frac{d\theta}{d\eta}\right)_{\eta=0}$$
$$\left(\frac{d\theta}{d\eta}\right)_{\eta=0} = Nu_{x} \left(\frac{\upsilon}{\upsilon_{nf}} \frac{\alpha}{\alpha_{nf}} \frac{Ra}{4}\right)^{-1/4}$$
(29)

گرادیان دما به اعداد بدون بعد نوسلت و رایلی وابسته است. برای تعیین عدد نوسلت متوسط روی سطح نیز، با انتگرال گیری از رابطه فوق روی سطح، می توان رابطه (30) را نوشت:

$$\overline{\mathbf{Nu}} = -\frac{k_{\mathrm{nf}}}{k_{\mathrm{f}}} \int_{x} \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\eta} \Big|_{\eta=0} \right) dx \tag{30}$$

پارامتر بررسی شده دیگر، عبارت Nu/Nu_t میباشد که برابر با نسبت نوسلت متوسط به رابطه ارائه شده برای محاسبه نوسلت در تئوری نوسلت است. این عبارت را میتوان به صورت رابطه (31) بیان کرد [7]:

$$\frac{\overline{Nu}}{\overline{Nu}_{t}} = \left(0.68 + \frac{1}{Ja}\right)^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{d\theta}{d\eta}\right)_{\eta=0}$$
(31)

به منظور اعتبارسنجی روش حل عددی استفاده شده و اطمینان از صحت عملکرد کد کامپیوتری، انتقال حرارت در فیلم تقطیر آرام سیال خالص ($\varphi = 0$) با **1** = **1** روی یک سطح عمودی ($\varphi = 0$) محاسبه شده و با نتایج اصفهانی و ضیائیراد [7] در شکل 2 مقایسه شده است. در این شکل، تغییرات گرادیان دمای بیبعد (رابطه29) با عدد بدون بعد ژاکوب (رابطه10) رسم شده است. تطابق مطلوب بین نتایج دو مطالعه، در این شکل مشهود است. در این شکل به وضوح میتوان مشاهده کرد که با افزایش عدد ژاکوب، گرادیان دمای بیبعد و درنتیجه انتقال حرارت روی سطح افزایش مییابد. شکل 3 پروفیل سرعت در لایه مرزی فیلم تقطیر نانوسیال حاصل از



تعداد نقاط شبكه	Nu
50	10/2949
100	10/6151
150	10/9855
200	11/2370
250	11/2372
300	11/2370
350	11/2370

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

244

شبیهسازی عددی حاضر را با مطالعه تحلیلی آورامنکو و همکارانش [17] مقایسه میکند. برای تطابق با نتایج مقاله ذکر شده، سطح در حالت عمودی ($\mathbf{0} = \mathbf{\gamma}$) فرض شده است. ملاحظه میشود که پروفیل سرعت بهدست آمده در مطالعه حاضر، تطابق بسیار خوبی با نتایج آورامنکو [17] بهازای سه مقدار کسر حجمی مختلف دارد. میتوان دید که هرچه چگالی نانوذرات موجود در در فیلم تقطیر بیشتر باشد، مقاومت هیدرولیکی در جریان و سرعت در لایه مرزی افزایش مییابند.

در شکل 4 گرادیان دمای بیبعد برحسب عدد ژاکوب به ازای زوایای مختلف سطح و تغییرات کسر حجمی نانوذره نشان داده شده است. این شکل برای نانوسیال آب- مس با کسر حجمیهای 0، 0/03 و 00/06رسم شده است. مشاهده میشود که در یک عدد ژاکوب معین، با افزایش زاویه سطح نسبت به راستای قائم، گرادیان دما کاهش یافته است؛ به طوری که بیشترین گرادیان دما برای صفحه عمودی حاصل می شود. این بدین معناست که برای دستیابی به انتقال حرارت بیشتر، صفحه باید به حالت عمودی نزدیک شود. همین نتیجه با افزایش دادن کسر حجمی نیز حاصل می شود.

