



## کنترل ارتعاشات اجباری ورق مستطیلی لایه‌ای مرکب مستقر بر بستر خطی

کوروش خورشیدی<sup>1\*</sup>، محمد بلالی<sup>2</sup>، علی اصغر قدیمی<sup>3</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

2- کارشناسی ارشد، مهندسی مکترونیک، دانشگاه اراک، اراک

3- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه اراک، اراک

\*اراک، صندوق پستی 3815688349، k-khorshidi@iust.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 02 اردیبهشت 1394

پذیرش: 04 تیر 1394

ارائه در سایت: 24 مرداد 1394

کلید واژگان:

کنترل ارتعاشات اجباری

بستر خطی

کنترل کننده رگلاتور خطی

کنترل کننده گوسی خطی درجه دوم

کنترل کننده فازی

## چکیده

در این مطالعه کنترل فعال ارتعاشات خارج از صفحه‌ای یک ورق مرکب چندلایه مستطیلی مستقر بر بستر خطی همراه با وصله‌های پیزوالکتریک روی سطوح بالا و پایین ورق براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد در این تحقیق وصله‌های پیزو به‌عنوان سنسور مورد استفاده قرار می‌گیرند. با ارضای شرایط مرزی الکتریکی مدار باز و معادله ماکسول، تابع پتانسیل الکتریکی در جهت عرضی به‌دست می‌آید. با بکارگیری روش انرژی ریلی ریتز فرکانس‌های طبیعی ورق و شکل مودهای ارتعاشی به‌دست می‌آیند و سپس روش بسط شکل مودها به‌کار گرفته می‌شوند تا پاسخ ارتعاش اجباری سیستم حاصل شود. در این مقاله برای کنترل و کاهش اندازه جابه‌جایی عرضی ورق مرکب لایه‌ای مستطیلی ناشی از نیروی خارجی عرضی، روش‌های کنترلی رگلاتور خطی درجه دوم، گوسی خطی درجه دوم و کنترل کننده فازی مورد استفاده قرار گرفته است. در بخش نتایج عددی تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل ورودی‌های مختلف مانند موقعیت نیروی اعمالی با کنترل کننده و بدون کنترل کننده روی پاسخ سیستم مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. جهت بررسی دقت روش به‌کار رفته نتایج عددی با نتایج دقیق موجود در مراجع مقایسه می‌شود.

## Control Forced Vibrations of Laminated Composite Rectangular Plate Resting on Linear Line Support

Korosh Khorshidi<sup>1\*</sup>, Mohammad Balali<sup>1</sup>, Ali Asghar Ghadimi<sup>2</sup>,

1- Department of Mechanical Engineering, Arak University, Arak, Iran.

2- Department of Electrical Engineering, Arak University, Arak, Iran.

\*P.O.B. 3815688349 Arak, Iran, k-khorshidi@araku.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 22 April 2015  
Accepted 25 June 2015  
Available Online 15 August 2015

## Keywords:

Control Forced Vibrations  
Line Support  
LQR  
LQG, Fuzzy

## ABSTRACT

In this study out of plane active vibration control of a laminated composite rectangular plate with intermediate line support coupled with piezoelectric patches on both sides, upper and lower surface of the plate, is presented based on First order shear deformation plate theory (FSDT). In this study, the piezoelectric patch is used as a sensor. In the relation of piezoelectric, electrical potential in the transverse direction is earned by satisfying electric boundary conditions (open circuit) and Maxwell's electricity equation. The Rayleigh-Ritz approach is used to obtain natural frequencies and vibration mode shapes of the plate. Forced vibration response is obtained by using by the modal expansion method. In this paper, the Linear Quadratic Regulator (LQR), Linear Quadratic Gaussian (LQG) and Fuzzy Logic Controller (FLC) are used to control and reduce the amplitude of the transverse deformation of a laminated composite rectangular plate which is excited by external force. In the numerical results, the effect of various inputs, e.g. positions of the external force, on the responses of the system are examined and discussed in detail. The proposed analytical method is validated with available data in the literature.

## 1- مقدمه

همچنین مهندسی دریایی به‌ویژه ساخت کف عرشه کشتی اشاره کرد و به‌صورت گسترده‌ای در صنایع هوا و فضا کاربرد دارند. کنترل ارتعاش سازه‌ها در صنایع مهندسی مانند صنایع خودروسازی، صنایع هوایی، ناوگان دریایی، کارخانه‌های تولیدی و پالایشگاه‌ها از اهمیت خاصی برخوردار است. هدف اصلی کنترل ارتعاش، کاهش یا اصلاح ارتعاش سیستم مکانیکی است. ارتعاش کاهش یافته می‌تواند منجر به کاهش یافتن نویز و تنش دینامیکی سیستم شود. مبدل‌های پیزوالکتریک به‌طور مؤثر به‌عنوان محرک‌ها و سنسورها برای کنترل ارتعاش سازه‌های انعطاف‌پذیر استفاده می‌شوند.

به دلیل استفاده‌های گسترده‌ای که از ورق‌های نازک و به نسبت ضخیم در صنایع مکانیکی، عمران و سازه می‌شود مطالعه رفتار ارتعاشی ورق‌ها نقش مهمی در طراحی مهندسان سازه ایفا می‌کند. مطالعه در خصوص رفتار ارتعاشی ورق‌ها سبب بهینه‌کردن طراحی و کاهش هزینه‌های اقتصادی در پروژه‌ها می‌شود و دسترسی به بازدهی بیشتر را میسر می‌سازد. از کاربردهای گسترده ورق‌ها می‌توان به استفاده از آن‌ها در سنسورهای مکانیکی، میکروسکوپ‌های اتمی، سازه هواپیماها، فضاپیماها، خودروها، کشتی‌ها و ...

Please cite this article using:

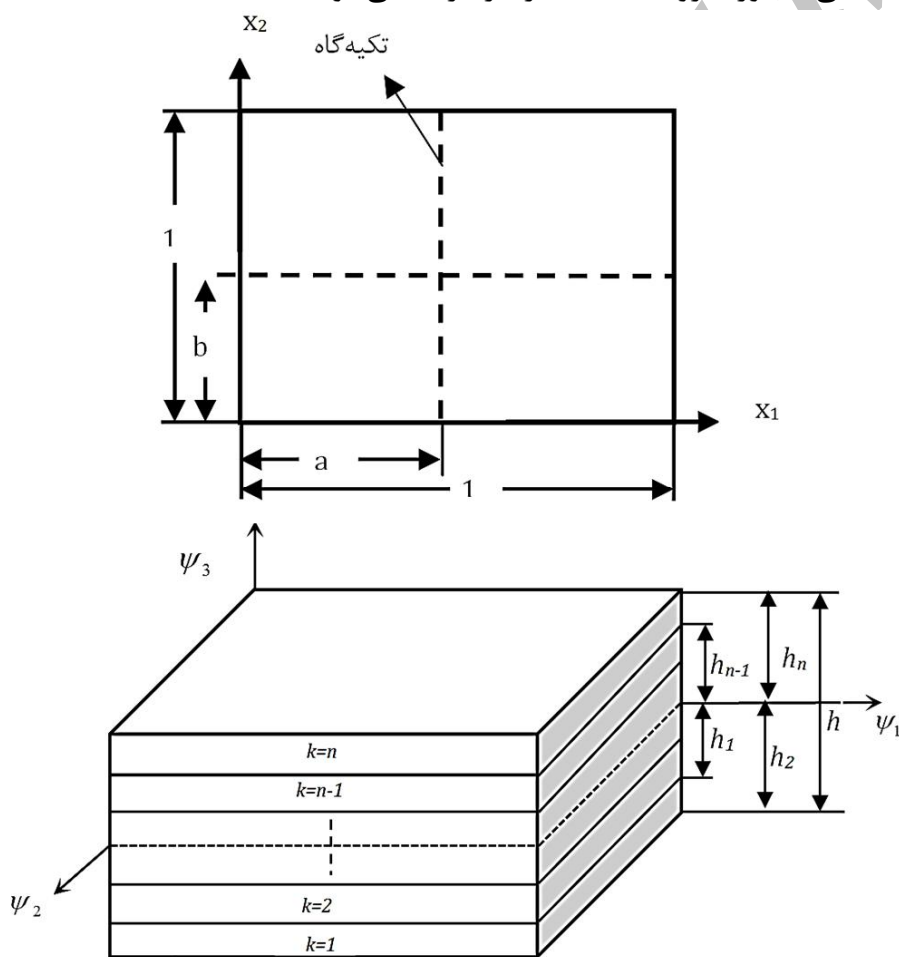
K. Khorshidi, M. Balali, A. A. Ghadimi, Control Forced Vibrations of Laminated Composite Rectangular Plate Resting on Linear Line Support, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 95-104, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

شده است. چانگ و ژو [16] به بررسی ارتعاش ورق‌های مرکب چند لایه متقارن مستقر بر تکیه‌گاه‌های خطی درون صفحه‌ای پرداخته‌اند. از آنجایی که پدیده ارتعاش یک پدیده دینامیکی است؛ بنابراین در رفتار سازه در هر لحظه زمانی در حال تغییر است. جهت کنترل رفتار سازه‌ها تحت ارتعاش نیاز به بکارگیری روش‌های کنترلی فعال است تا در هر لحظه بتوان دامنه نوسانات سازه را کاهش داد. در این مقاله کنترل فعال یک ورق مرکب لایه‌ای مستطیلی کوپل شده با وصله‌های پیزوالکتریک مستقر روی تکیه‌گاه‌های خطی مورد بررسی قرار گرفته است. فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی ورق با بکارگیری روش تحلیل ریلی - ریتز به دست آمده‌اند. روش‌های کنترلی رگلاتور خطی درجه دوم و گوسی خطی درجه دوم برای کنترل ارتعاشات سیستم ناشی از نیروی خارجی به کار گرفته شده است. جهت شبیه‌سازی و به دست آوردن نتایج عددی برنامه‌هایی در نرم‌افزارهای متمتیکا<sup>1</sup> و مطلب<sup>2</sup>، تهیه شده و در بخش نتایج عددی تأثیر پارامترهای مختلف از قبیل ورودی‌های مختلف از قبیل موقعیت نیروی اعمالی با کنترل کننده و بدون کنترل کننده روی پاسخ سیستم مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرند. جهت بررسی دقت روش به کار رفته نتایج عددی با نتایج دقیق موجود در مراجع مقایسه می‌شود.

## 2- رابطه بندی معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشی ورق

ورقی مستطیلی چندلایه مرکب با ابعاد طول  $a$ ، عرض  $b$  و ضخامت کل  $h$  در دستگاه مختصات کارتزین مستقر بر بستر خطی مطابق شکل 1 مفروض است. که خواص فیزیکی هر لایه در جدول 1 آورده شده است. جهت تحلیل ارتعاش ورق مفروض تئوری تغییر شکل برشی مرتبه نخست که اثرات تنش برشی در راستای ضخامت و اینرسی دورانی لحاظ می‌شود، مورد استفاده قرار گرفته است. براساس فرضیات این تئوری میدان جابه‌جایی ورق جهت ارتعاش خمشی به صورت روابط (3-1) در نظر گرفته می‌شود [13].



