



بررسی تجربی و عددی مقاومت در برابر فرورفتگی در پلیمرها

علی شقاقی مقدم^{۱*}، نریمان نظافتی^۲

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد واحد تاکستان، تاکستان

۲- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد واحد تاکستان، تاکستان

* تاکستان، صندوق پستی ۳۴۸۱۹۴۹۴۷۹

چکیده

هدف از این پژوهش بررسی سختی یا مقاومت ماده در برابر نفوذ جسم خارجی، در پلیمرها و مواد هایپرالاستیک است. به منظور دستیابی به این هدف، بررسی‌های انجام گرفته به دو دسته تجربی و عددی تقسیم بندی شده است. در این تحقیق، از کفپوش‌های تک لایه لاستیکی و دو لایه پلی‌اورتان/پلی‌وینیل کلراید مورد استفاده در سالن‌های ورزشی، به عنوان دو نمونه مورد آزمایش استفاده شده است. آزمون تجربی، طبق آزمون استاندار ارزیابی کیفیت کفپوش‌های ورزشی انجام گرفته است. بررسی عددی نیز به کمک نرم‌افزار آباکوس، با شبیه‌سازی شرایط آزمون تجربی، انتخاب بهترین مدل هایپرالاستیک و قیاس نتایج با آزمون تجربی به منظور ارزیابی دقت و کارایی مراحل مختلف شبیه‌سازی انجام شده است. بر اساس نتایج بدست آمده از این تحقیق مشاهده می‌شود که نتایج حل عددی و نتایج تجربی همخوانی مناسبی با هم دارند. به عنوان مثال، نمونه اول با فرورفتگی ۰/۵۷۵ میلی‌متر در آزمون تجربی و با انتخاب مدل یئو، با درصد خطای ۴/۳٪ شبیه‌سازی شد. این درصد خطای برای نمونه دوم با فرورفتگی ۰/۴۲۵ میلی‌متر و انتخاب مدل چند جمله‌ای کاهاش یافته درجه دوم برای هر دو لایه، برابر با ۰/۹۴٪ بود. همچنین با افزایش ضخامت کفپوش لاستیکی از ۲/۵ به ۵ میلی‌متر، سختی از مقدار ۷۸/۱ به ۷۵/۳ کاهاش پیدا کرد. در مجموع، می‌توان گفت که میزان سختی پلیمرها و استهله به میزان ضخامت آنها بوده و شکل هندسی فرورونده نیز، بر عمق فرورفتگی فرورونده و شکل نمودار نیرو-جابجایی مؤثر است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۶ خرداد ۱۳۹۴

پذیرش: ۰۲ مرداد ۱۳۹۴

ارائه در سایت: ۲۴ مرداد ۱۳۹۴

کلید واژگان:

هایپرالاستیک

سختی

فرورفتگی

بررسی عددی

کفپوش ورزشی

Experimental and Numerical Study of Indentation Resistance in Polymers

Ali Shaghaghi Moghaddam*, Nariman Nezafati

Department of Mechanical Engineering, Takestan Branch, Islamic Azad University, Takestan, Iran
*P.O.B. 3481949479, Takestan, Iran, a.shaghaghi@tiau.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 16 June 2015
Accepted 24 July 2015
Available Online 15 August 2015

Keywords:
Hyperelastic
Hardness
Indentation
Numerical analysis
Sports flooring

ABSTRACT

The objective of the present work is to investigate indentation in polymers and hyperelastic materials. Both experiments and numerical analysis have been carried out. Two different sports floorings were selected to test, monolayer rubber and two layer polyurethane (PU)/polyvinylchloride (PVC). To determine the value of hardness and indentation depth of indenter in the materials, experimental study was carried out according to quality standard test for sports flooring. The numerical analysis was also conducted by Abaqus software using simulation of experimental testing conditions, selection of the best hyperelastic model and comparison of the results to experimental test in order to ascertain the efficiency and accuracy of each simulation step. The accuracy of the results has been shown by comparison of experiments with numerical results. For the first sample, indentation depth was 0.575 mm (based on experimental result) and Yeoh's model was employed to simulate with the error of 4.3%. The indentation depth and error (by selection of reduced polynomial form of order two models) were 0.425 mm and 0.94% for the second sample (PU/PVC), respectively. In addition, hardness was decreased from 78.1 to 75.3 when the thickness of rubber sports flooring was increased from 2.5 to 5 mm. In general, it can be concluded that the hardness values of polymers depend on their thickness, and on the other hand the indenter shape has an influence on indentation depth and force-displacement curves as well.

مشابه روش‌های به کار گرفته شده در فلزات است که از آن جمله می‌توان به انجام آزمون کشش، به منظور دستیابی به مدول کشسان و استحکام کششی اشاره نمود [۲]. یکی دیگر از خصوصیات مکانیکی مورد توجه در پلیمرها، سختی^۱ و مقاومت آنها در برابر نفوذ جسم خارجی است. پژوهش‌هایی در این رابطه انجام گرفته است. به عنوان مثال، پانیچ و همکاران [۳] به بررسی عددی فرورفتگی در اندازه نانو در پلیمر پرداختند. در این مقاله پلیمر از ۱-Hardness

۱- مقدمه

پلیمرها دسته‌ای از مواد هستند که به دلیل دارا بودن خواص منحصر بفردی همچون انعطاف و شکل‌پذیری مناسب، سبکی و قیمت ارزان امروزه کاربردهای فراوانی در صنایع گوناگونی چون هواپی، نظامی، پزشکی و ورزشی از جمله کفپوش‌های ورزشی دارند [۱]. به دلیل استفاده بسیار زیاد از پلیمرها در صنعت و مهندسی، پیش‌بینی رفتار پلیمرها از اهمیت بالایی برخوردار است. روش‌های مورد استفاده به منظور دستیابی به خواص مکانیکی پلیمرها

قابل انکا برای تحلیل هیدروژل‌های تقویت شده با ذرات معرفی گردید. چن و همکاران [11] به بررسی مشخصه‌یابی پلیمرهای تحت بارگذاری فرورفتگی، در اندازه نانو پرداختند. دو نوع پلیمر پلی‌دی متیل سیلوکسان و سیلیکون که از انواع پلیمرهای هایپرالاستیک نرم هستند، مورد بررسی قرار گرفتند. پس از مدل‌سازی این پلیمرها، به آنالیز اجزا محدود پلیمرها در نرم افزار آباکوس ۳ از مدل‌سازی این پلیمرها، به آنالیز اجزا محدود پلیمرها در نرم افزار آباکوس ۴ برای پرداخته شد. در این مدل‌سازی از دو تئوری نئوهوك³ و مونی رویلین⁴ برای شبیه سازی مواد هایپرالاستیک استفاده گردید. در این پژوهش از روش معکوس استفاده شد و هدف از این پژوهش دستیابی به یک الگوی بهینه برای زبری سطح این دو نوع پلیمر بود. صفاتی و همکاران [12] اثر فرورفتگی در اندازه نانو روی پلیمر دی متیل سیلوکسان را بررسی نمودند و هدف، مشخصه‌یابی رفتار مکانیکی پلیمر، تحت بارگذاری وابسته به زمان و عمق‌های مختلف فرورفتگی بود. براساس این پژوهش، سختی سطح در فرورفتگی‌های کوچک وابستگی ناچیزی به زمان داشت و در فرورفتگی‌های عمیق‌تر، وابستگی نتایج به زمان و انحراف آن‌ها از نتایج آزمایشگاهی بیشتر بود. چن و همکارش [13] به بررسی رفتار سیلیکون تحت بارگذاری فرورفتگی در اندازه نانو پرداختند و رفتار چسبندگی این پلیمر نرم مورد مطالعه قرار گرفت. در این مقاله از روش معکوس استفاده گردید و برای آنالیز اجزا محدود از نرم افزار آباکوس استفاده شد. در پایان، تفاوت نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی و آنالیزهای اجزا محدود، جزئی گزارش شد. پالوما و همکاران [14] به بررسی خواص مکانیکی اعم از سختی و مدول یانگ در پلیمرهای ترمومپلاستیک که از انواع پلیمرهای نرم می‌باشند پرداختند. بارگذاری در محدوده الاستیک خطی و شبه استاتیکی فرض شد و همچنین در این مقاله به مقایسه دو روش برای انجام آزمون سختی پرداختند که روش اول، همان روش استاندارد با بارگذاری شبه استاتیکی و روش دوم آنالیز مکانیکی دینامیکی بود. مزایا و معایب هر یک از روش‌ها قیاس و بیان شد و نتایج حاصل از دو روش نزدیک به هم گزارش شدند. پالیکوفسکی [15] نیز به مقایسه مدل‌های مختلف هایپرالاستیک پرداخت تا بهترین مدل هایپرالاستیک را از طریق مقایسه آزمون تجربی و حل عددی بدست آورد. این بررسی، روی نانو کامپوزیت پلیمرهایی مانند پلی‌اورتان، پلی‌وینیل‌کلراید و لاستیک، با داشتن قابلیت شکل‌پذیری، انعطاف و سختی مطلوب، مقاومت حرارتی و صوتی مناسب، ارزان قیمت و سبک بودن کاربرد بسیاری در صنایع گوناگون از جمله تولیدات ورزشی، کفپوش سازی و پوشش داخلی خودروها دارد. بدلیل تأثیر مستقیم کفپوش‌های ورزشی بر کیفیت عملکرد و سلامت ورزشکاران، تولید و ارزیابی این محصولات از اهمیت بسزایی برخوردار است. بر همین اساس و با توجه به کاربرد انواع کفپوش‌های ورزشی، استانداردهایی بین‌المللی تدوین شده است که وظیفه تولیدکنندگان نیز، ساخت و بهره‌برداری در چارچوب این استانداردها است. از جمله مهمترین خصوصیات مکانیکی مورد توجه در پلیمرها و کفپوش‌های ورزشی، سختی و مقاومت آن در برابر فرورفتگی یا نفوذ جسم خارجی است تا از این طریق مقاومت سطح ماده در برابر فرورفتگی و قابلیت بازگشت ماده به حالت اولیه مورد بررسی قرار گیرد.