می توان دید که خطوط در هر زاویه، شیب تندی در اعداد ژاکوب پایین ندارند، چراکه اختلاف دمای اشباع سیال و سطح در ابتدا زیاد است و با نزدیک شدن به تعادل دمایی، خطوط با شیب ملایم به مقداری ثابت میل



شکل 3 مقایسه پروفیل سرعت بدون بعد با مطالعه تحلیلی آورامنکو [17] به ازای سکل 3 مقایسه پروفیل سرعت مختلف نانوسیال



می کنند. علاوه بر آن، در شکل 4 مشاهده می شود که با افزایش زاویه و فاصله گرفتن سطح از حالت عمودی، شیب نمودارها با روندی سریعتر از افزایش زاویه سطح، افزایش می یابند؛ بطوریکه خطوط زاویه ثابت، در زوایای بالاتر فاصله بیشتری نسبت به یکدیگر پیدا می کنند. این بدین معناست که گرادیان دما و در نتیجه انتقال حرارت از سطح، با افزایش زاویه سطح نسبت به حالت قائم، با سرعت زیادی کاهش خواهد یافت. به عنوان نمونه، به ازای عدد ژاکوب 4، افزایش زاویه سطح تا 60 درجه، گرادیان دما را در حدود 15 درصد کاهش داده است. می توان دید که تا عدد ژاکوب 2، تغییر کسر حجمی تأثیر زیادی بر گرادیان دما ندارد و انتقال حرارت تنها متاثر از تغییر زاویه است. با افزایش می دهد.

تأثیر تغییر زاویه سطح را بر پروفیل دما برای نانوسیال آب- مس ($\varphi = 0.05$) در شکل 5 میتوان دید. مشاهده میشود که با افزایش زاویه سطح، تغییرات دما در عرض لایه مرزی به حالت خطی نزدیک میشود و فاصله منحنیها نیز نسبت به یکدیگر اندکی بیشتر میشود. کاهش انحنای خطوط در زوایای سطح بالاتر در این شکل را میتوان به کاهش گرادیان دما و در نتیجه کاهش انتقال حرارت تعبیر نمود، در حالی که فاصله بیشتر بین منحنیهای پروفیل دما در زوایا بالاتر، نشان دهنده کند شدن روند کاهش انتقال حرارت با افزایش زاویه سطح نسبت به راستای قائم میباشد.

تأثیر کسر حجمی نانوذرات بر تغییرات عدد نوسلت متوسط فیلم تقطیر نانوسیال آب- اکسید تیتانیوم نسبت به زاویه سطح، در شکل 6 نشان داده شده است. در این شکل میتوان دید که با افزایش زاویه سطح، عدد نوسلت متوسط و در نتیجه انتقال حرارت از سطح، برای همه کسرهای حجمی تا زاویه °20 = γ ، تقریباً ثابت مانده و پس از آن با شیبی ملایم، اندکی کاهش مییابد. علاوه بر آن، مشاهده میشود که با افزایش کسرحجمی نانوذرات، انتقال حرارت افزایش مییابد؛ بطوری که بیشترین میزان انتقال حرارت همچنان برای نانوسیالی با کسرحجمی 60/06 روی سطح قائم است.

فاصله برابر بین خطوط φ ثابت در شکل $\mathbf{6}$ نیز نمایانگر آن است که تأثیر کسرحجمی نانوذرات بر عدد نوسلت متوسط از یک رابطه خطی پیروی میکند. این نکته بطور دقیق تر از شکل $\mathbf{7}$ قابل استنباط است.برای بررسی تأثیر نانوذرات مختلف بر انتقال حرارت از فیلم تقطیر روی سطح، شکل $\mathbf{7}$



مس با کسر حجمی 0/05 در عدد ژاکوب 1/8

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

www.SID.ir

رسم شده است. در این شکل، برای درک بهتر تأثیر حضور نانوذرات، نسبت عدد نوسلت متوسط نانوسیال به سیال خالص ($\overline{\mathsf{Nu}}_{\varphi=0}$) کر کسر حجمی های مختلف و در زاویه سطح 60 درجه رسم شده است. این نمودار نشان میدهد که بالا رفتن کسرحجمی نانوذرات در سیال پایه، با افزایش عدد نوسلت متوسط همراه است. در این شکل همچنین بوضوح می توان دید که تغییرات این نسبت با φ برای تمامی نانوذرهها، به صورت خطی است. لذا می توان رابطه ای به صورت $\overline{\mathbf{Nu}} = \mathbf{A} \varphi$ برای تغییرات خطی است. لذا می توان رابطه ای به صورت $\overline{\mathbf{Nu}} = \mathbf{A} \varphi$ آن برحسب کسر حجمی نانوسیال در نظر گرفت. در این رابطه، **۸** شیب خطوط بوده و برای نانوسیالهای مختلف در جدول 3 آورده شده است.



