



تحلیل حساسیت سینماتیکی مکانیزم‌های موازی با در نظر گرفتن تأثیر عدم قطعیت موجود در مفاصل غیرفعال

مرتضی دانشمند¹، مهدی طالع ماسوله^{2*}، غلامرضا عنبرجعفری¹

1- گروه بینایی کامپیوتر، مؤسسه فناوری، دانشگاه تارتو، استونی

2- استادیار، آزمایشگاه تعامل انسان و ربات، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، کدپستی 14395-1561، m.t.masouleh@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 10 تیر 1394
پذیرش: 24 مرداد 1394
ارائه در سایت: 08 شهریور 1394

کلید واژگان:

مکانیزم‌های موازی
کارایی سینماتیکی-استاتیکی
حساسیت سینماتیکی
عدم قطعیت مفاصل
مفاصل غیرفعال

چکیده

حساسیت صفحه متحرک مکانیزم‌های موازی به خطاهای موجود در طراحی و کنترل از اهمیت بسزایی برخوردار است. در واقع، طراحی این مکانیزم‌ها باید به گونه‌ای باشد که تأثیرپذیری مجری نهایی را از انواع مختلف عدم قطعیت تا حد امکان کاهش دهد. از این رو، شاخص‌های متنوعی برای ارزیابی کیفیت کارایی این مکانیزم‌ها تاکنون توسط محققان پیشنهاد شده، که اکثر این شاخص‌ها مشکلات مفهومی زیادی از نظر تعبیر فیزیکی و کاربردی دارند، و تنها شاخصی که از این لحاظ قابل اعتماد است شاخص حساسیت سینماتیکی است. با این حال، تاکنون، هیچ پژوهشی تأثیر عدم قطعیت موجود در مفاصل غیرفعال را بر روی شاخص مذکور بررسی نکرده است. شاخص‌های کارایی سینماتیکی-استاتیکی‌ای که تاکنون برای ارزیابی مکانیزم‌های موازی پیشنهاد شده‌اند، با این فرض فرمول‌بندی شده‌اند که خطا یا لقی‌ای در مفاصل غیرفعال وجود ندارد، یا اگر وجود دارد، قابل چشم‌پوشی است. این مقاله مدل ریاضی جدیدی را برای محاسبه حساسیت سینماتیکی مکانیزم‌های موازی با توجه به خطای موجود در مفاصل غیرفعال ارائه می‌دهد، که می‌تواند برای طراحی بهینه و ارتقای کارایی مکانیزم‌های موازی با توجه به شاخص‌های سینماتیکی-استاتیکی و فضای کاری مورد استفاده قرار گیرد. روش مذکور، برای اثبات صحت و کارایی، در مورد مکانیزم‌های موازی چهار میله‌ای و 3-RPR، و نیز ربات تریپترون، به طور نمونه، اعمال می‌گردد. نتایج پیاده‌سازی حاکی از آن است میزان شاخص حساسیت سینماتیکی با در نظر گرفتن خطای موجود در مفاصل غیرفعال، برای مکانیزم‌های امتحان شده، به ترتیب در بازه‌های 1-2/4، 0/1-0/9 و 0/6-2/2 می‌باشد.

Kinematic Sensitivity Analysis of Parallel Mechanisms by Considering the Effect of Uncertainties in Passive Joints

Morteza Daneshmand¹, Mehdi Tale Masouleh^{2*}, Gholamreza Anbarjafari¹

1- iCV Group, Institute of Technology, University of Tartu, Tartu, Estonia

2- Human and Robot Interaction Laboratory (TaarLab), Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 14395-1561 Tehran, m.t.masouleh@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 July 2015
Accepted 15 August 2015
Available Online 30 August 2015

Keywords:

Parallel Mechanisms
Kinetostatic Performance
Kinematic Sensitivity
Joint Clearance
Passive Joints

ABSTRACT

The sensitivity of the moving platform of parallel mechanisms to the uncertainties in the design and control stages is of paramount importance. The mechanism has to be designed such that the negative effect of the foregoing errors is minimized. The latter issue has encouraged many researchers to derive and propose relevant indices that are responsible for outputting a metric representing the kinetostatic performance of parallel mechanisms. Most of such indices entail severe drawbacks, leading to physically inapplicable interpretation, which was considerably alleviated by the emergence of kinematic sensitivity. Nevertheless, none of the studies heretofore has investigated the influence of the uncertainties in the passive joints on the kinetostatic performance. In other words, the assumption has always been that the aforementioned errors are negligible. This paper proposes a novel formulation for the kinematic sensitivity index, which, apart from that of the active joints, takes the effect of the uncertainties in the passive joints into account and brings about the advantage that the mechanism can be optimized and improved in terms of kinetostatic performance, together with the workspace. The formulation, for the sake of illustration and verification, is also applied to the 4-bar linkage and 3-RPR parallel mechanisms, as well as the Tripteron robot. The results of the implementation of the proposed kinematic sensitivity index, which takes the effect of the uncertainties in the passive joints into account, show that the values associated with the case-studies considered in this paper fall within the intervals 1-2.4, 0.1-0.9 and 0.6-2.2, respectively.

1- مقدمه

در تعدادی مطالعات جدید، نتایج اعمال شاخص‌های اخیر بر مکانیزم‌های موازی متداول نشان دهنده آن است که تعبیر فیزیکی حاصل واقع‌بینانه نیست [6-11].

تا کنون، شاخص‌های کارایی سینماتیکی-استاتیکی متعددی برای ارزیابی، مقایسه و بهینه‌سازی مکانیزم‌های موازی پیشنهاد شده‌اند [1-5]. با این حال،

Please cite this article using:

M. Daneshmand, M. Tale Masouleh, Gh.R. Anbarjafari, Kinematic Sensitivity Analysis of Parallel Mechanisms by Considering the Effect of Uncertainties in Passive Joints, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 10, pp. 78-88, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

ساختاری است که عدم قطعیت ناشی از لغزش مفاصل غیرفعال را کاملاً نادیده می‌گیرد.

لازم به توجه است که این موضوع، به‌طور خاص، در مورد مکانیزم‌های موازی، با توجه به ضریب تقویت خطای نوعی بالای آن‌ها و انتظار پیاده‌سازی مسیرها و وظایف حساس و نیازمند دقت بالا، از اهمیت ویژه برخوردار است، و چشم‌پوشی از آن ممکن است باعث وقوع خطاهایی با کران بالای به‌مراتب بیشتر از آنچه توسط تعریف رایج حساسیت سینماتیکی پیش‌بینی شده است گردد.

در محاسبه شاخص‌های کارایی سینماتیک-استاتیکی برای مکانیزم‌های موازی، تاکنون عمدتاً فرض بر این بوده که در طراحی مکانیکی مفاصل غیرفعال، هیچ خطا و لقی‌ای وجود ندارد، یا حتی اگر وجود دارد، تأثیر آن بر موقعیت و جهت مجری نهایی قابل اغماض است. بدیهی است که طراحی و ساخت مفاصل غیرفعال، هرچند با کمال دقت صورت گیرد، خالی از خطا و عدم قطعیت نیست.

پیشنهاد شاخص حساسیت سینماتیکی موجب رفع بسیاری از مشکلات و نارسایی‌های موجود در شاخص‌های پیشنهادی در گذشته شد. با این وجود، خطاهای موجود در مفاصل غیرفعال توسط شاخص اخیر نادیده گرفته می‌گردد. بنابراین، امکان ارزیابی دقیق کران بالای خطای مجری نهایی در اثر یک بردار خطای با نرم واحد در تمامی ورودی‌ها، که متفاوت از تعریف کلاسیک حساسیت سینماتیکی است، را سلب می‌نماید. این موضوع موجب عدم تطابق هرچند جزئی مقدار محاسبه شده توسط روابط متداول حساسیت سینماتیکی با واقعیت فیزیکی موجود می‌گردد.