با وجود انجام مطالعات گوناگون توسط پژوهشگران در زمینه بررسی فرورفتگی در پلیمرها، تاکنون گزارشی مبنی بر شبیه سازی و بررسی عددی آزمون "شُر آ" بعنوان یکی از آزمون‌های سختی‌سنجدی بر روی کفپوش‌های ورزشی یک و دو لایه ارائه نشده است. یکی از شاخص‌هایی که در تولید

جنس سیلیکون بوده و شبیه‌سازی بوسیله نرم‌افزار آباکوس¹ انجام شد. مدل-سازی به دو صورت دو بعدی تقارن محوری و سه بعدی انجام شد و نوع فرورونده نیز صلب در نظر گرفته شد. شکل فرورونده براساس فرورونده برکوویچ در نظر گرفته شد و در نهایت، نتایج حاصل از شبیه‌سازی و حل عددی با نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی نزدیک گزارش شد. الیوج و همکاران [4] به بررسی رفتار سایشی لایه‌های تحت پلی‌اورتان پرداختند. در این مقاله، تجزیه و تحلیل خصوصیات مکانیکی به منزله یک ابزار مناسب برای تشخیص رفتار سایشی در بارگذاری‌های اصطکاکی معرفی گردید. برای بررسی رفتار اصطکاکی، آزمایش‌هایی با استفاده از فرورونده کروی فولادی استفاده شد و هدف، اندازه‌گیری مدول کشسانی، نیروی چسبندگی و ارزیابی رفتار ویسکوالاستیک پلی‌اورتان بود. بارگذاری نیز تناوبی و با نیروهای متفاوت انجام گرفت و تغییر شکل ناشی از بارگذاری‌های گوناگون مورد بررسی قرار گرفت. کانز و همکارش [5] به اندازه‌گیری مدول الاستیک فشاری از طریق انجام آزمون عملی سختی سنجی "شُر آ"² پرداختند. آن‌ها در ابتدا به بیان رابطه ریاضی، میان میزان سختی و میزان جابجایی فرورونده در جسم پرداختند. سپس از طریق عدد به دست آمده از آزمون سختی و مدول الاستیک مانند قطر فرورونده و نیروی اعمالی، رابطه میان سختی و مدول الاستیک فشاری را ارائه دادند. لی و همکاران [6] به بررسی فرورفتگی فوم‌های پلیمری سلول بسته اتیلن وینیل استات پرداختند. این نوع فوم کاربرد زیادی در ورزش، مهندسی و پزشکی دارد. در این مقاله از روش معکوس استفاده شد؛ به این معنی که داده‌های تجربی به عنوان ورودی در نرم‌افزار به کار می‌روند و سپس از نرم‌افزار بعنوان یک مرجع قابل اتكا برای سایر مدل‌ها استفاده می‌شود. فوم تحت آزمون‌های فرورفتگی، فشار و برش قرار گرفتند. همچنین آزمون فرورفتگی توسط چند فرورونده کروی با شعاع متفاوت انجام پذیرفت. هدف از این کار، به دست آوردن پارامترهای لازم برای شبیه‌سازی فوم از طریق انواع بارگذاری‌های فرورفتگی، فشار و برش بود. پارامترهای بدست آمده از هر روش به نرم‌افزار آباکوس وارد شد و همان نوع بارگذاری در نرم‌افزار روی فوم انجام گردید و نتایج حاصل از نرم‌افزار با نتایج آزمون تجربی مقایسه گردید. در پایان نتایج حاصل از هر سه روش نزدیک به هم و قابل اعتماد بود. کارنن‌بورگ و همکاران [7] به بررسی عملی و آزمایشگاهی عمق‌سنجدی فرورونده در پلیمرها پرداختند. چند پلیمر مختلف را تحت آزمون سختی سنجدی قرار داده و تاثیر نیرو بر جابجایی فرورونده را مورد بررسی قرار دادند. جانسون و همکارش [8] تاثیر فرورفتگی بر روی دو نوع پلیمر آکریل آمید و اتر آمید را مورد بررسی قرار دادند و تاثیر دو نوع فرورونده بر فوم مورد آزمایش قرار گرفت و نتایج حاصل از آنالیز عددی و آزمون‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید. براساس نتایج به دست آمده، مقاومت در برابر فرورفتگی به چگالی فوم بستگی دارد. همچنین انحراف نتایج بررسی عددی از آزمون‌های آزمایشگاهی جزئی گزارش شد. تیورگارد و همکارش [9] اثر فرورفتگی بر روی پلیمر با آنالیز اجزا محدود سه بعدی مورد بررسی قرار دادند و رفتار ماده تحت دو نوع فرورونده مخروطی و هرمی، مقایسه نمودند. بارگذاری شبه استاتیکی بوده و در نهایت، نتایج حاصل از عمق فرورفتگی هر دو نوع فرورونده با هم مقایسه گردید. گالی و همکاران [10] به بررسی فرورفتگی در هیدروژل‌ها پرداختند. نوع فرورونده در این بررسی کروی و روش آنالیز عددی به کار گرفته شده اجزا محدود وارون بود. براساس نتایج بدست آمده نتایج آزمایشگاهی و آنالیز عددی نزدیک به هم گزارش شد و مدل ارائه شده، مدلی

