مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دوره 15، شماره 8، ص‌ص 291-300

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی بهینهٔ پوستهٔ استوانه‌ای هدفمند با لایهٔ پیزوالکتریک تحت بار متحرک

فرید وکیلی تهامی[1*]، رضا حسن‌نژاد قدیم[2]، آرش محمدعلیزاده فرد[3]، مرتضی رامین‌نیا[3]

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی‌مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی‌مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

3- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی‌مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

* تبریز، صندوق پستی 5166614766، f_vakili@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 بهمن 1393

پذیرش: 25 اردیبهشت 1394

ارائه در سایت: 13 تیر 1394

کلید واژگان:

پوستهٔ استوانه‌ای

مواد هدفمند

بار متحرک

بهینه‌سازی

روش نقاط کنترلی

چکیده

در این پژوهش به ارائهٔ روشی برای تعیین توزیع بهینهٔ درصد حجمی مواد در یک پوستهٔ استوانه‌ای هدفمند با لایهٔ پیزوالکتریک خارجی با هدف تنیده کردن سازه پرداخته شده است. بدین‌منظور، با ترکیب تئوری مرتبه اول برشی و معادلهٔ ماکسول با اصل همیلتون، معادلات حاکم استخراج شده و با استفاده از روابط کرنش-جابه‌جایی و تنش-کرنش، توزیع تنش دینامیک در پوسته به‌دست آمده است. تحلیل دینامیکی به‌علت وجود بار متحرک ضروری است چراکه جابه‌جایی‌ها، کرنش‌ها و تنش‌های دینامیک در مقایسه با مقادیر استاتیک قابل توجه‌اند. اثرات دینامیکی ناشی از حرکت بار در افزایش تنش‌ها، از طریق حل وابسته به زمان مسئله درنظر گرفته شده است و لذا پاسخ سازه و در نهایت توزیع تنش به‌صورت تابع زمان به‌دست آمده‌اند. در ادامه روشی برای بهینه‌سازی تدوین شده است که در آن به‌جای استفاده از توابع پیش‌فرض برای درصد حجمی مواد که محدودیت‌هایی از نظر تولید و نیز بررسی رفتار مکانیکی و بهینه‌سازی آنها اعمال می‌کنند، از تعدادی نقاط کنترلی در راستای ضخامت پوسته استفاده شده که درصد حجمی مواد در این نقاط به عنوان متغیر معرفی شده‌اند که در بین آنها با استفاده از روش میان‌یابی با توابع هرمیت درصد حجمی مواد پیش‌بینی شده است. برای انجام بهینه‌سازی، مقدار درصد حجمی مواد در این نقاط و همچنین ضخامت لایهٔ هدفمند به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی معرفی شده‌اند. بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیکی انجام گرفته است. نتایج بهینه‌سازی کارایی روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. مزیت عمدهٔ این روش انعطاف‌پذیری آن در تعیین توزیع درصد حجمی مواد هدفمند در دیوارهٔ سازه است.

Optimum design of functionally graded cylindrical shell with piezoelectric layer under moving load

Farid Vakili-Tahami*, Reza Hassannejad Qadim, Arash Mohammad Alizadeh Fard, Morteza Raminnia

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.
* P.O.B. 5166614766 Tabriz, Iran, f_vakili@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 February 2015
Accepted 15 May 2015
Available Online 04 July 2015

Keywords:
Cylindrical Shell
Functionally Graded Materials
Moving Load
Optimization
Control Point Method

ABSTRACT

In this paper a method has been developed to obtain an optimum material distribution for a cylindrical shell with Functionally Graded (FG) material and additional piezoelectric outer layer. The objective of the optimization is to satisfy full stress loading criterion. For this purpose, firstly, a solution method has been outlined in which the governing equations are developed by combining First order Shear Deformation Theory (FSDT) and Maxwell equations, with the use of Hamilton principle. Dynamic analysis is a major concern in this solution method because of the significant dynamic displacements, strains and stresses due to the effect of moving load. Hence, the time dependent transient responses of the structure and stress distribution have been obtained. In the next stage, a methodology has been introduced to obtain the optimum material distribution. In this method, instead of using pre-assumed material distribution functions which impose limitations to the manufacturing of the shell and also to the optimization solution, control points with Hermite functions are used. The thickness of the shell and volume fraction of the FG material at these points have been regarded as optimization variables. The optimization method is based on the genetic algorithm and to reduce the solution time, calculations are carried out using parallel processing in four cores. The results show that the developed method is capable of analyzing the FG structures and provides optimum solution. The major advantage of this method is its flexibility in providing volume fraction distribution of the material.

1- مقدمه

با پیشرفت سریع تکنولوژی، نیاز به استفاده از مواد جدید به‌عنوان اولویت مهندسی در سیستم‌های پیشرفته مطرح شده است. در برخی از این موارد، نیاز به تأمین توأمان خصوصیات متفاوت مثل مقاومت در برابر بار و درجه حرارت، منجر به معرفی و تولید مواد هدفمند با قابلیت‌های متفاوت و تغییرات خواص پیوسته در جهات مختلف شده است. مواد هدفمند، کامپوزیت‌های

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

F. Vakili-Tahami, R. Hassannejad Qadim, A. Mohammad Alizadeh Fard, M. Raminnia, Optimum design of functionally graded cylindrical shell with piezoelectric layer under moving load, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 8, pp. 291-300, 2015 (In Persian)

Archive of SID

www.SID.ir

غیرهمگن پیشرفته‌ای هستند که ساختارهای آن‌ها به‌صورت میکروسکوپی تغییر می‌کند تا خصوصیات مطلوب ماده را ارائه کنند. برای مثال درصورت نیاز به خصوصیات حرارتی یا مقاومت به سایش، می‌توان از لایه‌های با درصد حجمی بالای سرامیک در داخل لوله استفاده کرد. از طرف دیگر، در لایه‌های خارجی با افزایش درصد حجمی فلز، می‌توان استحکام لازم را جهت تحمل بارهای اعمال شده فراهم نمود. علاوه بر آن، تقاضا برای افزایش کارایی و حذف یا کاهش اثرات ناخواسته در سازه‌های پیشرفته موجب ایجاد تمایل به استفاده از مواد هوشمند متشکل از ترکیب لایه‌های هدفمند و لایه‌های پیزوالکتریک به عنوان سنسور یا عملگر شده است. ویژگی‌های مطلوب مواد هدفمند مانند استحکام و سختی بالا، مقاومت در برابر حرارت، انعطاف‌پذیری و مقاومت به سایش مطلوب، خواص الکتریکی و مغناطیسی باعث شده است که بتوان با استفاده از این مواد، قطعاتی کوچکتر، سبکتر، هوشمندتر و چند منظوره تولید کرد. به‌طور کلی می‌توان گفت که قابلیت تغییر درصد حجمی، امکان ایجاد خواص فیزیکی مطلوب را فراهم کرده است. نخستین بار این مواد در ژاپن و برای تولید عایق‌های حرارتی در تجهیزات فضایی [1] مطرح شدند. امروزه کاربرد این مواد رو به گسترش است؛ سلول‌های با لایه‌ی نازک فتوولتائیک در صنایع اپتیک، لنزها، مولدهای لیزر [2]، سپرها و عایق‌های حرارتی و مواردی از این دست جزء زمینه‌های بالقوهٔ کاربرد مواد هدفمند هستند. همچنین این مواد در ساخت صفحات و پوسته‌های مخازن رآکتورها و توربین‌ها [3] نیز کاربرد بالایی دارند. این مواد و سازه‌های هوشمند در صنایع هوا-فضا، سامانه‌های کنترل تنش‌های حرارتی و مکانیکی، کنترل ارتعاشات فعال و پایش سلامت سازه به‌علت افزایش عملکرد و طول عمر آن‌ها، از اولویت خاصی برخوردارند. با توجه به کاربرد سازه‌های دارای این مواد در برابر بارهای متحرک که به‌علت تغییر نیرو در زمان و مکان، خیز و تنش‌های دینامیکی با مقدار زیاد به ویژه در سرعت‌های بالا ایجاد می‌کنند، بررسی رفتار سازه‌های هوشمند در معرض این‌گونه بارها اهمیت دوچندانی دارد [4-8]. در این میان، تمایل به دستیابی به طرح‌های بهینه موجب تشویق محققان به استفاده از روش‌های بهینه‌سازی در طراحی این سازه‌ها شده است. در سال‌های اخیر مطالعات زیادی بر روی رفتار ساختارهای هوشمند متشکل از مواد هدفمند با لایه پیزوالکتریک تحت بارهای حرارتی و مکانیکی انجام پذیرفته است. در سال 2004 میلادی لیو و همکارانش [9] کاربرد سنسور و عملگر پیزوالکتریک را برای کنترل ارتعاشات فعال یک پوستهٔ هدفمند تحت دما را بررسی نموده‌اند. تحلیل ایشان بر اساس تئوری مرتبه اول برشی و با استفاده از روش المان محدود انجام گرفته است. در سال 2010 میلادی علی‌بیگلو و چن [10] به تحلیل الاستیک یک پوستهٔ استوانه‌ای هدفمند با لایه‌های پیزوالکتریک پرداخته‌اند. آنها با استفاده از بسط سری‌های فوریه در راستای طولی و محیطی، معادلهٔ حرکت را به‌دست آورده و تأثیر توزیع گرادیان مواد، اعمال ولتاژ و نسبت شعاع بر ضخامت پوسته را روی رفتار استاتیکی پوسته‌ی هدفمند مطالعه نموده‌اند. در همین سال شنگ و وانگ [8] رفتار پوستهٔ استوانه‌ای هدفمند با لایه‌های پیزو الکتریک به عنوان سنسور و عملگر را تحت شوک حرارتی و بار متحرک بررسی نموده‌اند. آنها بر اساس تئوری مرتبه اول برشی و با استفاده از آنالیز مودال و روش نیومارک به تحلیل پاسخ دینامیکی سازه پرداخته‌اند. مطالعهٔ دیگری در همین سال توسط علی‌بیگلو و نوری [11] انجام شده است. ایشان حل الاستیک سه‌بعدی یک پوستهٔ استوانه‌ای هدفمند با لایه پیزوالکتریک را با استفاده از روش کوادراتور دیفرانسیلی ارائه نموده و سپس اثر مستقیم و معکوس پیزوالکتریک، تأثیر لایه‌های پیزوالکتریک و تغییر گرادیان مواد هدفمند را بر روی رفتار مکانیکی پوسته مطالعه نموده‌اند. در سال 2011 میلادی اکبری الشتری و خرسند [12] به حل سه‌بعدی حرارتی-مکانیکی یک پوستهٔ استوانه‌ای هدفمند با لایهٔ پیزوالکتریک و با استفاده از روش کوادراتور دیفرانسیلی پرداخته‌اند. آنها با فرض یک توزیع توانی برای گرادیان مواد در راستای ضخامت، نتایج عددی را با شرایط مرزی متفاوت به‌دست آورده و تأثیر ضخامت لایه‌های پیزوالکتریک و تغییر توزیع گرادیان مواد و نسبت ضخامت به شعاع پوسته را روی نتایج نشان داده‌اند. در سال 2014 میلادی جعفری و همکارانش [13] ارتعاشات غیرخطی پوستهٔ استوانه‌ای هدفمند با لایه پیزوالکتریک را مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها بر اساس تئوری غیرخطی دانل و به روش شبه‌تحلیلی پاسخ دینامیکی سیستم را به‌دست آورده‌اند. آنها در بررسی خود تأثیر نیروهای القایی و ولتاژ اعمالی بر روی رفتار ارتعاشی سیلندر استوانه‌ای هدفمند را بررسی نموده‌اند. با وجود این موارد، مطالعات کمی بر روی طراحی بهینهٔ توزیع مواد هدفمند در سازه‌های هوشمند انجام گرفته است. از آنجا که عملکرد مواد هدفمند تابعی از نحوهٔ ترکیب فازهای تشکیل دهنده می‌باشد، از این‌رو استفادهٔ بهینه از مواد ضمن تامین اهداف طراحی، در جهت کاهش هزینه تمام شده اهمیت ویژه‌ای دارد. بر این اساس، بهینه‌سازی توزیع مواد یک گام اساسی در طراحی سازه‌های با مواد هدفمند است که نیاز به شبیه‌سازی دقیق رفتار آنها دارد. از میان تحقیقات انجام شده در زمینهٔ بهینه‌سازی این سازه‌ها، بیشتر بررسی‌ها سعی در کاهش تنش‌های حرارتی داشته [14-18] و برخی دیگر در زمینهٔ کمینه‌سازی تنش‌های مکانیکی انجام گرفته‌اند [19-23]. در سال 2002 میلادی، چو و ها [24] به بهینه‌سازی کسر حجمی مواد هدفمند در پوشش حرارتی $Ni\text{-}Al_2O_3$ به‌منظور کمینه‌سازی تنش‌های حرارتی حالت پایا با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی تابع جریمه داخلی و روش انتخاب طلایی پرداخته‌اند. در سال 2005 میلادی کیان و باترا [25] فرکانس‌های طبیعی بهینه در یک صفحهٔ هدفمند با گرادیان دوسویه را تعیین نموده‌اند. ایشان با استفاده از الگوریتم ژنتیک به طراحی بهینه توزیع گرادیان مواد با هدف کمینه نمودن فرکانس طبیعی اول و یا دوم سازه پرداخته‌اند. در سال 2006 میلادی، گوپی و ول [26] کاربرد روش المان آزاد گالرکین را در طراحی بهینهٔ رفتار ترموالاستیسیک ماده هدفمند بررسی کرده‌اند. آنها پس از تعیین کسر حجمی سرامیک در تعدادی از نقاط، توزیع مواد را با استفاده از میان‌یابی تعیین و سپس به کمک الگوریتم ژنتیک به کمینه‌سازی وزن سازه و تنش حرارتی بیشینه پرداخته‌اند. در سال 2009 میلادی نعمت‌الله [27] به تعیین توزیع گرادیان بهینه با هدف کمینه‌سازی تنش‌های حرارتی پرداخته است. لازم به ذکر است در تحقیق وی، کسر حجمی مواد با استفاده از قانون توانی تعیین شده است. در سال 2014 میلادی، اشجاری و خوشروان [28] به بهینه‌سازی وزن ورق هدفمند با وجود قیدهای تنش و جابه‌جایی پرداختند. ایشان برای بهینه‌سازی از نقاط کنترلی استفاده کرده و بهینه‌سازی را با استفاده از الگوریتم تجمع ذرات انجام داده‌اند. در همین سال طاهری و همکارانش [29] به بهینه‌سازی توزیع مواد در یک ورق هدفمند و با استفاده از روش حل ایزوژئومتریک و بهره‌گیری از نقاط کنترلی پرداخته‌اند.