شکل 1 ورق مستطیلی چندلایه مستقر بر بستر خطی، دستگاه مختصات کارتزین

به سبب توسعه سازه‌های هوشمند، ورق‌های الاستیک با اجزاء پیزوالکتریک بسیار مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. هانگ [1] به بررسی ارتعاش آزاد ورق مستطیلی مستقر روی تکیه‌گاه خطی با شرایط مرزی مختلف پرداخته است. در این بررسی فرکانس‌های طبیعی برای شرایط مرزی مختلف به دست آمده است. آلتانسی و بایر [2،3] به بررسی ارتعاش آزاد و اجباری صفحه مستطیلی لایه‌ای نازک با شرایط مرزی مختلف پرداخته‌اند. در تحقیق ارائه شده توسط ایشان بیشینه جابه‌جایی به ازای نیروی وارده با زوایای متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. در تمام این مدل‌ها فرض معمول آن است که بدون اعمال یک میدان الکتریکی، حضور ماده پیزوالکتریک نمی‌تواند تأثیر قابل توجهی بر ویژگی‌های کلی سازه داشته باشد، که ارتعاشات کل سازه ورق را به عنوان هدف نهایی قراردادده‌اند. مویتا [4] کنترل فعال سازه‌های لایه‌ای مرکب کوپل شده با وصله‌های پیزوالکتریک را به روش اجزاء محدود با بکارگیری تئوری ورق نازک کیرشهف مورد بررسی قرار گرفته است. مویتا و کراولیدر رابطه بندی اجزاء محدود برای کنترل فعال ورق به نسبت ضخیم به ترتیب در ارتعاش آزاد [5] و ارتعاش اجباری [6] را ارائه کرده‌اند. سادک [7] رابطه‌ای جهت کنترل ارتعاش ورق‌های نازک با استفاده از قطعات حسگر و عملگر پیزوالکتریک ارائه داده است. برای این منظور ابتدا معادلات انتگرالی حاکم بر رفتار ارتعاشی ورق به دست آمده سپس فرکانس‌های طبیعی ورق محاسبه شده است و پس از آن به کنترل رفتار ارتعاشی ورق پرداخته شده است. گوپینشان [8] با استفاده از تئوری ورق نازک و با بکارگیری وصله‌های حسگر و عملگر پیزوالکتریک به تحلیل کنترل ارتعاش ورق پرداخته است. کوارونا [9] به بررسی کنترل ارتعاشات اجباری ورق مستطیلی با شرایط مرزی کاملاً ساده با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک و کنترل کننده رگلاتور خطی درجه دوم تحت تحریک اجباری در مرکز ورق پرداخته است. تحلیل ارتعاش اجباری حاصل از بارگذاری عرضی و همچنین کنترل ارتعاشات اجباری کاربرد وسیعی در تحلیل سازه‌های مهندسی دارد. این بارگذاری می‌تواند در اثر تماس با یک سازه صلب یا تحت تأثیر محیط‌های تغییر شکل پذیر چون فشار حاصل از یک محیط آکوستیکی و یا در اثر برخورد سیال مایع رخ می‌دهد. از جمله این سازه‌ها به بدنه کشتی‌ها، میکروفون‌ها، ضربه گیرهای ساحل، فونداسیون ساختمان‌ها و ... می‌توان اشاره کرد. فارغ از ماهیت اعمال نیرو، بررسی تأثیر این نیرو روی سازه و همچنین کنترل ارتعاشات اجباری می‌تواند طراح را به سمت طرحی بهتر و بهینه سوق دهد [10،11]. در برخی از تحقیقات ارائه شده جهت کنترل فعال ورق، کاهش ارتعاش کل ورق مورد نظر بوده است و اغلب برای کاهش ارتعاش ورق از تعداد زیادی وصله پیزوالکتریک استفاده کرده‌اند [12]. حسینی هاشمی و همکاران [13] به ارتعاش آزاد ورق مستطیلی به نسبت ضخیم مستقر بر تکیه‌گاه‌های خطی با بکارگیری تئوری مرتبه نخست تغییر شکل برشی پرداخته‌اند که در این تحقیق از روش انرژی ریلی ریتز جهت محاسبه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی ورق استفاده کرده‌اند. خورشیدی و فرهادی [14] با بکارگیری روش انرژی ریلی ریتز به بررسی ارتعاش آزاد ورق مرکب چندلایه مستطیلی در تماس با سیال پرداخته‌اند. از توابع سعی هارمونیک استفاده کرده‌اند. که برای محاسبه پاسخ ارتعاش آزاد ورق خورشیدی و همکاران [15] به بررسی کنترل فعال ورق‌های دایروی نازک تحت تأثیر بارهای مکانیکی و بارهای ناشی از فشار یک میدان صوتی پرداخته‌اند. در تحقیق ارائه شده از کنترل کننده‌های رگلاتور خطی درجه دوم و گوسی خطی درجه دوم جهت کاهش دامنه نوسانات عرضی ورق استفاده

1- Mathematica V7  
2- Matlab

$$v_{ij}E_j = v_{ji}E_i, \quad (13)$$

برای انتقال معادله (9) به دستگاه کارتزینی مختصات  $(x, y, z)$  از معادله (14) استفاده می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^{(k)} = [Q]^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x,0} \\ \varepsilon_{y,0} \\ \gamma_{xy,0} \\ \gamma_{xz,0} \\ \gamma_{yz,0} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

با توجه به تئوری الاستیسیته خطی انرژی‌های جنبشی و پتانسیل برای ورق مرکب چندلایه به صورت روابط (16,15) بیان می‌شود.

$$U_p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \int_0^a \int_0^b \int_{h^{(k-1)}}^{h^{(k)}} (\sigma_{11}^{(k)} \varepsilon_{11} + \sigma_{22}^{(k)} \varepsilon_{22} + \tau_{12}^{(k)} \gamma_{12} + K_1^2 \tau_{13}^{(k)} \gamma_{13} + K_2^2 \tau_{23}^{(k)} \gamma_{23}) dx_1 dx_2 dx_3, \quad (15)$$

$$T_p = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{k=1}^K \rho_p^{(k)} \int_0^a \int_0^b \int_{h^{(k-1)}}^{h^{(k)}} (U_1^2 + U_2^2 + U_3^2) dx_1 dx_2 dx_3, \quad (16)$$

که  $K$  تعداد لایه‌ها ورق مرکب لایه‌ای،  $a$  و  $b$  ابعاد ورق،  $(h^{(k-1)}, h^{(k)})$  مختصات  $z$  لایه  $k$  ام است.  $K_1$  و  $K_2$  ضریب تصحیح تنش برشی مربوط به تئوری مرتبه نخست تغییر شکل برشی است که در این مقاله معادل  $K_1^2 = K_2^2 = \sqrt{5/6}$  در نظر گرفته شده است. این ضریب جهت تصحیح خطای به وجود آمده در تنش‌های برشی عرضی ناشی از فرضیات تئوری مرتبه نخست تغییر شکل برشب مورد استفاده قرار می‌گیرد.  $\omega$  فرکانس طبیعی ورق است. با جایگزینی روابط (14-1) در روابط (16,15) و ساده کردن آن‌ها می‌توان بیشینه انرژی جنبشی و پتانسیل را به صورت روابط (18,17) به دست آورد.

$$U_p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \int_0^a \int_0^b \int_{h^{(k-1)}}^{h^{(k)}} (\sigma_{11}^{(k)} \varepsilon_{11} + \sigma_{22}^{(k)} \varepsilon_{22} + \tau_{12}^{(k)} \gamma_{12} + K_1^2 \tau_{13}^{(k)} \gamma_{13} + K_2^2 \tau_{23}^{(k)} \gamma_{23}) dx_1 dx_2 dx_3, \quad (17)$$

$$T^* = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{k=1}^K \rho_p^{(k)} \int_0^a \int_0^b \int_{h^{(k-1)}}^{h^{(k)}} \left( \frac{1}{3} (\psi_1^2 + \psi_2^2) (h_{k-1}^3 - h_k^3) + \psi_3^2 (h_{k-1}^3 - h_k^3) \right) dx_1 dx_2 \quad (18)$$

در روش انرژی روش ریلی-ریتز جهت تقریب پاسخ ارتعاش آزاد ورق از توابع کثیرال جمله‌ای استفاده می‌شود که شرایط مرزی هندسی سازه را ارضاء می‌کند؛ بنابراین به صورت روابط (21-19) است.

$$\psi_1(X_1, X_2) = \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^i a_n X_1^j X_2^{i-j} G_1(X_1, X_2), \quad (19)$$

$$\psi_2(X_1, X_2) = \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^i b_n X_1^j X_2^{i-j} G_2(X_1, X_2), \quad (20)$$

$$\psi_3(X_1, X_2) = \sum_{i=0}^{N_3} \sum_{j=0}^i c_n X_1^j X_2^{i-j} G_3(X_1, X_2), \quad (21)$$

که در روابط (21-19)،  $n$  به صورت رابطه (22) محاسبه می‌شود.

$$n = \frac{(i+1)(i+2)}{2} j, \quad (22)$$

$N_1$ ،  $N_2$  و  $N_3$  معرف تعداد جمله‌های  $\tilde{\psi}_1$ ،  $\tilde{\psi}_2$  و  $\tilde{\psi}_3$  است که برای همگرایی لازم در جواب‌های یک مسأله نقش اساسی دارند و باید در هر مسأله بررسی شود که به ازای چه مقادیری از آن‌ها به همگرایی لازم در پاسخ‌ها خواهیم رسید که معمولاً مقدار آن‌ها را با هم برابر فرض می‌کنند.  $a_n$  و  $b_n$  و  $c_n$

جدول 1 خصوصیات صفحه و پیزوالتریک مورد بررسی در ارتعاش اجباری و طراحی کنترل کننده

خصوصیات ماده	گرافیت-اپوسکی	PZT
$a$ (m)	2	0/2
$b$ (m)	2	0/2
$h$ (m)	0/02	0/0035
$\nu_{12}$	0/3	0/2
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	8200	7700
$E_1$ (GPa)	138	123
$E_2$ (GPa)	8/96	--
$G_{12}$ (GPa)	7/1	--
$G_{13}$ (GPa)	7/21	--
$G_{23}$ (GPa)	6/21	--
$d_{31}$ (cm/m <sup>2</sup> )	--	$125 \times 10^{-12}$

$$U_1 = x_3 \psi_1(x_1, x_2, t) \quad (1)$$

$$U_2 = x_3 \psi_2(x_1, x_2, t) \quad (2)$$

$$U_3 = \psi_3(x_1, x_2, t) \quad (3)$$

که  $U_1$  و  $U_2$  به ترتیب جابه‌جایی‌های ورق در راستای  $x_1$  و  $x_2$  و  $\psi_3$  جابه‌جایی عرضی در راستای  $x_3$  و همچنین  $\psi_1$  و  $\psi_2$  شیب ورق ناشی از خمش به ترتیب حول محورهای  $x_1$  و  $x_2$  است. با به کارگیری روابط کرنش جابه‌جایی خطی ون کارمن معادله‌های کرنش به صورت روابط (4-8) به دست می‌آید.