1- ABAQUS

2- Shore A

۲-۲-آزمون شُر آ

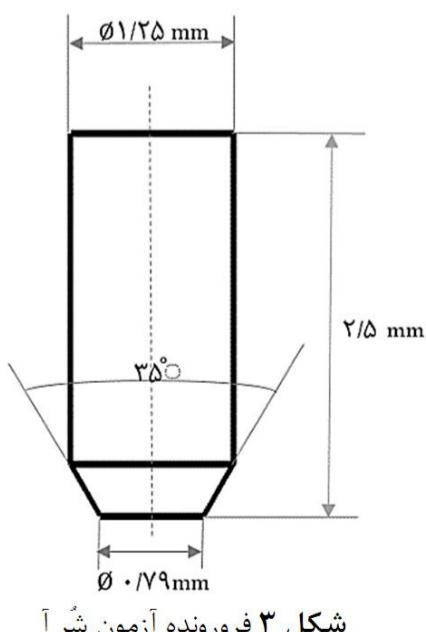
از جمله آزمون‌هایی که به منظور ارزیابی سختی بر روی پلیمرها و کفپوش‌های ورزشی انجام می‌گیرد، آزمون "شُر آ" است که طبق استاندارد انجمان آزمون و مواد آمریکا به شماره "دی ۲۲۴۰" انجام می‌گیرد [۱۶]. دامنه این سختی بین ۰ تا ۱۰۰ بوده، بهطوری که عدد ۰ بیانگر نرمترین و عدد ۱۰۰ نشان دهنده سختترین ماده است. در واقع عدد صفر بیانگر بیشینه فرورفتگی $2/5$ میلی‌متر و عدد ۱۰۰ فرورفتگی صفر میلی‌متر را نشان می‌دهد [۱۵]. این آزمون به منظور بررسی سختی لاستیک‌ها و به طورکلی الاستومرها و پلیمرهای نرم به کار می‌رود. وسیله انجام این آزمون، ابزاری به نام سختی سنج است و میزان بارگذاری ۸۲۲ گرم، معادل با نیروی ۸/۰۶ نیوتون است [۱۶]. در شکل ۳ نیز، ابعاد فرورونده فولادی دستگاه سختی سنج نشان داده شده است. رابطه میان سختی و عمق فرورفتگی فرورونده در نمونه، به صورت رابطه (۱) است [۱۵]:

$$U = 0.025 (100 - \text{Shore A}) \quad (\text{mm}) \quad (1)$$

که U نشان دهنده عمق فرورفتگی فرورونده در نمونه مورد آزمایش بر حسب میلی‌متر و شُر آ نشان دهنده میزان سختی به دست آمده از دستگاه سختی سنج است. آزمون سختی سنجی، طبق استاندارد انجمان آزمون و مواد آمریکا به شماره "دی ۲۲۴۰" انجام شد. براساس استاندارد، بارگذاری باید به صورت غیرضربی و در محدود تغییر شکل لاستیک نمونه مورد آزمایش انجام شود. آزمون، در دمای محیط آزمایشگاه، معادل 23 ± 2 درجه سانتی‌گراد انجام شد. نتایج حاصل از انجام آزمایش در جدول ۱ گزارش شده است. با توجه به نتایج جدول می‌توان مشاهده کرد که کفپوش تک لایه لاستیکی دارای سختی ۷۷ شُر آ است در حالی که کفپوش دو لایه پلی‌اورتان/ پلی‌وینیل‌کلراید دارای سختی بیشتری نسبت به نمونه اول و برابر با ۸۳ شُر آ است. همچنین با استفاده از رابطه ۱، می‌توان عمق فرورفتگی فرورونده را در نمونه‌های مورد آزمایش به دست آورد که این میزان نیز در جدول ۱ گزارش شده است. مقادیر به دست آمده در این ستون با مقادیر حاصل از حل عددی در بخش ۳، مقایسه و میزان اختلاف نتایج گزارش خواهد شد.

۲-۳-آزمون کشش

آزمون کشش با هدف دستیابی به نمودار تنش-کرنش به عنوان ورودی لازم و اطلاعات آزمایشگاهی انجام شد. این آزمون بر روی نمونه‌های لاستیک و پلی‌وینیل‌کلراید، بر طبق استاندارد انجمان آزمون و مواد آمریکا به شماره



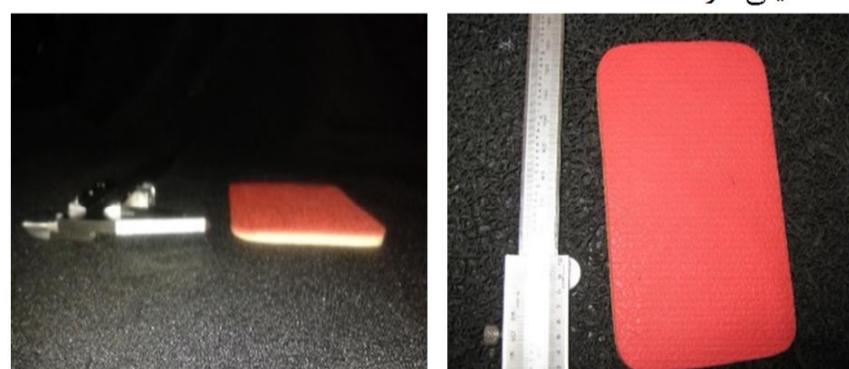
کفپوش سالن‌های ورزشی بسیار حائز اهمیت است، کاهش میزان مصرف مواد اولیه و کاستن از تعداد سعی و خطأ، پیش از تولید نهایی محصول به منظور کاهش هزینه تولید است. از راههای کاهش چنین هزینه‌هایی، استفاده از شبیه‌سازی عددی کفپوش‌ها است. بنابراین هدف از انجام این تحقیق بررسی تأثیر تغییر ضخامت و شکل فرورونده بر میزان فرورفتگی دو نمونه کفپوش ورزشی تک لایه لاستیکی و دو لایه پلی‌اورتان/ پلی‌وینیل‌کلراید است. در این راستا آزمون تجربی استاندارد "شُر آ" به منظور بررسی سختی و دستیابی به میزان عمق فرورفتگی فرورونده در نمونه‌ها انجام شد. سپس، شبیه‌سازی و بررسی عددی نمونه‌های مورد آزمایش به کمک نرم افزار اجزا محدود آباکوس صورت پذیرفت و نتایج حاصل با آزمون تجربی مقایسه شد. در نهایت، میزان تفاوت نتایج حل عددی و آزمایشگاهی ارائه گردید.

۲-آزمون تجربی

در این بخش ابتدا خصوصیات کفپوش‌ها و نمونه‌های مورد آزمایش بیان خواهد شد، سپس آزمون‌های تجربی انجام گرفته شرح داده می‌شود. آزمون‌های تجربی به دو بخش تقسیم می‌گردد. بخش اول شامل انجام آزمون سختی سنجی "شُر آ" و بخش دوم شامل انجام آزمون کشش به منظور دستیابی به نمودار تنش-کرنش مربوط به مواد پلیمری تشکیل دهنده کفپوش‌ها است. از این نمودارها در قسمت بررسی عددی و در زیر بخش خصوصیات مکانیکی^۱ نرم افزار آباکوس استفاده خواهد شد.

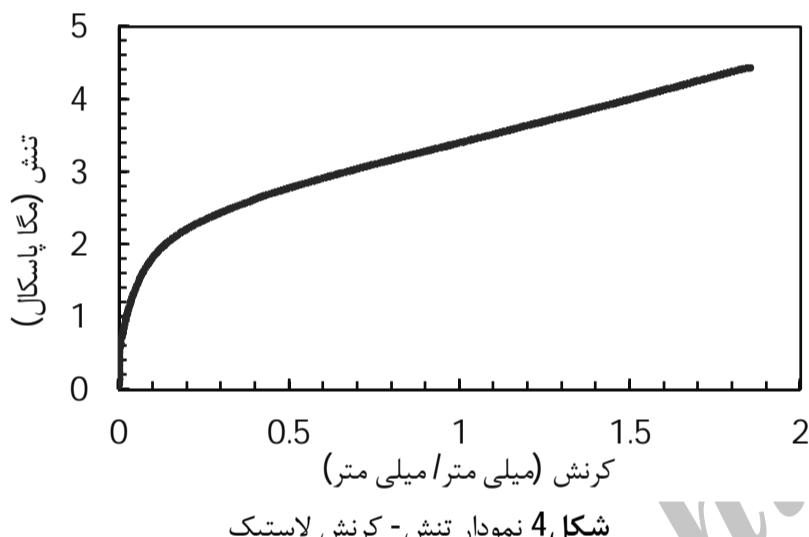
۲-۱-نمونه‌های مورد آزمایش

نمونه نخست مورد آزمایش، کفپوشی مخصوص سالن‌های چند منظوره ورزشی است. ضخامت این کفپوش 4 میلی‌متر و جنس آن نیز از لاستیک است که در شکل ۱ نشان داده شده است. نمونه دوم مورد آزمایش، کفپوشی دو لایه و مخصوص سالن‌های چند منظوره ورزشی است. ضخامت این کفپوش 4 میلی‌متر است و همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، از دو لایه تشکیل شده است که لایه بالایی، از جنس پلی‌اورتان و به ضخامت $3/۰$ میلی‌متر بوده و لایه زیرین نیز از جنس پلی‌وینیل‌کلراید و با ضخامت $3/۷$ میلی‌متر است.

