



تحلیل عددی اثر معیارهای تسلیم پیشرفته بر پیش‌بینی کرنش‌ها و تنش‌های حدی در ورق‌های آلومینیومی ناهمسانگرد

سیده مریم میرفلاح نصیری¹، علی باستی^{2*}، رامین هاشمی³

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت
 2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت
 3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
 *رشت، صندوق پستی 13769 - 41996, basti@guilan.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 29 فروردین 1394
 پذیرش: 29 خرداد 1394
 ارائه در سایت: 22 تیر 1394
 کلید واژگان:
 معیار تسلیم پیشرفته
 معیار تسلیم کلاسیک
 نمودار حد شکل‌دهی
 ورق آلومینیومی ناهمسانگرد

چکیده

استفاده از منحنی‌های شکل‌دهی در تخمین شکل‌پذیری ورق‌های فلزی بسیار پرکاربرد بوده و یکی از پارامترهای مهم در پیش‌بینی کرنش‌های حدی، تأثیر معیار تسلیم به‌ویژه در مورد ورق‌های آلومینیومی ناهمسانگرد است. در این مقاله، اثر معیارهای تسلیم پیشرفته‌ی پلانکت 2008، سوار 2008، BBC2008 و Yld2011 در محاسبه‌ی کرنش‌های حدی و در مرحله‌ی بعد در پیش‌بینی نمودار حد تنش شکل‌دهی بررسی شده است. مدل ناپایداری پلاستیک، بر اساس مدل مارسینیاک-کوزینسکی مورد مطالعه قرار گرفته است و حل معادلات با استفاده از روش نیوتن-رافسون انجام شده است. این معیارها برای ارزیابی قابلیت پیش‌بینی شکل‌پذیری ورق آلومینیومی AA2090-T3 بر اساس قانون سخت‌شوندگی سوئیفت به‌کار برده شده است و با منحنی حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده توسط معیار تسلیم کلاسیک هیل 48 قیاس‌سنجی و ملاحظه شد که معیارهای تسلیم کلاسیک جهت تخمین شکل‌پذیری ورق‌های آلومینیومی ناهمسانگرد مناسب نمی‌باشد. نتایج عددی به‌دست آمده از نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیومی AA5754 توسط معیار تسلیم پلانکت 2008 و قانون سخت‌شوندگی سوئیفت، اگرچه نتایج تجربی را در محدوده‌ی نزدیک به حالت کرنش صفحه‌ای تأیید می‌کند ولی تابع تسلیم CPB06ex2 برای پیش‌بینی رفتار ورق‌های آلومینیومی با ناهمسانگردی شدید توصیه نمی‌شود. همچنین کرنش‌های حدی پیش‌بینی شده برای ورق آلومینیومی AA3104-H19 توسط معیار تسلیم Yld2011 و بر اساس کارسختی وس، تطابق بهتری را با نتایج تجربی نشان می‌دهد.

Numerical analysis of the effect of advanced yield criterion on prediction of strains and stresses in anisotropic aluminum sheets

Seyedeh Maryam Mirfalah Nasiri¹, Ali Basti^{1*}, Ramin Hashemi²

1- Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran

2- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

*P.O.B. 41996-13769 Rasht, Iran, basti@guilan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 18 April 2015
 Accepted 19 June 2015
 Available Online 13 July 2015

Keywords:
 Advanced yield criterion
 Classic yield criterion
 Forming limit diagram
 Anisotropic aluminum sheet

ABSTRACT

Nowadays the forming limit curves are very useful in formation of metal sheets and the effect of yield criteria is one of the most important parameters in prediction of the limit strain, especially in anisotropic aluminum sheets. In this paper, first the effects of advanced BBC2008, Soare2008, Plunkett2008 and Yld2011 yield criteria on limit strain calculation and then on forming limit stress diagram will be investigated. Plastic instability model is studied based on Marciniak-Kuczynski model and the non-linear equations are solved by using Newton-Rophson method. These functions are used to evaluate the limit forming predictability of AA2090-T3 aluminum sheet based on the Swift hardening law and are compared with the forming limit curves predicted by Hill's 1948 classic yield criterion. It was observed that the classic yield functions are not appropriate for anisotropic aluminum sheets forming estimation. Numerical results obtained from the forming limit diagram for AA5754 with Plunkett2008 yield function and Swift hardening law, although confirm the experimental results at close range to plane strain case, CPB06ex2 yield criterion predicts the behavior of anisotropic aluminum sheets. The limit strain prediction for AA3104-H19 using Yld2011 yield criterion and Voce hardening law show better conformity with experimental results.

1- مقدمه

تحلیل حد شکل‌دهی یک ورق فلزی در مقابل کرنش‌های مختلف، به تحلیل منحنی‌های حد شکل‌دهی منجر شده است. این منحنی‌ها ترسیمی از کرنش‌های بیشینه و کمینه‌ی اصلی موجود در سطح ورق است. استخراج منحنی-

در طراحی فرآیندهای ورق‌کاری، دانستن مقدار کرنش بیشینه در ورق پیش از گلویی شدن از اهمیت بالایی برخوردار است و مطالعات تئوری درزمینه‌ی

Please cite this article using:

S. M. Mirfalah Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, Numerical analysis of the effect of advanced yield criterion on prediction of strains and stresses in anisotropic aluminum sheets, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 393-401, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

[12] اثر معیارهای تسلیم هاسفورد، هیل درجه دو و هیل غیر درجه دو و پارامترهای مؤثر ماده بر نمودارهای حد شکل‌دهی را بر اساس مدل مارسینیاک-کوزینسکی مورد بررسی قرار داده و بیان نمودند که انتخاب معیار تسلیم تأثیر زیادی بر منحنی حد شکل‌دهی دارد. مسلمی و همکارانش [13]، کاربرد معیارهای ناپایداری پلاستیک مختلف را در فرآیند هیدروفرمینگ لوله‌های آلومینیومی ناهمسانگرد توسط معیار تسلیم ناهمسانگرد درجه دو بارلات مورد بررسی قرار دادند و بیان داشتند که معیار ناپایداری سوئیفت بهترین پیش‌بینی را برای منحنی حد شکل‌دهی دارد. حسین‌پور و همکارانش [14]، اثر معیارهای تسلیم پیشرفته‌ی BBC2003، Yld2004 و BBC2008 را بر منحنی‌های شکل‌پذیری با مدل‌های مارسینیاک-کوزینسکی، گلوبی پخشی سوئیفت و گلوبی موضعی هیل و با قانون سخت-شوندگی سوئیفت برای ورق‌های فلزی اورتوتروپیک AA2090-T3 و T4- AA6111 مورد بررسی قرار دادند. همچنین اثر پورتوین-لوشاتلیه⁴ که در واقع ظاهر شدن تکراری ناپیوستگی‌ها در بخش پلاستیک منحنی تنش-کرنش یا جریان دندانه‌دار تغییرشکل بعضی از آلیاژهای آلومینیوم است، بر شکل‌پذیری ورق آلومینیومی AA5182-O نیز مطالعه شد. از نتایج این تحقیق، این‌که پیش‌بینی مدل M_K با معیار تسلیم Yld2004، با نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیومی AA6111-T4 تطابق خوبی دارد.

عدم تطبیق خوب معیارهای تسلیم کلاسیک موجود در پیش‌بینی منحنی‌های حد شکل‌دهی برای مواد مختلف به‌ویژه ورق‌های آلومینیومی ناهمسانگرد موجب اصلاح این توابع تسلیم و ارائه‌ی معیارهای تسلیم پیشرفته برای پیش‌بینی بهتر رفتار ورق و بهبود نتایج تئوری در مقایسه با نتایج تجربی شده است. در این مقاله، اثر توابع تسلیم پیشرفته‌ی BBC2008 [15]، سوار 2008 [16]، پلانکت 2008 [17] و Yld2011 [18] بر پیش‌بینی منحنی‌های حد شکل‌دهی و بر اساس مدل مارسینیاک-کوزینسکی مورد مطالعه قرار گرفته است. این معیارها برای ارزیابی قابلیت پیش‌بینی شکل‌پذیری ورق‌های آلومینیومی AA2090-T3 و AA5042-H2 بر اساس قانون سخت-شوندگی سوئیفت و وس به‌کاربرده شده و نمودار حد شکل‌دهی و نمودار حد تنش شکل‌دهی به‌دست آورده شده است. همچنین برای ورق آلومینیومی AA3104-H19 توسط معیار تسلیم Yld2011 و بر اساس کارسختی وس و آلیاژ آلومینیومی AA5754 با معیار تسلیم پلانکت 2008 و کارسختی سوئیفت، منحنی حد شکل‌دهی ترسیم و با داده‌های تجربی مقایسه صورت گرفته است. نتایج حاصله برای محاسبه‌ی حدود شکل‌پذیری این آلیاژها، با توجه به استفاده‌ی روزافزون از ورق‌های آلومینیومی در صنعت دارای کاربرد فراوان است.

2- ناپایداری پلاستیک بر اساس تئوری مارسینیاک-کوزینسکی (مدل M_K)

در تحلیل غیرخطی ناپایداری پلاستیک در ورق‌های ناهمگن، یک ناهمگنی و نقص اولیه به‌صورت یک نقص ضخامتی و شیار نازک در ورق فرض می‌شود که به‌تدریج با انباشت کرنش در این ناحیه باریک‌شوندگی اتفاق می‌افتد. در واقع این ناهمگنی را می‌توان ناشی از ناهمواری سطح و یکسان نبودن خواص مکانیکی ماده در نواحی مختلف ورق دانست. این تئوری توسط مارسینیاک و کوزینسکی برای پیش‌بینی شروع گلوبی موضعی ارائه‌شده است [4]. در مدل M_K فرض می‌شود ورق شامل دو قسمت، مطابق شکل 1، قسمت همگن یا

های حد شکل‌دهی¹ به‌صورت تجربی مستلزم آزمایش‌های دقیق و صرف زمان و هزینه‌ی زیاد است. بنابراین، تعیین منحنی حد شکل‌دهی به روش‌های تئوری و با دقت قابل قبول بسیار ضرورت داشته و از مهم‌ترین خواسته‌های صنایع مختلف شکل‌دهی فلزات است. نظریه‌ی نمودار حد شکل‌دهی² برای اولین بار توسط کیلر و باکوفن [1] و گودوین [2] مطرح شد، مارسینیاک و کوزینسکی [4,3] این نظریه را بسط دادند و مدلی را با فرض این‌که عیوب هندسی اولیه، باعث شکست در ماده می‌شود، ارائه کردند که قادر بود گلوبی شدن موضعی را پیش‌بینی کند. مدل M_K جزء پرکاربردترین مدل برای پیش-بینی منحنی حد شکل‌دهی است. محققان زیادی با استفاده از این مدل، تأثیر عوامل مختلفی را از قبیل ضریب ناهمگنی اولیه، ضریب ناهمسانگردی، توان کارسختی، نرخ کرنش، پیش‌کرنش، معیار تسلیم گوناگون و غیره را روی نمودار حد شکل‌دهی بررسی کرده‌اند.