ازاى كسرهاى حجمى مختلف نانوذرات



با نگاهی بر شکل 7 و جدول 3 همچنین میتوان دریافت که تفاوت قابل توجهی بین شیب خطوط نانوسیالهای آب- آلومینا و آب- اکسید تیتانیوم با نانوسیالهای حاوی نانوذرات مس و نقره وجود دارد. لذا می توان گفت که ضریب هدایت حرارتی بالای دو نانوذره اخیر، در پدیده تقطیر نیز نقش موثری در افزایش انتقال حرارت از سیال پایه ایفا می کند.

نسبت عدد نوسلت به نوسلت تئوري (معادله 31) برحسب نسبت بيبعد Pr1/3/Ja در مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات و برای نانوسیالهای مختلف، در شکلهای 8- الف تا د آورده شده است. شکلها برای سطحی با زاویه 60 درجه رسم شدهاند. با توجه به ثابت فرض شدن عدد پرانتل در این نمودارها، با کاهش عدد ژاکوب (افزایش Pr1/3/Ja)، مقادیر عدد نوسلت متوسط و تئوری برابر خواهند شد. لذا تئوری نوسلت در اعداد ژاکوب پایین (یعنی در ابتدای صفحه) پاسخ صحیح خواهد داشت.

در این شکلها همچنین دیده می شود که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد نوسلت متوسط نیز افزایش یافته و انتقال حرارت بیشتری حاصل می شود. می توان دید که برای نانوسیال های آب- نقره و آب- مس، تغییر در عدد نوسلت بر اثر تغییر کسرحجمی نانوذره محسوس تر است و لذا نقش نانوذره در افزایش انتقال حرارت بیشتر خواهد بود؛ مطلبی که در توضيح شكل 7 نيز بر آن تأكيد شد. با نگاهي بر مجموعه شكلهاي 8 همچنین می توان دریافت که کمینه عدد نوسلت در مورد نانوسیال حاوی نقره یا مس در عدد ژاکوب بالاتری نسبت به دو نانوسیال دیگر رخ میدهد. این بدان معنی است که در محدوده وسیعتری از عدد ژاکوب، این دو نانوسیال عدد نوسلت بالاتری را تجربه میکنند.

8- نتيجه گيري و جمع بندي

در مقاله حاضر جریان آرام نانوسیال عبوری از روی یک صفحه مایل مطالعه شده و اثرات تغییر زاویه سطح، به کارگیری نانوسیالهای مختلف، تغییر در



مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

246



که گرچه برای همه نانوسیالها، با افزایش کسرحجمی نانوذرات، انتقال حرارت افزایش یافته است (به عنوان مثال در نانوسیال آب- نقره با کسرحجمی 0/05، عدد نوسلت متوسط در همه زوایا 1/5 برابر شده است)، ولی با افزایش زاویه سطح، عدد نوسلت متوسط و درنتیجه انتقال حرارت از آن تا زاویه $^{0}02 = \gamma$ ، تقریبا ثابت مانده و سپس با شیبی ملایم، اندکی کاهش می یابد (بهعنوان نمونه، در نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم با افزایش زاویه سطح می یابد $^{0}06$ گرادیان دما حدود 20 درصد کاهش می یابد). علاوه بر آن، نتایج نشان داد که رابطه نسبت $_{0=\varphi}\sqrt{1}$ آس با شیبی ملایم، اندکی کاهش می یابد (بهعنوان نمونه، در نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم با افزایش زاویه سطح نایج می مانده و سپس با شیبی ملایم، اندکی کاهش می یابد (بهعنوان نمونه، در نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم با افزایش زاویه سطح می نایخ رات از نتایج می والی ای و شیب این خطوط برای نانوسیالهای آب- مس و آب-نقره از سایر نانوسیالهای مطالعه شده بیشتر است و لذا این دو نانوسیال در افزایش انتقال حرارت موثرترند. از نتایج همچنین میتوان دریافت که تئوری نوسلت در اعداد ژاکوب پایین جواب صحیح خواهد داد.