برای غلبه بر مشکل فوق، در این مقاله، شاخص‌هایی جدید معرفی می‌گردند که می‌توانند حداکثر خطای ممکن در مجری نهایی را در اثر یک خطای نرم واحد در کلیه ورودی‌ها، اعم از مفاصل فعال و غیرفعال، محاسبه کنند. بنابراین، امکان مقایسه یا بهینه‌سازی طراحی دقیق‌تر مکانیزم‌ها براساس عدم قطعیت خصوصیات سینماتیکی فراهم می‌شود، که البته از حوزه این مقاله خارج است.

شاخص حساسیت سینماتیکی با در نظر گرفتن تأثیر خطای مفاصل غیرفعال برای فضای کاری قابل دسترسی مکانیزم قابل محاسبه است. براساس معیارهای دسته‌بندی پیشنهاد شده در [13,12]، این شاخص مستقل از وضعیت است، به این معنی که این شاخص کارایی مکانیزم را برای تمام فضای کاری قابل پیاده‌سازی اندازه‌گیری می‌کند. با این وجود، برای مد نظر قرار دادن تأثیر عدم قطعیت موجود در مفاصل غیرفعال بر روی حساسیت سینماتیکی، ماتریس ژاکوبین نیز می‌بایست به‌گونه‌ای محاسبه گردد که حاوی نسبت بین سرعت ورودی مفاصل غیرفعال و سرعت انتقال یا دوران مجری نهایی هم باشد. خطای مذکور عملاً در اثر لقی ظاهر می‌گردد.

این مقاله شاخص جدیدی را پیشنهاد می‌دهد که در نتیجه احتساب خطاها و لقی‌های مفاصل غیرفعال، از دقت بالاتری برخوردار است. به این منظور، ماتریس ژاکوبین حاوی تمام درایه‌های مربوط به مفاصل فعال و غیرفعال، به دو بخش مربوط به درجات آزادی انتقالی و دورانی تفکیک می‌گردد. در ادامه مقاله، ابتدا مدل هندسی و سینماتیک مرتبه اول مکانیزم‌های موازی به طور کلی بررسی خواهد شد. سپس مفاهیم اساسی حساسیت سینماتیکی ارائه می‌گردد. پس از آن، با استخراج فضای کاری قابل پیاده‌سازی، شاخص معرفی شده برای تمامی نقاط موجود در فضای کاری چند مکانیزم نمونه محاسبه شده، برای ارزیابی کارآمدی و صحت تعبیر فیزیکی، به کمک منحنی‌های مربوطه که با استفاده از نرم‌افزار متلب⁵ رسم

از جمله نقایص عمده شاخص‌های مذکور این است که تعریف ریاضی آن‌ها مبتنی بر ماتریس ژاکوبین است. این ماتریس، برای یک مکانیزم موازی، لزوماً همگن نیست. به عبارت واضح‌تر، از آن‌جا که مجری نهایی یک مکانیزم موازی ممکن است به‌طور هم‌زمان دارای درجات آزادی انتقالی و دورانی باشد، متغیرهای استفاده شده برای محاسبه المان‌های ماتریس ژاکوبین، در اغلب موارد، دارای واحدهای متفاوتی هستند. بنابراین، شاخص‌های کارایی سینماتیک-استاتیکی منتجه، عمدتاً از لحاظ تعبیر فیزیکی بی‌معنی، یا در بهترین حالت، گمراه کننده خواهند بود.

کارایی مکانیزم‌های مکانیکی با ویژگی‌های سینماتیکی و استاتیکی آنها گره خورده است، که با یکدیگر رابطه دوگانی دارند [13,12]. در واقع، یک شاخص کارایی سینماتیک-استاتیکی یک عدد است که دربرگیرنده بازدهی مکانیزم تحت یک سری شرایط عدم قطعیت سینماتیک-استاتیکی است، که این عدم قطعیت می‌تواند از اجزای متعددی، از جمله مفاصل فعال یا غیرفعال، ناشی شود. برای یادآوری مفهوم رابطه سینماتیکی مرتبه اول، که برای مدل‌سازی ارتباط بین سرعت مفاصل و صفحه متحرک لازم است، در ادامه، مفهوم ماتریس ژاکوبین بطور خلاصه مرور می‌شود. با در نظر گرفتن $d\theta$ و dx ، به ترتیب، به‌عنوان تغییرات کوچک بردارهای ورودی و خروجی، رابطه سینماتیک مرتبه اول برای یک مکانیزم موازی نوعی می‌تواند به شکل کلی به شکل رابطه (1) نوشته شود:

$$d\theta = Kdx, \quad (1)$$

که در آن K ماتریس ژاکوبین معکوس است. اکثر شاخص‌های کارایی سینماتیک-استاتیکی پیشنهاد شده در گذشته [15,14,11] براساس این ماتریس تعریف می‌شوند. همان‌گونه که اشاره شد، شاخص‌های مذکور در خلال روند محاسباتی، متغیرهایی با واحدهای ناهمگون را با یکدیگر ادغام می‌کنند، که باعث می‌گردد نتیجه نسبت به واحد متغیر ورودی حساس باشد، به این معنی که معیار قابل اعتمادی برای تصمیم‌گیری نخواهند بود. حساسیت سینماتیکی [17,16] با دیدی مشابه، اما براساس تفکیک بخش‌های انتقالی و دورانی این ماتریس محاسبه می‌گردد.

با این حال، در پژوهش‌های گذشته، همیشه تأثیر خطا یا سرعت مفاصل غیرفعال نادیده گرفته شده است، که در این مقاله، این امر در تحلیل‌ها در نظر گرفته خواهد شد. برای درک ملموس‌تر تأثیر لقی مفاصل غیرفعال، ربات تریپترون¹، که برای اولین بار در دانشگاه لاول² کانادا [19,18] ساخته شده است، را در نظر بگیرید. در صورتی که حساسیت سینماتیکی این ربات را صرفاً با توجه به خطای ساخت یا کنترل ورودی‌های فعال، یعنی مفاصل کشویی متصل به پایه، محاسبه کنیم، به این معنی که طراحی و عملکرد سایر مفاصل را ایده‌آل در نظر بگیریم، از آنجا که مکانیزم افزونه³ نیست، انتظار می‌رود که در صورتی که مفاصل کشویی را با لینک⁴‌های صلب جایگزین کنیم، یا به هر صورت دیگر به‌کلی از حرکت باز داریم، مجری نهایی قادر به بروز هیچ‌گونه حرکتی نباشد. با این حال، تجربه عملی نشان می‌دهد که در این حالت، مجری نهایی به‌شکل قابل توجهی آزادی برای حرکت یا لغزش خواهد داشت.

در محاسبات هندسی و سینماتیکی متناظر برای تعریف رایج حساسیت سینماتیکی نیز چنین تناقض و خلأی آشکار است، که به وضوح اثبات می‌کند که با وجود این که تعبیر فیزیکی حساسیت سینماتیکی از سایر شاخص‌های سینماتیک-استاتیکی به واقعیت نزدیک‌تر است، همچنان دچار این نقص

1. Tripteron
2. Laval University
3. Redundant
4. Link

5. MATLAB

قرار می‌گیرد یا خیر. با توجه به این نکته، می‌توان گفت که نقاط خارج از فضای کاری به‌طور کلی از باقی‌مانده تحلیل حذف می‌گردند، و لذا از حساسیت سینماتیکی می‌توان به‌عنوان شاخصی یاد کرد که کارایی مکانیزم را در فضای کاری قابل دسترسی ارزیابی می‌کند.

نحوه تعیین حوزه فضای کاری مکانیزم‌های موازی در تعدادی از مراجع بررسی شده است [2, 16, 8]. و از نتایج آن‌ها در این بخش استفاده می‌شود. به این ترتیب که ابتدا، فضای کاری جهت ثابت در نظر گرفته می‌شود، و برای هر نقطه، محاسبه می‌گردد که آیا جواب مسأله سینماتیک معکوس قیود سینماتیکی مفاصل را ارضا می‌کند یا خیر. در صورتی که جواب مثبت است، میزان شاخص‌های سینماتیک-استاتیکی موردنظر برای این نقاط محاسبه می‌گردد.