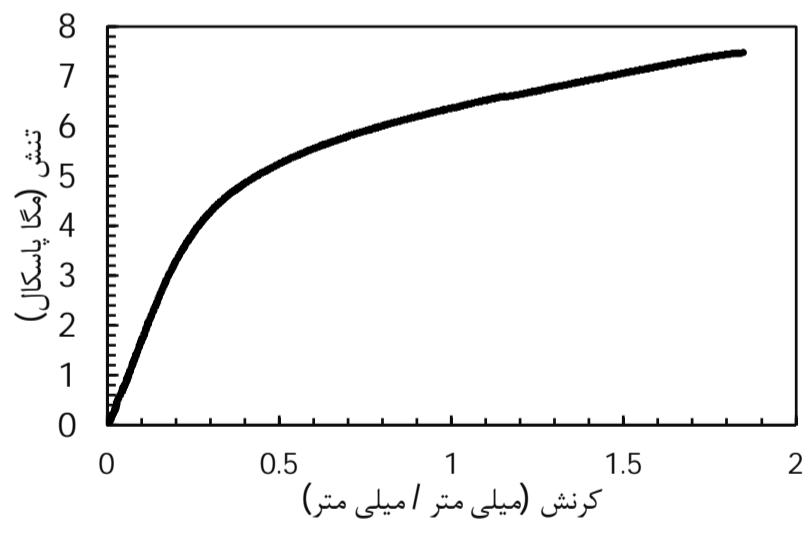


فرورونده واقعی و از نوع صلب تحلیلی⁴ در نظر گرفته شده است. تعداد مش-ها برابر با 1495 عدد بوده و تراکم مش‌ها در نقاط نزدیکتر به فرورونده بیشتر است. به دلیل این که نمونه‌های مورد آزمایش پلیمری هستند، نوع مش نیز هیریدی انتخاب شده است. استفاده از فضای تقارن محوری، شرایط مرزی، نوع و تراکم مش‌ها همانند فعالیت‌های انجام شده توسط پانیچ و همکاران [3] در نظر گرفته شده است. روند کلی شبیه‌سازی، حل عددی، مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی با آزمون تجربی و دستیابی به نتایج حاصل از تغییر ضخامت و تغییر شکل فرورونده در شکل 7 نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، پس از ترسیم قطعه، تعیین شرایط مرزی، استفاده از نمودارهای تنش-کرنش نشان داده شده در بخش (3-2) به عنوان ورودی خصوصیات مکانیکی [13.10.6] و انتخاب یکی از مدل‌های هایپرالاستیک، حل اجزا محدود توسط نرم‌افزار آباکوس انجام می‌گیرد. سپس عمق فرورفتگی حاصل از حل نرم‌افزار با نتایج حاصل از انجام آزمون تجربی یعنی عمق فرورفتگی فرورونده در نمونه مورد آزمایش (جدول 1) مقایسه می-گردد. این چرخه تا دستیابی به کمترین میزان اختلاف میان حل عددی و آزمون تجربی ادامه دارد تا در نهایت بهترین مدل هایپرالاستیک به دست آید.



شکل 4 نمودار تنش-کرنش لاستیک



شکل 5 نمودار تنش-کرنش پلیوینیل‌کلراید

جدول 1 سختی و عمق فرورفتگی فرورونده دو نمونه مورد آزمایش

شماره کفپوش	میزان سختی (A)	عمق فرورفتگی فرورونده (mm)
0/575	77	1
0/425	83	2

"دی 412" انجام گرفت. آزمون کشش نوار پلی‌اورتان نیز براساس استاندارد انجمان آزمون و مواد آمریکا به شماره "دی 882" انجام گرفت؛ که این آزمون مخصوص کشش نوارهای پلیمری با ضخامت کمتر از 1 میلی‌متر است. نتایج حاصل از آزمون کشش که شامل نیروی کشش بیشینه (برحسب نیوتن)، درصد ازدیاد طول نسبی و استحکام کششی در نقطه پارگی است، در جدول 2 گزارش شده است. با توجه به جدول 2 و شکل 4 که نشان دهنده نمودار تنش-کرنش قطعه لاستیکی است، می‌توان دریافت که نمونه مورد آزمایش که با طول اولیه 25 میلی‌متر در نظر گرفته شده است، تحت کشش با سرعت 500 میلی‌متر بر دقیقه قرار گرفته است. ابعاد اولیه سطح مقطع نمونه 6/23 میلی‌متر در ضخامت 3/88 میلی‌متر و به مساحت 24/17 میلی-متر مربع بوده است. نیروی بیشینه وارد شده 107/29 نیوتن و حداکثر ازدیاد طول 185% است به این معنی که کرنش در نقطه پارگی برابر با 1/85 است. استحکام کششی در نقطه پارگی که حداکثر نیروی وارد نیز در همین نقطه وارد شده است برابر 4/44 مگاپاسکال است. همچنین با توجه به نتایج جدول 2 و نمودار تنش-کرنش پلی‌وینیل‌کلراید با سطح مقطع اولیه 24/08 میلی-متر مربع و طول ابتدایی 25 میلی‌متر در شکل 5، می‌توان مشاهده نمود که حداکثر نیرو برابر با 180/12 نیوتن بوده و در این نقطه، بیشینه تنش برابر با 7/48 مگاپاسکال است و نمونه 184% طول اولیه خود کشیده شده است. در نهایت نمودار تنش-کرنش مربوط به نوار پلی‌اورتان در شکل 6 نشان داده شده است. نتایج حاصل از این آزمون در جدول 2 بیان می‌کند که قطعه با پهنه‌ای اولیه 25/73 میلی‌متر و ضخامت 0/32 میلی‌متر پس از تحمل نیروی برابر با 111/04 نیوتن و ازدیاد طول 197% طول اولیه دچار پارگی در نقطه-ای با استحکام کششی 13/49 مگاپاسکال می‌شود.

3- بررسی عددی

در این تحقیق از نرم‌افزار آباکوس برای مدل‌سازی و تحلیل نمونه‌های مورد نظر استفاده شده است. واحد کمیت‌ها بر حسب میلی‌متر، نیوتن و مگاپاسکال است. در تمامی مدل‌سازی‌ها بارگذاری در محدوده‌های لاستیک، به صورت مکانیکی-استاتیکی (برابر با 8/06 نیوتن) و طبق شرایط موجود در آزمون تجربی انجام پذیرفته است. به منظور حل عددی، از فضای تقارن محوری³ دو بعدی استفاده شده است. ضخامت (عرض) مدل‌ها برابر با 4 میلی‌متر و طول آن‌ها (با توجه به شرایط تقارن محوری) 25 میلی‌متر بوده است. برای تعیین شرایط مرزی، لبه پایینی مدل در هر دو بعد ثابت و لبه جانبی نیز در راستای ضخامت مدل، محدود شده است. ابعاد فرورونده نیز مطابق با اندازه‌های

جدول 2 نتایج حاصل از آزمون کشش

جنس	اطول مقطع (mm ²)	اطعاد سطح مقطع (mm ²)	اطعاد سطح (mm ²)	طول اولیه (mm)	سرعت کشش (mm/min)	نیروی کشش (N)	ازدیاد طول نسبی (%)	استحکام کششی در نقطه پارگی (MPa)
لاستیک	3/88×6/23	24/17	0/32×25/73	25	500	107/29	185	4/44
پلیوینیل‌کلراید	4/00×6/02	24/08	8/23	25	500	180/12	184	7/48
پلی‌اورتان	0/32×25/73	24/08	8/23	25	500	111/04	197	13/49