در مقاله حاضر طراحی بهینه توزیع مواد و ضخامت لایهٔ هدفمند در یک پوستهٔ استوانه‌ای هدفمند با رویهٔ پیزوالکتریک به عنوان یک ساختار هوشمند مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور ابتدا تنش‌های ناشی از اثرات دینامیکی با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی و با استفاده از سری‌های فوریه

Archive of SID
www.SID.ir

به‌دست آمده و سپس با استفاده از معیار هاشین-شتریکمن برای تعیین توزیع تنش تسلیم به بهینه‌سازی سازه با هدف رسیدن به سازه‌ای با بیشینه تنش مطلوب پرداخته شده است. بار جانبی اعمال شده متحرک بوده و نقطه اثر آن در طول پوسته با سرعت معینی در حرکت است. به‌همین دلیل، در تحلیل رفتار سازه اثرات دینامیکی ناشی از حرکت بار می‌باید در نظر گرفته شود. در نتیجه تنش‌ها، کرنش‌ها و جابه‌جایی‌ها تابع زمان بوده و این اثر دینامیکی، موجب افزایش مقادیر تنش، کرنش و جابه‌جایی [4] نسبت به حالت بار ایستا می‌شود. به این دلیل، به‌جای معادلات تعادل، از معادلات حرکت وابسته به زمان استفاده شده و رفتار وابسته به زمان سازه بررسی شده است. برای بهینه‌سازی از نقاط کنترلی در لایهٔ هدفمند و در طول ضخامت پوسته استفاده شده و به‌منظور کاهش زمان حل از پردازش موازی استفاده شده است. خواص معادل نیز با قانون اختلاط تعیین شده‌اند.

2- مشخصات مسأله

در پژوهش پیش‌رو، پوستهٔ استوانه‌ای هدفمندی با شعاع میانی R، ضخامت h و طول L مورد بررسی قرار گرفته است. فرض شده یک لایهٔ پیزوالکتریک با ضخامت h_p بر روی پوستهٔ هدفمند متصل شده باشد. هندسهٔ شماتیک مسئله در شکل 1 قابل مشاهده است. لایهٔ هدفمند ترکیب سیلیکون‌کاربید و آلومینیم 2024 و لایهٔ پیزوالکتریک از جنس PZT-4 می‌باشند. همان‌طورکه در شکل 1 قابل مشاهده است، ردیفی از بارها در راستای طولی استوانه با سرعت ثابت در حال حرکت است. رابطهٔ (1) تابع توزیع بار را توصیف می‌کند:

$$f(x,t) = \sum_{i=1}^{N_p} F_i(t)\delta(x - x_i)\,\delta(\theta - \theta_i)\Pi_i(t) \qquad (1)$$

که در آن $F_i(t)$ تابع تغییرات هریک از بارهای وارد با زمان و δ تابع دلتای دیراک[1] است. همچنین $\Pi_i(t)$ تابع باکسکار[2] و x مطابق روابط (2) و (3) است. در این رابطه، θ یا زاویهٔ اعمال بار (زاویه‌ی موقعیت اعمال بار) در حقیقت همان زاویه‌ای نشان‌دهندهٔ موقعیت اعمال بار مطابق شکل زیر می‌باشد؛ بدین معنی که در صورت صفر بودن زاویه، نیروی شعاعی جانب به مرکز از کنار لوله به صورت افقی اعمال می‌شود و یا درصورت 90 درجه بودن آن، این نیرو از بالا به‌صورت عمودی اعمال می‌شود.

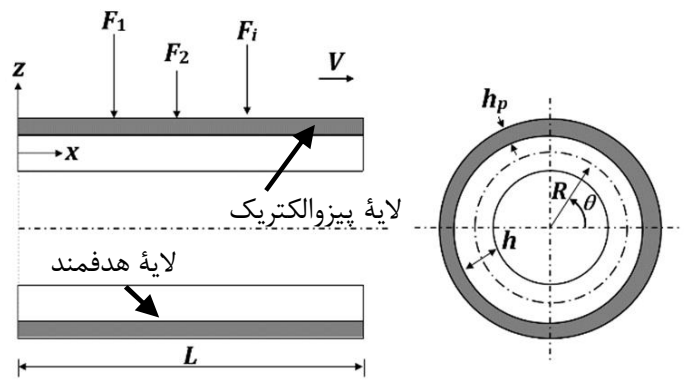
$$\Pi_i(t) = H(t - t_{i-1}) - H(t - t_{i-1} - t_L), t_L = \frac{L}{V} \qquad (2)$$

$$x_i = V\Delta t_i, \Delta t_i = t - t_{i-1} \qquad (3)$$

که در آن H نشانگر تابع پله‌ای هویساید و V سرعت حرکت بار می‌باشند.

3- الگوی توزیع مواد

به‌منظور یافتن گرادیان مواد بهینه در مادهٔ هدفمند، می‌توان مقادیر درصد حجمی مواد بهینه را در نقاط کنترلی تعیین کرده و در فاصلهٔ بین این نقاط



شکل 1 هندسه شماتیک سازه مورد بررسی

1- Dirac Delta Function
2- Boxcar Function

از میان‌یابی استفاده کرد. با انتخاب $N+1$ نقطهٔ کنترلی و تقسیم پوستهٔ هدفمند به N بازه با ضخامت یکسان، موقعیت هر نقطه‌ی کنترلی را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (4) به‌دست آورد:

$$z_n = z_b + \frac{z_t - z_b}{N}(n-1), n = 1, \dots, N+1 \qquad (4)$$

که در آن z_n، z_b و z_t به‌ترتیب موقعیت nامین، اولین و آخرین نقطهٔ کنترلی می‌باشند. درصد حجمی مواد متناظر با نقطه‌ی کنترلی شماره n با λ_n نمایش داده شده و مقادیر درصد حجمی مواد و ضخامت لایهٔ هدفمند به عنوان متغیرهای طراحی درنظر گرفته شده‌اند. پس از تعیین مقادیر zدرصد حجمی مواد در نقاط کنترلی، گرادیان مواد در بین این نقاط با استفاده از توابع میان‌یابی درجه سوم هرمیت[3] ($\bar{H}$) با رابطهٔ (5) تعیین شده است.