$$\varepsilon_{11} = U_{1,1} = -x_3 \psi_{1,1} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{22} = U_{2,2} = -\psi_{1,2} x_3 \quad (5)$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2} (U_{1,2} + U_{2,1}) = -\frac{1}{2} (\psi_{1,2} + \psi_{2,1}) x_3 \quad (6)$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{2} (U_{1,3} + U_{3,1}) = -\frac{1}{2} (\psi_1 - \psi_{3,1}) \quad (7)$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1}{2} (U_{2,3} + U_{3,2}) = -\frac{1}{2} (\psi_2 - \psi_{3,2}) \quad (8)$$

بر اساس قانون هوک تعمیم‌یافته روابط تنش-کرنش به صورت رابطه (9) به دست می‌آید [14].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

که  $G_{12}$ ،  $G_{13}$  و  $G_{23}$  مدول برشی به ترتیب در جهت 1-2، 1-3 و 2-3 و  $\tau_{13}$  و  $\tau_{23}$  تنش‌های برشی است و بالانویس  $(k)$  به لایه  $k$  ام مربوط می‌شود. معادله بالا به دست آمده از الف) تحت شرایط همسانی عرضی با فرض موازی بودن صفحه‌ها در جهت 3-2، یعنی فرض می‌شود الیاف در جهت موازی با محور 1 باشد، همچنین که  $G_{12} = G_{13}$  و  $E_1 = E_2$  و  $\nu_{12} = \nu_{13}$  است. ب) حل معادله‌ها برای  $\varepsilon_3$  به عنوان تابعی از  $\varepsilon_1$  و  $\varepsilon_2$  و سپس حذف کردن آن است. در رابطه بالا ضرایب  $c_{ij}$  نیز به صورت روابط (10-13) تعریف می‌شود.

$$c_{22} = c_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \quad (10)$$

$$c_{12} = c_{21} = \frac{E_1 \nu_{12}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \quad (11)$$

$$c_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \quad (12)$$



جدول 2 مقایسه فرکانس های بی بعد ورق سه لایه مستطیلی با شرایط مرزی کاملاً گیردار با دو دهانه برابر با مرجع [16] ( $a = 2, h/a = 0.01$ )

شماره مود ارتعاشی	تکیه‌گاه گیردار و زاویه ییاف 30 درجه	تکیه‌گاه گیردار و زاویه ییاف 45 درجه	مرجع [16]	تحقیق حاضر	درصد خطا
1	72/4816	72/558	71/123	71/85	0/003
2	79/2584	80/0808	74/9087	75/86	0/65

جدول 3 مقایسه فرکانس های بی بعد ورق سه لایه مستطیلی با شرایط مرزی کاملاً ساده با دو دهانه برابر با مرجع [16] ( $a = 2, h/a = 0.01$ )

شماره مود ارتعاشی	تکیه‌گاه ساده و زاویه ییاف 30 درجه	تکیه‌گاه ساده و زاویه ییاف 45 درجه	مرجع [16]	تحقیق حاضر	درصد خطا
1	56/935	56/594	53/8317	53/852	0/037
2	62/2384	63/054	57/7929	57/865	0/12

مورد بررسی قرار گرفت. در این فصل به بررسی ارتعاش اجباری ورق چندلایه پرداخته و پاسخ اجباری ورق نسبت به اعمال نیرو به دست خواهد آمد. روشی که در این قسمت به کار گرفته می‌شود را روش بسط توابع ویژه گویند.

با به کار گیری روابط تعادل در دستگاه مختصات کارتزین و با استفاده از فرضیات تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی می‌توان معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار دینامیکی ورق مستطیلی را به دست آورد:

$$M_{11,1} + M_{12,2} - Q_1 = I_1 \ddot{\psi}_1, \quad (27)$$

$$M_{12,1} + M_{22,2} - Q_2 = I_1 \ddot{\psi}_2, \quad (28)$$

$$Q_{1,1} + Q_{2,2} - N(\psi_3) + q = I_0 \ddot{\psi}_3, \quad (29)$$

در رابطه (27-29)،  $M_{11}$  و  $M_{22}$  گشتاورهای خمشی،  $M_{12}$  گشتاور پیچشی،  $Q_1$  و  $Q_2$  نیروهای برشی عرضی و  $q$  نیروی عرضی عمودی بر لایه میانی ورق بر واحد سطح و  $I_0$ ،  $I_1$  ممان اینرسی جرمی و  $N(\psi_3)$  نیروهای برشی عرضی ناشی از تنش‌های اولیه درون صفحه‌های  $N_1$  و  $N_2$  در امتداد محور  $x_3$  است، که رابطه بین گشتاورها و نیروهای برشی با جابه‌جایی‌ها در تئوری تغییرشکل برشی مرتبه نخست به صورت روابط (30،31) است.

$$\begin{Bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{1,1} + \frac{1}{2} \psi_{3,1}^2 \\ \psi_{2,1} + \frac{1}{2} \psi_{3,2}^2 \\ \psi_{1,2} + \psi_{2,1} + \psi_{3,1} \psi_{3,2} \end{Bmatrix} \quad (30)$$

$$+ \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{1,1} \\ \psi_{2,1} \\ \psi_{1,2} + \psi_{2,1} \end{Bmatrix}, \quad (31)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_2 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{54} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{3,2} - \psi_2 \\ \psi_{3,1} - \psi_1 \end{Bmatrix}, \quad (32)$$

که در رابطه (32)،  $K$  ضریب اصلاح تنش برشی است و همچنین برای صفحه مستطیلی می‌توان به صورت روابط (33،34) نوشت.

$$N(\psi_3) = N_1 \psi_{3,11} + N_2 \psi_{3,22}, \quad (33)$$

$$[I_0, I_1, I_2] = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \rho^k [1, z, z^2] dz, \quad (34)$$

ضرایب خطی غیرمعمول تابع زمان و  $G_1$ ،  $G_2$  و  $G_3$  توابع اساسی است. توابع اساسی باید شرایط مرزی سینماتیکی مسأله را ارضا کنند. چنانچه توابع  $\tilde{\psi}_1$ ،  $\tilde{\psi}_2$  و  $\tilde{\psi}_3$  در روابط (19-21) در عبارت لاگرانژین جانشین شود در این صورت رابطه (23) را داریم.

$$L^* = U^* - T^* \quad (23)$$

حال جهت مینیمم کردن لاگرانژین باید روابط (24-26) را بررسی کرد.

$$\frac{\delta L^*}{\delta a_n} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{(N_1 + 1)(N_1 + 2)}{2}, \quad (24)$$

$$\frac{\delta L^*}{\delta b_n} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{(N_1 + 1)(N_1 + 2)}{2}, \quad (25)$$

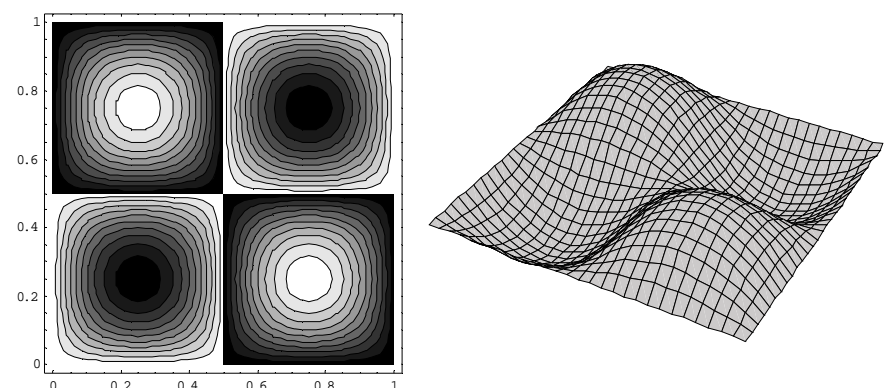
$$\frac{\delta L^*}{\delta c_n} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{(N_1 + 1)(N_1 + 2)}{2}, \quad (26)$$

معادلات (24-26) یک دستگاه معادلات خطی همگن را به دست می‌دهند که از حل آن‌ها مقادیر ویژه و بردارهای ویژه مربوطه حاصل می‌گردند. در شکل 2 نمایی از دو مود اول ورق مستطیلی مرکب سه لایه مستقر بر بستر خطی تحت ارتعاش آزاد با شرایط مرزی متفاوت CCCC<sup>1</sup> (کاملاً گیردار) و 2CFCS را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است تفاوت شرایط مرزی سبب اختلاف زیادی در شکل مودهای ارتعاشی ورق مرکب لایه‌ای شده است.

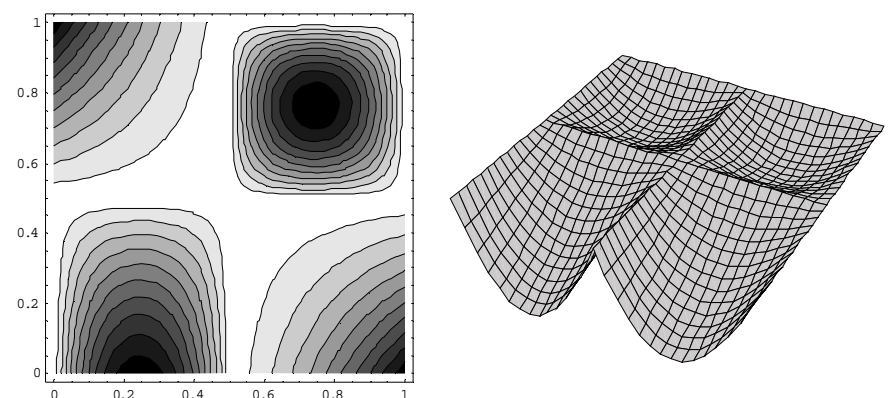
جدول‌های 2 و 3 مربوط به مقایسه‌ای بین داده‌های به دست آمده در این تحقیق و داده‌های مرجع [16] است. شرایط مرزی و تمامی اندازه و ابعادها در تحقیق حاضر با مرجع مورد مقایسه یکسان بوده و نتایج به دست آمده نیز همان‌طور که مشخص است توافق خوبی با نتایج مراجع دارند. (درصد خطا کمتر از 2 درصد باشد).

### 3- روش بسط مود در ارتعاش اجباری ورق مستطیلی چند لایه

در بخش پیشین، ارتعاش آزاد ورق به نسبت ضخیم مستطیلی بررسی شده و فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی برای شرایط مرزی مختلف ورق



شکل مود اول ارتعاشی ورق با شرایط مرزی CCCC



شکل مود نخست ارتعاشی ورق با شرایط مرزی CFCS

شکل 2 نمای مود نخست ورق مستطیلی سه لایه مستطیلی با دو دهانه برابر

$$(a=2, \frac{h}{L}=0.01)$$

1- Fully Clamped Supports  
2- Clamp Free Clamp Simply Support

$$KA_{55}(a\tilde{\psi}_{1,1} - \tilde{\psi}_{3,11}) + KA_{44}(a\eta\tilde{\psi}_{2,2} - \eta^2\tilde{\psi}_{3,22}) + \tilde{N}_1\psi_{3,11} + \tilde{N}_2\eta^2\psi_{3,22} + \tilde{P}a^2 = I_0a^2\omega^2\tilde{\psi}_3, \quad (52)$$

که در رابطه (52)،  $\tilde{P}$  به صورت رابطه (53) خواهد بود.

$$\tilde{p}(X_1, X_2, \tilde{t}) = p_1(x_1, x_2)F(t)a^2 \quad (53)$$

نیروی عرضی بی‌بعد است. پاسخ ورق نسبت به نیروی  $\tilde{p}(X_1, X_2, \tilde{t})$  را به صورت بسط مودها در نظر گرفته می‌شود که ترکیبی از شکل مودهای ارتعاشی تحریک‌شده ورق در اثر اعمال نیروی  $\tilde{p}(X_1, X_2, \tilde{t})$  است.

$$\tilde{\psi}(X_1, X_2, \tilde{t}) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\psi}_3^{mn}(X_1, X_2) T^{mn}(\tilde{t}), \quad (54)$$

که در رابطه (53)،  $\tilde{\psi}_3^{mn}(X_1, X_2)$  شکل توابع مود ارتعاشی،  $m$  و  $n$  شماره نیم موج‌ها به ترتیب در راستاهای  $X_2, X_1$  و توابع زمانی متناسب با شکل مود است. با جایگزین کردن این روابط در معادلات حرکت، روابط (55) به دست خواهد آمد.