1- ASTM D412

2- ASTM D882

3- Axisymmetric

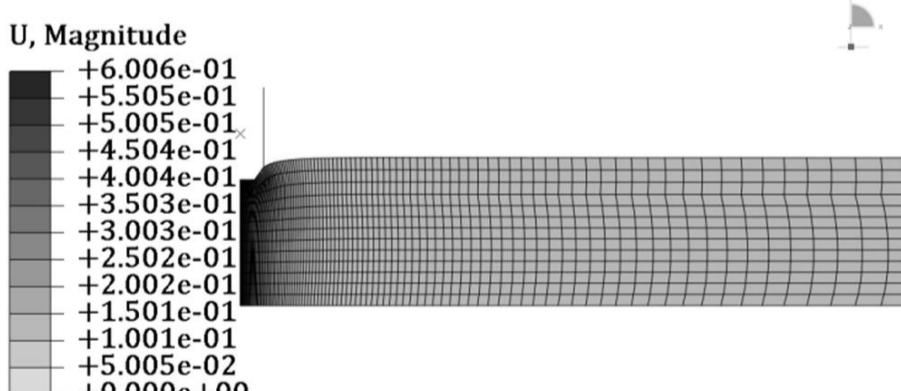
جدول 3 مدل‌های مختلف هایپرالاستیک و درصدهای خطا نمونه 1

ردیف	مدل هایپرالاستیک	عمق فرورفتگی فرورونده (mm)	درصد خطأ (%)
1	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	0/696	21/0
2	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سه	0/600	4/3
3	چند جمله‌ای درجه دو	0/143	75/1
4	آگدن ¹ مرتبه 1	0/417	27/4

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که به دلیل کمترین میزان خطا برابر با 4/3% بهترین مدل هایپرالاستیک برای کفپوش لاستیکی، مدل چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سوم (مدل یئو²) با فرورفتگی معادل 0/6 میلی‌متر است. به این ترتیب می‌توان با استفاده از این مدل هایپرالاستیک و شبیه‌سازی انجام گرفته، سایر آزمون‌های ارزیابی کیفیت کفپوش‌های ورزشی را بر روی این مدل انجام داد. عمق فرورفتگی 0/6 میلی‌متری حاصل از حل عددی در نرم‌افزار آباکوس در شکل 8 نشان داده شده است. همچنین مقادیر ثابت‌های ماده که در فرمول چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سوم نیاز است، پس از ارزیابی نمودار تنش-کرنش مربوط به لاستیک توسط نرم‌افزار آباکوس، به دست آمده‌اند که در جدول 4 گزارش شده است. می‌توان این ضرایب را به عنوان ورودی خصوصیات مکانیکی، جایگزین داده‌های نمودار تنش-کرنش، نمود.

3-1-1-تغییر ضخامت

با توجه به جدول 5 می‌توان وابستگی سختی پلیمرها به ضخامت را مشاهده کرد. بررسی عددی انجام شده در این تحقیق، تطابق خوبی با فعالیت عملی انجام شده توسط کانز و همکارش [5] دارد. یکی از نتایج، این پژوهش آزمایشگاهی نیز، تاثیر تغییر ضخامت پلیمرها، بر سختی آن‌ها بود. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ضخامت این کفپوش لاستیکی، سختی آن کاهش پیدا می‌کند. البته این وابستگی به صورتی نیست که با افزایش ضخامت از 2/5 میلی‌متر به 5 میلی‌متر، سختی به نصف کاهش یابد. چنان‌که سختی کفپوش 5 میلی‌متری برابر با 75/3 شرعاً است، اما با کاهش ضخامت به میزان 2/5 میلی‌متر، سختی برابر با 78/1 شرعاً خواهد شد. شکل 9 نیز نشان دهنده نمودار نیرو-جابجایی مربوط به کفپوش لاستیکی با ضخامت‌های 5 و 2/5 میلی‌متر است. با مقایسه هر دو منحنی، مشاهده می‌شود که با

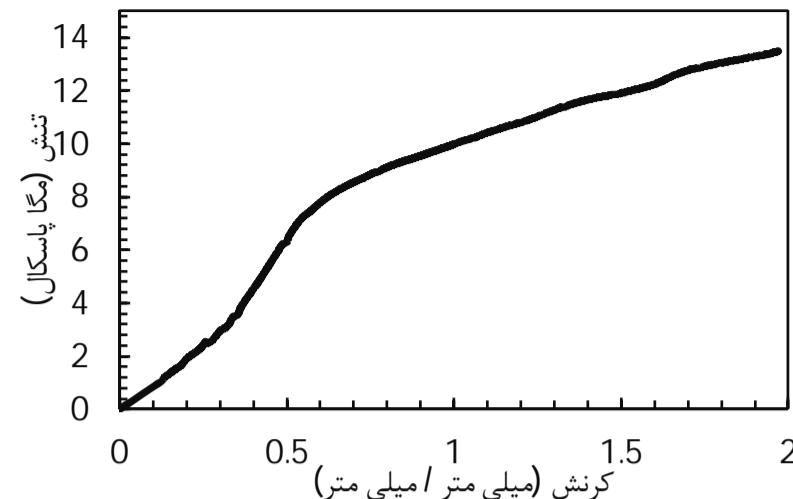


شکل 8 میزان فرورفتگی نشان داده شده در نرم‌افزار آباکوس (نمونه 1)

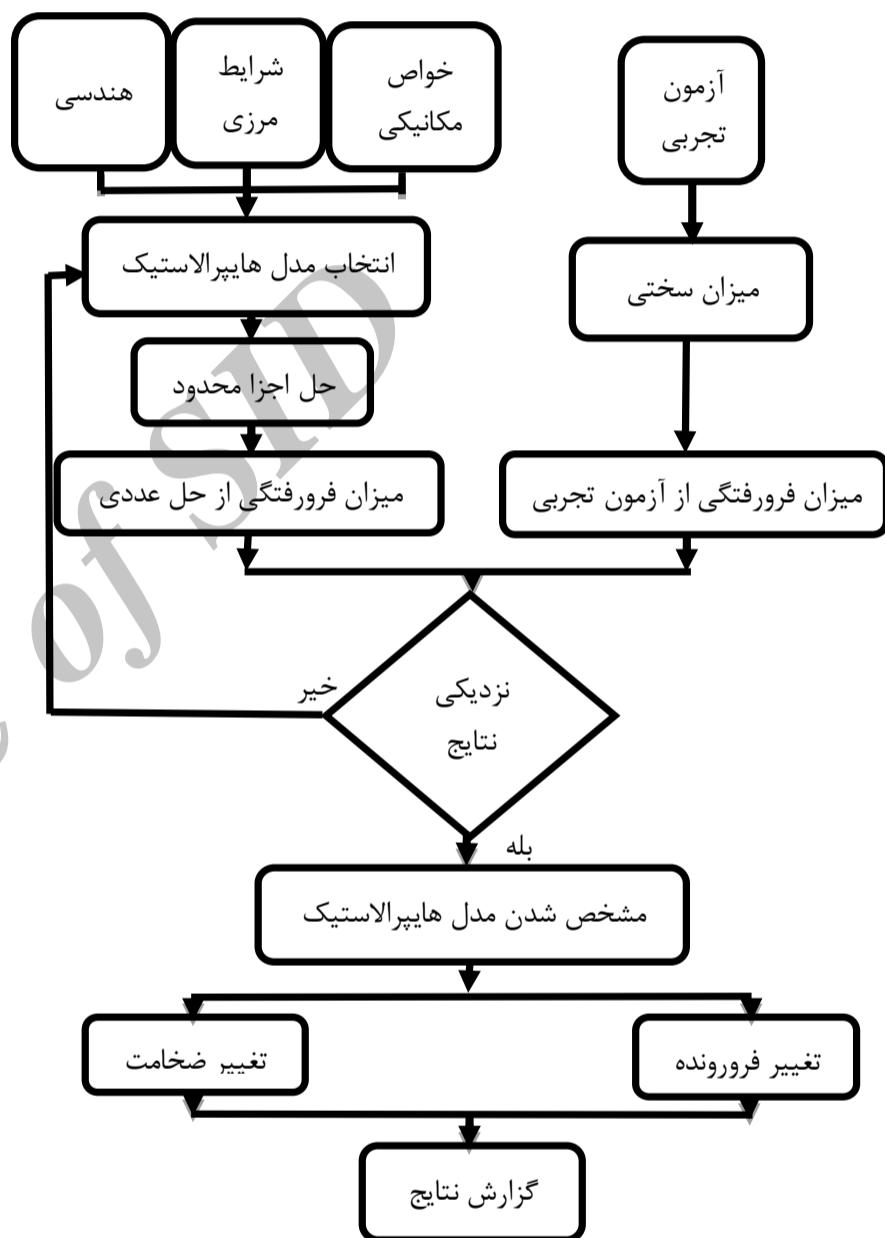
جدول 4 ثابت‌های لاستیک در فرمول چندجمله‌ای کاهش یافته درجه سوم

C30 (MPa)	C20 (MPa)	C10 (MPa)	مدل هایپرالاستیک
0/01976791095	-0/239454756	0/74180115	یئو

1- Ogden
2- Yeoh



شکل 6 نمودار تنش-کرنش پلی‌اورتان



شکل 7 روند بررسی عددی مساله فرورفتگی و گزارش نتایج

این چرخه سعی و خطا برای دست‌یابی به بهترین مدل هایپرالاستیک برگرفته از روند کار پالیکوفسکی [15] است. پس از شناسایی بهترین مدل هایپرالاستیک و به دست آوردن ثابت‌های ماده، اثرات تغییر ضخامت و تغییر شکل هندسی فرورونده بررسی می‌گردد و نتایج گزارش می‌شود.