همان‌گونه که اشاره شد، با توجه به [14, 17]، از نقطه نظر هندسی، حساسیت سینماتیکی به‌صورت حداکثر انتقال/دوران مجری نهایی، در اثر یک انتقال/دوران با نرم واحد در فضای مفصلی تعریف می‌گردد. اجزای ماتریس ژاکوبین مشتمل بر درایه‌های مربوط به مفاصل فعال و غیرفعال است. با این حال، دو نوع مختلف حساسیت سینماتیکی، تحت عنوان حساسیت سینماتیکی انتقالی و حساسیت سینماتیکی دورانی، که از لحاظ ریاضی، به شکل رابطه (5) تعریف می‌گردند:

$$\sigma_{r_{c,f}} = \max_{\|d\theta\|_c=1} \|\phi\|_f, \sigma_{p_{c,f}} = \max_{\|d\theta\|_c=1} \|p\|_f, \quad (5)$$

و در آن‌ها، صرفاً تأثیر خطای موجود در مفاصل فعال مدنظر قرار داده شده است. لازم به ذکر است که در رابطه بالا، $\sigma_{p_{c,f}}$ و $\sigma_{r_{c,f}}$ به ترتیب حساسیت سینماتیکی انتقالی و دورانی هستند. ضمناً c و f ، به ترتیب، مرتبه نرم تابع قید و تابع مجری نهایی را نشان می‌دهند. به‌علاوه، بردار p و اسکالر ϕ به ترتیب تغییرات موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی هستند. متداول‌ترین نرم‌ها، نرم‌های بی‌نهایت و دو هستند. لذا چهار نوع ترکیب برای تعریف حساسیت سینماتیکی امکان‌پذیر است. برای حوزه این مقاله، ترکیب $c = 2$ و $f = 2$ در نظر گرفته شده است، که با استفاده از آن محاسبه نرم ماتریس‌ها فرم مدون و قابل استفاده‌ای دارد، و بررسی سایر ترکیب‌های نرم‌ها و تفسیر فیزیکی آن‌ها، و نیز ارجحیت آن‌ها برای محاسبه این شاخص، می‌بایست در پژوهش‌های بعدی بررسی گردد.

به‌طور کلی، می‌توان گفت که شاخصی که برای این هدف مورد نظر این مقاله تعریف می‌گردد، و نشان دهنده خطای متأثر از عدم قطعیت، به ترتیب، در مفاصل فعال و غیرفعال باشد، می‌بایست، مشابه روندی که در [21] پیشنهاد و استفاده شده است، فرم روابط (6) الی (9) را داشته باشد:

$$\sigma_{pa_{2,2}} = \frac{\|K_{at}\|_2}{n_v}, \quad (6)$$

$$\sigma_{pp_{2,2}} = \frac{\|K_{pt}\|_2}{n_v}, \quad (7)$$

$$\sigma_{ra_{2,2}} = \frac{\|K_{ar}\|_2}{n_v}, \quad (8)$$

$$\sigma_{rp_{2,2}} = \frac{\|K_{pr}\|_2}{n_v}, \quad (9)$$

که در آن، n_v نمایان‌گر تعداد معادلات مربوط به قیود حلقه‌های بسته سینماتیکی است، که برای هر مکانیزم، عدد بخصوصی را به خود تعلق می‌دهد. ضمناً، در این رابطه، $\sigma_{ra_{2,2}}$ و $\sigma_{rp_{2,2}}$ ، به ترتیب، نشان‌دهنده:

- حساسیت سینماتیکی انتقالی در اثر خطای مفاصل فعال،
- حساسیت سینماتیکی انتقالی در اثر خطای مفاصل غیرفعال،
- حساسیت سینماتیکی دورانی در اثر خطای مفاصل فعال،
- حساسیت سینماتیکی دورانی در اثر خطای مفاصل غیرفعال،

می‌باشند.

می‌گردند، به تصویر کشیده می‌شود. در پایان تحلیل و مقایسه کوتاهی با توجه به نتایج، آرایه خواهد شد.

2- مدل‌سازی سینماتیکی

فرمول‌بندی تحلیلی حساسیت سینماتیکی نیازمند مرور کامل سینماتیک مرتبه اول است که در [18] بررسی شده است. در قسمت‌های بعد، این شاخص برای تعدادی مکانیزم نمونه، از جمله مکانیزم‌های چهارمیله‌ای و RPR - 3، و نیز ربات تریپترون محاسبه خواهد شد.

1-2- روابط سینماتیک مرتبه اول و ماتریس ژاکوبین

از نقطه نظر هندسی، ماتریس ژاکوبین می‌تواند به‌عنوان نگاشت یک کره واحد در فضای سرعت مفاصل به یک بیضی‌گون تغییر شکل یافته در فضای سرعت کارتزین در نظر گرفته شود که به‌نام تویست¹ مجری نهایی شناخته می‌شود [12, 13].

برای هدف این مقاله، ماتریس ژاکوبین می‌تواند به‌صورت یک تبدیل خطی معرفی شود که یک خطای محدود در فضای مفاصل را به فضای کارتزین مکانیزم می‌نگارد [16, 17]. این تبدیل، همان‌گونه که به‌طور کامل در [20] تشریح شده است، می‌تواند به‌شکل رابطه (2) بیان شود:

$$\begin{bmatrix} \zeta_1^* \\ \zeta_2^* \\ \zeta_3^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_1^a \\ d\theta_2^a \\ d\theta_3^a \end{bmatrix}, \quad (2)$$

یا در فرم ماتریسی به فرم رابطه (3):

$$Z\xi = \Lambda d\theta \Rightarrow K\xi = d\theta, \quad (3)$$

که در آن $K = \Lambda^{-1}Z$ نشان‌دهنده ماتریس ژاکوبین معکوس است. ضمناً ζ_i^* نمایان‌گر سطر i ام ماتریس 3بعدی رنج است. به‌علاوه، λ_i ، وقتی محرک گردشی باشد نشانگر ممان نیروی متقابل، نسبت به مرکز مفصل فعال، و وقتی محرک کشویی باشد، نشانگر تصویر نیرو روی راستای انتقال تحریک شده است. همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، این مقاله به بررسی حساسیت سینماتیکی با احتساب خطای مفاصل غیرفعال می‌پردازد. به‌منظور اکتساب یک مقدار اسکالر برای کران بالای خطای انتقالی یا دورانی موجود در صفحه متحرک در اثر یک خطای نرم واحد بردار ورودی، حساسیت سینماتیکی در ادامه فرمول بندی می‌گردد. به‌منظور تعریف شاخصی که بتوان با استفاده از آن حساسیت سینماتیکی را براساس خطای مفاصل غیرفعال محاسبه کرد، می‌توان ماتریس ژاکوبین را به‌شکل رابطه (4) تفکیک نمود:

$$\begin{bmatrix} d\theta_a \\ d\theta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_a \\ K_p \end{bmatrix} dx = \begin{bmatrix} K_{at} & K_{ar} \\ K_{pt} & K_{pr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_t \\ dx_r \end{bmatrix}, \quad (4)$$

که در آن $d\theta_a$ و $d\theta_p$ ، به ترتیب، نمایان‌گر تغییرات بسیار کوچکی در بردارهای مربوط به مفاصل فعال و غیرفعال هستند، و ماتریس‌های K_a و K_p ، به ترتیب، تبدیل‌کننده خطاهای مجری نهایی به این تغییرات کوچک هستند. به‌علاوه، در روابط بالا، dx_t و dx_r ، به ترتیب، نمایان‌گر بخش‌های انتقالی و دورانی dx هستند. ضمناً، در این رابطه K_{at} و K_{ar} ، به ترتیب، بخش‌های مربوط به درجات آزادی انتقالی و دورانی K_a ، و K_{pt} و K_{pr} ، به ترتیب، بخش‌های مربوط به درجات آزادی انتقالی و دورانی K_p هستند.