$$\lambda(z) = \lambda_n\bar{H}_1(z) + (z_{n+1} - z_n)S_n\bar{H}_2(z) + \lambda_{n+1}\bar{H}_3(z) + (z_{n+1} - z_n)S_{n+1}\bar{H}_4(z) \qquad (5)$$

که در آن λ_n و S_n مقدار درصد حجمی و شیب توزیع درصد حجمی مواد در نقطهٔ کنترلی nام می‌باشند. مقادیر $\bar{H}$ با رابطهٔ (6) به‌دست می‌آید [27]:

$$\bar{H}_1(z) = B_0\left(\frac{z - z_n}{z_{n+1} - z_n}\right) + B_1\left(\frac{z - z_n}{z_{n+1} - z_n}\right)$$
$$\bar{H}_2(z) = \frac{1}{3}B_1\left(\frac{z - z_n}{z_{n+1} - z_n}\right)$$
$$\bar{H}_3(z) = B_2\left(\frac{z - z_n}{z_{n+1} - z_n}\right) + B_3\left(\frac{z - z_n}{z_{n+1} - z_n}\right)$$
$$\bar{H}_4(z) = -\frac{1}{3}B_2\left(\frac{z - z_n}{z_{n+1} - z_n}\right) \qquad (6)$$

که در آن B_k مطابق رابطهٔ (7) چندجمله‌ای برنشتاین است [30]:

$$B_k(t) = \binom{3}{k}t^k(1-t)^{3-k} \qquad (7)$$

همچنین شیب توزیع درصد حجمی مواد با رابطهٔ (8) تعریف می‌شود [28]:

$$S_1 = \frac{4\lambda_2 - 3\lambda_1 - \lambda_3}{2(z_{n+1} - z_n)}, S_{N+1} = \frac{-4\lambda_N + 3\lambda_{N+1} + \lambda_{N-1}}{2(z_{n+1} - z_n)}$$
$$S_n = \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_{n-1}}{2(z_{n+1} - z_n)}, n = 2,3,\dots,N \qquad (8)$$

4- تعیین خواص معادل

با توجه به اینکه مواد هدفمند از دو یا چند فاز متفاوت تشکیل شده‌اند، خواص مؤثر این مواد باید از طریق کسرهای حجمی و مشخصات فازهای تشکیل‌دهنده تعیین شوند. بدین‌منظور در این بررسی مطابق رابطهٔ (9) از قانون اختلاط برای تعیین خواص معادل استفاده شده است [31]:

$$P_{eff}(z) = \sum_{j=1}^{M} P_j\lambda_j, \sum_{j=1}^{M}\lambda_j = 1 \qquad (9)$$

که در آن P_j خاصیت فیزیکی مورد بحث برای ماده jام و M تعداد کل مواد است. خواص فیزیکی مفروض برای مواد در جداول 1 و 2 [33،32] قابل مشاهده‌اند. با توجه به بازهٔ تغییرات کوچک ضریب پواسون [11]، اثر تغییرات آن قابل چشم‌پوشی است و برای تمام مواد برابر با 0/3 فرض شده است. برای تعیین تنش تسلیم معادل، از مدل هاشین- اشتریکمن [34] استفاده شده است. دو حد بالا و پایین این مدل به‌ترتیب در روابط (10) و (11) مشاهده می‌شوند که در آنها $S_y^{(1)}$ و $S_y^{(2)}$ به‌ترتیب تنش‌های تسلیم فاز ضعیف و قوی و V_1 و V_2 درصدهای حجمی متناظر با هریک از این دو فازند [34].

$$S_y = \frac{5V_2}{3 + 2V_2}S_y^{(2)} + \frac{3V_1}{3 + 2V_2}S_y^{(1)}\sqrt{1 + \frac{2V_2}{3}\left[1 - \left(\frac{S_y^{(2)}}{S_y^{(1)}}\right)^2\right]} \qquad (10)$$

3- Cubic Hermite spline

Archive of SID
www.SID.ir

جدول 1 خواص فیزیکی آلومینیم 2024 و سیلیکون‌کاربید [32]

	آلومینیم 2024	سیلیکون‌کاربید
E (GPa)	78	440
ρ (kg/m³)	2970	3190
S_Y (MPa)	112	490

جدول 2 خواص فیزیکی مورد استفاده برای PZT-4 [33]

C_{11} (GPa)	138/499	e_{31} (C/m²)	-5/2
C_{22} (GPa)	138/499	e_{32} (C/m²)	-5/2
C_{33} (GPa)	114/745	e_{33} (C/m²)	15/08
C_{13} (GPa)	73/643	e_{24} (C/m²)	12/72
C_{23} (GPa)	73/643	e_{15} (C/m²)	12/72
C_{12} (GPa)	77/371	ξ_{11} (C²/Nm²)	$1/306\times10^{-9}$
C_{44} (GPa)	25/6	ξ_{22} (C²/Nm²)	$1/306\times10^{-9}$
C_{55} (GPa)	25/6	ξ_{33} (C²/Nm²)	$1/115\times10^{-9}$
C_{66} (GPa)	30/6	P (C/°Cm²)	$0/25\times10^{-4}$
ρ (kg/m³)	7500	ν	0/3

$$S_y = \begin{cases} \text{اگر } V_1 < 1 \text{ و } \frac{2}{5}\sqrt{1+\frac{3V_1}{2}} < \frac{S_y^{(2)}}{S_y^{(1)}} \le 1 \text{ باشد،} \\ \frac{5V_1}{3+2V_1}S_y^{(1)} + \frac{3V_2}{3+2V_1}S_y^{(2)}\sqrt{1+\frac{2V_1}{3}[1-(\frac{S_y^{(1)}}{S_y^{(2)}})^2]} \\ \text{اگر } V_1 < 1 \text{ و } \frac{S_y^{(2)}}{S_y^{(1)}} \le \frac{2}{5}\sqrt{1+\frac{3V_1}{2}} \text{ باشد،} \quad S_y^{(2)}\sqrt{1+\frac{3V_1}{2}} \\ \text{اگر } V_1 = 1 \text{ باشد،} \quad S_y^{(1)} \end{cases} \tag{11}$$

5- تعیین میدان جابه‌جایی و مقادیر تنش - کرنش

بر مبنای تئوری مرتبه اول برشی جابه‌جایی‌ها در یک پوستهٔ استوانه را می‌توان با استفاده از رابطهٔ (12) تعیین کرد [36]:

$$\begin{aligned} u_1(x,\theta,z,t) &= u(x,\theta,t) + z\phi_1(x,\theta,t) \\ v_1(x,\theta,z,t) &= v(x,\theta,t) + z\phi_2(x,\theta,t) \\ w_1(x,\theta,z,t) &= w(x,\theta,t) \end{aligned} \tag{12}$$

که در آن (u,v,w) و (u_1,v_1,w_1) به‌ترتیب جابه‌جایی در صفحه‌ی میانی و جابه‌جایی در هر نقطهٔ دلخواه می‌باشند. همچنین ϕ_1 و ϕ_2 به‌ترتیب چرخش عمود بر صفحات میانی در راستای محورهای x و θ می‌باشند.

برای پوستهٔ هدفمند رابطهٔ تنش-کرنش با رابطهٔ (13) تعریف می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \tau_{x\theta} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \tag{13}$$

که در آن ε و γ به‌ترتیب کرنش‌های عمودی و برشی در صفحهٔ میانی می‌باشند. همچنین منتجه‌های تنش با روابط (14) و (15) تعیین می‌شوند.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & B_{21} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 & D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \\ \kappa_x \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44} & 0 \\ 0 & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} \tag{15}$$

در رابطه (14) $\boldsymbol{k}$ انحنای صفحهٔ میانی می‌باشد. ضرایب A، B، D و C نیز از روابط (16) و (17) تعیین می‌شوند [33]:

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, z, z^2)dz \ (i,j = 1,2,6) \tag{16}$$

$$\begin{aligned} C_{44} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{55}dz \\ C_{55} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{44}dz \end{aligned} \tag{17}$$

برای لایهٔ پیزوالکتریک رابطهٔ تنش-کرنش و جابه‌جایی الکتریکی مطابق روابط (18) و (19) می‌باشند [13،8]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x^p \\ \sigma_\theta^p \\ \tau_{x\theta}^p \\ \tau_{\theta z}^p \\ \tau_{xz}^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11e} & Q_{12e} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12e} & Q_{22e} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_x \\ \bar{\varepsilon}_\theta \\ \bar{\gamma}_{x\theta} \\ \bar{\gamma}_{\theta z} \\ \bar{\gamma}_{xz} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31e} \\ 0 & 0 & e_{32e} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{24e} & 0 \\ e_{15e} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_\theta \\ E_z \end{Bmatrix} \tag{18}$$

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_\theta \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{15e} & 0 \\ 0 & 0 & e_{24e} & 0 & 0 \\ e_{31e} & e_{32e} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_x \\ \bar{\varepsilon}_\theta \\ \bar{\gamma}_{x\theta} \\ \bar{\gamma}_{\theta z} \\ \bar{\gamma}_{xz} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{11e} & 0 & 0 \\ 0 & \xi_{22e} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_\theta \\ E_z \end{Bmatrix} \tag{19}$$

که در آن E میدان الکتریکی است که با توجه به روابط (20) به‌صورت تابعی از پتانسیل الکتریکی φ به‌دست می‌آید:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, E_\theta = -\frac{1}{R+z}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}, E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} \tag{20}$$

تابع φ مطابق رابطهٔ (21) تعریف می‌شود:

$$\varphi(x,\theta,z,t) = P(z_p)\psi(x,\theta,t) \tag{21}$$

که در آن P با رابطهٔ (22) به‌دست می‌آید:

$$P(z_p) = \left[\left(z - \frac{h+h_p}{2}\right)^2 - \left(\frac{h_p}{2}\right)^2\right] \tag{22}$$

منتجه‌های تنش لایهٔ پیزوالکتریک با روابط (23) و (24) تعیین می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} N_x^P \\ N_\theta^P \\ N_{x\theta}^P \\ M_x^P \\ M_\theta^P \\ M_{x\theta}^P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^P & A_{12}^P & 0 & B_{11}^P & B_{12}^P & 0 \\ A_{21}^P & A_{22}^P & 0 & B_{21}^P & B_{22}^P & 0 \\ 0 & 0 & A_{66}^P & 0 & 0 & B_{66}^P \\ B_{11}^P & B_{12}^P & 0 & D_{11}^P & D_{12}^P & 0 \\ B_{21}^P & B_{22}^P & 0 & D_{21}^P & D_{22}^P & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^P & 0 & 0 & D_{66}^P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \\ \kappa_x \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_x^E \\ N_\theta^E \\ N_{x\theta}^E \\ M_x^E \\ M_\theta^E \\ M_{x\theta}^E \end{Bmatrix} \tag{23}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x^P \\ Q_\theta^P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44}^P & 0 \\ 0 & C_{55}^P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_x^E \\ Q_\theta^E \end{Bmatrix} \tag{24}$$