3-1-2-کفپوش تک لایه لاستیکی

براساس روند حل نشان داده شده در شکل 7، پس از انتخاب مدل‌های گوناگون هایپرالاستیک، مقادیر متفاوتی از عمق فرورفتگی فرورونده به دست می‌آید که نمایانگر تأثیر انتخاب مدل‌های هایپرالاستیک، در اختلاف پاسخ‌های حل عددی و آزمون تجربی است. تعدادی از نتایج حل عددی به همراه درصد میزان اختلاف با نتایج آزمون تجربی، در جدول 3 نشان داده شده است. میزان فرورفتگی در آزمون تجربی برابر با 0/575 میلی‌متر است.

شود. زیرا که با کاهش ضخامت لایه پلی اورتان از $0/3$ به $0/1$ میلی متر و افزایش ضخامت لایه پلی وینیل کلراید به $3/9$ میلی متر، میزان فرورفتگی از $0/421$ به $0/419$ میلی متر کاهش می یابد. از طرف دیگر، با افزایش ضخامت لایه پلی اورتان به 3 میلی متر و کاهش ضخامت لایه پلی وینیل کلراید به 1 میلی متر، فرورفتگی افزایش یافته و برابر با $0/425$ میلی متر می گردد؛ به این معنی که سختی کاهش می یابد. همچنین با کاهش ضخامت کفپوش از 4 به 3 میلی متر و در نظر گرفتن ضخامت های $0/1$ و $2/9$ میلی متری برای لایه های پلی اورتان و پلی وینیل کلراید فرورفتگی فرورونده برابر با $0/400$ میلی متر خواهد شد، که نشان دهنده سختی 84 شر آ است. همان طور که مشاهده می شود، با افزایش ضخامت لایه پلی اورتان از سختی ماده کاسته می شود، در حالیکه پلی اورتان دارای استحکام کششی بیشتری از پلی وینیل کلراید است. در توجیه این رفتار می توان به تفاوت خواص مکانیکی پلیمرها، در کشش و فشار اشاره کرد. با این که پلی اورتان دارای استحکام کششی بالاتری نسبت به پلی وینیل کلراید است، اما مقاومت پلی وینیل کلراید در برابر نفوذ جسم خارجی از پلی اورتان بیشتر است. بنابراین با افزایش ضخامت لایه ای که سختی کمتری دارد، به رغم دارا بودن استحکام نهایی بیشتری در کشش، سختی ماده کاهش می یابد؛ دلیل استفاده گستردۀ از پلی وینیل کلراید در صنایع کفپوش سازی نیز، همین مقاومت بالا و مطلوب این ماده نسبت به سایر پلیمرها، در برابر نفوذ جسم خارجی است [17].

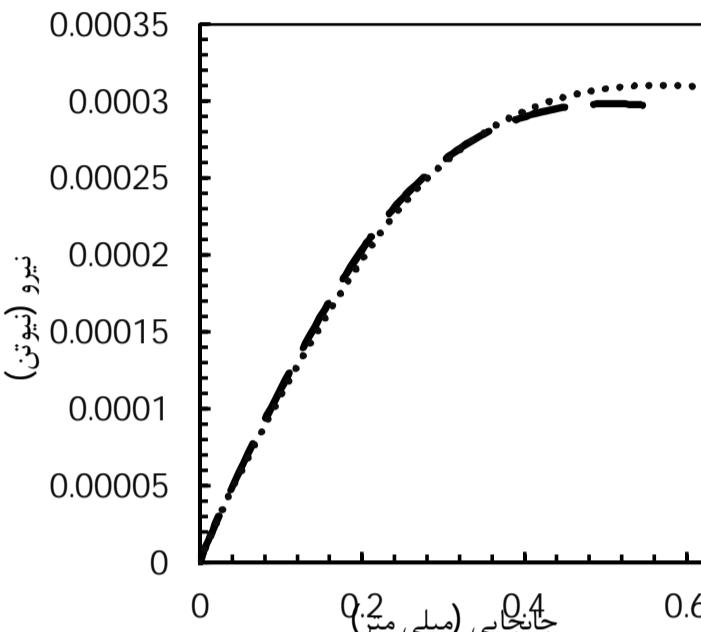
جدول 6 مدل های مختلف هایپرالاستیک و درصد های خطای نمونه 2

		عمق درصد خطا (%)	فرورفتگی فرورونده (mm)	مدل هایپرالاستیک	لایه ها	ردیف	
7/5	0/393	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سه	لایه پلی اورتان	لایه پلی وینیل - کلراید	1		
		چند جمله‌ای کاهش یافته درجه سه	لایه پلی اورتان	لایه پلی وینیل - کلراید	2		
32/7	0/286	چند جمله‌ای درجه دو	لایه پلی اورتان	لایه پلی وینیل - کلراید	3		
		چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	لایه پلی اورتان	لایه پلی وینیل - کلراید	4		
0/94	0/421	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	لایه پلی اورتان	لایه پلی وینیل - کلراید	5		
		چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	لایه پلی اورتان	لایه پلی وینیل - کلراید	6		
8/2	0/390	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	لایه پلی اورتان	لایه پلی وینیل - کلراید	7		
		چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	لایه پلی اورتان	لایه پلی وینیل - کلراید	8		

جدول 7 ثابت های پلی اورتان / پی وی سی در فرمول چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو

		مدل هایپرالاستیک	لایه
C20 (MPa)	C10 (MPa)	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	پلی اورتان
0/01380949537	2/48599038	چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دو	پلی وینیل - کلراید

جدول 5 تغییر ضخامت نمونه 1		
سختی (A)	عمق فرورفتگی فرورونده (mm)	ضخامت (mm)
75/3	0/618	5
75/5	0/612	4/6
76	0/600	4
77/2	0/571	3
78/1	0/547	2/5



شکل 9 نمودار نیرو- جابجایی ضخامت های $2/5$ و 5 میلی متر (خط چین: ضخامت $2/5$ میلی متر، نقطه چین: ضخامت 5 میلی متر) کاهش ضخامت، شب نمودار افزایش می یابد. عمق فرورونده نیز از $0/574$ میلی متر در ضخامت $2/5$ میلی متر، به $0/618$ میلی متر در ضخامت 5 میلی متر افزایش می یابد؛ که نمایانگر واستگی سختی پلیمرها به ضخامت، حتی در تغییرات اندک است.