ظرفیت حرارتی c_p ثابت C قطر مولكول (mm) d Pr تابعی از η F Pr واز η و G شتاب گرانشی (m/s²) gضریب جابجایی (W/m²K) h انتالپی (J/kg.K) h_{fg} عدد ژاکوب Ja ضریب هدایت حرارتی (Wm⁻¹k⁻¹) k فاصله آزاد مولکولهای آب lعدد نوسلت Nu عدد يكله Ре عدد پرانتل Pr عدد رينولدز Re دما (K) Т سرعت در راستای x (m/s) и سرعت نانوذرات Vسرعت در راستای m/s) y (m/s) v محور مختصات عمودى х محور مختصات افقى y علايم يوناني ضریب پخش حرارتی (m²s⁻¹) α ضريب انبساط گرمايي حجمي β زاويه سطح نسبت به محور قائم I

(m) فاصله مراکز نانوذرات (m)
فاصله مراکز نانوذرات (mm)

$$\delta$$

فر شخامت لایه مرزی حرارتی (m)
 δ_t
(m) پارامتر تشابهی
 Θ
دمای بی بعد
 ρ
 $kgm^{-1}s^{-1}$
 μ
 kgm^{-3}
 v
ویسکوزیته سینماتیکی (m^{2s^{-1}})

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

www.SID.ir

- [13] Gh. SHeikhzade, H. Ehteram, A. Aghayi, Numerical Study of natural convection in a nanofluid filled enclosure with central heat source and presenting correlations of Nusselt number, Modares Mechanical Engineering, Vol. 13, No. 10, pp. 62-74, 2013. (In Persian)
- [14] M. Ziaei-Rad, A. Kasaeipoor, A Numerical study of similarity solution for mixed-convection copper-water nanofluid boundary layer flow over a horizontal plate, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 14, pp. 190-198, 2015. (In Persian)
- [15] M. H. Shojaeefard, A. Khalkhali, J. Zare, M. Tahani, Multi objective optimization of heat pipe performance while using aluminium oxide nanofluid, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 1, pp. 158-167, 2013. (In Persian)
- [16] A. A. Avramenko, I. V. Shevchuk, , A. I. Tyrinov, D. G. Blinov, Heat transfer at film condensation of moving vapor with nanoparticles over a flat surface, International Journal of Heat Mass Transfer, Vol. 84, pp. 316–324, 2015.
- [17] A. A. Avramenko, I. V. Shevchuk, A. I. Tyrinov, D. G. Blinov, Heat transfer at film condensation of stationary vapor with nanoparticles near a vertical plate, Applied Thermal Engineering, Vol. 73, pp. 391–398, 2014.
- [18] G. Huminic, A. Huminic, Heat transfer characteristics of a twophaseclosed thermosyphons using nanofluids, Exp. Therm. Fluid Sci. Vol. 35, pp. 550-557, 2011.
- [19] Z. H. Liu, Y. Y. Li, R. Bao, Thermal performance of inclined grooved heat pipes using nanofluids, International Journal of Thermal Science. Vol. 49, pp. 1680-1687, 2010.
- [20] G. Huminic, A. Huminic, Numerical study on heat transfer characteristics of thermosyphon heat pipes using nanofluids, Energy Conversion and Management, Vol. 76, pp. 393–399, 2013.
- [21] Abu-Nada, Masoud Z. and Hizaji A., Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids. International Comm. Heat Mass Transfer, 35, pp. 657-665, 2008.
- [22] Kh. Khanafer, K. Vafai, A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids, International Journal of Heat Mass Transfer, Vol.54, pp. 4410-4428, 2011.
- [23] M. Khoshvaght-Aliabadi, F. Hormozi, A. Zamzamanian, Experimental analysis of thermal-hydraulic performance of copper-water nanofluid flow in different plate-fin channels, Experimental thermal and fluid science., Vol. 52, pp. 248-258, 2014.
- [24] L. G. Asirvatham, R. Nimmagadda, S. Wongwises, Heat transfer performance of screen mesh wick heat pipes using silver-water nanofluid, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 60, pp. 201-209, 2013.
- [25] C. Kleinstreuer, Y. Feng, Experimental and theoretical studies of nanofluid thermal conductivity enhancement: a review, Nanoscale Reaserch Letters, 6:229, 2011.
- [26] N. Masoumi, N. Sohrabi, A.A. Behzadmehr, New model for calculating the effective viscosity of nanofluids, Journal of PhysicsD: Applied Physics, Vol. 42, pp. 055501-055506, 2009.
- [27] B.C. Pak, Y.I. Cho, Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles, Experimental Heat Transfer, Vol. 11, pp. 151–170, 1998.
- [28] H.A. Mintsa, G. Roy, C.T. Nguyen, D. Doucet, New temperature dependent thermal conductivity data for water-based nanofluids, International Journal of Thermal Sciences, Vol. 48, pp. 363-371, 2009.
- [29] D.A.G. Bruggeman, Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen, I. Dielektrizitatskonstanten und leitfahigkeiten der mischkorper aus isotropen substanzen, Ann. Phys., Leipzig, Vol. 24, pp. 636–679, 1935.
- [30] H. E. Patel, T. Pradeep, T. Sundarrajan, A. Dasgupta, N. Dasgupta, S. Das, A micro-convection model for thermal conductivity of nanofluids. Pramana- Journal of Physics, Vol. 65, pp. 863-869, 2005.
- [31] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes In Fortran 77, pp.749-755, The Press Sindycate of the University of Cambridge. New York, 1992.