در ادامه، شاخص‌های حساسیت سینماتیکی با احتساب خطای مفاصل غیرفعال می‌توانند براساس ماتریس‌های بالا محاسبه گردند. لازم به ذکر است که پیش‌شرط محاسبات مذکور این است که در ابتدا مشخص شود که آیا یک نقطه خاص در محدوده فضای کاری مکانیزم، برای یک جهت‌گیری خاص،

1. Twist

فصل بعد، صرفاً از درجات آزادی صفحه‌ای برخوردار بوده، از میان شش درجه آزادی امکان‌پذیر در فضا، دو متغیر برای توصیف موقعیت، و یک متغیر برای نمایش جهت‌گیری آن‌ها در فضا، یا به عبارت دیگر، مجموعاً فقط سه متغیر، برای تشریح وضعیت مجری نهایی آن‌ها کفایت می‌کند.

ادامه این قسمت به این ترتیب است: در ابتدا، خصوصیات هندسی مکانیزم، به‌طور خلاصه، مرور می‌گردد، و رابطه سینماتیکی مرتبه اول استخراج می‌شود، و با استفاده از این روابط، ماتریس ژاکوبین نمایان‌گر قیود مربوط به حلقه‌های بسته سینماتیکی محاسبه می‌گردد. در ادامه، نتایج اعمال شاخص حساسیت سینماتیکی با در نظر گرفتن خطای موجود در مفاصل غیرفعال بر روی مکانیزم ارایه می‌گردد.

3-1-1 مدل سینماتیکی

برای فرموله کردن حساسیت سینماتیکی به شکلی که تأثیر خطای مفاصل غیرفعال نیز محاسبه گردد، می‌بایست ابتدا ماتریس ژاکوبینی استخراج گردد که سرعت مفاصل غیرفعال و مجری نهایی را به یکدیگر تبدیل کند. همان‌گونه که ذکر شد، این فرایند در [22] انجام شده است، و نتایج آن در ادامه مرور می‌گردد. همان‌طور که در شکل 1 ملاحظه می‌گردد، مکانیزم تحت مطالعه از یک شاخه تشکیل شده است که با یک مفصل کشویی فعال کنترل می‌گردد.

3-1-1-1 رابطه سینماتیکی مرتبه اول

در مورد مکانیزم مورد بررسی در این فصل، مشابه [22]، می‌توان روابط (10) و (11) را استخراج نمود:

$$\cos\theta_{1a} = \frac{x}{L+2l} \quad (10)$$

$$\sin\theta_{1a} = \frac{y}{L+2l} + 1, \quad (11)$$

که براساس آن، حل مسأله سینماتیک معکوس طبق رابطه (12) است:

$$\rho = \sqrt{(L+l)^2 - 2D(L+l)\cos\theta_{1a} + D^2}. \quad (12)$$

در ادامه، ماتریس ژاکوبین قیود سینماتیکی، که تغییرات در مفاصل غیرفعال را به تغییرات در مجری نهایی مرتبط می‌کند، از نظر ریاضی، می‌تواند به شکل رابطه (13) تعریف گردد:

$$G = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & D(L+1)\sin\theta_{1a}/\rho \\ f & 1 & -f & \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

که در آن، رابطه (14) برقرار است:

$$f = \left(1 - \frac{D}{L+1}\cos\theta_{1a}\right)\left(\frac{L+1}{\rho}\right)^2. \quad (14)$$

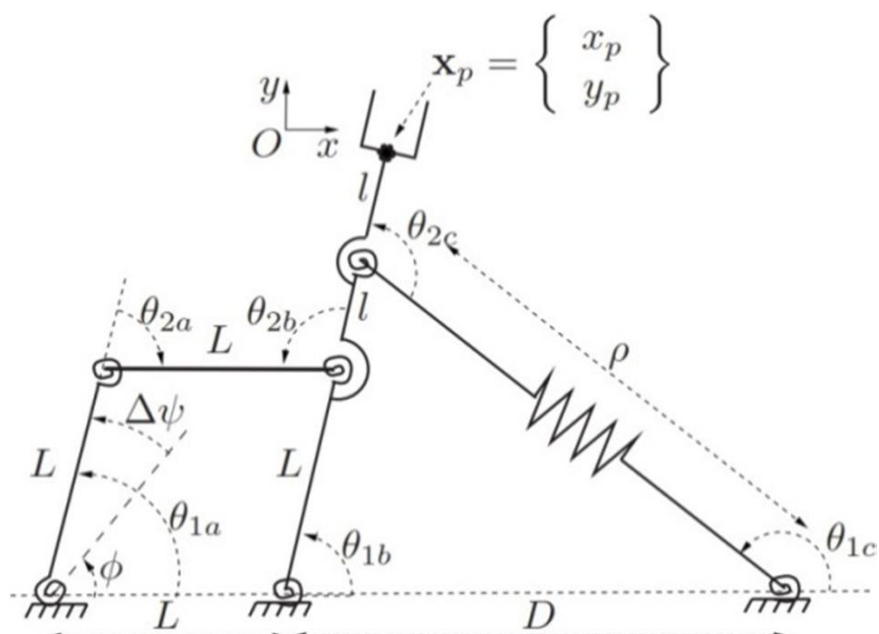
در نتیجه، می‌توان حساسیت سینماتیکی با توجه به خطای موجود در مفاصل غیرفعال را به شکل رابطه (15) برای این مکانیزم محاسبه نمود:

$$\sigma_{p_{2,2}} = \frac{\|G\|_2}{n_v}, \quad (15)$$

که در آن، n_v که همان تعداد قیود مربوط به حلقه‌های بسته سینماتیکی است، در مورد این مکانیزم، برابر 2 است.

3-2-1 پیاده‌سازی شاخص روی مکانیزم

همان‌طور که اشاره شد، برای تأیید صحت تعبیر فیزیکی شاخص پیشنهادی، در این قسمت، مقدار آن برای مکانیزم چهار میله‌ای محاسبه می‌گردد. اندازه‌های ساخت مکانیزم مورد بررسی در جدول 1 آمده است. نتایج اعمال شاخص پیشنهادی بر روی مکانیزم در شکل‌های 2 و 3، با استفاده از کانتور¹ و نمایش سه‌بعدی به تصویر کشیده شده است. در تمامی شکل‌ها، جفت x و



شکل 1 طرح نوعی مکانیزم چهارمیله‌ای. شکل از [22] برداشته شده است.

جدول 1 پارامترهای ساخت مکانیزم چهار میله‌ای.

پارامتر	مقدار (متر)
L	1
l	0/5
D	2/5

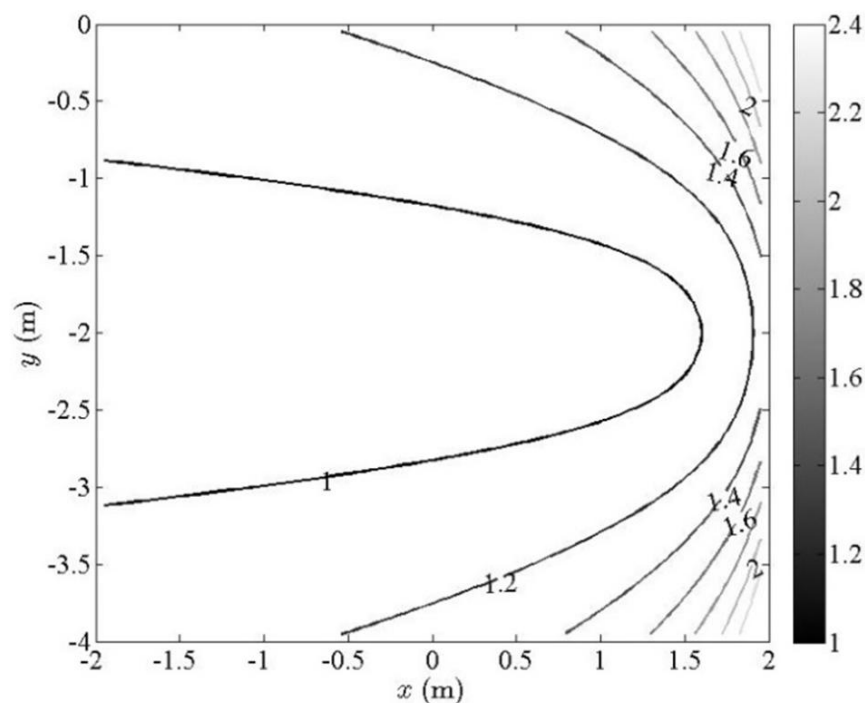
برای حصول یک مدل دقیق و جامع و ایجاد بیشترین دقت ممکن، می‌بایست فرض گردد که تمامی مفاصل غیرفعال، علاوه بر درجه آزادی ذاتی و طبیعی خود، قادر به حرکت در راستای سایر درجات آزادی نیز هستند. به عبارت دیگر، چند درجه آزادی هستند، و می‌توانند در راستای تمامی شش درجه آزادی حرکت کرده یا دچار تغییر شکل شوند. طبیعتاً، استخراج این مدل، و نیز انجام محاسبات یا پیاده‌سازی الگوریتم‌های بهینه‌سازی براساس چنین مدلی، نسبت به حالتی که هر مفصل صرفاً در راستای درجه آزادی ذاتی‌اش قادر به حرکت است، پیچیدگی ریاضی و محاسباتی بسیار بالاتری را می‌طلبد. این موضوع از حوصله این مقاله، و نیز از توان الگوریتم‌های بهینه‌سازی متداول برای همگرا شدن ظرف یک بازه زمانی معقول، خارج است، و انتظار می‌رود در پژوهش‌ها و تألیفات آینده نویسندگان بررسی گردد. بنابراین، در اینجا، فرض می‌شود که عدم قطعیت صرفاً در راستای درجه آزادی ذاتی و طبیعی حرکت یا چرخش مفاصل وجود دارد، و در راستای سایر درجات آزادی، خطایی وجود ندارد، یا به عبارت واضح‌تر، قابل چشم‌پوشی است.