3-2- کفپوش دو لایه پلی اورتان / پلی وینیل کلراید

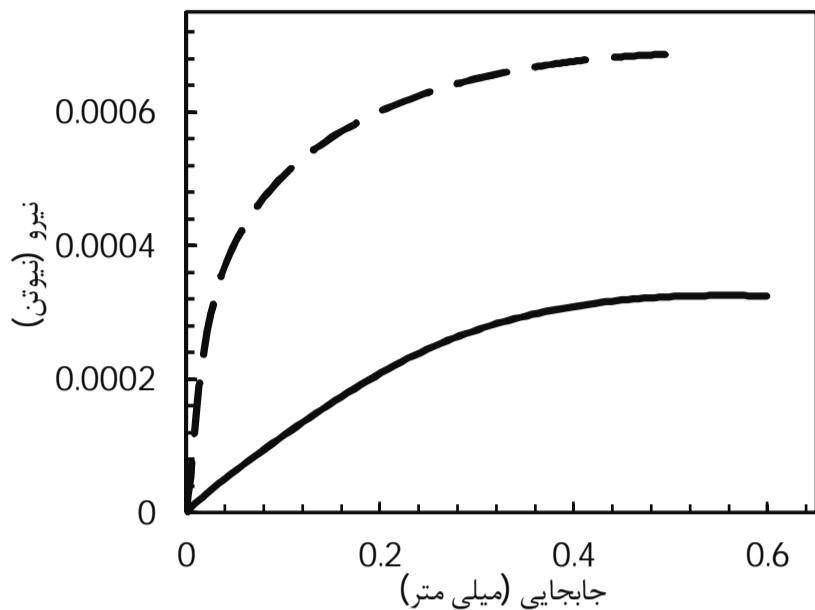
مراحل انجام کار در مورد این کفپوش نیز شبیه نمونه قبلی است، با این تفاوت که در مرحله مدل سازی قطعه در نرم افزار، هندسه قطعه به دو بخش تقسیم بندی می شود که از طول بالایی مستطیل، $0/3$ میلی متر فاصله دارد. به قسمت بالایی با ضخامت $0/3$ میلی متر، خصوصیات مکانیکی پلی وینیل - کلراید اختصاص داده می شود. همچنین انتخاب مدل های مختلف هایپرالاستیک به منظور دست یابی به بهترین مدل، برای هر دو لایه کفپوش انجام می گیرد. تعدادی از مقادیر فرورفتگی پس از انتخاب مدل های مختلف هایپرالاستیک، در جدول 6 گزارش شده است. میزان فرورفتگی در آزمون تجربی برابر با $0/425$ میلی متر است، بنابراین می توان نتیجه گرفت که بدليل کمترین میزان خطای نمونه برابر با مقدار $0/94\%$ ، بهترین مدل هایپرالاستیک برای هر دو لایه این کفپوش، مدل چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دوم با فرورفتگی معادل $0/421$ میلی متر است. همچنین مقادیر ثابت های ماده که در فرمول چند جمله‌ای کاهش یافته درجه دوم نیاز است، پس از ارزیابی نمودار تنش- کرنش مربوط به هر دو لایه توسط نرم افزار آباکوس، به دست آمده اند که در جدول 7 گزارش شده است.

3-2-1- تغییر ضخامت لایه ها

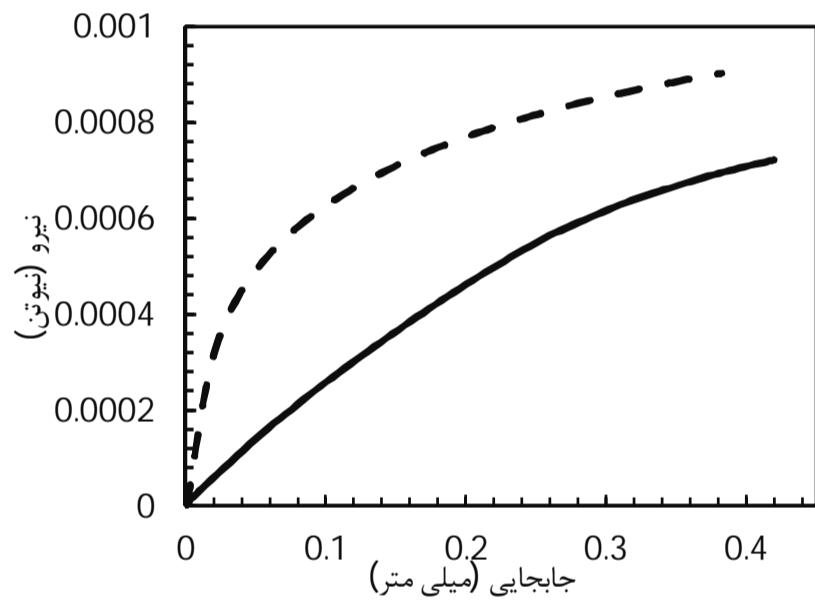
در این کفپوش دو لایه نیز، واستگی سختی به ضخامت هر دو لایه دیده می-

جدول 8 عمق فرورفتگی مربوط به دو فرورونده در دو نمونه مورد آزمایش

فرورونده دوم (mm)	عمق فرورفتگی فرورونده اول (mm)	کفپوش
0/495	0/575	لاستیکی
0/383	0/425	پلی اورتان / پلی وینیل کلراید



شکل 11 نمودار نیرو-جابجایی کفپوش لاستیکی با هر دو فرورونده (خط ممتد: فرورونده اول، خط چین: فرورونده دوم)



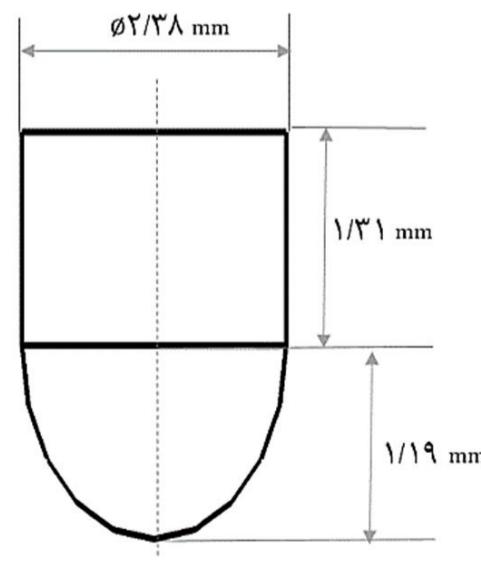
شکل 12 نمودار نیرو-جابجایی کفپوش پلی اورتان / پلی وینیل کلراید با هر دو فرورونده (خط ممتد: فرورونده اول، خط چین: فرورونده دوم)

4- نتیجه گیری

کاربردهای فراوان مواد پلیمری در صنایع گوناگون مانند صنایع ورزشی و زمینه‌های پژوهشی محدود صورت گرفته در داخل کشور، سبب شد تا این پژوهش با هدف شبیه‌سازی، تحلیل و پیش‌بینی رفتار مواد پلیمری و هایپر استیک صورت گیرد. در این راستا آزمون تجربی سختی سنگی مخصوص پلیمرها و کفپوش‌های ورزشی، روی دو نمونه کفپوش ورزشی یک و دو لایه پلیمری گرفت. همچنانی برای انجام بررسی عددی از روش اجزا محدود وارون به انجام گرفت. نتایج حل عددی پس از انتخاب مدل‌های مختلف شبیه‌سازی گردید. نتایج حل عددی با نتیجه آزمون تجربی، مقایسه گردید. بدین ترتیب بهترین هایپر استیک با نتیجه آزمون تجربی، مقایسه گردید. بدین ترتیب بهترین مدل هایپر استیک، با توجه به کمترین میزان اختلاف نتایج حل عددی و آزمون تجربی انتخاب شد. بهترین مدل هایپر استیک برای کفپوش تک لایه لاستیکی مدل چندجمله‌ای کاهش یافته درجه سوم (مدل یئو) با