ضرایب A^P، B^P، D^P و C^P نیز از روابط (25) و (26) تعیین می‌شوند:

$$(A_{ij}^P, B_{ij}^P, D_{ij}^P) = \int_{h/2}^{h_p+h/2} Q_{ije}(1, z, z^2)dz \ (i,j = 1,2,6) \tag{25}$$

Archive of SID

www.SID.ir

$$C_{44}^{P} = \int_{\frac{h}{2}}^{h_p+\frac{h}{2}} Q_{55e}\,dz$$
$$C_{55}^{P} = \int_{h/2}^{h_p+h/2} Q_{44e}\,dz \qquad (26)$$

برای تعیین منتجه‌های پیزوالکتریک نیز می‌توان روابط (27) را نوشت:

$$\begin{Bmatrix} N_x^E \\ N_\theta^E \\ N_{x\theta}^E \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2e_{31e}\int_{h/2}^{h/2+h_p} z_p\,dz \\ 2e_{32e}\int_{h/2}^{h/2+h_p} z_p\,dz \\ 0 \end{Bmatrix}\psi$$
$$\begin{Bmatrix} M_x^E \\ M_\theta^E \\ M_{x\theta}^E \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2e_{31e}\int_{h/2}^{h/2+h_p} z z_p\,dz \\ 2e_{32e}\int_{h/2}^{h/2+h_p} z z_p\,dz \\ 0 \end{Bmatrix}\psi$$
$$Q_x^E = e_{15}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} P(z_p)\,dz\,\frac{\partial\psi}{\partial x}$$
$$Q_x^E = e_{24}\int_{h/2}^{h/2+h_p} \frac{P(z_p)}{R+z}\,dz\,\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \qquad (27)$$

با توجه به رابطه‌ی (1)، کار بار متحرک به‌صورت رابطهٔ (28) است [37]:

$$W_p = \int\int \sum_{i=1}^{N_p} F_i(t)\delta(x-x_i)\,\delta(\theta-\theta_i)U_i(t)\,w(x,\theta,t)R\,d\theta\,dx \qquad (28)$$

با تلفیق تئوری مرتبه اول برشی و اصل همیلتون، معادلات حرکت (29) برای پوستهٔ استوانه‌ای هدفمند با لایهٔ پیزوالکتریک به‌دست می‌آیند:

$$\frac{\partial(N_x+N_x^p)}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial(N_{x\theta}+N_{x\theta}^p)}{\partial\theta} = (I_1+I_1^P)\ddot{u} + (I_2+I_2^P)\ddot{\phi}_x$$
$$\frac{\partial(N_{x\theta}+N_{x\theta}^p)}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial(N_\theta+N_\theta^p)}{\partial\theta} + \frac{1}{R}(Q_\theta+Q_\theta^P) = (I_1+I_1^P)\ddot{v} + (I_2+I_2^P)\ddot{\phi}_\theta$$
$$\frac{\partial(Q_x+Q_x^p)}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial(Q_\theta+Q_\theta^p)}{\partial\theta} - \frac{1}{R}(N_\theta+N_\theta^P) + f(x,t) = (I_1+I_1^P)\ddot{w}$$
$$\frac{\partial(M_{x\theta}+M_{x\theta}^p)}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial(M_{x\theta}+M_{x\theta}^p)}{\partial\theta} - (Q_\theta+Q_\theta^P) = (I_2+I_2^P)\ddot{u} + (I_3+I_3^P)\ddot{\phi}_x$$
$$\frac{\partial(M_{x\theta}+M_{x\theta}^p)}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial(M_\theta+M_\theta^p)}{\partial\theta} - (Q_\theta+Q_\theta^P) = (I_2+I_2^P)\ddot{v} + (I_3+I_3^P)\ddot{\phi}_\theta \qquad (29)$$

در این روابط کرنش‌ها، انحناها و ممان‌های اینرسی جرمی به‌ترتیب مطابق روابط (30) تا (32) تعریف می‌شوند:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_\theta = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial v}{\partial\theta} + w\right)$$
$$\gamma_{x\theta} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial\theta}, \gamma_{xz} = \phi_x + \frac{\partial w}{\partial x}, \gamma_{\theta z} = \phi_\theta + \frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial\theta} \qquad (30)$$
$$\kappa_x = \frac{\partial\phi_x}{\partial x}, \kappa_\theta = \frac{1}{R}\frac{\partial\phi_\theta}{\partial\theta}, \kappa_{x\theta} = \frac{\partial\phi_\theta}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial\phi_x}{\partial\theta} \qquad (31)$$
$$(I_1, I_2, I_3) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho_{eff}(z)\,(1, z, z^2)\,dz$$
$$(I_1^P, I_2^P, I_3^P) = \int_{h/2}^{h/2+h_p} \rho^P\,(1, z, z^2)\,dz \qquad (32)$$

با جانشانی معادلات (14)، (15)، (23)، (24)، (30) و (31) در معادلات حرکت، معادلات (33) به‌دست می‌آید:

$$L_{11}u + L_{12}v + L_{13}w + L_{14}\phi_x + L_{15}\phi_\theta + L_{16}\psi_x = (I_1+I_1^P)\ddot{u} + (I_2+I_2^P)\ddot{\phi}_x$$
$$L_{21}u + L_{22}v + L_{23}w + L_{24}\phi_x + L_{25}\phi_\theta + L_{26}\psi = (I_1+I_1^P)\ddot{v} + (I_2+I_2^P)\ddot{\phi}_\theta$$
$$L_{31}u + L_{32}v + L_{33}w + L_{34}\phi_x + L_{35}\phi_\theta + L_{36}\psi + f(x,t) = (I_1+I_1^P)\ddot{w}$$
$$L_{41}u + L_{42}v + L_{43}w + L_{44}\phi_x + L_{45}\phi_\theta + L_{46}\psi = (I_2+I_1^P)\ddot{u} + (I_3+I_3^P)\ddot{\phi}_x$$
$$L_{51}u + L_{52}v + L_{53}w + L_{54}\phi_x + L_{55}\phi_\theta + L_{56}\psi = (I_2+I_2^P)\ddot{v} + (I_3+I_3^P)\ddot{\phi}_\theta \qquad (33)$$

معادلهٔ ماکسول نیز به شکل معادلهٔ (34) نوشته می‌شود [38]:

$$\int_{h/2}^{h/2+h_p}\left(\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial D_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial D_z}{\partial z} + \frac{1}{R}D_z\right)dz = 0 \qquad (34)$$

با جانشانی معادلهٔ (19) در (34) رابطهٔ (35) به‌دست می‌آید:

$$L_{61}u + L_{62}v + L_{63}w + L_{64}\phi_x + L_{65}\phi_\theta + L_{66}\psi = 0 \qquad (35)$$

ضرایب L_{ij} معادلات (33) و (35) در پیوست موجود است. در پژوهش حاضر دو تکیه‌گاه ابتدا و انتهایی سازه از نوع تکیه‌گاه ساده فرض شده‌اند و از این رو، پاسخ‌های معادلات به‌صورت روابط (36) خواهند بود:

$$u = \sum_{m=0}^{M}\sum_{n=0}^{N} u_{mn}(t)\cos(\lambda_m x)\cos(n\theta)$$
$$v = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} v_{mn}(t)\,sin(\lambda_m x)\sin(n\theta)$$
$$w = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=0}^{N} w_{mn}(t)\sin(\lambda_m x)\cos(n\theta)$$
$$\phi_x = \sum_{m=0}^{M}\sum_{n=0}^{N} \phi_{mn}(t)\cos(\lambda_m x)\cos(n\theta)$$
$$\phi_\theta = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} \bar{\phi}_{mn}(t)\sin(\lambda_m x)\sin(n\theta)$$
$$\psi = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=0}^{N} \psi_{mn}(t)\sin(\lambda_m x)\cos(n\theta) \qquad (36)$$

که در آن مقادیر (37) برقرارند:

$$\lambda_m = \frac{m\pi}{L} \qquad (37)$$

با جانشانی معادلات (36) در (33) و (35) روابط (38) به‌دست می‌آیند:

$$T_{11}u_{mn} + T_{12}v_{mn} + T_{13}w_{mn} + T_{14}\phi_{mn} + T_{15}\bar{\phi}_{mn} + T_{16}\psi_{mn} + (I_1+I_1^E)\ddot{u}_{mn}(t) + (I_2+I_2^E)\ddot{\phi}_{mn}(t) = 0$$
$$T_{21}u_{mn} + T_{22}v_{mn} + T_{23}w_{mn} + T_{24}\phi_{mn} + T_{25}\bar{\phi}_{mn} + T_{26}\psi_{mn} + (I_1+I_1^E)\ddot{v}_{mn}(t) + (I_2+I_2^E)\bar{\phi}_{mn}(t) = 0$$
$$T_{31}u_{mn} + T_{32}v_{mn} + T_{33}w_{mn} + T_{34}\phi_{mn} + T_{35}\bar{\phi}_{mn} + T_{36}\psi_{mn} + (I_1+I_1^E)\ddot{w}_{mn}(t) = \frac{2}{\pi L}\sum_{i=1}^{N_p} F_i(t)\,sin[\lambda_m x_i(t)]\cos(n\theta_0)$$
$$T_{41}u_{mn} + T_{42}v_{mn} + T_{43}w_{mn} + T_{44}\phi_{mn} + T_{45}\bar{\phi}_{mn} + T_{46}\psi_{mn} + (I_2+I_2^E)\ddot{u}_{mn}(t) + (I_3+I_3^E)\ddot{\phi}_{mn}(t) = 0$$
$$T_{51}u_{mn} + T_{52}v_{mn} + T_{53}w_{mn} + T_{54}\phi_{mn} + T_{55}\bar{\phi}_{mn} + T_{56}\psi_{mn} + (I_2+I_2^E)\ddot{v}_{mn}(t) + (I_3+I_3^E)\ddot{\bar{\phi}}_{mn}(t) = 0$$
$$T_{61}u_{mn} + T_{62}v_{mn} + T_{63}w_{mn} + T_{64}\phi_{mn} + T_{65}\bar{\phi}_{mn} + T_{66}\psi_{mn} = 0 \qquad (38)$$