3- مکانیزم چهارمیله‌ای

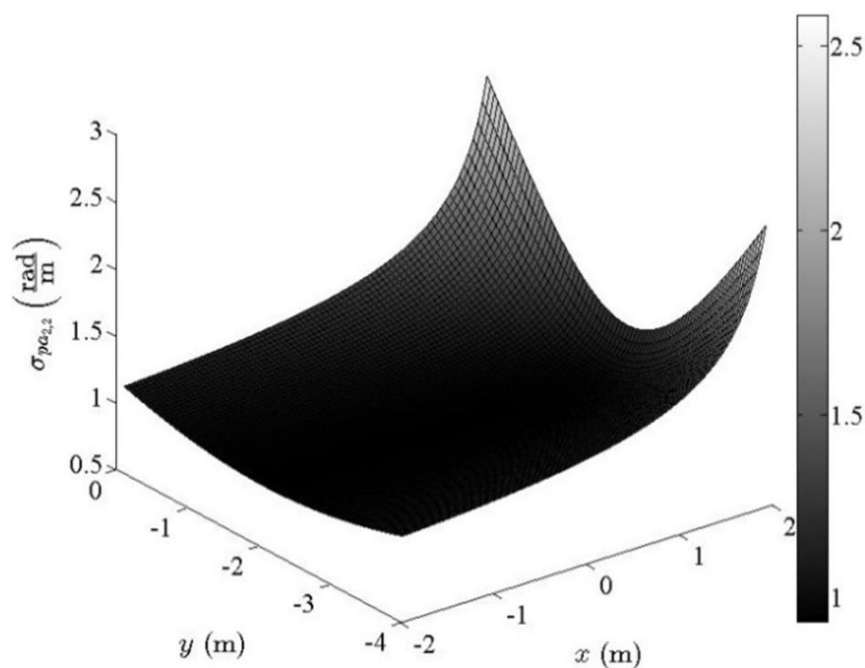
در این بخش، یک مکانیزم چهارمیله‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مکانیزم در شکل 1، که از [22] برداشته شده است، به نمایش در آمده است. لازم به ذکر است که مدل سینماتیکی این مکانیزم، به‌طور کامل، در [22] استخراج و بررسی شده است، و از نتایج آن در این‌جا استفاده می‌گردد. از نظر هندسی و سینماتیکی، به‌طور خلاصه، می‌توان گفت که مکانیزم مذکور از ساختار نسبتاً ساده و قابل فهم‌تری نسبت به سایر مکانیزم‌ها، که در ادامه مقاله بررسی خواهند شد، برخوردار بوده، به همین دلیل، در ابتدا مطرح می‌گردد تا زمینه درک مدل پیشنهادی را فراهم سازد. این مکانیزم مجموعاً مشتمل بر هفت مفصل است، که یکی از آن‌ها کشویی و سایرین گردشی هستند. دامنه حرکت مفصل کشویی با متغیر ρ ، و دامنه دوران مفاصل گردشی با متغیرهای θ_{1a} ، θ_{1b} ، θ_{2a} ، θ_{2b} ، θ_{1c} و θ_{2c} در شکل 1 مشخص شده‌اند.

لازم به ذکر است که مکانیزم‌های نمونه مورد بررسی در این فصل، و نیز

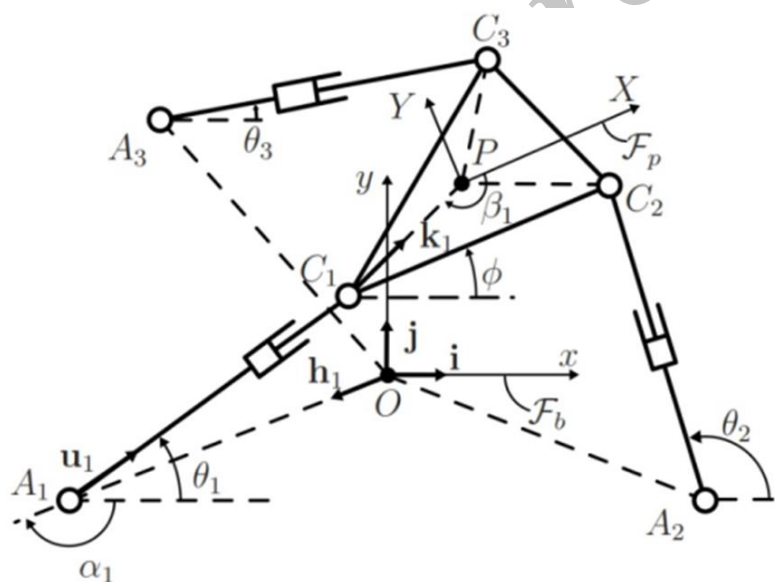
1. Contour



شکل 2 کانتور شاخص حساسیت سینماتیکی، برحسب رادیان بر متر، برای طرح نوعی مکانیزم چهار میله‌ای با طراحی جدول 1.



شکل 3 کانتور شاخص حساسیت سینماتیکی برای طرح نوعی مکانیزم چهار میله‌ای با طراحی جدول 1.



شکل 4 طرح نوعی مکانیزم RPR - 3. شکل از [21] برداشته شده است.

رابطه (19) را به دست آورد:

$$m_i = -\rho_i c_i u_i^T E k_i \quad (19)$$

که در آن رابطه (20) صدق می‌کند:

$$E = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

در ادامه، با توجه به این که رابطه (21) برقرار است:

$$v_i = \rho_j \rho_k (u_j u_k)^T k_i \quad (21)$$

γ نمایانگر موقعیت مجری نهایی در صفحه افقی بوده، z ، در صورت وجود، میزان ارتفاع مجری نهایی در امتداد محور عمودی نسبت به مبدأ مختصات را نشان می‌دهد. از شکل‌های اخیر می‌توان نتیجه گرفت که میزان شاخص مذکور برای این مکانیزم در بازه 1-2/4 قرار می‌گیرد.

4- ربات موازی RPR - 3

در این بخش، یک مکانیزم سه درجه آزادی، تحت عنوان RPR - 3 مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مکانیزم در شکل 4، که از [21] برداشته شده است، به نمایش در آمده است. لازم به ذکر است که مدل سینماتیکی این مکانیزم، به‌طور کامل، در [21] استخراج و بررسی شده است.

در این‌جا، برای نمایش مفاصل کشویی و گردشی، به ترتیب، از علائم P و R استفاده می‌گردد. بنابراین، با فرض تقارن سه شاخه، و با نوشتن ترتیب مفاصل از پایه تا صفحه متحرک، علامت چینش سینماتیکی مکانیزم به صورت RPR - 3 قابل حصول است.