بوتوک و همکارانش [5] دو تابع تسلیم غیر درجه دو، Yld96 و BBC2000، را برای ورق‌های فلزی اورتوتروپیک تحت تنش صفحه‌ای برای پیش‌بینی حد شکل‌پذیری بررسی نمودند. شکل سطح تسلیم، تنش تسلیم و ضریب ناهمسانگردی برای آلیاژ آلومینیومی AA5XXX و نیز منحنی حد شکل‌دهی بر اساس مدل M_K و کارسختی وس برای این دو تابع تسلیم مورد مطالعه قرار گرفت و با نتایج تجربی مقایسه شد. گنجیانی و عاصم‌پور [6] اثر توابع تسلیم هاسفورد و BBC2000 را در مدل M-K بررسی کرده و نتیجه گرفتند برای فولاد AK معیار تسلیم هاسفورد با توان 6 و برای آلیاژ AA5XXX معیار تسلیم هاسفورد و BBC2000 با توان 8، کرنش‌های حدی منطبق‌تری با نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کند. احمدی و همکارانش [7] اثر معیارهای تسلیم BBC2000، 2002، 2003 و قانون سخت‌شوندگی سوئیفت و وس را برای آلیاژ آلومینیومی AA3003-O بر اساس تئوری M_K مورد مطالعه قرار دادند و نتیجه گرفتند که برای این آلیاژ معیار تسلیم BBC2003 و کارسختی وس با نتایج تجربی همخوانی بهتری دارد. رضایی بزاز و همکارانش [8] معیار تسلیم هیل 93 را برای بررسی پارامترهای مواد روی پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی بررسی نمودند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش توان کارسختی و حساسیت نرخ کرنش شکل‌پذیری برای فولاد IF و آلیاژهای آلومینیومی AA3003-O و AA8014-O افزایش می‌یابد. داساپا و همکارانش [9] قابلیت پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی ورق AA5754 را توسط پنج معیار تسلیم گوناگون هیل 48، 90، 93، Yld89 و پلانکت 2008 مورد تحقیق قرار دادند و بیان کردند که پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی به‌شدت وابسته به شکل سطح تسلیم و روش مورد استفاده در تعیین پارامترهای مواد است. ژیانوکیانگ و همکارانش [10] برای آلیاژ آلومینیومی AA-Li2198-T3 نشان دادند که با وجود معیارهای تسلیم مختلف ون میسز، هاسفورد، هیل 48 و Yld89، پیش-بینی نمودار حد شکل‌دهی تفاوت چندانی نخواهد داشت و قسمت چپ منحنی حد شکل‌دهی با تابع تسلیم هاسفورد و قسمت راست آن با تابع تسلیم هیل 48 تطابق بهتری دارد. پانیچ و همکارانش [11] نمودار حد شکل-دهی و نمودار حد تنش شکل‌دهی³ دو ورق فولادی پر استحکام، DP780 و TPIR780، را توسط معیارهای تسلیم ون میسز، هیل 48، Yld2000 و مدل-های سخت‌شوندگی سوئیفت و وس محاسبه و با منحنی‌های تجربی مقایسه کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد منحنی‌های حد شکل‌دهی به‌طور قابل‌توجهی تحت تأثیر معیار تسلیم و مدل سخت‌شوندگی است. حسین‌پور و همکارانش

1- Forming limit cure (FLC)

2- Forming limit diagram (FLD)

3- Forming limit stress diagram (FLSD)

4- Portevin-Le chatelier effect (PLC)

و طبق رابطه‌ی 7 تعریف می‌شود [19].

$$\tan(\theta + d\theta) = \frac{1 + d\varepsilon_{11}^a}{1 + d\varepsilon_{22}^a} \tan(\theta) \quad (7)$$

در ادامه باید همین متغیرها برای منطقه‌ی شیار محاسبه شود. مؤلفه‌های مجهول در این ناحیه شامل $\sigma_{nt}^b, \sigma_{tt}^b, \sigma_{nn}^b, d\varepsilon_{nn}^b, d\varepsilon_{nt}^b, d\varepsilon_{tt}^b$ است. با توجه به قانون جریان می‌توان نمو کرنش‌ها را برحسب نمو کرنش معادل و مؤلفه‌های تنش در ناحیه‌ی شیار بیان نمود.

بنابراین تعداد مجهول‌ها از شش به چهار مجهول $\sigma_{nn}^b, \sigma_{nt}^b, \sigma_{tt}^b, d\varepsilon^b$ کاهش می‌یابد. روابط تعادل نیرو را در راستای عمودی و مماسی شیار می‌توان به صورت رابطه‌ی (8) نوشت.

$$\begin{aligned} F_{nn}^b &= F_{nn}^a \\ F_{nt}^b &= F_{nt}^a \end{aligned} \quad (8)$$

ضخامت تغییر یافته در هر مرحله از فرآیند را می‌توان به صورت تابعی از کرنش ضخامتی بیان نمود.

$$\begin{aligned} t^a &= t_0^a \exp(\varepsilon_3^a) \\ t^b &= t_0^b \exp(\varepsilon_3^b) \end{aligned} \quad (9)$$

با استفاده از روابط (8) و (9)، معادلات تعادل نیرو به صورت (10) استخراج می‌شود.

$$\begin{aligned} f\sigma_{nn}^b &= \sigma_{nn}^a \\ f\sigma_{nt}^b &= \sigma_{nt}^a \end{aligned} \quad (10)$$

معادله‌ی سازگاری در راستای شیار به صورت (11) خواهد بود.

$$d\varepsilon_{tt}^b = d\varepsilon_{tt}^a \quad (11)$$

و معادله‌ی تعادل انرژی به شکل رابطه‌ی (12) نوشته می‌شود.

$$d\varepsilon_{nn}^b \sigma_{nn}^b + d\varepsilon_{tt}^b \sigma_{tt}^b + d\varepsilon_{nt}^b \sigma_{nt}^b = d\varepsilon^b \bar{\sigma}_Y^b \quad (12)$$

در رابطه‌ی (12)، $\bar{\sigma}_Y^b$ تنش معادل مربوط به شیار بوده و از قانون سخت-شوندگی به دست می‌آید. بنابراین با توجه به روابط (10) تا (12)، چهار معادله‌ی غیرخطی به صورت (13) تا (16) خواهد بود.

$$F_1 = \frac{d\varepsilon_{nn}^b \sigma_{nn}^b + d\varepsilon_{tt}^b \sigma_{tt}^b + d\varepsilon_{nt}^b \sigma_{nt}^b}{d\varepsilon^b \bar{\sigma}_Y^b} - 1 = 0 \quad (13)$$

$$F_2 = \frac{d\varepsilon_{tt}^b}{d\varepsilon_{tt}^a} - 1 = 0 \quad (14)$$

$$F_3 = f \frac{\sigma_{nn}^b}{\sigma_{nn}^a} - 1 = 0 \quad (15)$$

$$F_4 = f \frac{\sigma_{nt}^b}{\sigma_{nt}^a} - 1 = 0 \quad (16)$$

اگر بردارهای توابع و مجهولات به صورت

$$[F] = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4]^T \quad (17)$$

$$[X] = [\sigma_{nn}^b \ \sigma_{tt}^b \ \sigma_{nt}^b \ d\varepsilon^b] \quad (18)$$

بیان شود، برای حل دستگاه معادلات غیرخطی (13) تا (16) از روش نیوتن-رافسون استفاده شده است [20].

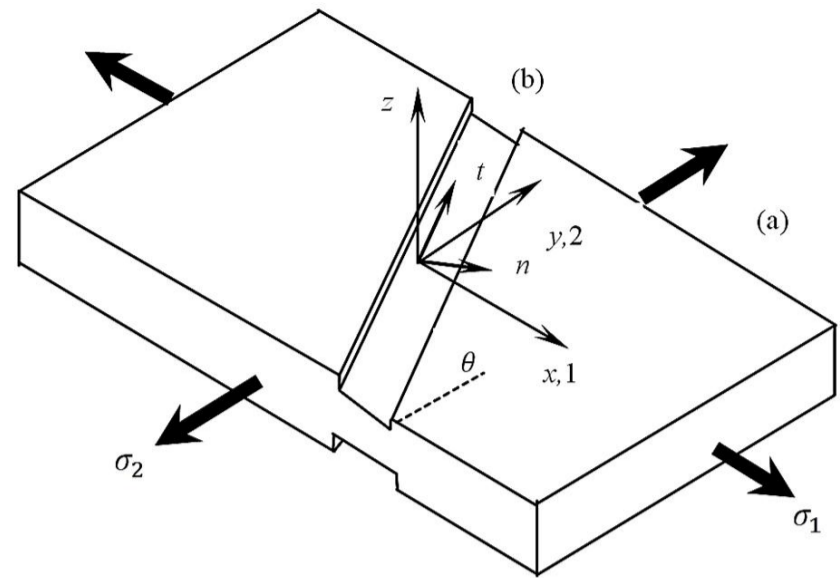
$$[X]_{i+1} = [X]_i + [dX]_i \quad (19)$$

$$[dX]_i = -[J]_{ij}^{-1} [F]_j \quad (20)$$

در معادله‌ی (20) ماتریس ژاکوبین $[J]_{ij}$ ، به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$[J]_{ij} = \left[\frac{\partial F_i}{\partial X_j} \right] \quad (21)$$

بر اساس مدل M_K فرض می‌شود باریک‌شوندگی موضعی زمانی که کرنش معادل در منطقه‌ی شیار به بیش از ده برابر کرنش معادل در ناحیه‌ی سالم برسد، رخ می‌دهد [21]. در این هنگام کرنش‌های حدی ذخیره می‌شود. با کنار هم قرار دادن جواب‌ها به ازای هر نسبت تنش α ، مجموعه‌ای از نقاط به دست می‌آید که کرنش‌های حدی مورد نظر در نمودار حد شکل‌دهی است.