در دسته معادلات (38)، ضرایب T_{ij} با توجه به ضرایب L_{ij} تعیین می‌شوند. با

Archive of SID
www.SID.ir

توجه به آخرین معادلهٔ از دسته معادلات (38)، پتانسیل الکتریکی القا شده به‌صورت معادلهٔ (39) به دست می‌آید:

$$\psi_{mn} = \frac{1}{T_{66}}[-T_{61}u_{mn} - T_{62}v_{mn} - T_{63}w_{mn} - T_{64}\phi_{mn} - T_{65}\bar{\phi}_{mn}] \quad (39)$$

با جانشانی رابطهٔ (39) در پنج معادلهٔ نخست (38)، معادلات حاکم بر مسئله به‌شکل رابطهٔ (40) به‌دست می‌آیند:

$$[M]\{\ddot{q}\} + \left([K_E] - \frac{1}{T_{66}}\{K_{P1}\}\{K_{P2}\}^T\right)\{q\} = \{F_M\} \quad (40)$$

که در آن روابط (41) تا (46) برقرارند:

$$[M] = \begin{bmatrix} I_1 + I_1^P & 0 & 0 & I_2 + I_2^P & 0 \\ 0 & I_1 + I_1^P & 0 & 0 & I_2 + I_2^P \\ 0 & 0 & I_1 + I_1^P & 0 & 0 \\ I_2 + I_2^P & 0 & 0 & I_3 + I_3^P & 0 \\ 0 & I_2 + I_2^P & 0 & 0 & I_3 + I_3^P \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$[K_E] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} & T_{15} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} & T_{25} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} & T_{35} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} & T_{45} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{54} & T_{55} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\{K_{P1}\}^T = \{T_{16}\ T_{26}\ T_{36}\ T_{46}\ T_{56}\} \quad (43)$$

$$\{K_{P2}\}^T = \{T_{61}\ T_{62}\ T_{63}\ T_{64}\ T_{65}\} \quad (44)$$

$$\{q\}^T = \{u_{mn}\ v_{mn}\ \phi_{mn}\ \bar{\phi}_{mn}\}^{\mathrm{T}} \quad (45)$$

$$\{F_M\}^T = \left\{0\ 0\ \frac{2}{\pi L}\sum_{i=1}^{N_p} F_i(t) sin[\lambda_m x_i(t)]\cos(n\theta_0)\ 0\ 0\right\} \quad (46)$$

در روابط فوق $\{F_M\}^{\mathrm{T}}$ نیروهای مربوط به بار متحرک است. برای حل دستگاه فوق از روش حل نیومارک [39] استفاده شده است.

6- بهینه‌سازی

شکل کلی مسئلهٔ بهینه‌سازی موجود به‌صورت رابطهٔ (47) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} &J(\lambda, p) && \text{کمینه‌سازی تابع} \\ &g(\lambda, p) \le 0 && \text{با توجه به قید} \\ &\lambda_{i,LB} \le \lambda_i \le \lambda_{i,UB}\ \ (i = 1, \dots, m) \\ &\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_m] \end{aligned} \quad (47)$$

که در آن J، $\boldsymbol{l}$ و p به‌ترتیب تابع هدف، بردار متغیرهای طراحی و بردار ثوابت می‌باشند. هر متغیر طراحی بین دو حد پایین ($\lambda_{i,LB}$) و بالا ($\lambda_{i,UB}$) محدود شده است. بهینه‌سازی شامل دسته‌ای از قیود (g) است. در این بررسی، مسألهٔ بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیکی حل شده است. با توجه به حجم محاسبات و زمان‌بر بودن حل آن‌ها، از پردازش موازی استفاده شده است.

6-1- الگوریتم ژنتیکی

الگوریتم ژنتیکی یک روش جستجو و بهینه‌سازی بر پایهٔ انتخاب طبیعی است. این الگوریتم جمعیت داده‌ها را تحت قانون انتخابی مشخصی بهبود می‌دهد. برای بهینه‌سازی با این الگوریتم، ابتدا یک جمعیت اولیه تولید می‌شود. در بررسی حاضر هر عضو جمعیت برداری شامل درصد حجمی مواد در نقاط کنترلی و ضخامت لایهٔ هدفمند می‌باشد. در مرحله‌ی بعد مقادیر جمعیت بر حسب تابع هدف، ارزیابی و مرتب می‌شوند. پس از مرتب‌سازی، نیمی از جمعیت نامناسب حذف می‌شوند. سپس با انتخاب والدین از میان داده‌های باقی‌مانده، داده‌های جدید تولید می‌شود. در این بررسی برای انتخاب والدین از روش وزن‌دهی بر اساس رتبه استفاده شده است [40]. بدین‌منظور احتمال متناظر با هر رتبه (n) با رابطهٔ (48) محاسبه می‌شود:

$$P_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{\bar{N} - n + 1}{\sum_{n=1}^{\bar{N}} n} \quad (48)$$

که در آن $\bar{N}$ تعداد اعضای جمعیت باقی‌مانده است که برابر با نصف جمعیت کل است. برای انتخاب والدین، پس از محاسبهٔ مقدار رابطهٔ (48) برای هریک از اعضای جمعیت، با انتخاب دو عدد تصادفی هریک از والدین انتخاب می‌شوند. پس از انتخاب پدر و مادر، با اعمال عملگر تقاطع پیوسته روی تمامی جمعیت باقی‌مانده، هر جفت از والدین دو فرزند تولید کرده و با توجه به حذف نصف جمعیت در مراحل قبل، تعداد اعضای جمعیت ثابت خواهد ماند. عملگر تقاطع برای جلوگیری از همگرایی الگوریتم در کمینهٔ محلی، از عملگر جهش استفاده شده است. پس از این مرحله مقدار تابع هدف به ازای هر یک از داده‌های جدید حساب شده و مراحل فوق تا همگرایی الگوریتم به جواب بهینه ادامه یافته است. برای اعمال قیود، تابع جریمه به‌کار گرفته شده است. برای مثال، تابع جریمه در قید نمونهٔ مطرح در رابطهٔ (49)، به شکل رابطهٔ (50) می‌باشد:

$$g(x) \ge g_0 \quad (49)$$

$$\hat{J} = J + \kappa max\{0, [g_0 - g(x)]\} \quad (50)$$

که در این روابط g_0 مقدار حدی قید و $\hat{J}$ نشان‌دهندهٔ تابع هدف پس از اعمال جریمه می‌باشد. مقدار ضریب جریمه (κ) عددی نسبتاً بزرگ انتخاب می‌شود تا منجر به رعایت قیود شود.

به‌منظور استفاده از قابلیت پردازش موازی، با توجه به زمان‌بر بودن محاسبهٔ مقدار تابع هدف، جمعیت به چهار قسمت تقسیم شده و محاسبات برای هریک از زیرجمعیت‌ها توسط حلقه‌های با پردازش موازی در یکی از هسته‌های کامپیوتر انجام یافته است تا زمان بهینه‌سازی کاهش یابد.

6-2- فرمول‌بندی مسئلهٔ بهینه‌سازی

در این بررسی با استفاده از روش الگوریتم ژنتیکی به تعیین ضخامت و توزیع بهینهٔ مواد در لایهٔ هدفمند پرداخته شده است.

تابع هدف و قید مطرح در مسأله به‌صورت رابطهٔ (51) می‌باشند:

$$\begin{aligned} &\int\left(\frac{S_y}{\hat{\sigma}} - FS\right)dz && \text{کمینه‌سازی تابع} \\ &\frac{S_y}{\hat{\sigma}} \ge FS && \text{با توجه به قید} \end{aligned} \quad (51)$$

که در آن $\hat{\sigma}$ بیشینه مقادیر میدان تنش معادل در راستای z برای کل بازه‌ی زمان و در دو راستای طول و زاویه است. برای محاسبهٔ مقدار $\hat{\sigma}$ ابتدا مقدار تنش معادل فون-مایسز (σ^*) با استفاده از رابطهٔ (52) محاسبه شده و سپس بیشترین مقدار تنش برای هر نقطه در راستای z در بازه‌ی زمانی، طول قطعه و بازهٔ زاویهٔ موجود محاسبه می‌شود.

$$\sigma^* = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_\theta)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_\theta^2 + 6(\tau_{x\theta}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{\theta z}^2)} \quad (52)$$

در محاسبات بهینه سازی، متغیرهای طراحی ضخامت لایهٔ هدفمند و مقدار کسرهای حجمی در هریک از نقاط کنترلی می‌باشند.

7- نتایج

7-1- اعتبارسنجی

به‌منظور اعتبارسنجی روش حل تحلیلی-عددی که جزئیات آن در بخش‌های قبل ارائه شده است، نتایج به‌دست آمده برای الگوی توزیع درصد حجمی مواد مطابق با رابطه‌ی (53) با نتایج مرجع [8] مقایسه شده است.

Archive of SID
www.SID.ir

$$\lambda(z) = \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^{\phi} \tag{53}$$

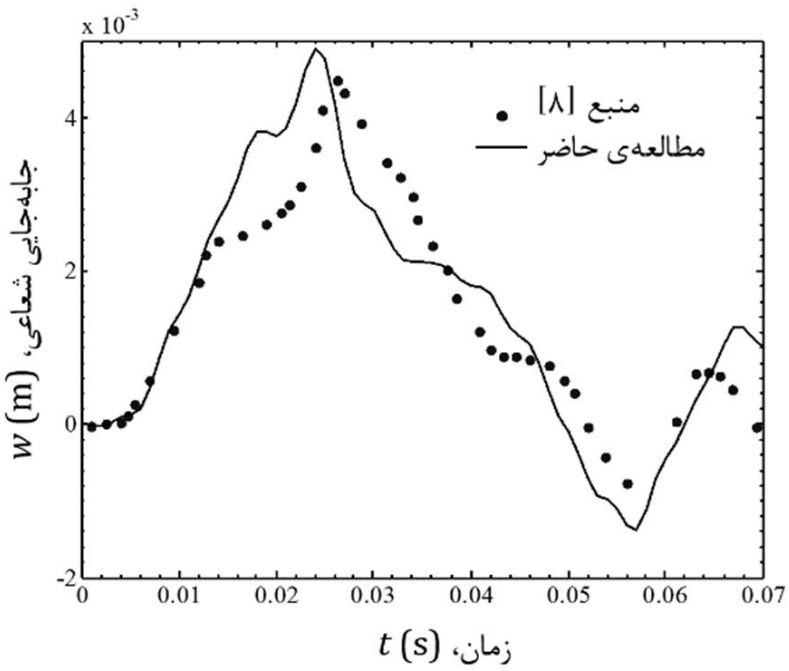
علت انتخاب چنین توزیع حجمی مواد، تشابه آن با الگوی ارائه شده در مرجع [8] می‌باشد. همچنین لایهٔ هدفمند حاصل ترکیب دو ماده‌ی آلومینیم و زیرکونیا و لایهٔ پیزوالکتریک از جنس PZT-4 می‌باشند. فرضیات و ابعاد هندسی ذکر شده در جدول 3 مطابق فرضیات مرجع [8] در نظر گرفته شده‌اند. شکل 2 مقایسه‌ی جابه‌جایی شعاعی به‌دست آمده با نتایج منبع [8] را نشان می‌دهد. چنان‌چه از شکل 2 مشاهده می‌شود، نتایج با هم انطباق خوبی داشته، از صحت و قابلیت روش حل اطمینان حاصل شده است.