همان‌طور که در شکل 4 ملاحظه می‌گردد، این مکانیزم از یک پایه، و نیز صفحه متحرک، مثلثی شکل تشکیل شده است، که در آن، هر یک از رئوس مثلث پایه، یعنی مفاصل گردشی غیرفعال A_1 ، A_2 و A_3 ، به ترتیب از طریق مفاصل کشویی فعال $A_1 C_1$ ، $A_2 C_2$ و $A_3 C_3$ ، به مفاصل گردشی غیرفعال C_1 ، C_2 و C_3 روی رؤس متناظر مثلث صفحه متحرک متصل شده‌اند.

برای فرموله کردن حساسیت سینماتیکی به شکلی که تأثیر خطای مفاصل غیرفعال نیز محاسبه گردد، می‌بایست ابتدا ماتریس ژاکوبینی استخراج گردد که سرعت مفاصل غیرفعال و صفحه متحرک را به یکدیگر تبدیل کند. همان‌گونه که ذکر شد، این فرایند در [21] انجام شده است، و نتایج آن در ادامه مرور می‌گردد. همان‌طور که در شکل 4 ملاحظه می‌گردد، مکانیزم تحت مطالعه از سه شاخه تشکیل شده است، که از لحاظ سینماتیکی، متقارن هستند، و هریک از یک مفصل کشویی فعال و دو مفصل گردشی غیرفعال تشکیل شده است، که به ترتیب، به هم متصل شده‌اند.

4-1- رابطه سینماتیکی مرتبه اول

در مورد مکانیزم مورد بررسی در این فصل، با استفاده از علامت‌گذاری و روش مشابه آنچه در [21] استفاده و پیشنهاد شده است، می‌توان روابط (16) الی (39) را استخراج نمود. لازم به ذکر است که روابط مذکور برای محاسبه ماتریس ژاکوبین، و متعاقباً حساسیت سینماتیکی با در نظر گرفتن تأثیر خطای موجود در مفاصل غیرفعال، ضروری می‌باشند. موقعیت مرکز صفحه متحرک در مختصات ثابت می‌تواند به شکل رابطه (16) تعریف گردد:

$$p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = a_i + (c_i - a_i) + (p - c_i) \quad i = 1, \dots, 3, \quad (16)$$

که در آن، بردارهای a_i و c_i ، به ترتیب، موقعیت نقاط A_i و C_i در مختصات مرجع مشخص شده در شکل را نشان می‌دهند.

با احتساب بردارهای $C_i P$ ، $i = 1, \dots, 3$ ، بردار یکه $C_i P / \|C_i P\|$ به صورت رابطه (17) قابل محاسبه است:

$$k_i = \begin{bmatrix} \cos(\phi + \beta_i + \pi) \\ \sin(\phi + \beta_i + \pi) \end{bmatrix} \quad (17)$$

جایی که زوایای β_i ثابت بوده، در شکل 4 نمایش داده شده‌اند. ضمناً، زاویه ϕ میزان گردش صفحه متحرک نسبت به افق را نشان می‌دهد.

طول هریک از مفاصل کشویی می‌تواند با محاسبه اندازه بردارهای $A_i C_i$ استخراج گردد. ضمناً، زوایای θ_i زاویه همین بردارها نسبت به محور افق هستند. در ادامه، می‌توان با محاسبه رابطه (18):

$$u_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$j_{A_i\phi} = \frac{1}{\det(A)} [v_i q_i \quad v_i r_i], \quad (30)$$

$$j_{C_i\phi} = \frac{1}{\det(A)} [v_i s_i \quad v_i t_i], \quad (31)$$

$$j_{i\phi} = \frac{\rho_i v_i}{\det(A)}, \quad (32)$$

$$J_{A_i p} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} q_i v_i^T i & r_i v_i^T i \\ q_i v_i^T j & r_i v_i^T j \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$J_{C_i p} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} s_i v_i^T i & t_i v_i^T i \\ s_i v_i^T j & t_i v_i^T j \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$j_{ip} = \frac{1}{\det(A)} [\rho_i v_i^T i], \quad (35)$$

2-4- محاسبه حساسیت سینماتیکی

شاخص‌های حساسیت سینماتیکی با در نظر گرفتن جداگانه خطاهای مفاصل فعال و غیرفعال به شکل روابط (36) تا (39) قابل محاسبه هستند:

$$\sigma_{pa_{2,2}} = \frac{\|K_{at}\|_2}{n_v} = \frac{\| [J_{1p} \quad J_{2p} \quad J_{3p}] \|_2}{15}, \quad (36)$$

$$\sigma_{pp_{2,2}} = \frac{\|K_{pt}\|_2}{n_v} = \frac{\| [J_{A_1p} \quad J_{A_2p} \quad J_{A_3p} \quad J_{C_1p} \quad J_{C_2p} \quad J_{C_3p}] \|_2}{15}, \quad (37)$$

$$\sigma_{ra_{2,2}} = \frac{\|K_{ar}\|_2}{n_v} = \frac{\| [J_{1\phi} \quad J_{2\phi} \quad J_{3\phi}] \|_2}{15}, \quad (38)$$

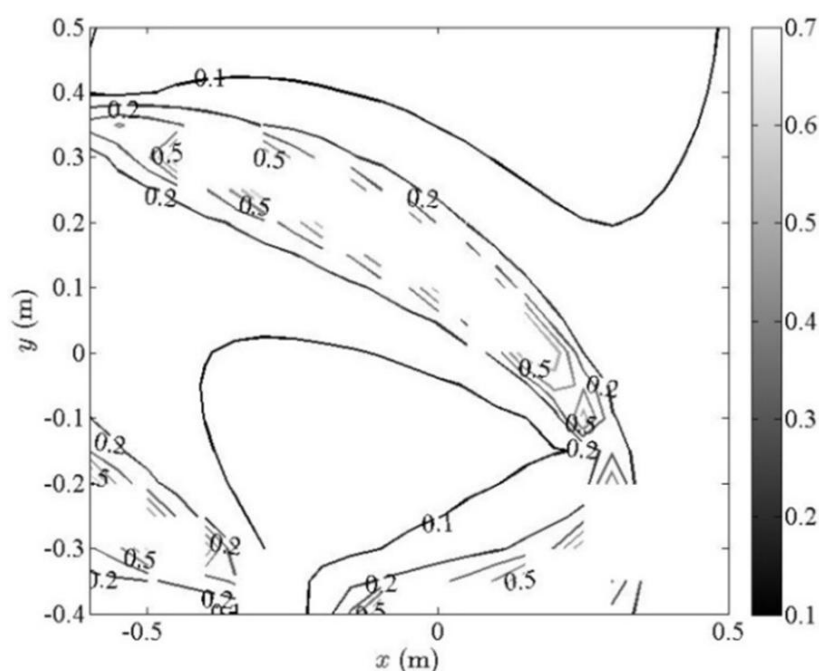
$$\sigma_{rp_{2,2}} = \frac{\|K_{pr}\|_2}{n_v} = \frac{\| [J_{A_1\phi} \quad J_{A_2\phi} \quad J_{A_3\phi} \quad J_{C_1\phi} \quad J_{C_2\phi} \quad J_{C_3\phi}] \|_2}{15}, \quad (39)$$

3-4- پیاده‌سازی شاخص روی مکانیزم

همان‌طور که اشاره شد، برای تأیید صحت تعبیر فیزیکی شاخص پیشنهادی، در این قسمت، مقدار آن برای مکانیزم RPR-3 محاسبه می‌گردد. اندازه‌های ساخت مکانیزم مورد بررسی در جدول 2 آمده است. نتایج اعمال شاخص پیشنهادی بر روی مکانیزم در شکل‌های 5 تا 12، با استفاده از کانتور و نمایش سه‌بعدی به تصویر کشیده شده است. از این شکل‌ها می‌توان استنباط نمود که میزان شاخص پیشنهادی برای این مکانیزم در محدوده 0/9-0/1 می‌باشد.