شکل 1 شماتیکی از مدل M_K

سالم (a) با ضخامت اولیه‌ی t_0^a و ناحیه‌ی ناهمگن یا شیار (b) با ضخامت اولیه‌ی t_0^b است. راستاهای x, y, z متناظر با جهت‌های نوردکاری، عرضی و عمود بر ورق می‌باشد در حالی که جهت‌های 1 و 2 متناظر با راستای تنش‌ها و کرنش‌های اصلی بیشینه و کمینه است. ناهمگنی هندسی اولیه تحت عنوان عامل نقص اولیه و با نماد f_0 و به صورت (1) تعریف می‌شود.

$$f_0 = \frac{t_0^b}{t_0^a} \quad (1)$$

عامل نقص در حین تغییر شکل با استفاده از رابطه‌ی (2) بیان می‌شود.

$$f = \frac{t^b}{t^a} = f_0 \exp(\varepsilon_3^b - \varepsilon_3^a) \quad (2)$$

در رابطه‌ی (2)، ε_3 کرنش در راستای ضخامت است و طبق رابطه‌ی (3) محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon_3 = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (3)$$

در مدل M_K فرض می‌شود مؤلفه‌های کرنش در جهت شیار در دو ناحیه‌ی بدون شیار و شیاردار یکسان است. در طول فرآیند تغییر شکل، نسبت کرنش (کرنش کوچک‌تر به کرنش بزرگ‌تر) در ناحیه‌ی (a) ثابت باقی می‌ماند ولی این نسبت درون شیار کاهش می‌یابد. در واقع تغییر شکل برای شیار به صورت کرنش صفحه‌ای است. روابط حاکم در این تئوری از معادلات تعادل نیرو، تعادل انرژی و معادله‌ی سازگاری استخراج می‌شود. برای به دست آوردن کرنش‌ها و تنش‌های حدی نخست مقدار ثابتی برای نسبت تنش‌ها، $\alpha = \frac{\sigma_2^a}{\sigma_1^a}$ فرض می‌شود. ابتدا تمامی کرنش‌ها صفر بوده و بارگذاری با فرض مقدار کوچکی برای $d\varepsilon^a$ در ناحیه‌ی سالم شروع شده و کرنش معادل $\bar{\varepsilon}^a$ محاسبه می‌شود.

$$\bar{\varepsilon}^a|_{\text{new}} = \bar{\varepsilon}^a|_{\text{old}} + d\varepsilon^a \quad (4)$$

بطور مشابهی رابطه‌ی (4) علاوه بر کرنش معادل برای کرنش‌های اصلی نیز برقرار است. با جایگذاری کرنش معادل در رابطه‌ی سخت‌شوندگی، تنش تسلیم معادل به دست می‌آید. توجه شود که تنش محاسبه شده از رابطه‌ی کارسختی و تابع تسلیم باهم برابر است. در ادامه با کمک قانون جریان و تانسور تنش به دست آمده از مرحله‌ی قبل، کرنش‌ها در ناحیه‌ی (a) قابل محاسبه می‌شود و با استفاده از ماتریس دوران T ، که به صورت معادله‌ی (5) تعریف می‌شود، تانسورهای تنش و کرنش در ناحیه‌ی (a) به مختصات شیار طبق رابطه‌ی (6) انتقال می‌یابد.

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\sigma^{nt} = T \sigma^{xy} T^T = \begin{bmatrix} \sigma_{nn} & \sigma_{nt} \\ \sigma_{nt} & \sigma_{tt} \end{bmatrix} \quad (6)$$

در رابطه‌ی (5)، θ زاویه بین راستای شیار و تنش اصلی مطابق شکل 1 است

$$P_6 = a_1 \sigma_x^6 + a_2 \sigma_x^5 \sigma_y + a_3 \sigma_x^4 \sigma_y^2 + a_4 \sigma_x^3 \sigma_y^3 + a_5 \sigma_x^2 \sigma_y^4 + a_6 \sigma_x \sigma_y^5 + a_7 \sigma_y^6 + (a_8 \sigma_x^4 + a_9 \sigma_x^3 \sigma_y + a_{10} \sigma_x^2 \sigma_y^2 + a_{11} \sigma_x \sigma_y^3 + a_{12} \sigma_y^4) \times \sigma_{xy}^2 + (a_{13} \sigma_x^2 + a_{14} \sigma_x \sigma_y + a_{15} \sigma_y^2) \sigma_{xy}^4 + a_{16} \sigma_{xy}^6 \quad (26)$$

$$P_8 = a_1 \sigma_x^8 + a_2 \sigma_x^7 \sigma_y + a_3 \sigma_x^6 \sigma_y^2 + a_4 \sigma_x^5 \sigma_y^3 + a_5 \sigma_x^4 \sigma_y^4 + a_6 \sigma_x^3 \sigma_y^5 + a_7 \sigma_x^2 \sigma_y^6 + a_8 \sigma_x \sigma_y^7 + a_9 \sigma_y^8 + (a_{10} \sigma_x^6 + a_{11} \sigma_x^5 \sigma_y + a_{12} \sigma_x^4 \sigma_y^2 + a_{13} \sigma_x^3 \sigma_y^3 + a_{14} \sigma_x^2 \sigma_y^4 + a_{15} \sigma_x \sigma_y^5 + a_{16} \sigma_y^6) \sigma_{xy}^2 + (a_{17} \sigma_x^4 + a_{18} \sigma_x^3 \sigma_y + a_{19} \sigma_x^2 \sigma_y^2 + a_{20} \sigma_x \sigma_y^3 + a_{21} \sigma_y^4) \sigma_{xy}^4 + (a_{22} \sigma_x^2 + a_{23} \sigma_x \sigma_y + a_{24} \sigma_y^2) \sigma_{xy}^6 + a_{25} \sigma_{xy}^8 \quad (27)$$

که در روابط (25) تا (27)، a_i پارامترهای ماده است. در این مقاله، معیار تسلیم سوآر 2008 درجه‌ی شش به کار برده شده است.

3-3- تابع تسلیم پلانکت 2008

پلانکت و همکارانش [17]، معیار تسلیم CPB06 را برای ورق‌های فلزی اورتوتروپیک ارائه کردند. در این معیار، ناهمسانگردی با یک تبدیل خطی روی تنش‌های انحرافی تعریف می‌شود و برای ورق‌هایی با ساختار کریستالی FCC و HCP، در هر دو حالت کشش و فشار با دقت زیادی قابل پیش‌بینی است. این معیار تسلیم با دو، سه و چهار تبدیل خطی با نماد CPB06ex2، CPB06ex3 و CPB06ex4 معرفی می‌شود. اگر ناهمسانگردی ورق شدید نباشد، معیار تسلیم CPB06ex2 توصیف بسیار خوبی را از رفتار ورق‌های فلزی ارائه می‌نماید [17].

$$F(\Sigma, \Sigma', k, k', a) = (|\Sigma_1| - k\Sigma_1)^a + (|\Sigma_2| - k\Sigma_2)^a + (|\Sigma_3| - k\Sigma_3)^a + (|\Sigma'_1| - k'\Sigma'_1)^a + (|\Sigma'_2| - k'\Sigma'_2)^a + (|\Sigma'_3| - k'\Sigma'_3)^a \quad (28)$$

در معادله‌ی (28)، k و k' پارامترهای ماده، a درجه‌ی ناهمگنی، $(\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3)$ و $(\Sigma'_1, \Sigma'_2, \Sigma'_3)$ مقادیر اصلی تانسورهای تنش تبدیل یافته است. درحالی‌که تبدیل خطی تانسور تنش انحرافی k به صورت (29) تعریف می‌شود.

$$\Sigma = C : S, \Sigma' = C' : S' \quad (29)$$

و عملگر خطی مرتبه‌ی چهارم C و C' معادله‌ی (29) از روابط زیر به دست می‌آید.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{13} & C'_{23} & C'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \quad (30)$$

C_{ij} ها در رابطه‌ی (30) پارامترهای ماده است. لازم به یادآوری است که

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{33} \\ \Sigma_{32} \\ \Sigma_{31} \\ \Sigma_{21} \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{32} \\ S_{31} \\ S_{21} \end{bmatrix} \quad (31)$$

در این مقاله از تابع تسلیم CPB06ex2 تحت عنوان پلانکت 2008 استفاده شده است.

3- معیارهای تسلیم پیشرفته

انجام عملیات نوردکاری برای تولید ورق‌های آلومینیومی باعث تولید ناهمسانگردی در خواص مکانیکی این آلیاژها به‌ویژه تنش تسلیم و ضریب ناهمسانگردی R ، متفاوت با زوایای مختلف نسبت به جهت نورد، می‌شود. بنابراین معیار تسلیم اهمیت بسزایی در میزان دقت نمودار حد شکل‌دهی بر اساس مدل M_K دارد. سطح تسلیم معمولاً به‌وسیله رابطه‌ی ضمنی (22) معرفی می‌شود.

$$\bar{\sigma} - Y = 0 \quad (22)$$

در رابطه‌ی (22)، $\bar{\sigma}$ تنش مؤثر و یک تابع اسکالر از تانسور تنش انحرافی Y تنش تسلیم به‌دست آمده از یک تست ساده‌ی کشش، فشار و یا برش است. سطح تسلیم مکان هندسی تنش‌ها بوده که ماده از حالت الاستیک خارج شده و تغییر شکل پلاستیک آغاز می‌شود. تابع تسلیم، شکل ریاضی سطح تسلیم است که شامل شش مؤلفه‌ی تنش (سه مؤلفه‌ی تنش نرمال و سه مؤلفه‌ی تنش برشی) است. در طول چندین سال، توابع تسلیم فراوانی به منظور تطابق بهتر با داده‌های تجربی ارائه شده است. در این مقاله چهار معیار تسلیم پیشرفته‌ی ناهمسانگرد BBC2008، سوآر 2008، پلانکت 2008 و 2011 Yld برای ورق‌های آلومینیومی مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است.

3-1- تابع تسلیم BBC2008

به منظور افزایش انعطاف‌پذیری تابع تسلیم BBC، بانایک [15]، نسخه‌ی جدیدی از معیار تسلیم تنش صفحه‌ای به نام BBC2008 به شکل سری محدود (با استفاده از 8 یا 16 پارامتر ماده) طبق رابطه‌ی (23) ارائه نمود.

$$\frac{\bar{\sigma}^{2k}}{w-1} = \sum_{i=1}^s \{w^{i-1} \{ [L^{(i)} + M^{(i)}]^{2k} + [L^{(i)} - M^{(i)}]^{2k} \} + w^{s-i} \{ [M^{(i)} + N^{(i)}]^{2k} + [M^{(i)} - N^{(i)}]^{2k} \} \} \quad (23)$$

در معادله‌ی (23)، w مقدار ثابتی است که بر حسب تعداد جمله‌های سری s ، تعریف می‌شود. همچنین $L^{(i)}$ بصورت ترکیب خطی و $M^{(i)}$ ، $N^{(i)}$ به شکل ترکیب غیرخطی از تنش‌های صفحه‌ای تعریف می‌شوند.

$$w = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{s}} > 1$$

$$L^{(i)} = l_1^{(i)} \sigma_{11} + l_2^{(i)} \sigma_{22}$$

$$M^{(i)} = \sqrt{[m_1^{(i)} \sigma_{11} - m_2^{(i)} \sigma_{22}]^2 + [m_3^{(i)} (\sigma_{12} + \sigma_{21})]^2}$$

$$N^{(i)} = \sqrt{[n_1^{(i)} \sigma_{11} - n_2^{(i)} \sigma_{22}]^2 + [n_3^{(i)} (\sigma_{12} + \sigma_{21})]^2} \quad (24)$$

که برای $s = 1$ معیار تسلیم با نماد BBC2008-8p و برای $s = 2$ با نماد BBC2008-16p نمایش داده می‌شود و برای مواد با ساختار BCC، $k = 3$ و برای مواد FCC، $k = 4$ پیشنهاد شده می‌شود.