8- نتایج بهینه‌سازی

با توجه به اینکه در عمل توزیع درصد حجمی مواد می‌تواند به‌صورت‌های مختلفی باشد، به‌همین دلیل استفاده از توابع توزیع پیش‌فرض مثل توزیع توانی که در مرجع [8] مورد استفاده قرار گرفته است، نه تنها محدودیتی در روش حل اعمال می‌کند، بلکه امکان دسترسی به توزیع بهینه نیز بسیار محدود می‌شود. لذا در روش پیشنهادی از ترکیب نقاط کنترلی و میان‌یابی برای تعیین توزیع حجمی مواد استفاده شده است. پاسخ‌های مراحل بهینه‌سازی ضخامت و توزیع بهینه‌ی مواد در این بخش ارائه شده‌اند، با رابطه‌ی (50) به‌دست آمده‌اند. مشخصات مسئلهٔ در جدول 4 آمده است.

جدول 3 مشخصات مسأله [8]

شعاع میانی پوسته	R (m)	1
ضخامت لایهٔ هدفمند	h (m)	0/01
ضخامت لایهٔ پیزوالکتریک	h_p (m)	0/001
زاویهٔ اعمال بار	φ_0	π/4
سرعت حرکت بار	V (m/s)	80
توان توزیع مواد	ϕ	1
نیروی متحرک	F (N)	50000



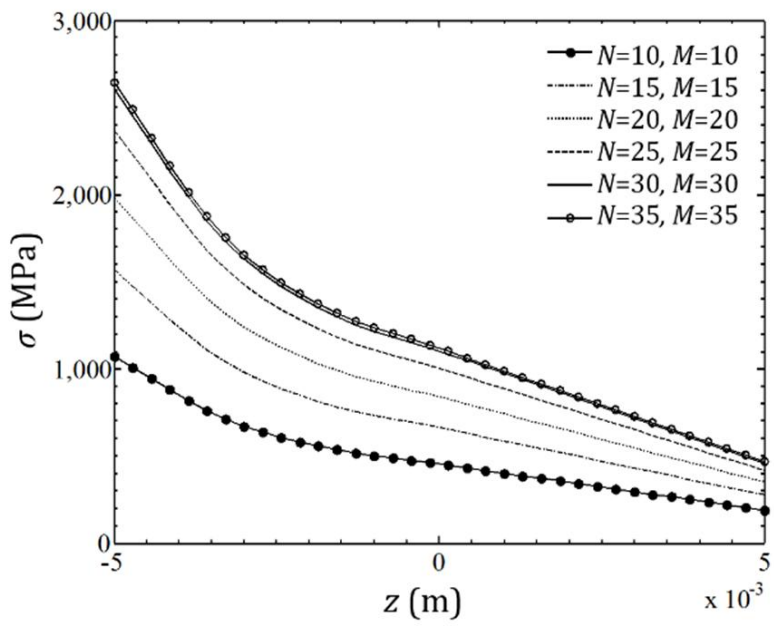
شکل 2 مقایسه نتایج منبع [8] با نتایج مطالعه حاضر

جدول 4 مشخصات مسأله حاضر

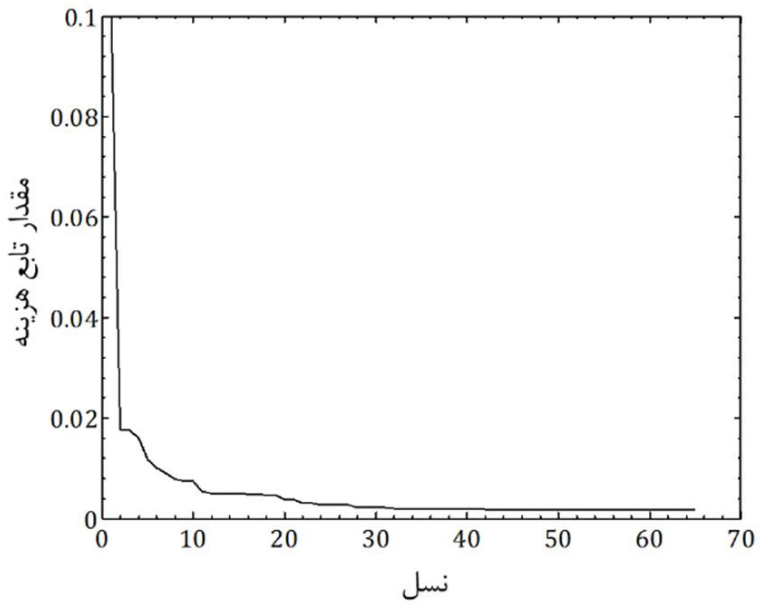
شعاع میانی پوسته	R (m)	1
ضخامت لایهٔ پیزوالکتریک	h_p (m)	0/001
زاویهٔ اعمال بار	φ_0	π/4
سرعت حرکت بار	V (m/s)	50
نیروی متحرک	F (N)	500000
ضریب اطمینان	FS	1/5

در این قسمت ابتدا، تعداد جملات سری‌ها به‌منظور تعیین همگرایی سری‌های موجود در رابطهٔ (36) مورد بررسی قرار گرفته است. بدین‌منظور تنش مؤثر در طول ضخامت پوسته به‌دست آمده با تعداد جمله‌های مختلف در شکل 3 رسم شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، با افزایش تعداد جملات سری‌ها، مقدار تنش محاسبه شده همگرا شده به‌طوری که در مقدار 30 جمله، تغییرات تنش ناچیز می‌باشد. به‌همین دلیل، روش حل تحلیلی-عددی با همین تعداد جمله انجام شده و از پاسخ‌های حاصل در بهینه‌سازی به کمک الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. برای انجام بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیکی، تعداد اعضای جمعیت و نرخ جهش به‌ترتیب برابر با 20 عضو و پنج درصد در نظر گرفته شده است. نمودار همگرایی در شکل 4 قابل مشاهده است. در این نمودار، تغییرات تابع هدف تعریف شده مطابق رابطه‌ی (53) با تعداد نسل‌های متفاوت نشان داده شده است.

چنان‌چه از شکل 4 مشاهده می‌شود، مقدار تابع هدف پس از 45 نسل، تغییری ندارد. همچنین، به‌منظور اطمینان از استقلال پاسخ بهینه از شرایط اولیه و متغیرهای تصادفی آن، بهینه‌سازی در دفعات متعدد با مقادیر اولیه و تصادفی متفاوت تکرار شده و مشاهده شده است که تمامی حل‌ها به یک پاسخ مشابه منجر می‌شوند. مقایسهٔ میان بیشینه مقادیر میدان تنش معادل ($\bar{\sigma}$) در طول ضخامت پوسته، با تنش مجاز (S_y/FS) در شکل 5 قابل مشاهده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، این دو مقدار برهم منطبق بوده و بنابراین از این نظر، توزیع درصد حجمی مواد در طول ضخامت پوسته به صورت بهینه می‌باشد. درصد حجمی ذرات سیلیکون‌کاربید لازم در راستای ضخامت، برای این حالت بهینه نیز در شکل 6 دیده می‌شود. لازم به‌ذکر است که مقدار ضخامت لایهٔ هدفمند حاصل از بهینه‌سازی برابر با $9/6\times10^{-3}$ متر می‌باشد.