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( KA_{55}(a\tilde{\psi}_{1,1} - \tilde{\psi}_{3,11}) + \tilde{N}_1\psi_{3,11} + KA_{44}(a\eta\tilde{\psi}_{2,2} - \eta^2\tilde{\psi}_{3,22}) + \tilde{N}_2\eta^2\psi_{3,22} \right) T^{mn}(\tilde{t}) + \tilde{p} = I_0a^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( [\tilde{\psi}_{1,1}^{mn}] \ddot{T}^{mn}(\tilde{t}) \right), \quad (55)$$

توابع شکل مود ارتعاشی در معادلات ارتعاش آزاد ورق صدق می‌کنند. با استفاده از روابط (30-32) می‌توان معادلات ارتعاش آزاد ورق را به صورت رابطه بی‌بعد (56) نوشت.

$$KA_{55}(a\tilde{\psi}_{1,1}^{mn} - \tilde{\psi}_{3,11}^{mn}) + KA_{44}(a\eta\tilde{\psi}_{2,2}^{mn} - \eta^2\tilde{\psi}_{3,22}^{mn}) + \tilde{N}_1\tilde{\psi}_{3,11}^{mn} + \tilde{N}_2\eta^2\tilde{\psi}_{3,22}^{mn} = I_0(\omega^{mn})^2\tilde{\psi}_3^{mn}, \quad (56)$$

با جایگزین کردن روابط (30-40) در روابط (41-42) و ساده‌سازی، رابطه (57) به دست می‌آید.

$$I_0a^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( (\omega^{mn})^2 [\tilde{\psi}_3^{mn}] T^{mn}(\tilde{t}) \right) + \tilde{P}, \\ = I_0a^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( [\tilde{\psi}_3^{mn}] \ddot{T}^{mn}(\tilde{t}) \right), \quad (57)$$

با توجه به رابطه (57) رابطه تعامد شکل مودهای ارتعاشی را برای ورق‌های به نسبت ضخیم به صورت رابطه (58) می‌توان تعریف کرد.

$$\tilde{\psi}_3(X_1, X_2, \tilde{t}) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{K^{mn}\beta^{mn}} \tilde{\psi}_3^{mn}(X_1, X_2) \\ \times \int_0^{\tilde{t}} Q^{mn}(\tau) \sin[\beta^{mn}(\tilde{t} - \tau)] d\tau, \quad (58)$$

همان‌طور که مشخص است، با داشتن فرکانس‌های طبیعی و با استفاده از رابطه (57) می‌توان جابه‌جایی عرضی ورق را به دست آورد. در رابطه با ورق چند لایه مستقر بر بستر خطی در رابطه (58) باید حدود انتگرال را در موقعیت‌های بستر تعیین کرد و سپس انتگرال‌گیری کرده و جابه‌جایی‌ها را در کنار هم قرار داد.

#### 4- کنترل سیستم با استفاده از وصله‌های کمتر

با استفاده از 4 جفت وصله پیزوالکتریک می‌توان برای 4 مود نخست جای‌دهی دلخواه قطب انجام داد (شرط لازم و کافی). به عبارت دیگر 4 جفت وصله برای کنترل 4 مود نخست کافی است، ولی لازم نیست برای کنترل 4 مود از 4 جفت وصله استفاده شود، همان‌طور که در ادامه یاد می‌شود می‌توان با تعداد وصله‌های کمتر نیز 4 مود نخست را کنترل کرد. هنگامی که کاهش ارتعاشات تمام ورق از اهمیت یکسانی برخوردار باشد، استفاده از آرایش

$n$  و نیز تعداد لایه‌هاست. در رابطه بالا  $A_{ij}$ ،  $B_{ij}$  و  $C_{ij}$  به ترتیب استحکام کششی<sup>1</sup>، استحکام خمشی<sup>2</sup> و استحکام کوپل‌شده کششی و خمشی<sup>3</sup> است، که به صورت روابط (35-37) تعریف می‌شوند.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1} - z_k), \quad (35)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^2 - z_k^2), \quad (36)$$

$$C_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3), \quad (37)$$

که روابط (38-39) به صورت زیر است.

$$\bar{Q}_{11}^{(k)} = \frac{E_1^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k}, \quad \bar{Q}_{12}^{(k)} = \frac{\nu_{12}^k E_1^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k}, \\ \bar{Q}_{22}^{(k)} = \frac{E_2^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k}, \quad (38)$$

$$\bar{Q}_{16}^{(k)} = 0, \quad \bar{Q}_{26}^{(k)} = 0, \quad \bar{Q}_{66}^{(k)} = G_{12}^k, \quad \bar{Q}_{44}^{(k)} = G_{23}^k, \\ \bar{Q}_{55}^{(k)} = G_{13}^k, \quad (39)$$

برای صفحه ارتروپیک لایه‌ای متقارن، ماتریس‌های گشتاورهای خمشی و نیروهای برشی به صورت روابط (40-41) ساده می‌شوند.

$$\begin{Bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{1,1} + \frac{1}{2}\psi_{3,1}^2 \\ \psi_{2,1} + \frac{1}{2}\psi_{3,2}^2 \\ \psi_{1,2} + \psi_{2,1} + \psi_{3,1}\psi_{3,2} \end{Bmatrix} \quad (40)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_2 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_{3,2} - \psi_2 \\ \psi_{3,1} - \psi_1 \end{Bmatrix}, \quad (41)$$

با استفاده از معادلات حرکت در ترم‌های جابه‌جایی و با استفاده از روابط (29-27) می‌توان روابط (42-45) را نوشت.

$$D_{11}\psi_{1,11} + D_{12}\psi_{2,12} + D_{66}(\psi_{1,22} + \psi_{2,12}) \quad (42)$$

$$-KA_{55}(\psi_1 - \psi_{3,1}) = I_1\ddot{\psi}_1, \quad (43)$$

$$D_{22}\psi_{2,22} + D_{12}\psi_{2,12} + D_{66}(\psi_{1,22} + \psi_{2,11}) \\ -KA_{44}(\psi_2 - \psi_{3,2}) = I_1\ddot{\psi}_2, \quad (44)$$

$$KA_{55}(\psi_{1,1} - \psi_{3,11}) + KA_{44}(\psi_{2,2} - \psi_{3,22}) + \\ N_1\psi_{3,11} + N_2\eta^2\psi_{3,22} + P = I_0\ddot{\psi}_3, \quad (45)$$

اگر  $\omega$  فرکانس طبیعی ارتعاش آزاد ورق چند لایه باشد، آنگاه روابط (46-48) را به صورت زیر خواهیم داشت.

$$\psi_1(x_1, x_2) = \bar{\psi}_1(x_1, x_2, t)e^{i\omega t} \quad (46)$$

$$\psi_2(x_1, x_2) = \bar{\psi}_2(x_1, x_2, t)e^{i\omega t} \quad (47)$$

$$\psi_3(x_1, x_2) = \bar{\psi}_3(x_1, x_2, t)e^{i\omega t} \quad (48)$$

جهت عمومیت بخشیدن و تسهیل در استفاده از روابط حاصله با استفاده از پارامترهای بی‌بعد روابط (49-51) معادلات دیفرانسیل حاکم بی‌بعد می‌شوند.

$$X_1 = \frac{x_1}{a}, \quad X_2 = \frac{x_2}{b}, \quad \eta = \frac{a}{b}, \quad \tilde{t} = t, \quad (49)$$

$$(\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{\psi}_3) = (\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \bar{\psi}_3), \quad (50)$$

$$(\tilde{N}_1, \tilde{N}_2) = (N_1, N_2), \quad (51)$$

با جایگزین کردن معادلات (49-51) در معادله (45) معادله دینامیکی بی‌بعد حرکت ورق لایه‌ای مستطیلی در راستای عرضی ورق براساس رابطه (52) به دست می‌آید.

1- extensional stiffness

2- bending stiffness

3- bending-extensional coupling stiffness

سیستم پیوسته صفحه مرکب لایه‌ای را با 10 المان مدل‌سازی کرده و رابطه (59) را خواهیم داشت.

$$M_T \ddot{x} + K_T x = F \quad (59)$$

ورودی‌ها و خروجی‌ها در معادله (59) به صورت رابطه (60) بیان می‌شود.

$$x = \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \vartheta_9 \\ \theta_9 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ \vdots \\ F_9 \\ M_9 \end{bmatrix} \quad (60)$$

در محیط متلب ماتریس‌های جرمی و فنری را نوشته و معادله دیفرانسیلی را تشکیل داده که البته بخش تحریک را به شکل مجموع دو ترم رابطه (61) نمایش داده می‌شود.

$$f = r_w * W + r_m * M_a \quad (61)$$

$r_w$  ماتریس مربوط به نیروی خارجی که موقعیت آن با ماتریس رابطه (62) مشخص می‌شود.

$$r_w = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (62)$$

$r_m$  ماتریس مربوط به نیروی پیزوالکتریک که موقعیت آن نیز مانند ماتریس بالا مشخص می‌شود.

با به دست آمدن معادلات ارتعاشی سیستم و گسسته‌سازی صفحه پیوسته، می‌توان پاسخ سیستم را به ورودی‌های مختلف به دست آورد.

#### 1-1-5 مدل فضای حالت کل سیستم

برای یافتن پاسخ سیستم به ورودی‌های مختلف، می‌توان از تئوری کنترل سود جست که کار را به صورت رابطه (63) به مراتب ساده‌تر می‌کند [17-19].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (63)$$

در حالت کلی معادلات را می‌توان به صورت روابط (64,65) نیز نمایش داد.

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M_s^{-1} K_s & -M_s^{-1} C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} & 0_{n \times 1} \\ -M_s^{-1} r_w & -M_s^{-1} r_m C_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (64)$$

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta_m \\ \dot{\vartheta}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_z & 0_{1 \times n} \\ -M_s^{-1} (m_i, :) K_s & -M_s^{-1} (m_i, :) C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} & 0_{n \times 1} \\ -M_s^{-1} r_w & -M_s^{-1} r_m C_a \end{bmatrix} \quad (65)$$

که در رابطه ماتریسی روابط (65,64) به صورت رابطه (66) داریم.

$$\begin{aligned} C_s &= \alpha \times K + \beta \times M_i \\ C_a &= -d_{31} \frac{t_a + t_b}{2} \frac{E_a t_b E_b}{E_a t_a + t_b E_b} w \end{aligned} \quad (66)$$

$w$  عرض صفحه،  $t_b$  ضخامت صفحه،  $t_a$  ضخامت پیزو،  $E$  مدول الاستیسیته صفحه،  $d_{31}$  ثابت کرنش پیزوالکتریک به صورت روابط (67,68) است.