ثابت‌های $l_1^{(i)}, l_2^{(i)}, m_1^{(i)}, m_2^{(i)}, m_3^{(i)}, n_1^{(i)}, n_2^{(i)}, n_3^{(i)} \in R$ در رابطه‌ی (24) جز پارامترهای ماده است. در این مقاله از BBC 2008-16 استفاده شده است.

3-2- تابع تسلیم سوآر 2008

این معیار به ارائه‌ی توابع تسلیم چندجمله‌ای غیر درجه دو، چندجمله‌ای همگن درجه‌ی چهارم، ششم و هشتم، با فرض تنش صفحه‌ای برای بیان رفتار ناهمسانگرد پلاستیک ورق‌های فلزی اورتوتروپیک طبق روابط زیر پرداخته است [16].

$$P_4 = a_1 \sigma_x^4 + a_2 \sigma_x^3 \sigma_y + a_3 \sigma_x^2 \sigma_y^2 + a_4 \sigma_x \sigma_y^3 + a_5 \sigma_y^4 + \sigma_{xy}^2 (a_6 \sigma_x^2 + a_7 \sigma_x \sigma_y + a_8 \sigma_y^2) + a_9 \sigma_{xy}^4 \quad (25)$$

4-3- تابع تسلیم Yld2011

دو معیار تسلیم جدید ناهمسانگرد برای ورق‌های فلزی اورتوتروپیک به نام- های Yld2011-18p و Yld2011-27p به ترتیب با 18 و 27 پارامتر کالیبره شده با داده‌های تجربی، به صورت تبدیل خطی از تانسور تنش انحرافی و در حالت سه بعدی تنش توسط آرترز و بارلات [18]، ارائه شده است. کاربرد آسان در کدهای المان محدود از جمله فواید این معیار است. تابع تسلیم انعطاف‌پذیر Yld2011-18p با دو تبدیل خطی S'_i و S'_j به شکل رابطه‌ی (32) تعریف می‌شود.

$$\bar{\sigma} = \left\{ \frac{1}{\xi} \left[\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |S'_i + S'_j|^m \right] \right\}^{1/m} \quad (32)$$

در معادله‌ی (32)، m مقداری ثابت و معرف درجه‌ی ناهمسانگردی ورق است. هم‌چنین اسکالر ξ از رابطه‌ی (33) محاسبه می‌شود.

$$\xi = \left(\frac{4}{3} \right)^m + 4 \left(\frac{2}{3} \right)^m + 4 \left(\frac{1}{3} \right)^m, m \geq 1 \quad (33)$$

با افزودن تبدیل خطی سوم به تابع تسلیم Yld2011-18p، معیار 27p- Yld2011 طبق معادله‌ی (34) ارائه می‌شود.

$$\bar{\sigma} = \left\{ \frac{1}{\xi} \left[\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |S'_i + S'_j|^m + \sum_{j=1}^3 |S'''_j|^m \right] \right\}^{1/m} \quad (34)$$

در معادله‌ی (34)، اسکالر ξ از رابطه‌ی (35) حاصل می‌شود.

$$\xi = \left(\frac{4}{3} \right)^m + 5 \left(\frac{2}{3} \right)^m + 6 \left(\frac{1}{3} \right)^m, m \geq 1 \quad (35)$$

تعریف تبدیل خطی در روابط (32) و (34) به صورت معادله‌ی زیر است.

$$S' = C':S \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} S'_{11} \\ S'_{22} \\ S'_{33} \\ S'_{32} \\ S'_{31} \\ S'_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -C'_{12} & -C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -C'_{21} & 0 & -C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -C'_{31} & -C'_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{32} \\ S_{31} \\ S_{21} \end{bmatrix} \quad (37)$$

در معادله‌ی (36)، S بردار تنش انحرافی و C_{ij} ها در رابطه‌ی (37) پارامترهای ماده است. در این مقاله، از معیار تسلیم Yld2011-18p استفاده شده است.

4- نتایج و بحث

در فرآیندهای شکل‌دهی ورق‌های فلزی، بررسی حد تحمل یک فلز در مقابل کرنش‌های مختلف با استفاده از منحنی‌های حد شکل‌دهی انجام می‌گیرد. این نمودار نشان‌دهنده‌ی حد شکل‌پذیری ورق فلزی است که ارتباط میان کرنش‌های اصلی را به هنگام شروع گلویی شدن نشان می‌دهد. اگر توزیع کرنش در کلیه‌ی نقاط ورق زیر این منحنی باشد، ورق بدون پارگی کشیده می‌شود ولی اگر ترکیب کرنش در نقاط بحرانی قطعه، بالای این منحنی واقع گردد، ورق پاره شده و عملیات شکل‌دهی ناتمام خواهد ماند. منحنی‌های حد شکل‌دهی حالت‌های کرنش از کشش تک محوره تا کشش دو محوره‌ی یکسان را پوشش می‌دهد. یکی از عوامل تأثیرگذار بر کرنش‌های حدی ناهمسانگردی پلاستیک و معیار تسلیم ورق‌های فلزی است. استفاده از معیارهای تسلیم ناهمسانگرد کلاسیک و قدیمی برای بررسی شکل‌پذیری ورق‌های آلومینیومی باعث ایجاد خطا می‌شود. این در حالی است که از معیارهای تسلیم جدید و پیشرفته برای تحلیل نمودار حد شکل‌دهی آلیاژهای آلومینیومی کم‌تر استفاده شده است. در صورتی که می‌توان با استفاده از مدل ناپایداری M_K و به‌کارگیری هر یک از معیارهای پیشرفته به تحلیل عددی

صحیح از فرآیند شکل‌پذیری این آلیاژها دست یافت. توانایی توابع تسلیم در تعیین سطح تسلیم بر حسب تنش‌های اصلی دارای اهمیت بسیار بوده و لازم است که تابع تسلیم از نظر ریاضی به اندازه‌ی کافی انعطاف‌پذیر باشد و پس از وارد کردن پارامترهای ماده، بتواند همه‌ی پارامترهای تجربی را با دقت بازیابی کند [14]. برای بیان ناهمسانگردی ورق معمولاً از تنش‌های تسلیم تک-محوری و نسبت‌های کرنش پلاستیک در جهت‌های مختلف، در محدوده‌ی 0 تا 90 درجه نسبت به جهت نورد ورق، استفاده می‌شود. با تعریف تنش‌های صفحه‌ای بر حسب θ ، زاویه نسبت به جهت نورد و Y_θ ، تنش تسلیم تک-محوری به صورت روابط (38)

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= Y_\theta \cos^2 \theta \\ \sigma_{22} &= Y_\theta \sin^2 \theta \\ \sigma_{12} &= Y_\theta \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (38)$$

و با توجه به تابع تسلیم مفروض $\bar{\sigma}(Y_\theta, \theta)$ ، تنش تسلیم تک‌محوری نرماله شده و ضریب ناهمسانگردی از روابط (39) و (40) محاسبه می‌شود [15]-[18].

$$\frac{\sigma_\theta}{Y} = \frac{1}{\bar{\sigma}(1, \theta)} \quad (39)$$

$$r_\theta = - \frac{\sin^2 \theta \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{11}} - \frac{1}{2} \sin 2\theta \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{12}} + \cos^2 \theta \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{22}}}{\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{22}}} \quad (40)$$

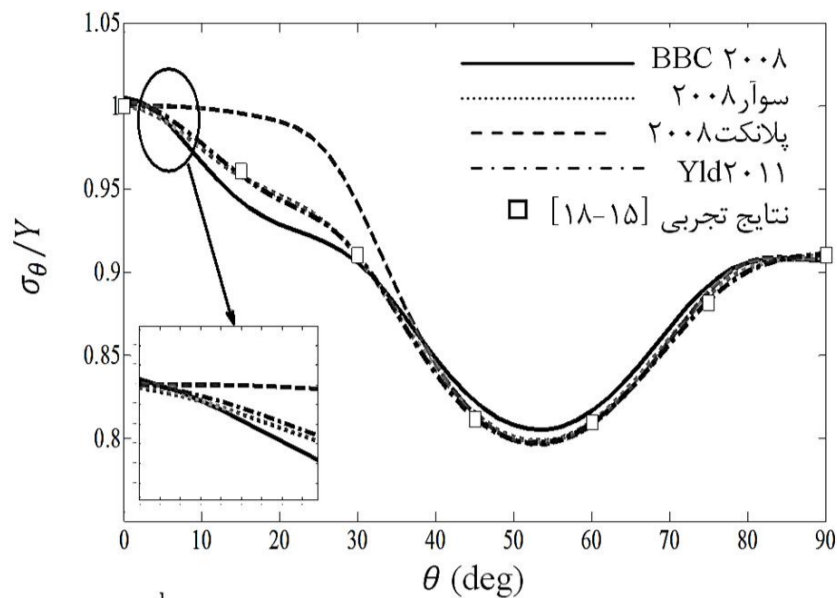
در این مقاله برای آلیاژها AA5754، AA2090-T3، AA3104-H19 و بر اساس معیارهای تسلیم پیشرفته‌ی BBC2008، سوار 2008، پلانکت 2008 و Yld2011 پیش‌بینی سطح تسلیم و توزیع تنش تسلیم تک‌محوری نرماله شده طبق رابطه‌ی (39) و توزیع ضریب ناهمسانگردی طبق معادله‌ی (40) محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه شده است. همچنین منحنی‌های حد شکل-دهی این سه آلیاژ بر اساس مدل M_K و معادلات کارسختی سوئیفت و وس و توسط معیارهای تسلیم پیشرفته ترسیم شده است. هم‌چنین اثر پارامترهای توان کرنش سختی n و ضریب نقص اولیه f_0 بر منحنی‌های حد شکل‌دهی بررسی شده است.