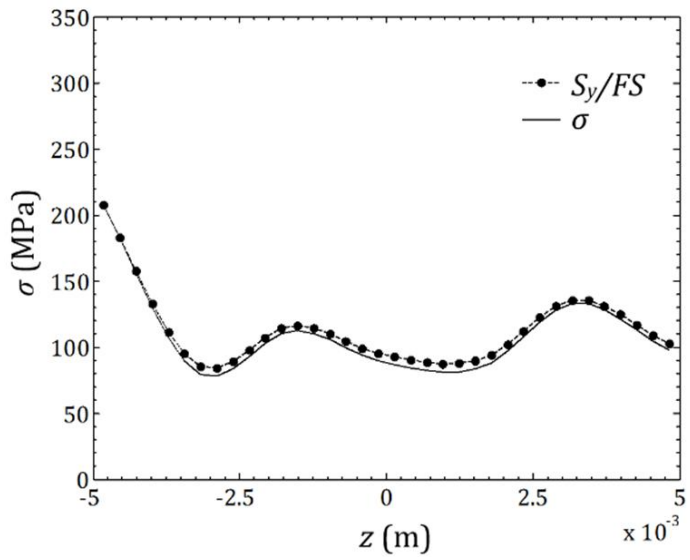


شکل 3 آزمون همگرایی حل به‌ازای تعداد جمله‌های مختلف سری

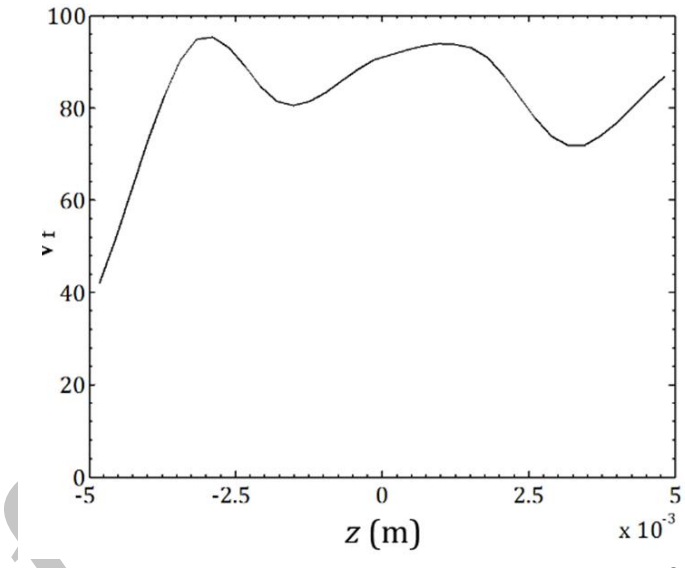


شکل 4 نمودار همگرایی الگوریتم ژنتیک

Archive of SID
www.SID.ir



شکل 5 مقایسه توزیع تنش به‌دست آمده با توزیع تنش تسلیم



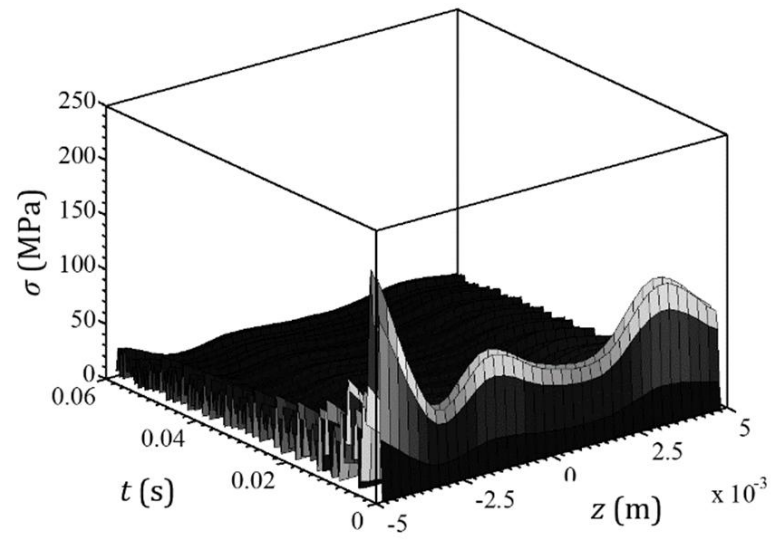
شکل 6 توزیع درصد حجمی ذرات سیلیکون‌کاربید در راستای ضخامت

تغییرات توزیع تنش با زمان در ضخامت پوسته، به‌ازای متغیرهای بهینه در سه مقطع از طول پوسته (به‌ترتیب برای ابتدا، میانه و انتهای پوسته) در شکل‌های 7، 8 و 9 قابل مشاهده‌اند.

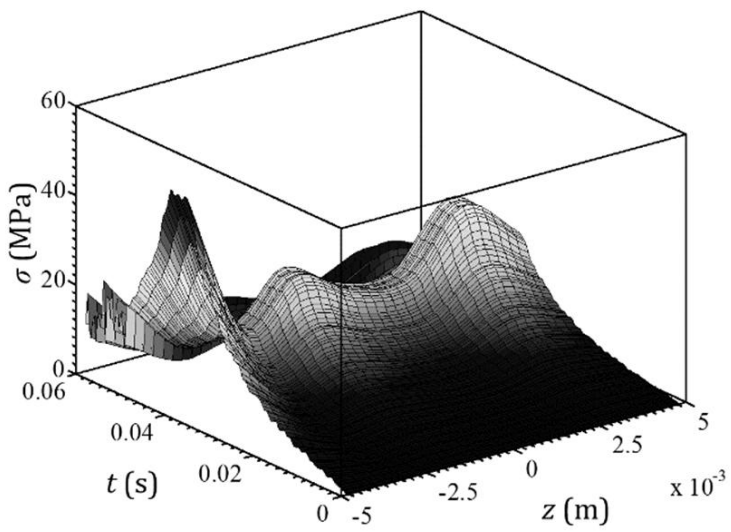
چنان‌که در شکل‌های 7، 8 و 9 قابل مشاهده است، دیوارهٔ داخلی پوسته و همچنین ابتدای آن بیشینه تنش را داشته و نقاط بحرانی پوسته را تشکیل می‌دهند، به‌همین دلیل نیز در این نقاط از ترکیب مادهٔ هدفمند با استحکام بالا استفاده می‌شود.

9- نتیجه‌گیری

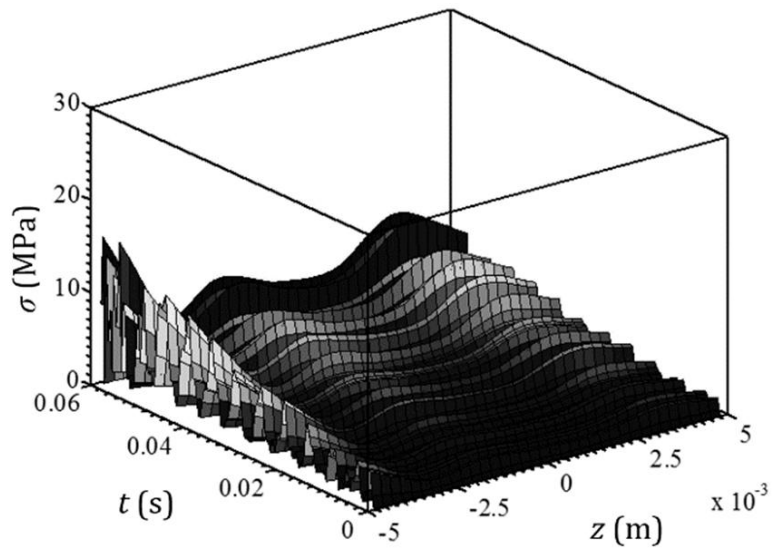
در این پژوهش ابتدا روش حل تحلیلی-عددی برای بررسی رفتار مکانیکی پوسته‌ی ساخته شده از مواد هدفمند با لایهٔ پیزوالکتریک که در معرض بارهای متحرک می‌باشد، پیشنهاد شده است. در این روش از تئوری مرتبه اول برشی و معادلهٔ ماکسول استفاده شده است. خصوصیات فیزیکی و مکانیکی مواد هدفمند با استفاده از قانون اختلاط و هاشین- اشتریکمن



شکل 7 تغییرات توزیع تنش معادل با زمان در راستای ضخامت برای $x=0,\ q=\frac{p}{4}$



شکل 8 تغییرات توزیع تنش معادل با زمان در راستای ضخامت برای $x=\frac{L}{2},\ q=\frac{p}{4}$



شکل 9 تغییرات توزیع تنش معادل با زمان در راستای ضخامت برای $x=L,\ q=\frac{p}{4}$

تعیین شده‌اند. از نتایج به‌دست آمده به‌منظور بهینه‌سازی نحوهٔ توزیع مواد و ضخامت لایهٔ هدفمند استفاده شده است. بدین‌منظور از ترکیب روش نقاط کنترلی با میان‌یابی به کمک توابع هرمیت استفاده شده است. نتایج، کارایی روش پیشنهادی در بررسی رفتار مکانیکی و نیز بهینه سازی سازه‌های پوسته‌ای هدفمند را نشان می‌دهد، به‌خصوص اینکه نیازی به استفاده از توابع پیشفرض برای تعیین توزیع مواد وجود ندارد، چراکه استفاده از این توابع محدودیتی در تعیین توزیع بهینهٔ مواد را تحمیل می‌کنند. علاوه بر آن نشان داده شده است که روش پیشنهادی دارای سرعت همگرایی مطلوب می‌باشد. همچنین نتایج نشان می‌دهند که می‌توان توزیع بهینه‌ای از مواد به‌دست آورد که از نظر استحکام بیشینه استفاده را داشته باشد. در حالی که روش‌های متداول ارائه شده در ادبیات فن به‌دلیل ماهیت آن‌ها که از توابع پیشفرض نشأت می‌گیرند، قادر به تعیین توزیع مواد کاملاً بهینه نمی‌باشند.

10- پیوست

$$\bar{A}_{ij} = A^p_{ij} + A_{ij}$$
$$\bar{B}_{ij} = B^p_{ij} + B_{ij}$$
$$\bar{C}_{ij} = C^p_{ij} + C_{ij}$$
$$\bar{D}_{ij} = D^p_{ij} + D_{ij}$$
$$Q_{11e} = Q^p_{11} - \frac{Q^p_{13}Q^p_{13}}{Q^p_{33}}$$
$$Q_{12e} = Q^p_{12} - \frac{Q_{13}Q_{23}}{Q_{33}}$$
$$Q_{22e} = Q^p_{22} - \frac{Q^p_{23}Q^p_{23}}{Q^p_{33}}$$
$$Q_{44e} = Q^p_{44}$$