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M_s^{-1} K_s & -M_s^{-1} C_s \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$B_{n \times 2} = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} & 0_{n \times 1} \\ M_s^{-1} r_w & M_s^{-1} r_m C_a \end{bmatrix} \quad (68)$$

در رابطه بالا  $C_a$  میرایی تناسبی و  $K_s$  و  $M_s$  نرمال شده ماتریس‌های جرم و سختی به صورت روابط (69,70) است.

$$C_{2 \times n} = \begin{bmatrix} r_w & 0_{1 \times n} \\ -M_s^{-1} (m_i, :) K_s & -M_s^{-1} (m_i, :) C_s \end{bmatrix} \quad (69)$$

متقارن وصله‌ها و توزیع یکسان ضرایب کنترل‌کننده مناسب است. در حالی که کاهش ارتعاش منطقه خاصی از ورق مد نظر باشد به قطع توزیع یکنواخت ضرایب کنترل‌کننده مناسب نیست، باید ضرایب کنترل‌کننده در منطقه مورد نظر افزایش یابد تا به این منطقه از ورق نیروی بیشتری وارد شود.

تمرکز ضرایب کنترل‌کننده در منطقه خاصی از ورق سبب می‌شود که اثر وصله‌های سایر مناطق که دارای ضرایب کنترل‌کننده کمتری هستند کاهش یابد؛ بنابراین می‌توان از اثرات کنترلی این وصله‌ها صرف‌نظر کرده و آن‌ها را حذف کرد.

#### 5- طراحی کنترل‌کننده

##### 5-1- طراحی کنترل‌کننده رگلاتور خطی درجه دوم، گوسی خطی درجه دوم

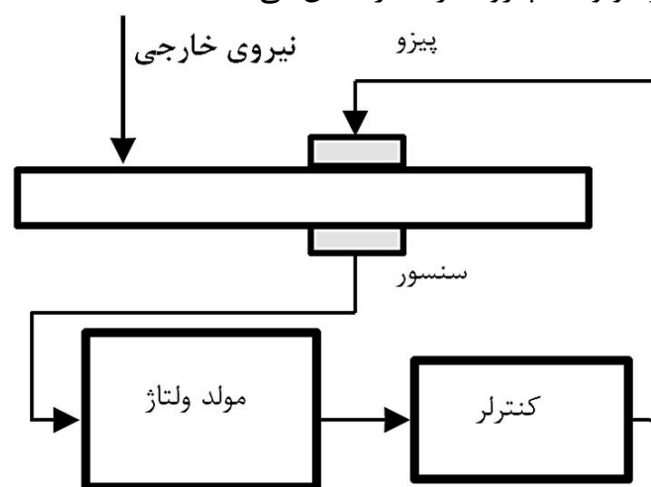
ماده‌ای که می‌تواند یک یا چند تحریک خارجی مانند فشار، دما، ولتاژ، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و ... را حس کرده و به آن‌ها پاسخ دهد ماده فعال نامیده می‌شود. مواد فعال که گاهی مواد هوشمند نیز نامیده می‌شوند به دلیل کاربرد در شاخه‌های مهندسی، دارای اهمیت ویژه‌ای است. رایج‌ترین مواد فعال، مبدل‌های پیزوالکتریک هستند که برای کنترل سازه‌های صفحه، خرپا، ورق و پوسته به کار می‌روند. یکی از مهم‌ترین سازه‌های کاربردی، سازه ورق است که کاهش ارتعاشات آن اهمیت زیادی در صنعت به‌ویژه در هوافضا دارد.

گاهی ممکن است کاهش ارتعاش نقطه خاصی از ورق برای طراح مهم‌تر باشد. به عبارت دیگر ممکن است لازم نباشد که همه نقاط ورق با سرعت یکسان کنترل شوند. این حالت ممکن است زمانی رخ دهد که برای نمونه کنار این نقطه معین دستگاه حساسی قرار داشته باشد. در این تحقیق کاهش ارتعاشات یک نقطه خاص از ورق بررسی می‌شود.

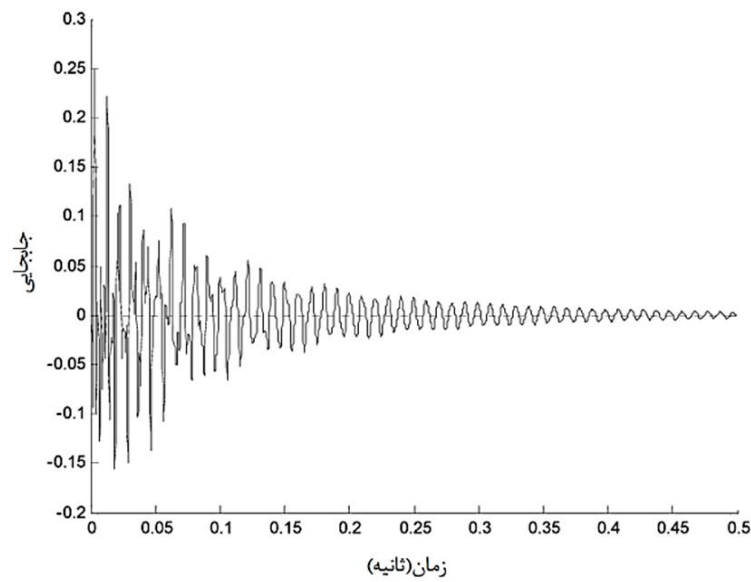
البته برای کنترل ارتعاشات یک صفحه از مدل‌سازی زیر کمک گرفته شده است. بدین منظور، روابط ریاضی حاکم بر فیزیک مسئله را به دست آورده و معادلات مربوط به حرکت را به همراه پیزوالکتریک و با اعمال فرضیات زیر به دست آورده می‌شود.

فرضیات:

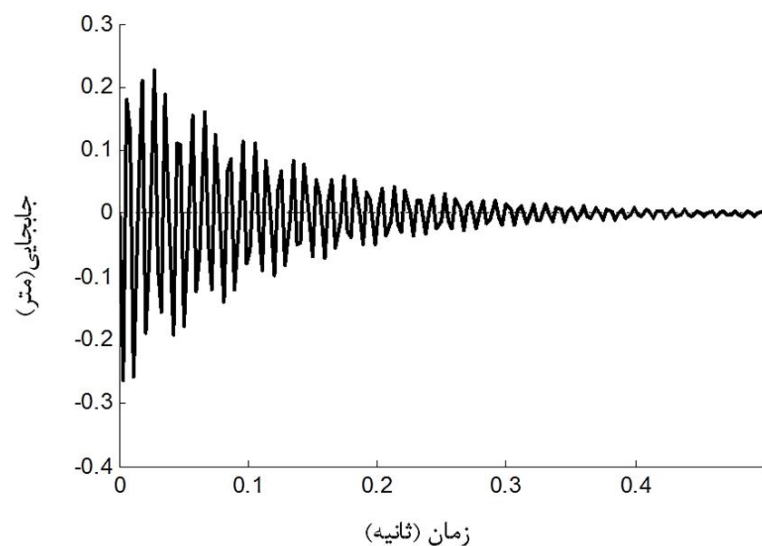
- 1) اثر تغییرات درجه حرارت بر پیزو المان صرف‌نظر شده است.
  - 2) از سختی و ضخامت چسب بین پیزو و صفحه صرف‌نظر شده است.
  - 3) اتصال بین پیزو و صفحه ایده‌آل فرض شده است.
  - 4) صفحه با 10 المان مدل شده است.
  - 5) از وزن وصله‌های پیزو در برابر وزن ورق صرف‌نظر شده است.
- شکل 3 نمایی کلی از یک کنترل‌کننده برای کنترل ارتعاشات صفحه با استفاده از دو وصله پیزوالکتریک را نشان می‌دهد.



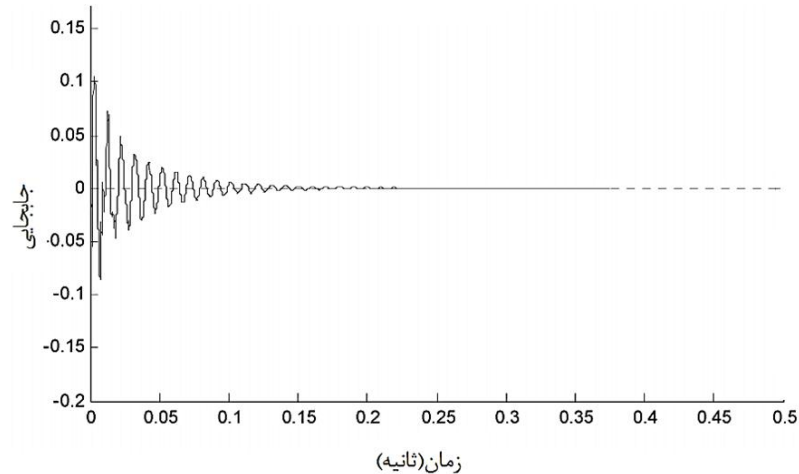
شکل 3 ورق مستطیلی با وصله پیزوالکتریک بر ورق



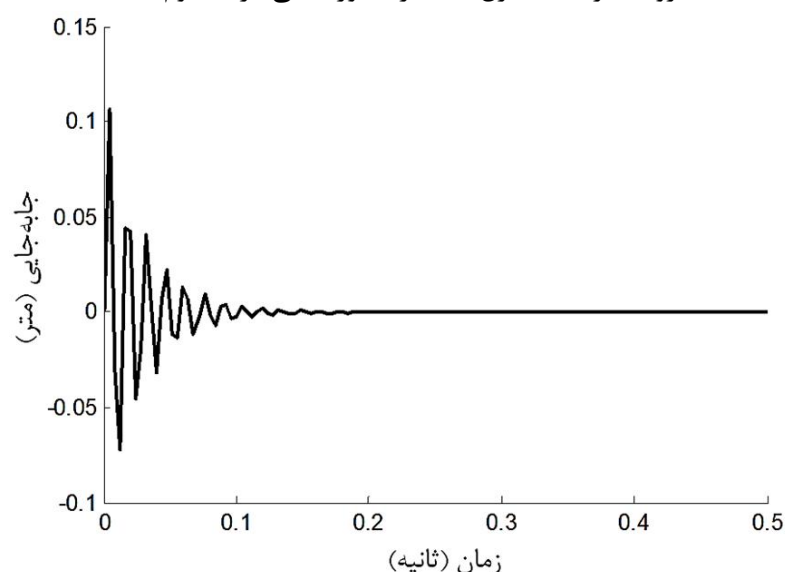
شکل 5 پاسخ زمانی ارتعاش اجباری صفحه مستطیل شکل با تکیه‌گاه ساده تحت نیروی ضربه بدون کنترل کننده [9].