4-1- آلیاژ AA2090-T3

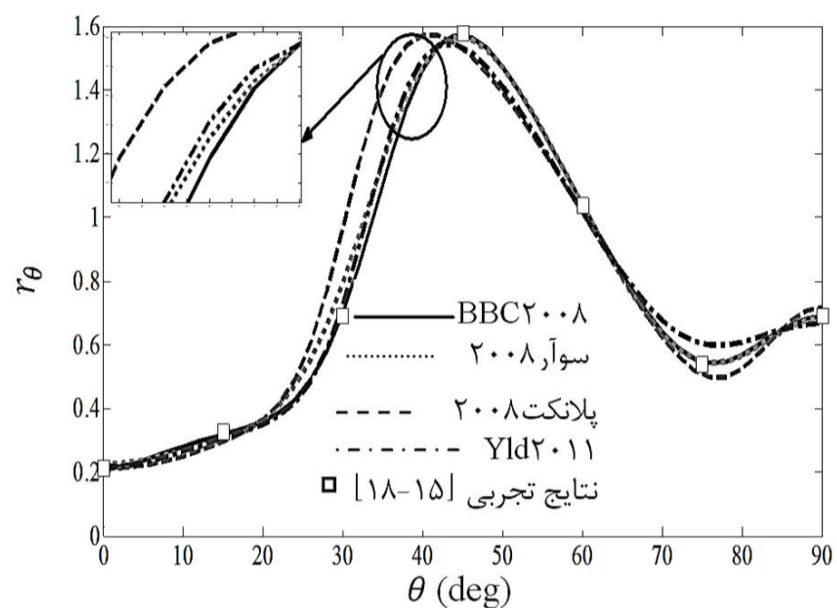
ثابت‌های به‌کاررفته برای آلیاژ AA2090-T3 در معیارهای تسلیم BBC2008، سوار 2008، پلانکت 2008 و Yld2011 به ترتیب در جدول‌های 1 تا 4 آمده است. شکل 2 پیش‌بینی سطح تسلیم را توسط معیارهای ارائه شده، نمایش می‌دهد. هر چهار معیار نقاط تسلیم ارائه شده را در نتایج تجربی تأیید نموده و سطح تسلیم پیش‌بینی شده توسط دو معیار سوار 2008 و BBC2008 بر هم منطبق بوده و تفاوت جزئی با سطح پیش‌بینی شده توسط Yld2011 دارد. همچنین قسمت چپ سطح تسلیم پیش‌بینی شده‌ی پلانکت 2008 تمایز بیشتری با سه سطح تسلیم دیگر نشان می‌دهد. سطح تسلیم پیش-بینی شده توسط معیار کلاسیک و قدیمی هیل 48 تنها نقطه‌ی تسلیم

جدول 1 پارامترهای آلیاژ AA2090-T3 برای معیار تسلیم سوار 2008 [16]

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	-1/1059	2/5255	-5/1914	6/1458	-4/3254
a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
1/7753	14/190	-4/9759	-4/3926	3/4652	15/806
a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}		
0	-9/4916	86/661	116/42		

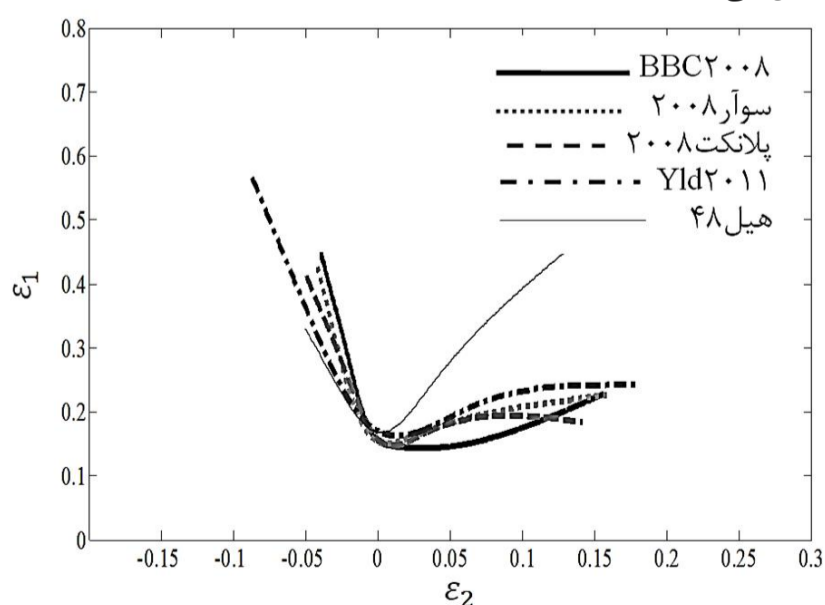


شکل 3 تنش تسلیم تک‌محوری نرماله شده برای آلیاژ AA2090-T3



شکل 4 ضریب ناهمسانگردی پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA2090-T3

Yld2011 و معیار تسلیم هیل 48، بر اساس قانون سخت‌شوندگی سوئیفت [15] و با ضریب نقص اولیه $f_0 = 0.995$ نمایش می‌دهد. تابع تسلیم کلاسیک هیل 48 در ناحیه کششی-کششی (سمت راست نمودار حد شکل‌دهی) بیش‌ترین کرنش‌های حدی و در ناحیه کششی-فشاری (سمت چپ منحنی) کم‌ترین کرنش‌های حدی را تخمین می‌زند. تفاوت معیار کلاسیک و قدیمی هیل 48 با چهار معیار پیشرفته‌ی ارائه شده مخصوصاً در ناحیه کششی مشهود است. مقایسه‌ی چهار معیار پیشرفته نشان می‌دهد که در سمت چپ منحنی حد شکل‌دهی، معیار تسلیم BBC2008 بیش‌ترین و معیار تسلیم جدید Yld2011 کم‌ترین کرنش‌های حدی را پیش‌بینی می‌کند و در سمت راست منحنی حد شکل‌دهی تابع تسلیم پیشرفته‌ی Yld2011 بیش‌ترین و BBC2008 کم‌ترین کرنش‌های حدی را برای این آلیاژ مشخص می‌نماید.



شکل 5 نمودار حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلیاژ آلومینیومی AA2090-T3

جدول 2 ثابت‌های آلیاژ AA2090-T3 برای معیار تسلیم BBC2008 [15]

k	s	w	$l_1^{(1)}$	$l_2^{(1)}$	$m_1^{(1)}$	$m_2^{(1)}$
4	2	1/2247	0/1309	0/6217	0/7834	0/6604
			$m_3^{(1)}$	$n_1^{(1)}$	$n_2^{(1)}$	$n_3^{(1)}$
			0/000079	0/111	0/0482	0/3075
			$m_1^{(2)}$	$m_2^{(2)}$	$m_3^{(2)}$	$n_1^{(2)}$
			0/000113	0/000077	0/5380	0/0558
						$n_2^{(2)}$
						1/0186
						$n_3^{(2)}$
						0/7781

جدول 3 ضرایب ثابت معیار تسلیم پلانکت 2008 برای آلیاژ آلومینیومی

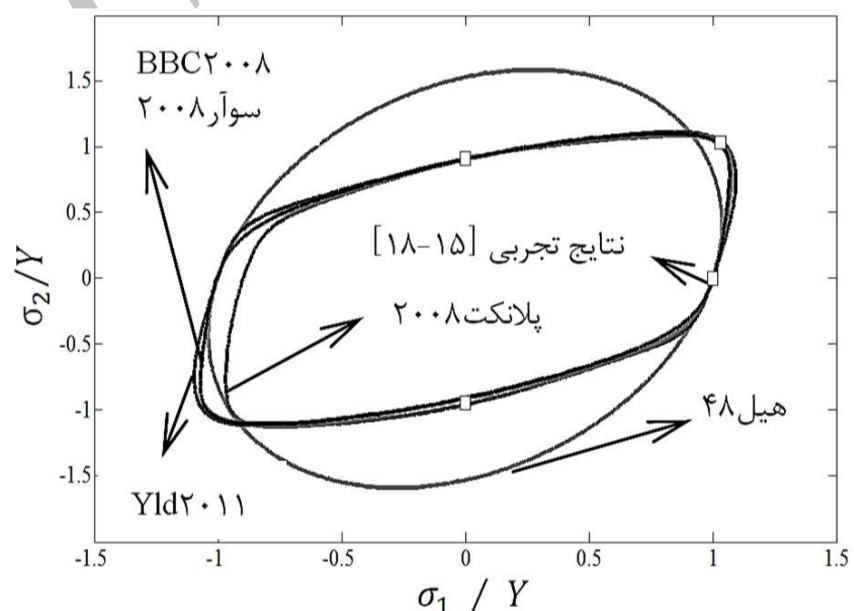
[17] ($a = 12$) AA2090-T3

k	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{22}	C_{23}
0/054	0/453	-0/841	-1/248	-1/058	-2/284
	C_{33}	C_{66}	k'	C'_{11}	C'_{12}
	-3/201	1/026	0/027	0/453	-0/705
				C'_{13}	
				1/148	
				C'_{22}	C'_{23}
				0/139	-0/519
				C'_{33}	C'_{66}
				0/878	1/978

جدول 4 پارامترهای ثابت معیار Yld2011 برای آلیاژ آلومینیومی AA2090-T3

[18] ($m = 12$)

C'_{12}	C'_{13}	C'_{21}	C'_{23}	C'_{31}
0/44160	-1/18740	0/978656	1/80125	-1/7401
	C'_{32}	C'_{44}	C'_{55}	C'_{66}
	-0/959446	1	1	1/41126
				C''_{12}
				0/7927
				C''_{13}
				0/670733
				C''_{21}
				0/622929
				C''_{23}
				0/6655
				C''_{31}
				0/962866
				C''_{32}
				-0/232242
				C''_{44}
				1
				C''_{55}
				1
				C''_{66}
				1/36



شکل 2 سطح تسلیم پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA2090-T3

تجربی را در حالت کشش تک‌محوری تأیید می‌کند و با سطح تسلیم پیش‌بینی شده توسط چهار معیار تسلیم پیشرفته تفاوت زیادی دارد.

مقایسه‌ای از توزیع تنش تسلیم تک‌محوری نرماله شده و ضریب ناهمسانگردی برای این آلیاژ آلومینیومی توسط معیارهای پیشرفته‌ی جدید به ترتیب در شکل‌های 3 و 4 نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که نتایج عددی با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد.