5- پیاده‌سازی شاخص بر روی مکانیزم تریپترون [18]

در این بخش، مکانیزم موازی تریپترون مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مکانیزم در شکل 13 به نمایش در آمده است.



شکل 5 کانتور شاخص $\sigma_{pa_{2,2}}$ که بدون واحد است، برای طرح نوعی مکانیزم RPR-3 با طراحی جدول 2 در صفحه $\phi = -\pi/8$.

جدول 2 پارامترهای ساخت مکانیزم RPR-3.

پارامتر	مقدار (متر)
A_{1x}	-0/5
A_{1y}	-0/3316
A_{2x}	0/5
A_{2y}	-0/3316
A_{3x}	-0/4
A_{3y}	0/4472
$a_1 = a_2 = a_3$	0/6
$c_1 = c_2 = c_3$	0/25
α_1	-2/5
α_2	-0/6
α_3	2/3
β_1	-2/9
β_2	-0/25
β_3	0/75
C_{1Px}	-0/2405
C_{1Py}	-0/0683
C_{2Px}	0/2422
C_{2Py}	-0/0620
C_{3Px}	0/1735
C_{3Py}	0/1801

جایی که z و k ، به ترتیب، برابر با باقی‌مانده تقسیم $i+1$ و $i+2$ بر 3 هستند و k بردار یکه در راستای محور z است، می‌توان بردارهای رابطه (22) را تعریف نمود:

$$v_i = E(m_j \rho_k u_k - m_k \rho_j u_j), \quad (22)$$

که به استفاده از آن‌ها، ماتریس‌های ژاکوبین مستقیم و معکوس، به ترتیب، به شکل روابط (23) و (24) قابل محاسبه هستند:

$$A = \begin{bmatrix} m_1 & \rho_1 u_1^T \\ m_2 & \rho_2 u_2^T \\ m_3 & \rho_3 u_3^T \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$B = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

شایان ذکر است که $\det(A)$ ، که برای محاسبه معکوس این ماتریس لازم است، می‌تواند از رابطه (25) به‌دست بیاید:

$$\det(A) = \sum_{i=1}^3 m_i v_i. \quad (25)$$

در ادامه، برای محاسبه ماتریس‌های ژاکوبین تبدیل‌کننده سرعت مفاصل فعال و غیرفعال به سرعت صفحه متحرک در راستای درجات آزادی انتقالی و دورانی، که منجر به حصول چهار ماتریس ژاکوبین متمایز می‌گردد، محاسبه متغیرهای روابط (26) و (27) لازم است که به تفصیل ارایه شده است:

$$q_i = \rho_i u_i^T i, \quad (26)$$

$$r_i = \rho_i u_i^T j, \quad (27)$$

که در آن، i و z ، به ترتیب، بردار یکه در راستای محورهای x و y هستند. ضمناً رابطه (28) و (29) به کار می‌روند:

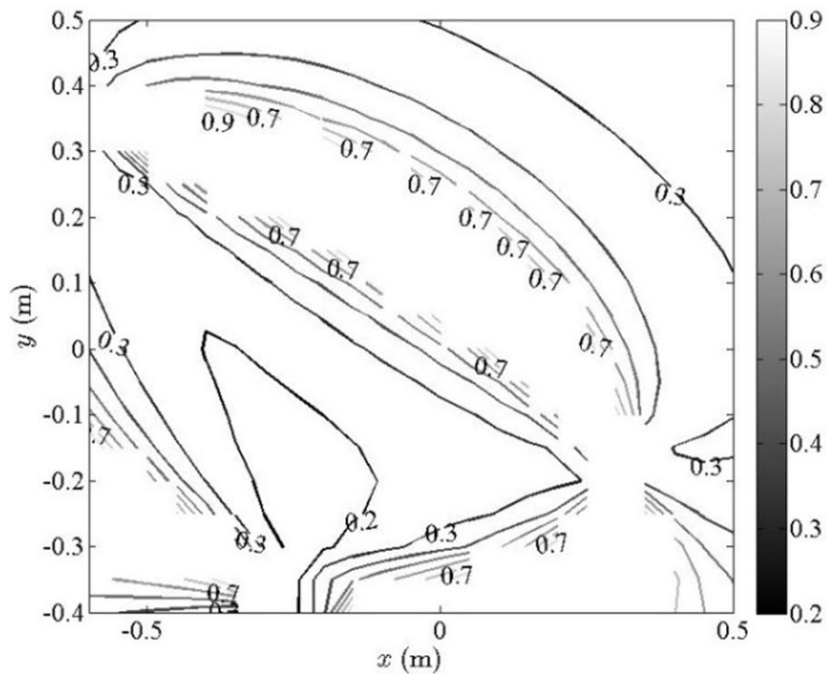
$$s_i = \rho_i u_i^T k_i \cos \beta_i - \rho_i u_i^T E k_i \sin \beta_i, \quad (28)$$

$$t_i = \rho_i u_i^T k_i \sin \beta_i - \rho_i u_i^T E k_i \cos \beta_i. \quad (29)$$

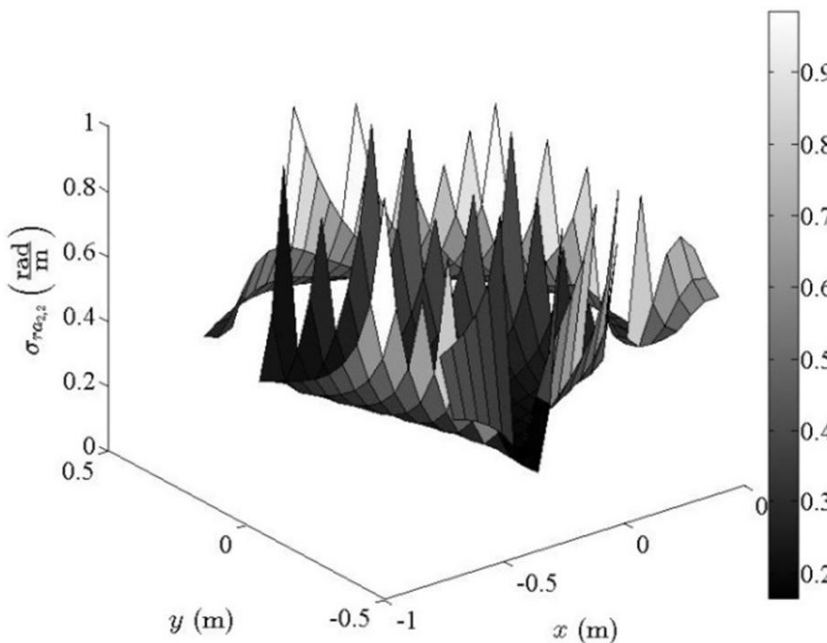
با توجه به این روابط، می‌توان مقادیر روابط (30) تا (35) را محاسبه نمود:

مفصل کشویی فعال است، نصب شده است.

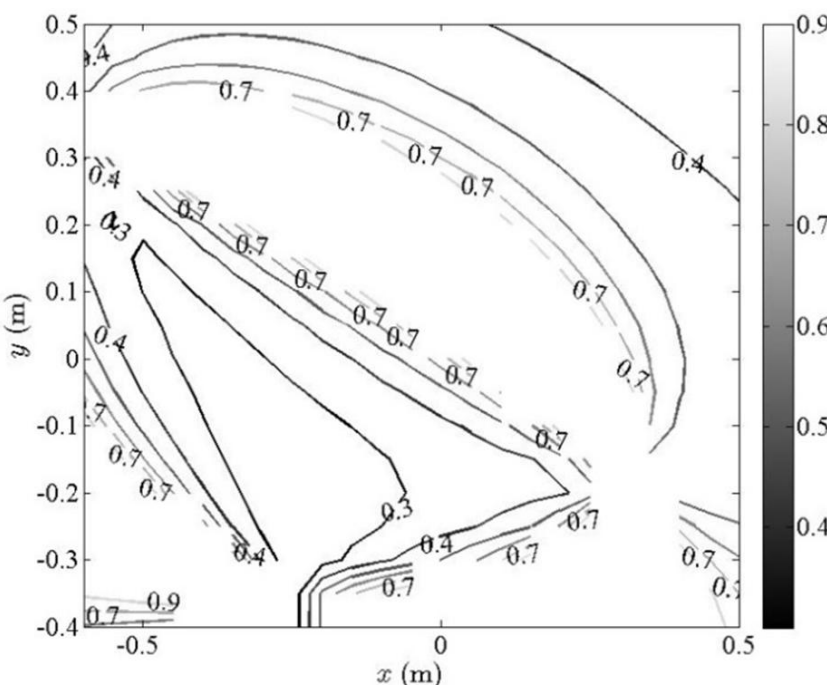
حوزه حرکت مفاصل مذکور با متغیرهای ρ_1 و ρ_2 و ρ_3 در شکل نمایش داده شده است. هریک از این مفاصل از طریق سه مفصل گردشی غیرفعال متعاقب یکدیگر به صفحه متحرک متصل می‌گردد.