3-3- تغییر فرورونده

در این قسمت، فرورونده دوم که ابعاد و شکل هندسی آن در شکل 10 نشان داده شده است، جایگزین فرورونده اول گردید. نیروی اعمالی در این بخش همانند قبل، برابر با 8/06 نیوتون است. همچنانی شکل و ابعاد فرورونده دوم، از فرورونده "شر اول" موجود در استاندارد انجمان آزمون و مواد آمریکا به شماره 2240، گرفته شده است. در جدول 8، مقادیر فرورفتگی مربوط به هر دو فرورونده نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، عمق فرورفتگی فرورونده دوم نسبت به فرورونده اول، در هر دو نمونه مورد آزمایش، کاهش یافته است. این اختلاف در عمق فرورفتگی، بدلیل تفاوت در شکل هندسی فروروندها است. فرورونده اول بهدلیل شکل هندسی خود، قابلیت نفوذ بیشتری در جسم دارد. فرورونده دوم نیز به دلیل شعاع بیشتر نسبت به فرورونده اول، در یک نیروی ثابت، قابلیت نفوذ کمتری دارد. شکل 11 و 12 نمودار واکنش جسم به اعمال نیروی خارجی بر حسب عمق فرورفتگی فروروندها را برای دو کفپوش نشان می‌دهند. در شکل 11 که مربوط به کفپوش لاستیکی است، شیب نمودار مربوط به فرورونده دوم، افزایش داشته است. این افزایش نیز ناشی از شکل هندسی فرورونده است، زیرا که فرورونده دوم نسبت به فرورونده اول دارای شعاع بیشتری است و این افزایش شیب نیز به دلیل همین افزایش شعاع فرورونده است. با توجه به شکل 11، می‌توان دریافت که با تغییر فرورونده، ضمن کاهش عمق فرورفتگی از 0/495 به 0/575 میلی‌متر، میزان حداکثر نیروی واکنشی که جسم در برابر اعمال نیروی خارجی از خود نشان می‌دهد، از 0/00032 نیوتون در فرورونده اول، به 0/00067 نیوتون در فرورونده دوم، افزایش می‌یابد. افزایش شیب منحنی، بدلیل افزایش شعاع فرورونده، با نتایج حاصل از کار جانسون و همکارش [8] مطابقت دارد. در این مرجع، نیز با تغییر فرورونده، شکل نمودار نیرو- جابجایی تغییر یافت، به گونه‌ای که با افزایش شعاع فرورونده، شیب منحنی افزایش پیدا کرد. این مطلب را می‌توان با توجه به شکل 12 که نشان دهنده نمودار نیرو- جابجایی مربوط به کفپوش پلی اورتان / پلی وینیل کلراید است نیز مشاهده نمود. در این مورد هم می‌توان نتیجه گرفت که یکی از عواملی که بر شکل نمودار نیرو- جابجایی موثر است، شکل هندسی فرورونده است؛ همچنان که در این نمونه نیز، با کاهش عمق فرورفتگی از 0/425 به 0/383 میلی‌متر، مقدار نیرو از 0/00072 نیوتون در فرورونده اول به 0/00090 نیوتون در فرورونده دوم، افزایش داشت. این نتیجه را نیز فعالیت- های پلتیر [7] تایید می‌نماید. در این مرجع نیز، وابستگی شکل نمودار نیرو- جابجایی، به شکل فرورونده، گزارش شده است.



شکل 10 فرورونده شر اول

- [4] R. Elluech, K. Elluech, B. Salah, H. Zahouani, Tribological Behavior of Thermoplastic Polyurethane Elastomers, *Materials and Design*, Vol. 28, pp. 824–830, 2006.
- [5] J. Kunz, M. Studer, Determining the Modulus of Elasticity in Compression via the Shore A Hardness, *Kunststoffe international*, pp. 92-94, 2006.
- [6] B. Li, Y. D. Gu, R. English, G. Rothwell, X. J. Ren, Characterisation of Nonlinear Material Parameters of Foams Based on Indentation Tests, *Materials and Design*, Vol. 30, pp. 2708-2714, 2008.
- [7] J. M. Karanenburg, C. A. Tweedie, K. J. Van Vliet, U. S. Schubert, Challenges and Progress in High-Throughput Screening of Polymer Mechanical Properties by Indentation, *Advanced Materials*, Vol. 21, pp. 3551-3561, 2009.
- [8] E. Flores-Johnson, Q. M. Li, Indentation into Polymeric Foams, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47, pp. 1987–1995, 2010.
- [9] V. Tvergaard, A. Needleman, Polymer Indentation: Numerical Analysis and Comparison with a Spherical Cavity Model, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 59, pp. 1669-1684, 2011.
- [10] M. Galli, E. Fornasiere, J. Cugnoni, M. L. Oyen, Poroviscoelastic Characterization of Particle-Reinforced Gelatin Gels Using Indentation and Homogenization, *Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol. 4, pp. 610-617, 2011.
- [11] Z. Chen, S. Diebels, Modelling and Parameter Re-Identification of Nanoindentation of SoftPolymers Taking into Account Effects of Surface Roughness, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 64, pp. 2775-2786, 2012.
- [12] F. Alisafaei, C. S. Han, S. H. R. Sanei, On the Time and Indentation Depth Dependence of Hardness, Dissipation and Stiffness in Polydimethylsiloxane, *Polymer Testing*, Vol. 32, pp. 1220-1228, 2013.
- [13] Z. Chen, S. Diebels, N. J. Peter, A. S. Schneider, Identification of Finite Viscoelasticity and Adhesion Effects in Nanoindentation of a Soft Polymer by Inverse Method, *Computational Materials Science*, Vol. 72, pp. 127-139, 2013.
- [14] J. G. Paloma, J. J. Roa, A. M. D. Pascual, A. Flores, M. Martinez, J. M. Chimenos, A. I. Fernandez, Depth-Sensing Indentation Applied to Polymers: A comparison Between Standard Methods of Analysis in Relation to the Nature of the Materials, *European Polymer Journal*, Vol. 49, pp. 4047-4053, 2013.
- [15] M. Pawlikowski, Non-linear Approach in Visco-Hyperelastic Constitutive Modeling of Polyurethane Nanocomposite, *Mech Time-Depend Mater*, Vol. 18, pp. 1-20, 2013.
- [16] ASTM D 2240-00, *Standard Test Method for Rubber Property-Durometer Hardness*.
- [17] D. T. Carter, N. Stansfield, R. J. Mantle, C. M. France, P. A. Smith, An Investigation of Epoxidised Linseed Oil as an Alternative to PVC in Flooring Applications, *Industrial Crops and Products*, Vol. 28, pp. 309-319, 2008.

خطای 4/3% از آزمون تجربی بود. مدل چندجمله‌ای کاهش یافته درجه دوم نیز برای هر دولایه کفپوش پلی اورتان / پلی وینیل کلراید به عنوان بهترین مدل با خطای 0/94% انتخاب گردید. با توجه به درصد خطای اندک میان نتایج آزمون تجربی و حل عددی، روش مورد استفاده در این پژوهش به منظور شبیه‌سازی پلیمرها، قابلیت اطمینان دارد. سپس تاثیر ضخامت بر سختی، پلیمرها بررسی گردید. تغییر عمق فرورفتگی فرورونده و میزان سختی پلیمرها با تغییر ضخامت نمونه‌های مورد آزمایش مشاهده گردید. در مورد کفپوش اول، با تغییر ضخامت از 2/5 به 5 میلی‌متر، سختی از 78/1 شرآ به 75/3 شرآ تغییر پیدا کرد. همچنین در مورد کفپوش دو لایه، علاوه بر لایه رویی، ضخامت لایه زیرین نیز بر میزان سختی، موثر بود. در مرحله بعد، تاثیر تغییر فرورونده بر میزان فرورفتگی و شکل نمودار نیرو- جابجایی مورد بررسی قرار گرفت. در مورد کفپوش اول، با تغییر فرورونده، عمق فرورفتگی از 0/575 میلی‌متر به 0/495 میلی‌متر کاهش یافت. ضمن این‌که، میزان حداکثر نیروی واکنشی که جسم در برابر اعمال نیروی خارجی از خود نشان می‌دهد، از 0/00032 نیوتون به 0/00067 نیوتون افزایش می‌بادد. همین کاهش عمق فرورفتگی، از 0/425 میلی‌متر و افزایش نیرو از 0/00072 به 0/00090 نیوتون را نیز، می‌توان در کفپوش دوم مشاهده نمود. بر این اساس شکل هندسی فرورونده بر عمق فرورفتگی موثر است. همچنین تغییر فرورونده بر شکل منحنی نیرو- جابجایی تاثیرگذار است. با افزایش شعاع فرورونده، شب منحنی نیرو- جابجایی نیز افزایش پیدا می‌کند.

5- فهرست مراجع

- [1] M. Chanda, S. K. Roy, *Industrial Polymers, Specialty Polymers, and Their Applications*, Fourth Edition, pp. 45-65, Boca Raton: CRC Press, 2007.
- [2] W. D. Callister, *Materials Science and Engineering*, Seventh Edition, pp. 523-576, New York: John Wiley & Sons, 2007.
- [3] N. Panich, V. Kraivivhien, S. Yong, Finite Element Simulation of Nanoindentation of Bulk Materials, *Scientific Research*, Vol. 29, pp. 145-153, 2004.