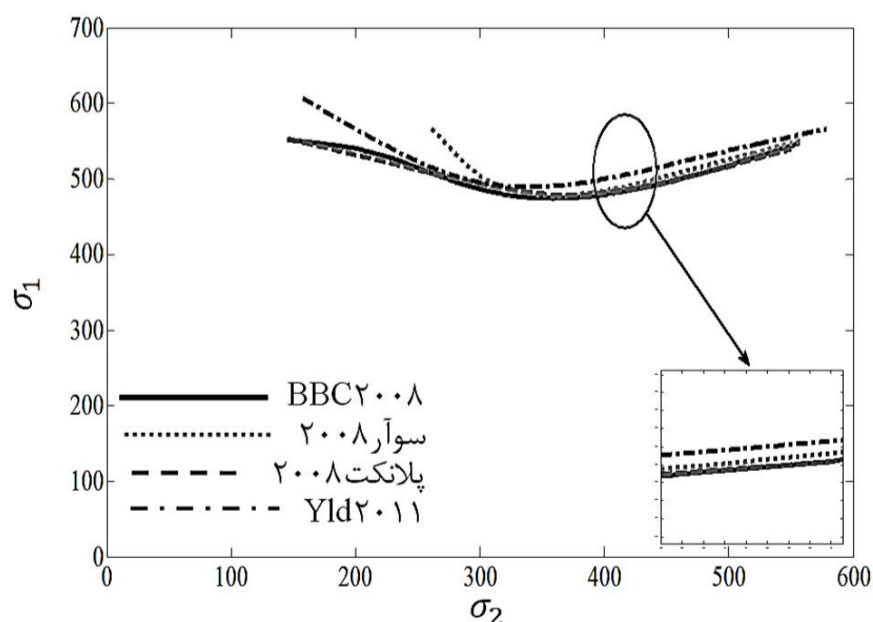
در شکل 3، دو معیار تسلیم جدید سوآر 2008 و Yld2011 توزیع تنش تسلیم تک‌محوری نرماله شده‌ی تقریباً یکسانی را برای این آلیاژ پیش‌بینی می‌کند که در تمام زوایا بر نقاط ارائه شده در نتایج تجربی منطبق است. مطابق شکل 4، معیار تسلیم پلانکت 2008 توزیع ضریب ناهمسانگردی متمایزتری برای آلیاژ آلومینیومی AA2090-T3 در مقایسه با سه تابع تسلیم پیشرفته‌ی دیگر دارد.

شکل 5 پیش‌بینی نمودارهای حد شکل‌دهی را برای AA2090-T3 توسط توابع تسلیم پیشرفته‌ی BBC2008، سوآر 2008، پلانکت 2008.

پیچیده و چند مرحله‌ای نه تنها نسبت کرنش بلکه راستای آن نیز تغییر می‌کند و فرض ثابت بودن نسبت کرنش در ترسیم منحنی معتبر نخواهد بود. بنابراین وابستگی نمودار حد شکل‌دهی به مسیرهای کرنش سبب شده تا در فرآیندهای چند مرحله‌ای این منحنی کارایی چندانی نداشته باشد. ولی با تبدیل این کرنش‌های حدی به تنش‌های حدی و ترسیم نمودار حد تنش شکل‌دهی، این منحنی دیگر به مسیر کرنش وابسته نبوده و برای هر حالتی از تغییر شکل قابل استفاده است. نمودار حد تنش شکل‌دهی برای آلیاژ آلومینیومی AA2090-T3 بر اساس چهار معیارهای تسلیم پیشرفته‌ی ارائه‌شده در این مقاله، در شکل 9 نشان داده شده است. برای این آلیاژ منحنی تنش‌های حدی پیش‌بینی شده توسط دو معیار تسلیم جدید BBC2008 و پلانکت 2008 تقریباً یکسان است که در مقایسه با دو تابع تسلیم دیگر کم‌ترین مقدار تنش را بیان می‌کند. معیار تسلیم پیشرفته‌ی Yld2011 بیش‌ترین مقادیر را برای تنش‌های حدی نشان می‌دهد.

2-4- آلیاژ AA5754

ثابت‌های به‌کاررفته برای آلیاژ آلومینیومی AA5754 در معیار تسلیم جدید پلانکت 2008 در جدول 5 نشان داده شده است. شکل 10 پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی را توسط تابع تسلیم جدید پلانکت 2008 و بر اساس سخت‌شوندگی سوئیفت [9]، با ضریب نقص اولیه $f_0 = 0.983$ ، نمایش می‌دهد. کرنش‌های حدی پیش‌بینی شده با این معیار تسلیم در محدوده‌ی حالت کرنش صفحه‌ای با نتایج تجربی نزدیکی قابل قبولی دارد ولی در سایر نقاط به ویژه در قسمت چپ منحنی تفاوت دیده می‌شود که آن را می‌توان به رفتار ناهمسانگرد شدید آلیاژ آلومینیومی AA5754 و عدم توصیف دقیق رفتار ورق توسط معیار تسلیم CPB06ex2 و پایین بودن درجه‌ی ناهمگنی این آلیاژ در معادله‌ی 27 ارجاع داد. البته با استفاده از تابع تسلیم CPB06ex3 یا CPB06ex4 می‌توان نتایج عددی را بهبود بخشید. هم‌چنین باید توجه داشت که مدل ناپایداری M_K نسبت به مقدار ضریب نقص اولیه حساس بوده و مقدار این ضریب معمولاً به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که بهترین تطابق بین نتایج تئوری و داده‌های تجربی به‌وجود آید [14].



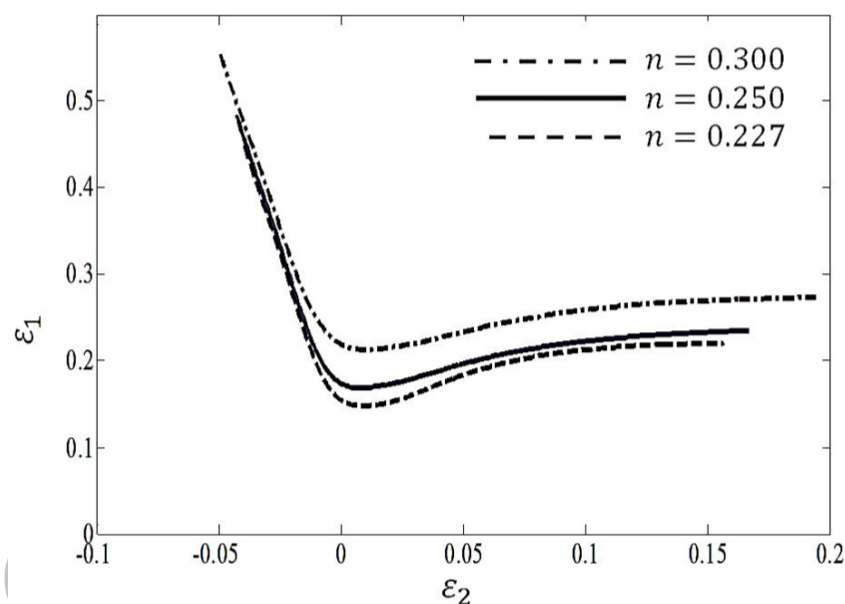
شکل 9 پیش‌بینی نمودار حد تنش شکل‌دهی برای آلیاژ AA2090-T3

جدول 5 پارامترهای آلیاژ AA5754 برای معیار تسلیم پلانکت 2008 [22]

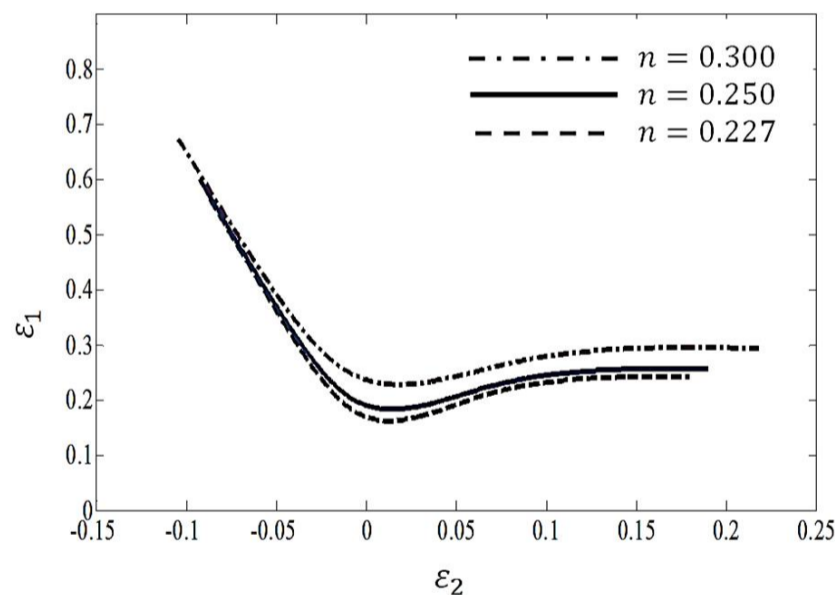
C_{12}	C_{13}	C_{22}	C_{23}	C_{33}	C_{66}
-2/592	-5/48	1/087	-7/806	-6/16	4/762
C'_{12}	C'_{13}	C'_{22}	C'_{23}	C'_{33}	C'_{66}
-1/93	-4/541	6/687	-0/457	2/663	6/779

اثر توان کرنش سختی و ضریب نقص اولیه در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیومی AA2090-T3 در شکل‌های 6 تا 8 نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که برای معیارهای تسلیم پیشرفته با افزایش توان کرنش سختی n و کاهش ناهمگنی هندسی ورق که با افزایش ضریب نقص اولیه f_0 همراه است، کرنش‌های حدی و سطح منحنی‌های حد شکل‌دهی افزایش یافته و در نتیجه شکل‌پذیری ورق بهبود می‌یابد.