شکل 6 پاسخ زمانی ارتعاش اجباری صفحه مستطیل شکل با تکیه‌گاه ساده تحت نیروی ضربه بدون کنترل کننده با استفاده از روش حاضر در این مقاله



شکل 7 پاسخ زمانی ارتعاش اجباری ورق مستطیل شکل با تکیه‌گاه ساده تحت نیروی ضربه با کنترل کننده رگلاتور خطی درجه دوم [9].



شکل 8 پاسخ زمانی ارتعاش اجباری صفحه مستطیل شکل با نیروی ضربه با استفاده از استفاده از روش حاضر در این مقاله

$$D_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} & 0_{n \times 1} \\ -M_s^{-1}(m_i) r_w & -M_s^{-1}(m_i) r_{Mca} \end{bmatrix} \quad (70)$$

همان‌طور که مشخص است، سیستم بالا دو ورودی- دو خروجی است که ورودی نخست نیروی خارجی و ورودی دوم نیروی اعمالی پیرو است. دو خروجی نیز به ترتیب جابه‌جایی عمودی و دیگری شتاب در راستای عمود بر صفحه است.

### 2-1-5 کنترل ارتعاش اجباری ورق مستطیلی چند لایه با بستر خطی

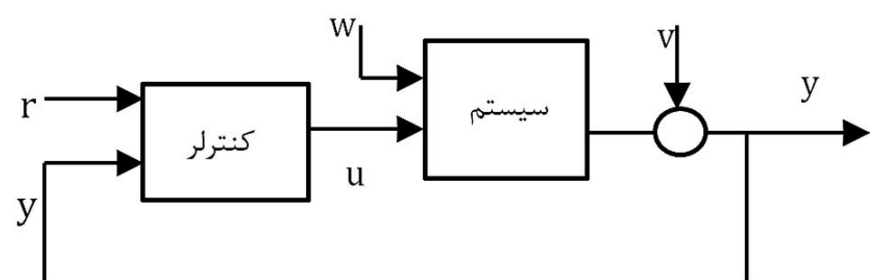
در این بخش به بررسی کنترل ارتعاش اجباری ورق مستطیلی چند لایه کلمپ‌شده با بستر خطی تحت نیروی خارجی پله پرداخته و با استفاده از داده‌های خروجی نرم‌افزار مطلب در رابطه با ارتعاش اجباری و همچنین استفاده از روابط (67-69) ماتریس‌های A, B, C و D بازنویسی خواهند شد، سپس نتایج مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. البته در کنترل صفحه از تعداد دو عدد پیزوالکتریک استفاده شده است.

در کنترلر رگلاتور خطی درجه دوم اثر نویز در سیستم را که در شکل 4، در نظر گرفته نمی‌شود. سیستم مورد بررسی دو ورودی داشته که  $r$  ورودی مطلوب بوده (در این جا  $r = 0$  است) و  $u$  به شکلی تنظیم می‌شود که اثر اغتشاش  $w$  وارده به سیستم مشابه  $r$  با همان مقدار، صفر شود [20-24].

مرجع [9] به بررسی کنترل ارتعاش اجباری صفحه مستطیلی با تکیه‌گاه ساده در اطراف به همراه میراکننده و نیروی اجباری ضربه پرداخته است. در این بررسی موقعیت وصله‌های پیزوالکتریک را ربع نخست و یک وصله در ربع چهارم جای‌دهی شده است. همان‌طور که در شکل 5 مشاهده می‌شود با اعمال نیروی ضربه به صفحه پاسخ زمانی پس از  $0/5$  ثانیه به مقدار صفر نزدیک می‌شود و این در حالی است که با استفاده از کنترل کننده رگلاتور خطی درجه دوم پس از  $0/15$  ثانیه ارتعاش صفحه کنترل شده و به مقدار صفر همگرا می‌شود، که در شکل 7 نشان داده شده است. البته این نتیجه مربوط به مرکز صفحه است و نیرو نیز به همان مرکز صفحه اعمال می‌شود. حال به بررسی و صحت‌گذاری بر این نتایج پرداخته‌ایم. شکل 6 مربوط به پاسخ ارتعاش اجباری به نیروی ضربه و همچنین شکل 8 کنترل ارتعاشات ورق مستطیلی با روش رگلاتور خطی درجه دوم را نشان می‌دهد. و البته کاملاً مشخص است که توافق خوبی بین نتیجه به‌دست آمده و نتایج ارائه شده در مرجع [9] وجود دارد.

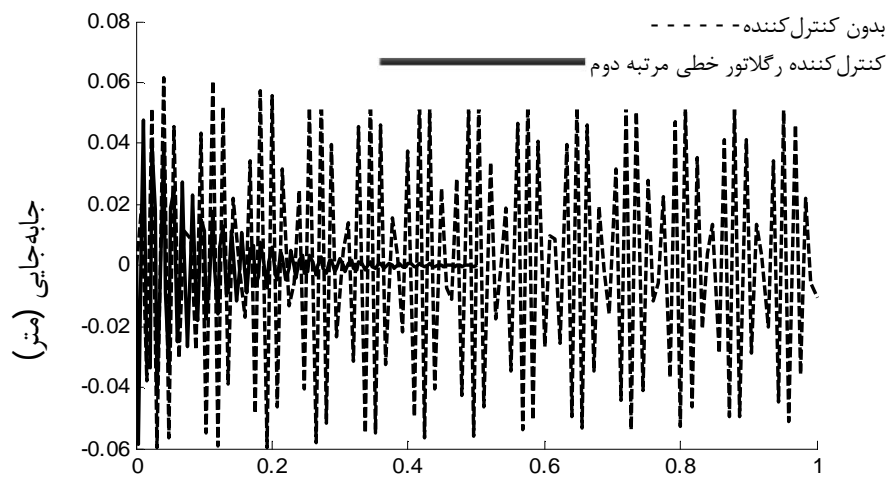
### 6- کنترل کننده فازی

هدف در طراحی کنترل کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی این است که، خروجی کنترل کننده ورودی مرجع را دنبال کند. ابتدا مدلی از سیستم صفحه چهار لایه با زاویه (90.0 و 90.0) و  $a=2$  و  $h=0/02$  لایه با بستر خطی تحت تکیه‌گاه کلمپ شده را به‌دست آورده و این کار را با دانستن ماتریس‌های A, B, C و D که در بخش مربوط به کنترل کننده رگلاتور خطی درجه دوم توضیح داده شد در نظر گرفته و سپس به طراحی کنترل کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی فازی پرداخته شده است.

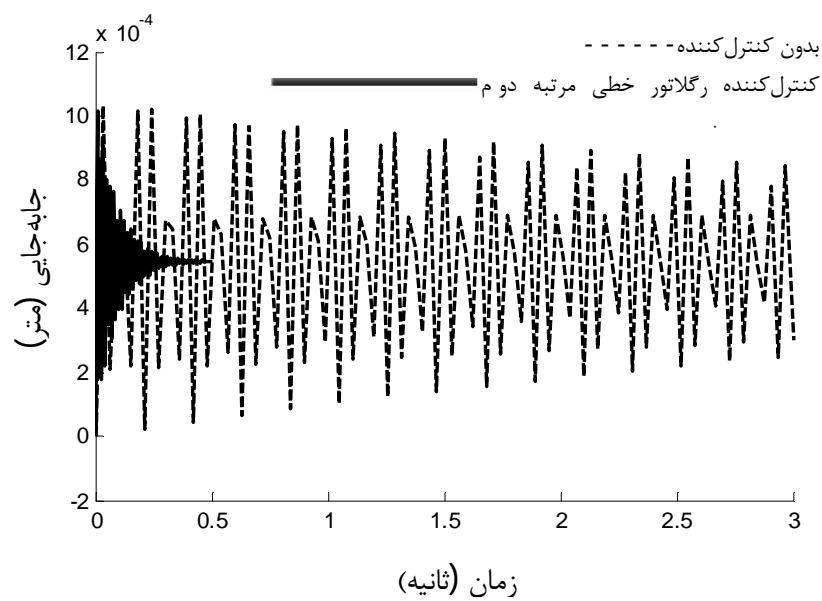


شکل 4 بلوک دیاگرام کنترلر رگلاتور خطی درجه دوم و گوسی خطی درجه دوم



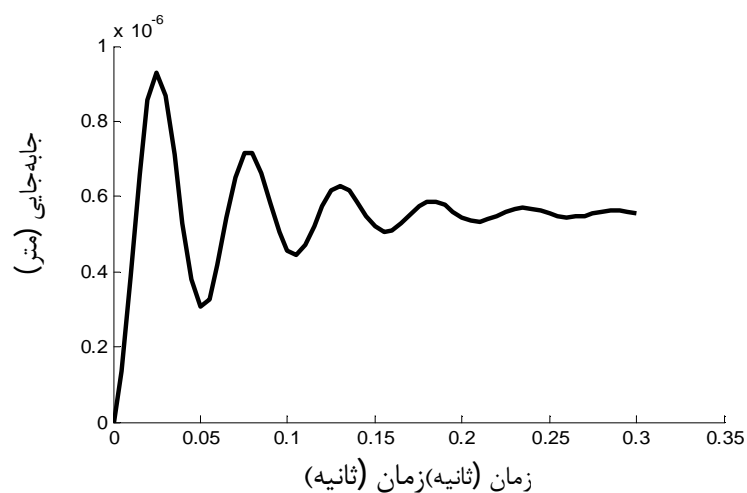


شکل 10 پاسخ زمانی ارتعاشات اجباری ورق مستطیلی سه‌لایه مستقر بر بستر خطی تحت نیروی ضربه در موقعیت  $(7l_x/8, 7l_y/8)$



شکل 11 پاسخ زمانی ارتعاشات اجباری ورق مستطیلی سه‌لایه مستقر بر بستر خطی تحت نیروی ضربه در موقعیت  $(7l_x/8, 7l_y/8)$

سمت خطای حالت دائمی تقریباً صفر هدایت کرده است. نقطه ضعف این روش این است که کمی کند بوده، ولی خطای حالت دائمی بسیار خوبی نتیجه می‌دهد. این کنترلر تغییرات سیستم را بسیار هموار و آرام اعمال می‌کند. برای ورودی اغتشاش ضربه نیز شرایطی مشابه بالا دارد. پاسخ ارتعاشات کنترل شده با کنترل کننده گوسی خطی درجه دوم در شکل‌های 12 و 13 نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌های 12 و 13 مشاهده می‌شود این کنترلر بسیار سریع بوده، ولی خطای حالت دائمی بیشتری نسبت به کنترلر پیشین نتیجه می‌دهد. این کنترلر تابع هزینه کامل تری از رگلاتور خطی درجه دوم داشته و پاسخ مناسب تری نتیجه می‌دهد. پاسخ به ورودی ضربه نیز مشابه شکل بالا کنترل شده است.



شکل 12 پاسخ زمانی ارتعاشات کنترل شده ورق مستطیلی سه‌لایه مستقر بر بستر خطی تحت نیروی پله در موقعیت  $(7l_x/8, 7l_y/8)$

ورودی نخست مربوط به سیگنال خطای ناشی از اختلاف بین نیروی اجباری و نیروی حاصل از پیزو است. سه تابع عضویت از نوع مثلثی و با اسامی منفی  $(N)$ ، صفر  $(Z)$  و مثبت  $(P)$  در نظر گرفته شده است. ورودی دوم مربوط به جابه‌جایی است که متغیرها و عضوهای مربوط به ورودی دوم نیز مانند ورودی نخست تعریف می‌شوند. خروجی که برای سیستم در نظر گرفته شده همان  $u$  ولتاژ پیژوالکتریک که دامنه آن را نیز  $[-20, 20]$  است. پنج تابع عضویت برای آن در نظر گرفته شده است که عبارتند از: خیلی منفی  $(LN)$ ، کمی منفی  $(SN)$ ، صفر  $(Z)$ ، کمی مثبت  $(SP)$ ، خیلی مثبت  $(LP)$ .