Archive of SID

www.SID.ir

$$Q_{55e} = Q_{55}^{p}$$
$$Q_{66e} = Q_{66}^{p}$$
$$e_{31e} = e_{31} - \frac{Q_{13}^{p} e_{13}}{Q_{33}^{p}}$$
$$e_{32e} = e_{32} - \frac{Q_{23}^{p} e_{33}}{Q_{33}^{p}}$$
$$e_{15e} = e_{15}$$
$$e_{24e} = e_{24}$$
$$\xi_{11e} = \xi_{11}$$
$$\xi_{22e} = \xi_{22}$$
$$\xi_{33e} = \xi_{33} + \frac{e_{33}^{2}}{Q_{33}^{E}}$$
$$p_{xe} = p_x$$
$$p_{\theta e} = p_\theta$$
$$p_{ze} = p_z$$
$$L_{11} = \bar{A}_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\bar{A}_{66}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$
$$L_{12} = \frac{\bar{A}_{12} + \bar{A}_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta}$$
$$L_{13} = \frac{\bar{A}_{12}}{R}\frac{\partial}{\partial x}$$
$$L_{14} = \bar{B}_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\bar{B}_{66}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$
$$L_{15} = \frac{\bar{B}_{12} + \bar{B}_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta}$$
$$L_{16} = 2e_{31e}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} z_p dz \frac{\partial}{\partial x}$$
$$L_{22} = \bar{A}_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\bar{A}_{22}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{\bar{C}_{55}}{R^2}$$
$$L_{23} = \frac{\bar{A}_{22} + \bar{C}_{55}}{R}\frac{\partial}{\partial \theta}$$
$$L_{25} = \bar{B}_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\bar{B}_{22}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\bar{C}_{55}}{R^2}$$
$$L_{26} = \left[e_{24e}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p}\frac{P(z_p)}{R+z}dz + 2e_{31e}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} z_p dz\right]\frac{\partial}{\partial \theta}$$
$$L_{31} = -\frac{\bar{A}_{21}}{R}\frac{\partial}{\partial x}$$
$$L_{33} = \bar{C}_{44}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\bar{C}_{55}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{\bar{A}_{22}}{R^2}$$
$$L_{34} = \bar{C}_{44}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\bar{B}_{21}}{R}\frac{\partial}{\partial \theta}$$
$$L_{35} = \frac{\bar{C}_{55}}{R}\frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\bar{B}_{22}}{R^2}\frac{\partial}{\partial \theta}$$
$$L_{36} = -\frac{2e_{32e}}{R}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} z_p dz + \frac{e_{24e}}{R}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p}\frac{P(z_p)}{R+z}dz\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + e_{15e}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} P(z_p)dz\frac{\partial^2}{\partial x^2}$$
$$L_{43} = \left(\frac{\bar{B}_{12}}{R} - \bar{C}_{44}\right)\frac{\partial}{\partial x}$$
$$L_{44} = \bar{D}_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\bar{D}_{66}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \bar{C}_{44}$$
$$L_{45} = \frac{\bar{D}_{12} + \bar{D}_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta}$$
$$L_{46} = \left[2e_{31e}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} z z_p dz - e_{15e}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} P(z_p)dz\right]\frac{\partial}{\partial x}$$
$$L_{32} = \left(-\frac{\bar{C}_{55}}{R} + \frac{\bar{B}_{22}}{R^2}\right)\frac{\partial}{\partial \theta}$$
$$L_{55} = \bar{D}_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\bar{D}_{22}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \bar{C}_{55}$$
$$L_{56} = \left[-e_{24e}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p}\frac{P(z_p)}{R+z}dz + \frac{2e_{31e}}{R}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} z z_p dz\right]\frac{\partial}{\partial \theta}$$
$$L_{61} = \frac{h_p e_{31e}}{R}\frac{\partial}{\partial x}$$
$$L_{62} = \frac{h_p e_{32e}}{R^2}\frac{\partial}{\partial \theta}$$
$$L_{63} = h_p e_{15e}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{h_p e_{24e}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{h_p e_{32e}}{R^2}$$
$$L_{64} = \left(h_p e_{15e} + h_p e_{31e} + \frac{e_{31e}}{R}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} z dz\right)\frac{\partial}{\partial x}$$
$$L_{65} = \left(\frac{h_p e_{24e}}{R} + \frac{h_p e_{32e}}{R} + \frac{e_{32e}}{R^2}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} z dz\right)\frac{\partial}{\partial \theta}$$
$$L_{66} = -\xi_{11e}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} P(z_p)dz - \xi_{22e}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p}\frac{P(z_p)}{R(R+z)}dz\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - 2\xi_{33e}h_p - \frac{2\xi_{33e}}{R}\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_p} z_p dz$$
$$L_{12} = L_{21}$$
$$L_{24} = L_{15}$$
$$L_{41} = L_{14}$$
$$L_{42} = L_{15} = L_{51}$$
$$L_{52} = L_{25}$$
$$L_{54} = L_{45}$$

11- مراجع

[1] M. Koizumi, FGM activities in Japan, *Composites Part B: Engineering,* Vol. 28, No. 1, pp. 1-4, 1997.

[2] M. Wośko, B. Paszkiewicz, T. Piasecki, A. Szyszka, R. Paszkiewicz, M. Tłaczała, Application and modelling of functionally graded materials for optoelectronic devices, *In Proceedings of International Students and Young Scientists Workshop,* Photonics and Microsystems , pp. 87-9, 2005.

[3] J. Fleig, K. Kreuer, J. Maier, *Handbook of Advanced Ceramics, Materials, Applications, and Processing,* pp. 1-60, 2003.

[4] M. Ruzzene, A. Baz, Dynamic stability of periodic shells with moving loads, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 296, No. 4, pp. 830-844, 2006.

[5] A. Jafari, H. Ghiasvand, Dynamic response of a pseudoelastic shape memory alloy beam to a moving load, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 316, No. 1, pp. 69-86, 2008.

[6] P. Malekzadeh, A. Fiouz, H. Razi, Three-dimensional dynamic analysis of laminated composite plates subjected to moving load, *Composite Structures,* Vol. 90, No. 2, pp. 105-114, 2009.

[7] S. Khalili, A. Jafari, S. Eftekhari, A mixed Ritz-DQ method for forced vibration of functionally graded beams carrying moving loads, *Composite Structures,* Vol. 92, No. 10, pp. 2497-2511, 2010.

[8] G. Sheng, X. Wang, Studies on dynamic behavior of functionally graded cylindrical shells with PZT layers under moving loads, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 323, No. 3, pp. 772-789, 2009.

[9] K. Liew, X. He, S. Kitipornchai, Finite element method for the feedback control of FGM shells in the frequency domain via piezoelectric sensors and actuators, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* Vol. 193, No. 3, pp. 257-273, 2004.

[10] A. Alibeigloo, W. Chen, Elasticity solution for an FGM cylindrical panel integrated with piezoelectric layers, *European Journal of Mechanics-A/Solids,* Vol. 29, No. 4, pp. 714-723, 2010.

[11] A. Alibeigloo, V. Nouri, Static analysis of functionally graded cylindrical shell with piezoelectric layers using differential quadrature method, *Composite Structures,* Vol. 92, No. 8, pp. 1775-1785, 2010.

[12] R. A. Alashti, M. Khorsand, Three-dimensional thermo-elastic analysis of a functionally graded cylindrical shell with piezoelectric layers by

Archive of SID

www.SID.ir

differential quadrature method, *International Journal of Pressure Vessels and Piping,* Vol. 88, No. 5, pp. 167-180, 2011.
[13] A. Jafari, S. Khalili, M. Tavakolian, Nonlinear vibration of functionally graded cylindrical shells embedded with a piezoelectric layer, *Thin-Walled Structures,* Vol. 79, pp. 8-15, 2014.
[14] X. Kou, G. Parks, S. Tan, Optimal design of functionally graded materials using a procedural model and particle swarm optimization, *Computer-Aided Design,* Vol. 44, No. 4, pp. 300-310, 2012.
[15] K.-S. Na, J.-H. Kim, Optimization of volume fractions for functionally graded panels considering stress and critical temperature, *Composite Structures,* Vol. 89, No. 4, pp. 509-516, 2009.
[16] S. S. Vel, J. L. Pelletier, Multi-objective optimization of functionally graded thick shells for thermal loading, *Composite structures,* Vol. 81, No. 3, pp. 386-400, 2007.
[17] A. J. Goupee, S. S. Vel, Two-dimensional optimization of material composition of functionally graded materials using meshless analyses and a genetic algorithm, *Computer methods in applied mechanics and engineering,* Vol. 195, No. 44, pp. 5926-5948, 2006.
[18] A. J. Goupee, S. S. Vel, Multi-objective optimization of functionally graded materials with temperature-dependent material properties, *Materials and design,* Vol. 28, No. 6, pp. 1861-1879, 2007.
[19] L. Qian, R. Batra, Design of bidirectional functionally graded plate for optimal natural frequencies, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 280, No. 1, pp. 415-424, 2005.
[20] E. Magnucka-Blandzi, K. Magnucki, Effective design of a sandwich beam with a metal foam core, *Thin-Walled Structures,* Vol. 45, No. 4, pp. 432-438, 2007.
[21] R. Lipton, Design of functionally graded composite structures in the presence of stress constraints, *International journal of solids and structures,* Vol. 39, No. 9, pp. 2575-2586, 2002.
[22] A. Sadollah, A. Bahreininejad, Optimum gradient material for a functionally graded dental implant using metaheuristic algorithms, *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials,* Vol. 4, No. 7, pp. 1384-1395, 2011.
[23] J. Cho, D. Ha, Volume fraction optimization for minimizing thermal stress in Ni–Al< sub> 2</sub> O< sub> 3</sub> functionally graded materials, *Materials Science and Engineering: A, Vol.* 334, No. 1, pp. 147-155, 2002.
[24] J. Cho, D. Ha, Volume fraction optimization for minimizing thermal stress in Ni–Al_2O_3 functionally graded materials, *Materials Science and Engineering: A,* Vol. 334, No. 1, pp. 147-155, 2002.
[25] L. Qian, R. Batra, Design of bidirectional functionally graded plate for optimal natural frequencies, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 280, No. 1, pp. 415-424, 2005.
[26] A. J. Goupee, S. S. Vel, Two-dimensional optimization of material composition of functionally graded materials using meshless analyses and a genetic algorithm, *Computer methods in applied mechanics and engineering,* Vol. 195, No. 44, pp. 5926-5948, 2006.
[27] M. Nemat-Alla, Reduction of thermal stresses by composition optimization of two-dimensional functionally graded materials, *Acta mechanica,* Vol. 208, No. 3-4, pp. 147-161, 2009.
[28] M. Ashjari, M. Khoshravan, Mass optimization of functionally graded plate for mechanical loading in the presence of deflection and stress constraints, *Composite Structures,* Vol. 110, pp. 118-132, 2014.
[29] A. Taheri, B. Hassani, N. Moghaddam, Thermo-elastic optimization of material distribution of functionally graded structures by an isogeometrical approach, *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 51, No. 2, pp. 416-429, 2014.
[30] G. G. Lorentz, *Bernstein polynomials,* American Mathematical Soc., 1953.
[31] H.-S. Shen, *Functionally graded materials: nonlinear analysis of plates and shells,* CRC press, 2009.
[32] JAHM Software, *Material Properties Database MPDB,* v7.59, 2012.
[33] G. Sheng, X. Wang, Thermomechanical vibration analysis of a functionally graded shell with flowing fluid, *European Journal of Mechanics-A/Solids,* Vol. 27, No. 6, pp. 1075-1087, 2008.
[34] F. Ramirez, P. R. Heyliger, E. Pan, Free vibration response of two-dimensional magneto-electro-elastic laminated plates, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 292, No. 3, pp. 626-644, 2006.
[35] F. Vakili-Tahami, M. Zehsaz, A. Mohammad Alizadeh Fard, Multi-objective optimum design of an FG Al-SiC rotating disc with temperature dependent properties based on creep behavior, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 12, pp. 23-34, 2014 (In Persian).
[36] J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis,* CRC press, 2004.
[37] S. Law, J. Bu, X. Zhu, S. Chan, Moving load identification on a simply supported orthotropic plate, *International Journal of Mechanical Sciences,* Vol. 49, No. 11, pp. 1262-1275, 2007.
[38] S. S. Vel, B. P. Baillargeon, Analysis of static deformation, vibration and active damping of cylindrical composite shells with piezoelectric shear actuators, *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 127, No. 4, pp. 395-407, 2005.
[39] S.S. Law, X.Q. Zhu, *Moving loads: dynamic analysis and identification techniques,* CRC Press/Balkema, 2011.
[40] R. L. Haupt, S. E. Haupt, *Practical genetic algorithms,* John Wiley & Sons, 2004.

Archive of SID

www.SID.ir