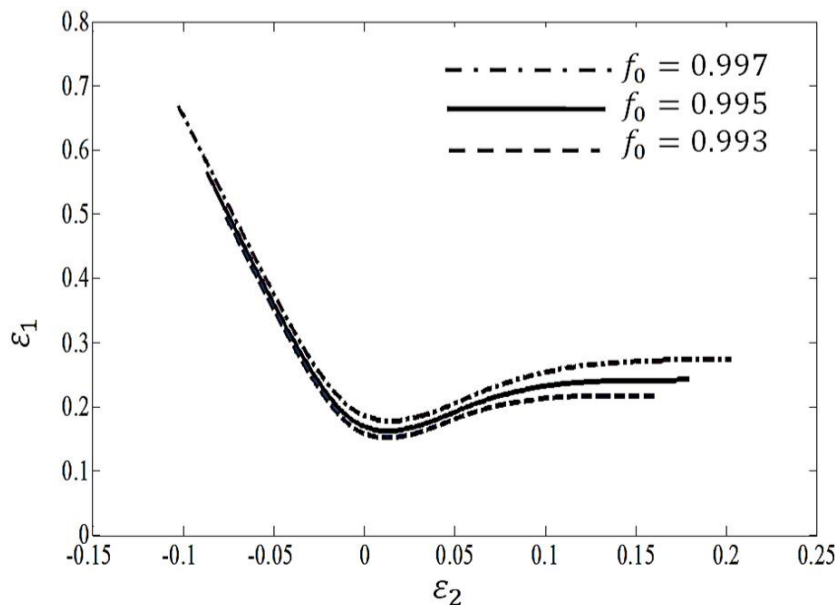
پس از محاسبه‌ی کرنش‌های حدی و کرنش مؤثر با استفاده از رابطه‌ی کارسختی می‌توان تنش مؤثر را بدست آورد و با مشخص بودن نسبت تنش‌ها و به کمک معادله‌ی تسلیم، در نهایت تنش‌های حدی را تعیین نمود. از آنجایی‌که در تعیین کرنش‌های حدی در مدل M_K، فرض می‌شود که نسبت کرنش در منطقه‌ی سالم مقدار ثابتی است، نمودار حد شکل‌دهی به مسیر کرنش و تغییر شکل وابسته خواهد بود. در فرآیندهای شکل‌دهی



شکل 6 اثر توان کرنش سختی بر FLC براساس معیار تسلیم BBC2008



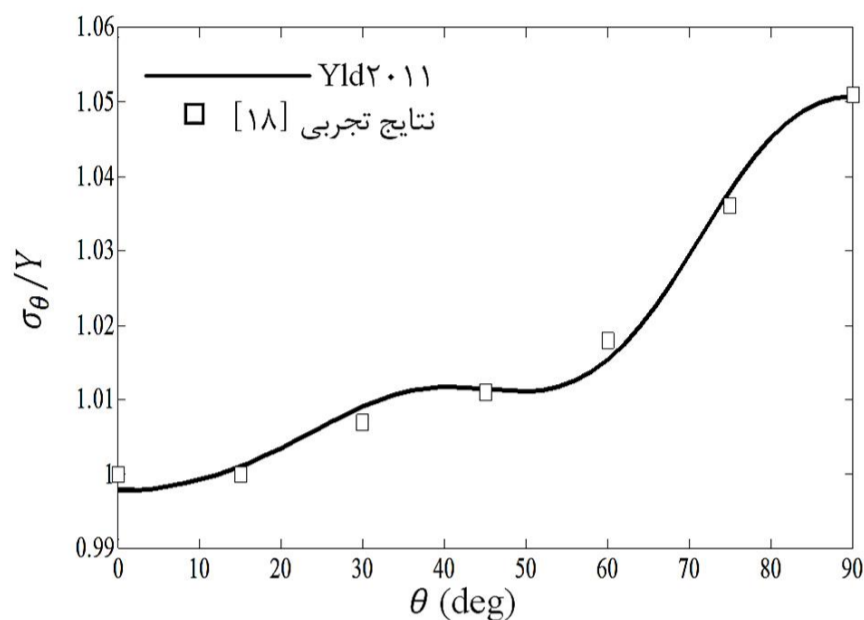
شکل 7 اثر توان کرنش سختی بر FLC براساس معیار تسلیم Yld2011



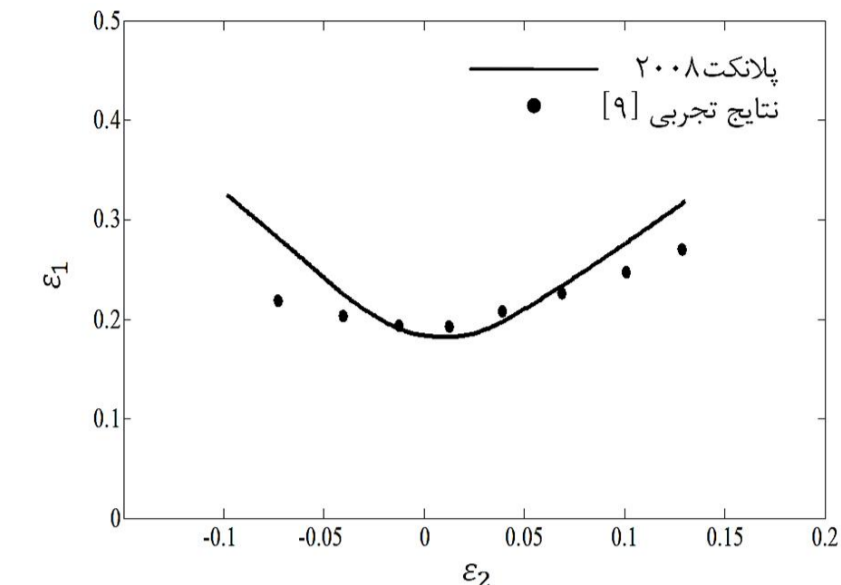
شکل 8 اثر ضریب نقص اولیه بر FLC براساس معیار تسلیم Yld2011

جدول 6 پارامترهای آلیاژ AA3104-H19 برای معیار تسلیم Yld2011 [18]

C'_{12}	C'_{13}	C'_{21}	C'_{23}	C'_{31}	C'_{32}
1/28025	0/853723	0/758983	1/500	1/6318	1/45339
C'_{44}	C'_{55}	C'_{66}	C''_{12}	C''_{13}	C''_{21}
1	1	0/880608	0/795767	0/715288	1/18774
C''_{23}	C''_{31}	C''_{32}	C''_{44}	C''_{55}	C''_{66}
0/315233	-0/0608724	0/693975	1	1	1/19887



شکل 10 نمودار حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلیاژ آلومینیومی AA5754

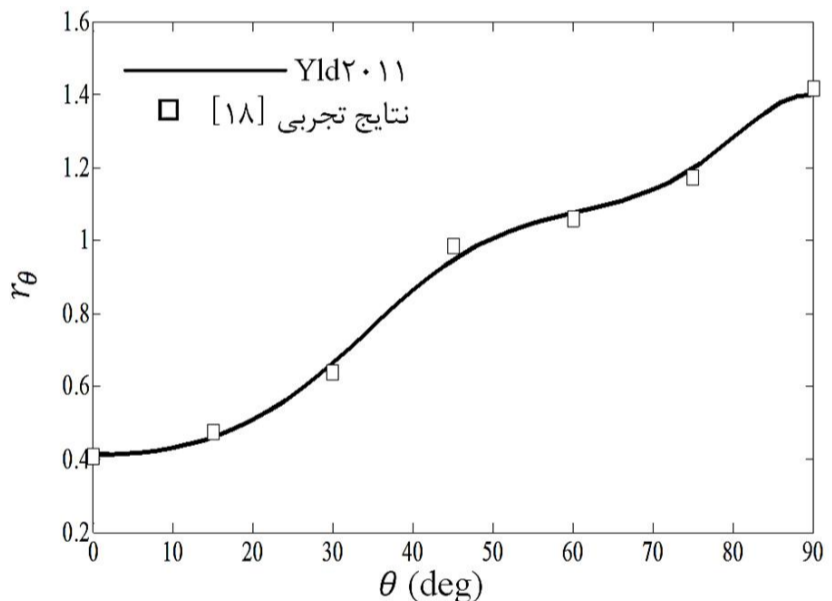


اثر توان کرنش سختی در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی آلومینیومی AA5754 در شکل 11 نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش n موجب بالا رفتن شکل‌پذیری ورق می‌شود. همچنین اثر ضریب ناهمگنی اولیه در پیش‌بینی کرنش‌های حدی در شکل 12 ترسیم شده است. با افزایش f_0 ، مشاهده می‌شود که سطح منحنی‌های حد شکل‌دهی افزایش می‌یابد.

3-4- آلیاژ AA3104-H19

ثابت‌های به‌کاررفته برای این آلیاژ در معیار تسلیم Yld2011 در جدول 6 نشان داده شده است. توزیع تنش تسلیم تک‌محوری نرماله شده و ضریب ناهمسانگردی آلیاژ آلومینیومی AA3104-H19 در شکل‌های 13 و 14 ارائه شده است که با نتایج تجربی مطابقت دارد.

شکل 13 توزیع تنش تسلیم تک‌محوری نرماله شده برای آلیاژ AA3104-H19

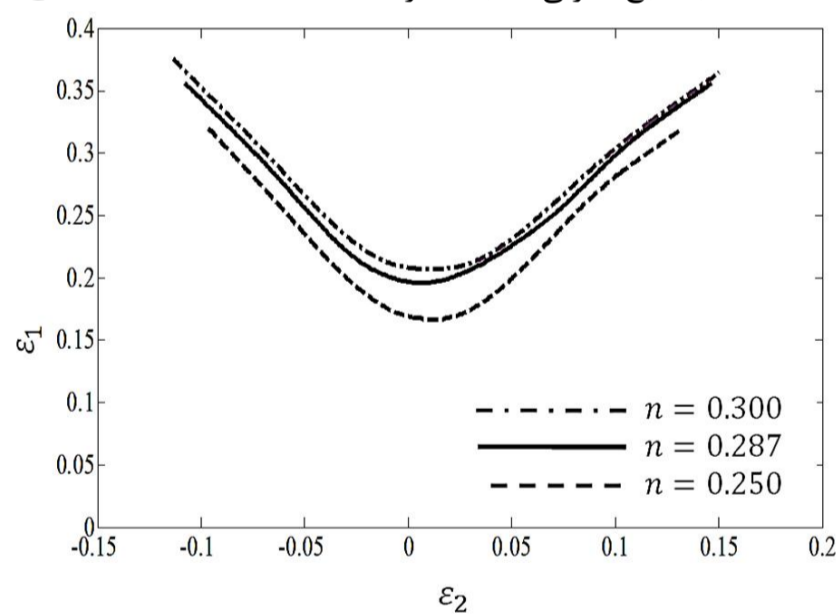


شکل 14 ضریب ناهمسانگردی پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA3104-H19