ابتدا با تعریف سیستم استنتاج فازی و انتخاب نوع سیستم فازی ممدانی ورودی‌ها و خروجی‌ها یا همان توابع عضویت به صورت شکل 9 معرفی می‌شوند.

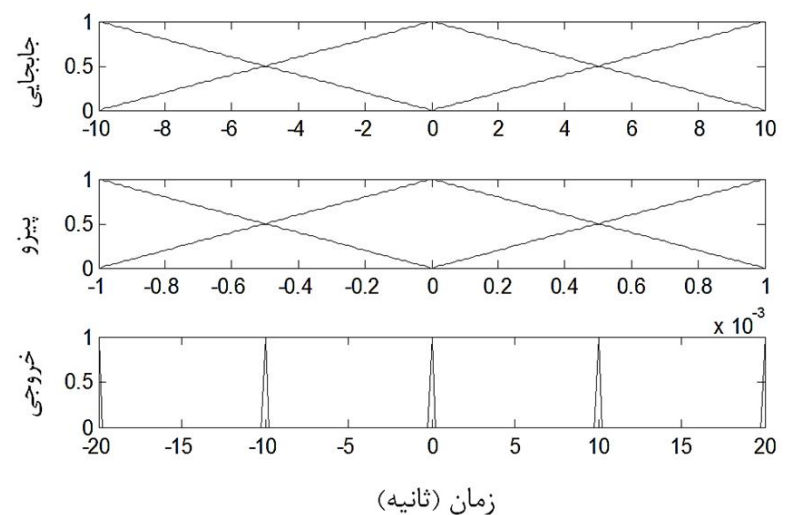
حال باید قوانینی گذاشته شود که رابطه ورودی‌ها و خروجی‌های کنترل را نشان دهند تا بتوان رفتار سیستم را پس از اعمال ورودی‌ها کنترل کرد. البته این قوانین براساس دانسته‌های پیشین تعیین می‌شوند.

یعنی در این روش کنترلی باید رفتار سیستم کاملاً معلوم باشد تا بتوان این قوانین را به درستی تعیین کرد. قوانین اگر و آن‌گاه برای صفحه چهارلایه مستقر بر بستر خطی به صورت جدول 4 است.

### 7- بحث و بررسی نتایج

در این تحلیل از صفحه لایه‌ای مستقر بر بستر خطی که در میانه صفحه قرار گرفته، استفاده شده است. در شکل‌های 10 و 11 پاسخ ارتعاشات ورق مستطیلی سه‌لایه با زوایای  $(-45, 45, -45)$  مستقر بر بستر خطی و شرایط مرزی CCCC، تحت نیروی اجباری ضربه و پله در مکان  $(7l_x/8, 7l_y/8)$  نشان داده شده است.

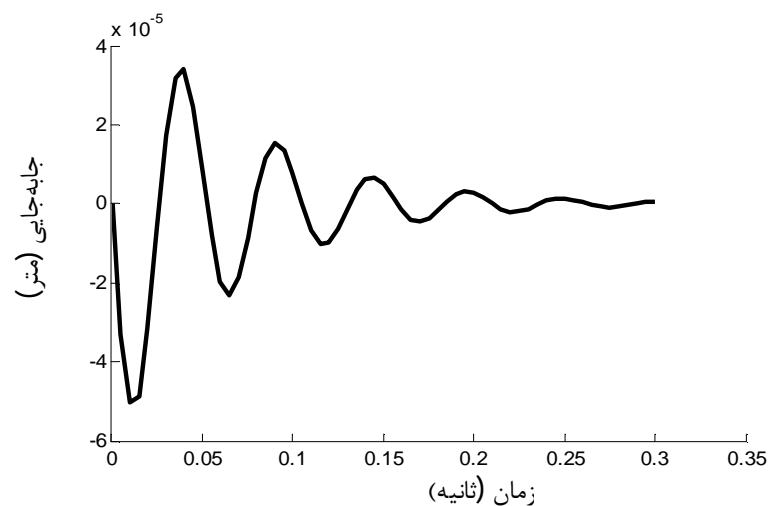
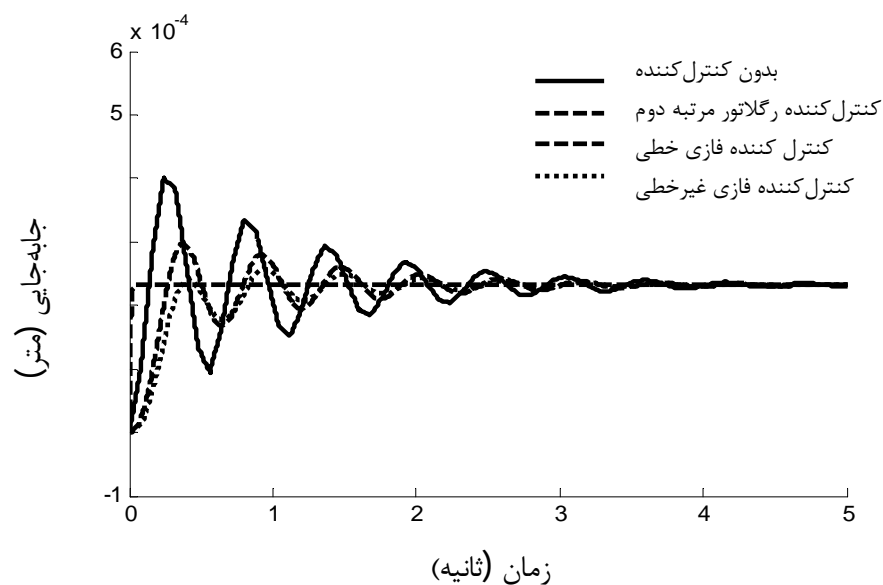
در شکل‌های 12 و 13 کنترل ارتعاشات ورق مستطیلی سه‌لایه مستقر بر بستر خطی و شرایط CCCC، تحت نیروی اجباری پله با روش رگلاتور خطی درجه دو مدار نقاط پیزو  $(5l_x/8, 5l_y/8)$  و  $(7l_x/8, 7l_y/8)$  و مکان اعمال نیرو در  $(7l_x/8, 7l_y/8)$ ، نیز نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این کنترلر به خوبی ارتعاشات سیستم را خنثی کرده و به



شکل 9 توابع عضویت سیستم فازی تناسبی - مشتقی - انتگرالی خطی  
جدول 4 قوانین سیستم فازی تناسبی - مشتقی - انتگرالی خطی

ورودی خطا	ورودی جابه‌جایی	خروجی
P	Z	SP
P	P	LP
N	P	Z
N	N	LN
P	N	Z
N	Z	SN
Z	N	SN
Z	Z	Z
Z	P	SP



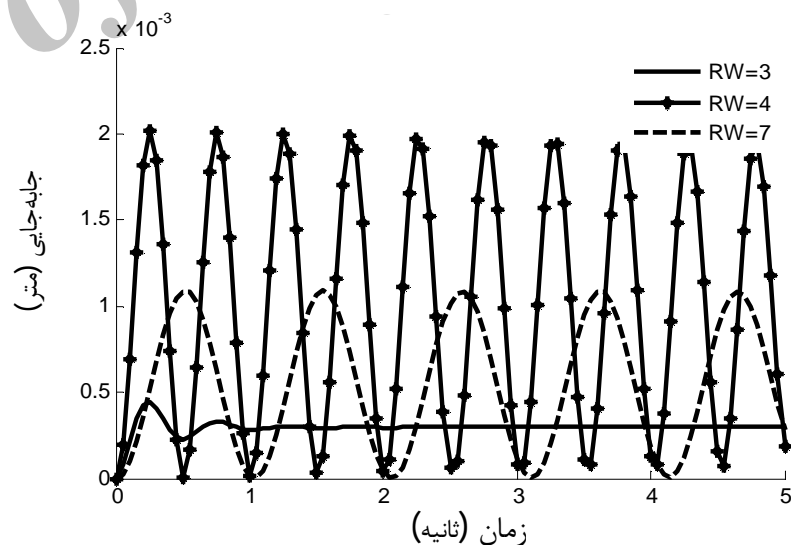


شکل 13 پاسخ زمانی ارتعاشات کنترل شده ورق مستطیلی سه لایه مستقر

بر بستر خطی تحت نیروی ضربه در موقعیت  $(7l_x/8, 7l_y/8)$

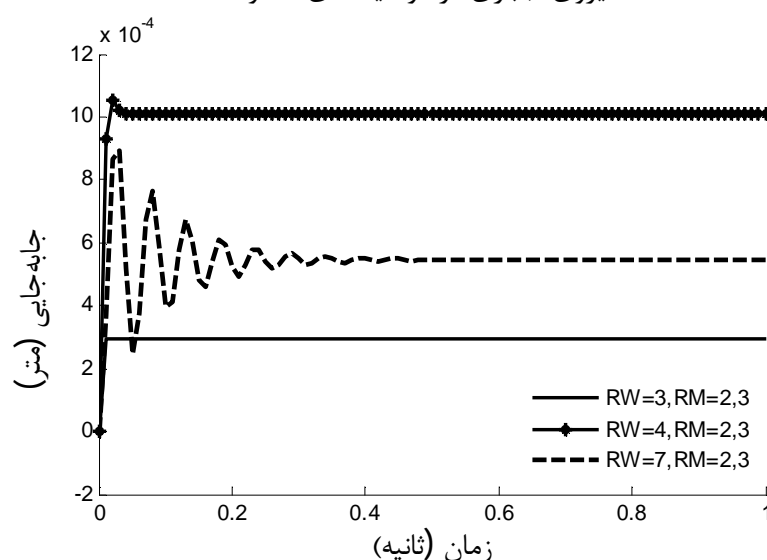
همان طور که در شکل های 15، 14 مشاهده می شود با قرار گرفتن موقعیت اعمال نیرو در فاصله بین دو پیزوالکتریک عملکرد کنترلر بسیار مناسب بوده است و سیستم به سرعت به مقدار صفر نزدیک می شود. با حرکت به سمت خارج از فاصله بین دو پیزو دامنه ارتعاشات افزایش یافته که نشان دهنده کاهش تأثیر عکس العمل پیزو بر اثر اعمال نیرو است. در شکل های 15، 14 منظور از  $RW=3$  موقعیت اعمال نیرو که معادل موقعیت  $(3l_x/8, 3l_y/8)$  و همچنین  $RM=2,3$  موقعیت مکانی دو پیزو را که در  $(3l_x/8, 3l_y/8)$  است را نشان می دهد.