- 10- مراجع
- [1] G. Heidarinejad, H. Pasdarshahri, K. Mazaheri, Evaluation of inducedflow in two-room compartment fire using large eddy simulation, Modares Mechanical Engineering, Vol. 13, No. 4, pp. 74-85, 2013. (In Persian)
- [2] Y. Xuan, W. Roetzel, Conceptions for Heat Transfer Correlation of Nanofluids, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, pp. 3701-3707, 2000.
- [3] Nusselt W., Die oberflächenkondensation des wasserdampfes, Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 60(27), pp. 541-546, 1916. (In German)
- [4] Rohsenow W.M., Heat transfer and temperature distribution in laminarfilm condensation, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 78, pp. 1645-1648, 1956.
- [5] Sparrow E.M. and Gregg J.L., A boundary-layer treatment of laminar-film condensation, Transactions of the ASME, Series C- Journal of Heat Transfer, 81, pp. 13-18, 1959.
- [6] S. L. Chen, M. F. Gerner, C. L. Tien. General film condensation correlations. J Experimental Heat Transfer, Vol. 1, pp. 93-107, 1987.
- [7] J. A. Esfahani, M. Ziaei-Rad. Analysis of Laminar Film Condensation on a Vertical Plate. Journal of Aerospace Science and Thechnology, Vol. 2, No. 2, pp. 37-42, 2005.
- [8] N. Putra, W. Roetzel, S.K. Das, Natural convection of nano-fluids, HeatMass Transfer 398, pp. 775-784, 2003.
- [9] Kh. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, International Journal of Heat and Mass Transfer 46, pp. 3639–3653, 2003.
- [10] H. Safari, A. Shahruziyan, Numerical analysis of laminar flow condensation in inclined pipe with pressure drop and shear stress, in The 18th International Conference on Mechanical Engineering, Sharif University, Tehran, Iran, 2009. (In Persian)
- [11] M. Heirani Nobari, F. Najafi Fard, Some non-permanent solution of free convection flow over a moving vertical plate with variable heat flux, in The 15th International Conference on Mechanical Engineering, Amir Kabir University, Tehran, Iran, 2006. (In Persian)
- [12] A. Aziz, W. A. Khan, Natural convection boundary layer flow of a nanofluid past a convectively heated vertical plate. International Journal of Thermal Science, 52, pp. 83-90, 2012.

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

248