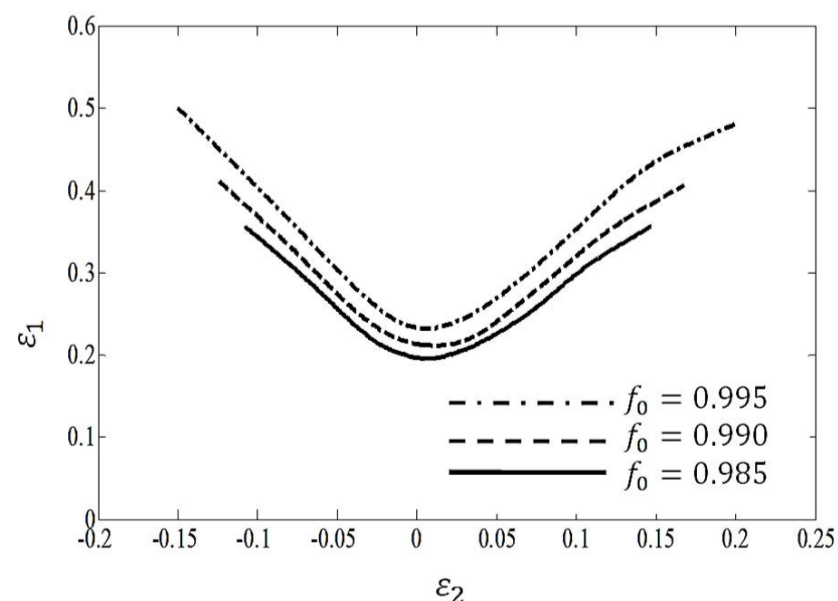
شکل 15 پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی را توسط معیار تسلیم پیشرفته‌ی Yld2011 و بر اساس سخت‌شوندگی وس [18]، با ضریب نقص اولیه $f_0 = 0.992$ نشان می‌دهد. مقادیر کرنش‌های حدی پیش‌بینی شده توسط تابع تسلیم جدید Yld2011 برای آلیاژ AA3104-H19 در ناحیه‌ی فشاری (سمت چپ منحنی) اندکی بیش‌تر از نتایج تجربی تخمین زده می‌شود. ولی این مقادیر در محدوده‌ی حالت کرنش صفحه‌ای داده‌های آزمایشگاهی را تأیید می‌کند. البته با استفاده از تابع تسلیم Yld2011-27p و افزایش تعداد پارامترهای ماده می‌توان نتایج عددی دقیق‌تری را مشخص نمود.

5- نتیجه‌گیری

بر اساس تحلیل‌های صورت گرفته ملاحظه می‌شود که برای پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی ورق‌های آلومینیومی با ناهمسانگردی شدید، نمی‌توان از معیارهای تسلیم قدیمی و کلاسیک معروفی همچون هیل 48 استفاده نمود. همان‌گونه که در این مقاله برای آلیاژ AA2090-T3، معیار تسلیم هیل 48 پیش‌بینی مناسبی را از رفتار ورق ارائه نکرد. برای ورق‌های آلومینیومی ناهمسانگرد می‌توان از معیارهای تسلیم پیشرفته‌ی BBC2008، سوار 2008، پلانکت 2008 و Yld2011 که سطح تسلیم، تنش تسلیم تک‌محوری نرماله

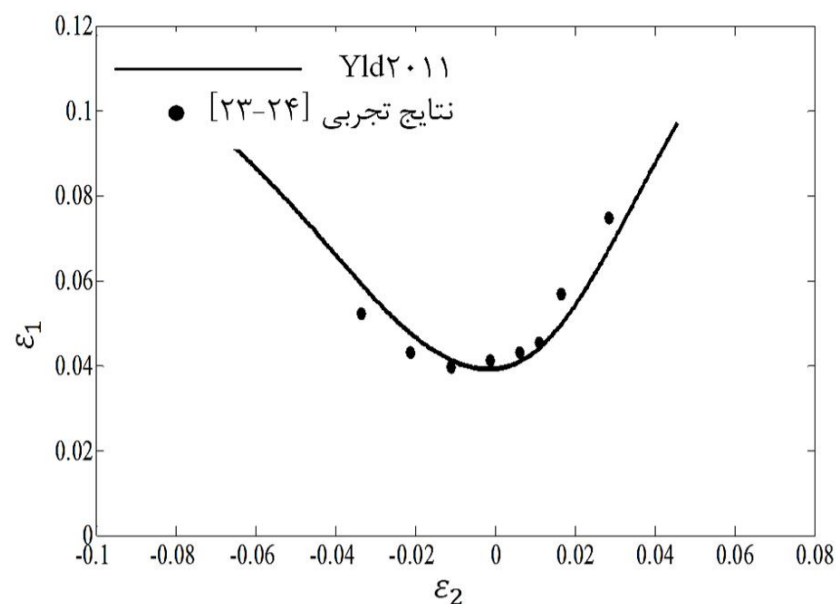


شکل 11 اثر توان کرنش سختی بر FLC براساس معیار تسلیم پلانکت 2008



شکل 12 اثر ضریب نقص اولیه بر FLC براساس معیار تسلیم پلانکت 2008

- [7] S. Ahmadi, A.R. Eivani, A. Akbarzadeh, An experimental and theoretical study on the prediction of forming limit diagrams using new BBC yield criteria and M_K analysis, *Computational Materials Science*, Vol. 44, pp. 1272-1280, 2009.
- [8] A. Rezaee-Bazzaz, H. Noori, R. Mahmudi, Calculation of forming limit diagrams using Hill's 1993 yield criterion, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, pp. 262-270, 2011.
- [9] P. Dasappa, K. Inal, R. Mishra, The effects of anisotropic yield functions and their material parameters on prediction of forming limit diagram, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 49, pp. 3528-3550, 2012.
- [10] L. Xiaoqiang, S. Nan, G. Guiqiang, S. Zhonggang, Prediction of forming limit curve (FLC) for Al-Li alloy 2198-T3 sheet using different yield functions, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 26, pp. 1317-1323, 2013.
- [11] S. Panich, F. Barlat, V. Uthaisangsuk, S. Suranuntchai, S. Jiratharanat, Experimental and theoretical formability analysis using strain and stress based forming limit diagram for advanced high strength steels, *Materials and Design*, Vol. 51, pp. 756-766, 2013.
- [12] M. Hosseinpour Gollo, S. M. H. Seyedkashi, N. Valian Iraj, The effect of Hosford, Hill's quadratic and non-quadratic yield criteria on prediction of forming limit diagrams based on M-K model, *Modares mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 137-146, 2013. (In Persian)
- [13] H. M. Naeini, S. J. Hashemi, G. H. Liaghat, M. Mohammadi, H. Deilami Azodi, analytical prediction of limit strains and limit stresses in hydroforming of anisotropic aluminum tubes, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 133-140, 2014. (In Persian)
- [14] M. Hoseinpour Gollo, S. M. H. Seyedkashi, S. Shahi, The Effect of Advanced BBC2003, Yld2004 and BBC2008 Yield Criterion FLDs Based on M-K, Swift and Hill Models, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 99, No. 9, pp. 9-99, 9999. (In Persian)
- [15] D. S. Comsa, D. Banabic, Plane stress yield criterion for highly anisotropic sheet metals, *Numisheet 2008, Interlaken, Switzerland*, pp. 43-48, 2008.
- [16] S. Soare, J. W. Yoon, O. Cazacu, On the use of homogeneous polynomials to develop anisotropic yield functions with applications to sheet forming, *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, pp. 915-944, 2008.
- [17] B. Plunkett, O. Cazacu, F. Barlat, Orthotropic yield criteria for description of the anisotropy in tension and compression of sheet metals, *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, pp. 847-866, 2008.
- [18] H. Aretz, F. Barlat, New convex yield functions for orthotropic metal plasticity, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 51, pp. 97-111, 2013.
- [19] R. Sowerby, J. L. Duncant, Failure in Sheet Metal in Biaxial Tension, *International Journal of Mechanical Sciences*, pp. 217-229, 1971.
- [20] R. Hashemi, A. Assempour, E. Masoumi Khalil Abadi, Implementation of the forming limit stress diagram to obtain suitable load path in tube hydroforming considering M_K model, *Materials and Design*, Vol. 30, pp. 3545-3553, 2009.
- [21] A. Barata da Rocha, F. Barlat, J. M. Jalinear, Prediction of the Forming Limit Diagram of Anisotropic Sheets in Linear and Non-linear Loading, *Material Science Engineering*, pp. 151-164, 1984.
- [22] K. Inal, R. K. Mishra, O. Cazacu, Forming simulation of aluminum sheets using an anisotropic yield function coupled with crystal plasticity theory, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47, pp. 2223-2233, 2010.
- [23] S. Soare, D. Banabic, A note on the MK computational model for predicting the forming limit strains, *International Journal of Material Forming*, Vol. 1, pp. 281-284, 2008.
- [24] P.D. Wu, M. Jain, J. Savoie, S.R. MacEwen, P. Tugcu, K.W. Neale, Evaluation of anisotropic yield functions for aluminum sheets, *International Journal of Plasticity*, Vol. 19, pp. 121-138, 2003.



شکل 15 پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی برای آلیاژ آلومینیومی AA3104-H19 شده و ضرایب ناهمسانگردی آلیاژهای AA2090-T3 و AA3104-H19 را به خوبی و با دقت بالایی پیش‌بینی کردند، استفاده نمود. نتایج عددی برای پیش‌بینی کرنش‌های حدی را می‌توان با توسعه‌ی معیارهای تسلیم جدید پلانکت 2008 و Yld2011 و استفاده از تابع تسلیم CPB06ex3 یا CPB06ex4 به جای CPB06ex2 و تابع تسلیم Yld2011-27p به جای Yld2011-18p بهبود بخشید که در این صورت تعداد پارامترهای ماده، ثابت‌های مورد نیاز و آزمایش‌ها جهت تعیین پارامترهای تجربی افزایش می‌یابد و این امر مستلزم صرف هزینه و وقت بسیار خواهد بود. هم‌چنین در این مقاله برای دو آلیاژ آلومینیومی AA2090-T3 و AA5754 با افزایش توان کرنش سختی و کاهش ناهمگنی هندسی، شکل‌پذیری ورق برای همه‌ی معیارهای تسلیم پیشرفته بهبود یافت.

6-مراجع

- [1] S. P. Keeler, WA. Backofen, Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches, *Transactions of American Society of Metals*, Vol. 56, pp. 25-48, 1963.
- [2] G. M. Goodwin, Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop, *Society of Automotive Engineers*, No. 680093, pp. 380-387, 1968.
- [3] Z. Marciniak, K. Kuczynski, Limit strains in the processes of stretch forming sheet metal, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 9, pp. 609-620, 1967.
- [4] Z. Marciniak, K. Kuczynski, T. Pokora, Influence of the plastic properties of a material on the forming limit diagram for sheet metal in tension, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 15, pp. 789-805, 1973.
- [5] M.C. Butuc, D. Banabic, A. Barata da Rocha, J.J. Gracio, The performance of Yld96 and BBC2000 yield functions in forming limit prediction, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 125, pp. 281-286, 2002.
- [6] M. Ganjani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 182, pp. 598-607, 2007.