در شکل 16 نیز به مقایسه ارتعاشات کنترل شده ورق چهار لایه مستطیلی مستقر بر بستر خطی با سه نوع کنترل کننده رگلاتور خطی درجه دوم و فازی



شکل 14 مقایسه دامنه ارتعاش ورق مستطیلی چهار لایه مستقر بر بستر خطی تحت

نیروی اجباری در موقعیت های متفاوت



شکل 15 مقایسه دامنه ارتعاشات کنترل شده ورق مستطیلی چهار لایه مستقر بر بستر

خطی تحت نیروی اجباری در موقعیت های متفاوت

شکل 16 مقایسه پاسخ زمانی سه نوع کنترل کننده ارتعاشات ورق مستطیلی مستقر بر بستر خطی تحت نیروی اجباری پله

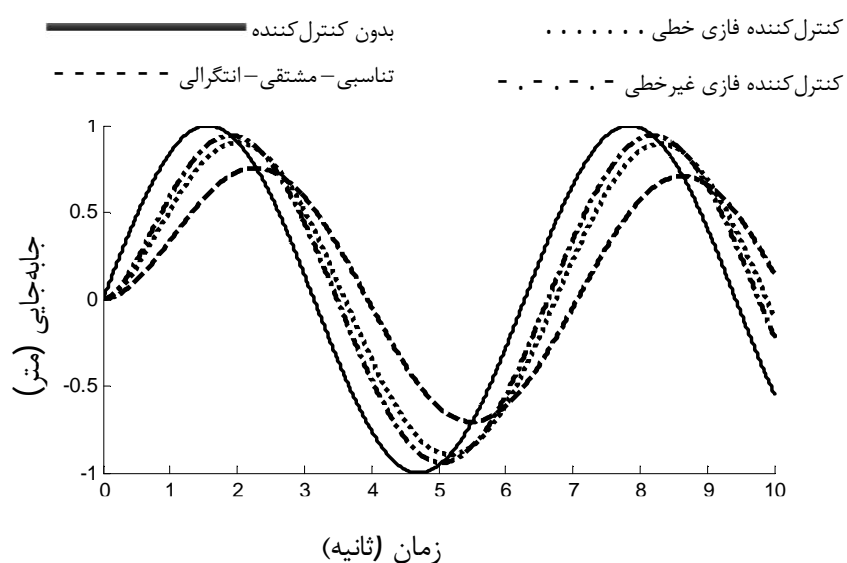
خطی و فازی غیرخطی پرداخته شده است. همان طور که مشاهده می شود به ازای اعمال ورودی مرجع که مربوط به ارتعاش اجباری پله است، کنترل کننده رگلاتور خطی درجه دوم به سرعت مقدار ثابتی همگرا شده، ولی کنترل کننده های فازی با کمی تأخیر همگرا می شوند. از بین دو کنترل کننده فازی، کنترل کننده فازی غیرخطی نتیجه بهتری در کنترل ارتعاشات دارد.

هدف طراحی کنترل کننده ای است که ورودی مشخصی را دنبال کند. در شکل 17 ارتعاشات کنترل شده ورق چهار لایه مستطیلی مستقر بر بستر خطی با سه نوع کنترل کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی و فازی خطی و غیرخطی پرداخته شده است. همان طور که مشاهده می شود به ازای اعمال ورودی مرجع سینوسی کنترل کننده ها به خوبی ورودی را دنبال می کند. که از بین این سه نوع کنترل کننده، کنترل کننده فازی غیرخطی عملکرد بهتری را نشان می دهد.

در شکل 18 ارتعاشات کنترل شده ورق چهار لایه مستطیلی مستقر بر بستر خطی با سه نوع کنترل کننده تناسبی- مشتقی- انتگرالی و فازی خطی و فازی غیرخطی پرداخته شده است. همان طور که مشاهده می شود به ازای اعمال ورودی مرجع پله واحد کنترل کننده ها به خوبی ورودی را دنبال می کند. از میان این سه نوع کنترل کننده فازی غیرخطی عملکرد بهتری را نشان می دهد.

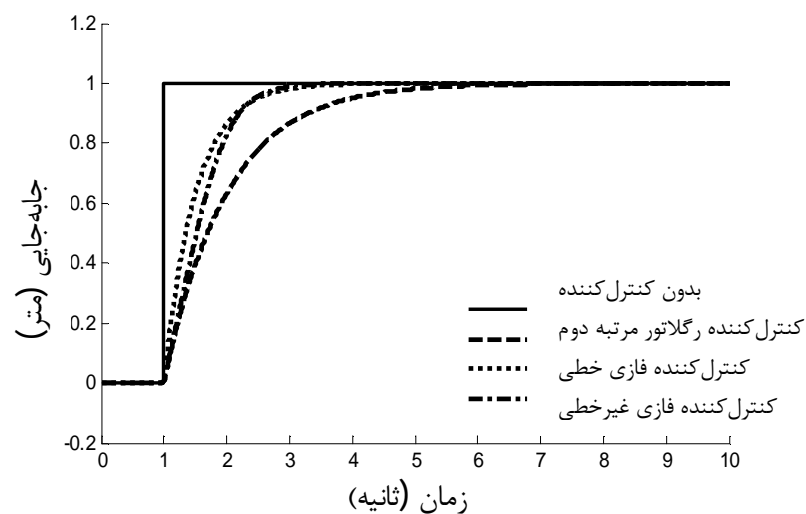
## 8- نتیجه گیری

همان طور که مشاهده شد برای کنترل ارتعاشات ورق مستطیلی مستقر بر بستر خطی، در یک نقطه، استفاده از وصله کمتر تا حتی دو وصله پیزوالکتریک



شکل 17 خروجی سیستم فازی خطی و غیرخطی به ازای ورودی سینوسی

- [7] I. S. Sadek, Jr. J. C. Bruch, J. M. Sloss, S. Adali, Feedback Control of Vibrating Plates Using Piezoelectric Patch Sensors and Actuators, *Journal of Composite Structures*, Vol. 62, 397-402, 2003.
- [8] S. Gopinathan, Modeling of Piezoelectric Smart Structures for Active Vibration and Noise Control Applications, *PhD thesis, Dept. of Engineering Science and Mechanics, Pennsylvania State Univ*, 2001.
- [9] J. Kovarova, J. Dupal, M. Schlegel, Vibration Control of Plate Structures, Vol. 18, 61-78, 2007.
- [10] E. Ventsel, T. Krouthammer, Thin PIFates and Shells: Theory, Analysis, and Applications, Marcel Dekker, Inc., New York, 688, 2001.
- [11] J. N. Reddy, Mechanics of Laminated Composite Plates and Shell Theory and Analysis, Vol. 2, 110-161, 2003.
- [12] H. Lim, "Finite Element Simulation of Closed Loop Vibration Control of a Smart Plate Under Transient Loading", *J. Smart. Mater. Struct.*, Vol. 12, 272-286, 2003.
- [13] Sh. Hosseini-Hashemi, K. Khorshidi, H. Payandeh, Vibration analysis of moderately thick rectangular plates with internal line support using the Rayleigh- Ritz approach, Vol. 16. 22-39, 2009.
- [14] K. Khorshidi, S. Farhadi, Free Vibration Analysis of a Laminated Composite Rectangular Plate in Contact with a Bounded Fluid, *Composite Structures*; Vol. 104. 176-186, 2013.
- [15] K. Khorshidi, E. Rezaei, A.A. Ghadimi, M. Pagoli, Active vibration control of circular plates coupled with piezoelectric layers excited by plane sound wave, *Applied Mathematical Modelling*; Vol. 39. 1217-1228, 2015.
- [16] Y.K. Chenung, D. Zhou, Vibration analysis of symmetrically laminated rectangular plates with intermediate line supports, *Computers and Structures*; 79. 33-41, 2001.
- [17] S. Kumar, R. Srivastava, R. K. Srivastava, Active Vibration Control Of Smart Pizo Cantilever Beam Using PID Controller, *International Journal of Research in Engineering and Technology*, Vol. 03, 392-399, 2014.
- [18] N. Jalili, Pizoelectric-Based Vibration Control, 195-220, 2010.
- [19] J. Kovarova, J. Dupal, M. Schlegel, Vibration Control of Plate Structures, Vol. 18, 61-78, 2007.
- [20] J. M. S. Moita, C. M. M. Soares, C. A. M. Soares, Active Control of Forced Vibration in Adaptive Structures Using Higher Order Mode, *Journal of Composite Structures*, Vol. 71, 349-355, 2005.
- [21] N. Rahman, M. Naushad Alam, Active vibration control of a piezoelectric beam using PIDcontroller: Experimental study, *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 9, 657-673, 2012.
- [22] A. Keshmiri, A. Ghaheri, F. Taheri. Vibration and buckling of laminated composite plateselliptical symmetrical based on Resting On the internal load Vinkler original plates, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 19-26, 2014. (In Persian)
- [23] S.M. Shaukat, A. Sami. Finite Element Analysis of a Beam with Piezoelectrics using Third Order Theory-Part II Dynamic Analysis-Active Vibration Control, *International Journal on Emerging Technologies*, Vol.2, 135-139, 2011.
- [24] A. A. Jandaghian, A. A. Jafari, Investigating the Effect of Piezoelectric layers on Circular Plates under Forced Vibration, *Journal Advanced Designand Manufacturing Technology*, Vol. 5. 1-9, 2012.



شکل 18 خروجی سیستم فازی خطی و غیرخطی به ازای ورودی پله

کافی به نظر می‌رسد و همچنین برای کنترل نقاطی که در خارج از فاصله بین وصله‌ها باشد کنترلر خوب عمل نمی‌کند و زمان عکس‌العمل نسبت به حالت میان پیزو زیادتر است. با اعمال نیروی خارجی بر مکانی که پیزو قرار دارد کنترلر به سرعت عکس‌العمل نشان داده و ارتعاشات کنترل می‌شود. که این موارد جهت استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک در دستگاه‌های صنعتی و تجهیزات نظامی جهت کاهش ارتعاشات ناشی از بارهای خارجی با در نظر گرفتن موقعیت اعمال آن‌هاست.

## 9-مراجع

- [1] M. Huang, X.Q. Ma, T. Sakiyama, H. Matsuda, C. Morita, Free vibration analysis of continuous rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.9, 485-496, 2010.
- [2] E. Altunsaray, I. Bayer, Deflection and free vibration of symmetrically laminated quasi-isotropic thin rectangular plates for different boundary conditions, *Ocean Engineering*, Vol. 57. 197-222, 2013.
- [3] A. Rahbar Ranji, H. Rostami Hoseynabadi, A semi-analytical solution for forced vibrations response of rectangular orthotropic plates with various boundary conditions, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 24, 357-364, 2010.
- [4] J. M. S. Moita, V. M. F. Correia, P. G. Martins, C. M. M. Soares, Optimal Design in Vibration Control of Adaptive Structures Using a Simulated Annealing Algorithm, *Journal of Composite Structures*, Vol. 75, 79-87, 2006.
- [5] J. M. S. Moita, I. F. P. Correia, C. M. M. Soares, C. A. M. Soares, Active Control of Adaptive Laminated Structures with Bonded Piezoelectric Sensors and Actuators, *Journal of Computers and Structures*, Vol. 82, 1349-1358, 2004.
- [6] J. M. S. Moita, C. M. M. Soares, C. A. M. Soares, Active Control of Forced Vibration in Adaptive Structures Using Higher Order Model, *Journal of Composite Structures*, Vol. 71, 349-355, 2005.