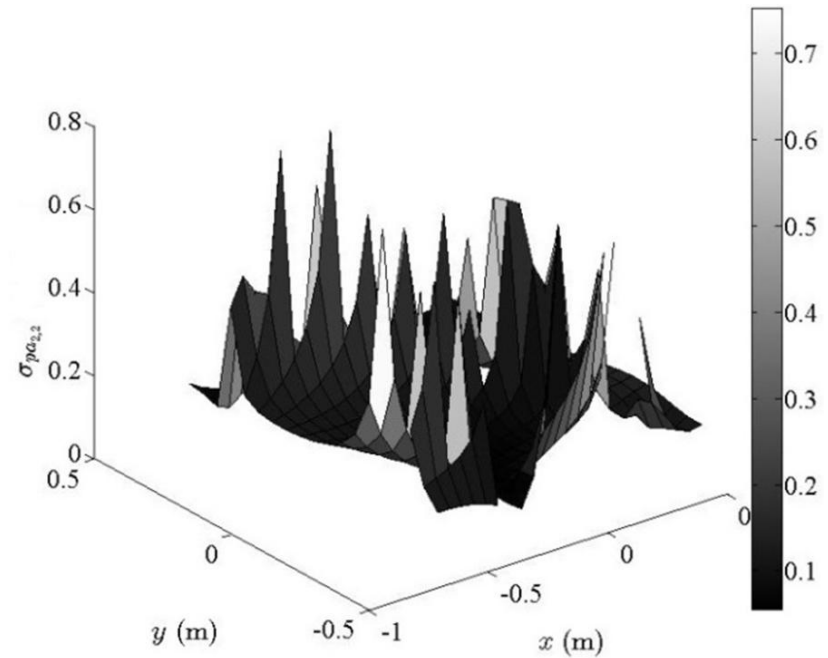
شکل 9 کانتور شاخص $\sigma_{\rho a_{2,2}}$ بر حسب رادیان بر متر، برای طرح نوعی مکانیزم RPR - 3 با طراحی جدول 2 در صفحه $\phi = -\pi/8$.



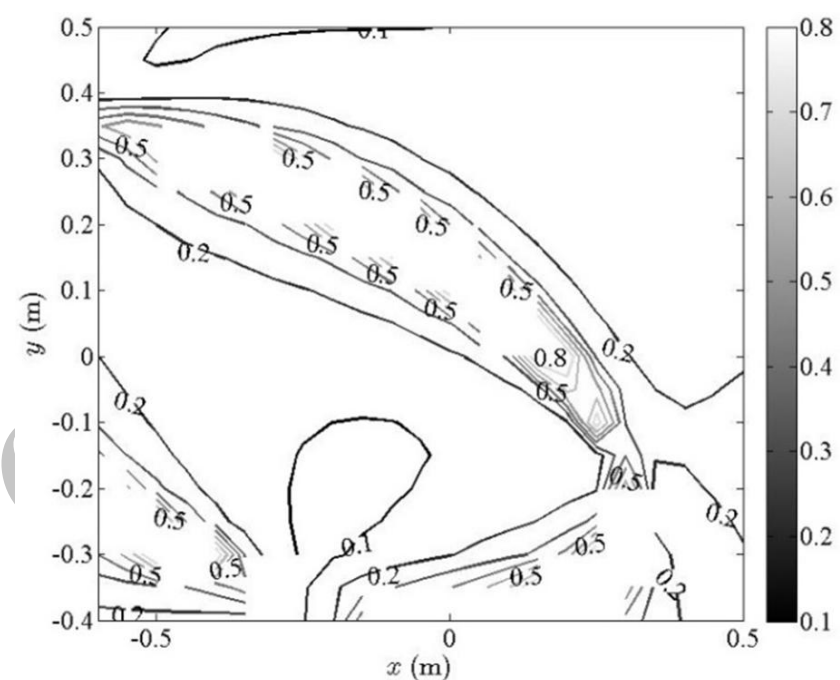
شکل 10 نمایش سه‌بعدی شاخص $\sigma_{\rho a_{2,2}}$ برای طرح نوعی مکانیزم RPR - 3 با طراحی جدول 2 در صفحه $\phi = -\pi/8$.



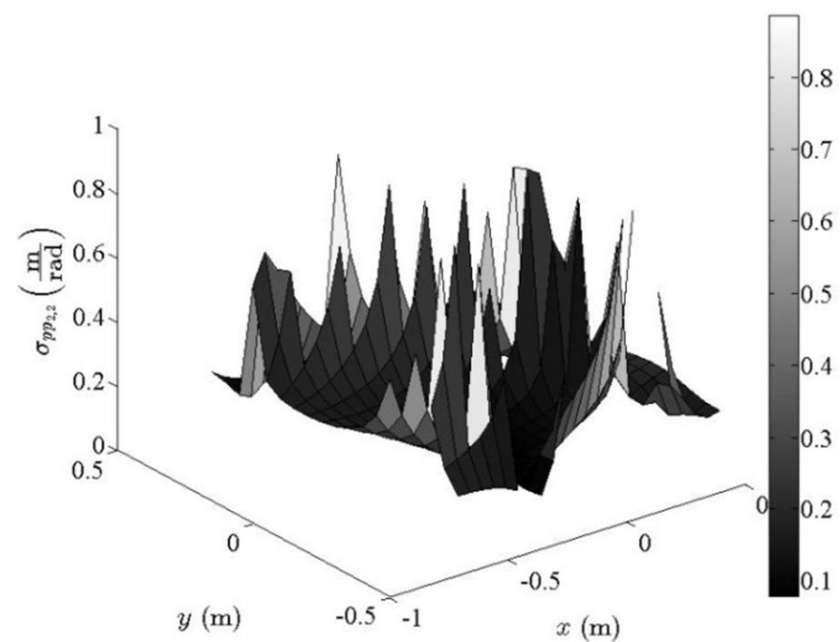
شکل 11 کانتور شاخص $\sigma_{\rho p_{2,2}}$ که بدون واحد است، برای طرح نوعی مکانیزم RPR - 3 با طراحی جدول 2 در صفحه $\phi = -\pi/8$.



شکل 6 نمایش سه‌بعدی شاخص $\sigma_{\rho a_{2,2}}$ برای طرح نوعی مکانیزم RPR - 3 با طراحی جدول 2 در صفحه $\phi = -\pi/8$.



شکل 7 کانتور شاخص $\sigma_{\rho p_{2,2}}$ بر حسب متر بر رادیان، برای طرح نوعی مکانیزم RPR - 3 با طراحی جدول 2 در صفحه $\phi = -\pi/8$.



شکل 8 نمایش سه‌بعدی شاخص $\sigma_{\rho p_{2,2}}$ برای طرح نوعی مکانیزم RPR - 3 با طراحی جدول 2 در صفحه $\phi = -\pi/8$.

مدل سینماتیک-استاتیکی این مکانیزم، به‌طور کامل، در [19] استخراج و بررسی شده است، و از نتایج آن در این جا استفاده می‌گردد.

همان‌گونه که از شکل 13 قابل استنباط است، مکانیزم مذکور به‌صورتی طراحی شده است که پایه‌ها در امتداد سه محور مختصات، به‌شکل عمود بر یکدیگر، قرار گرفته، روی هریک از آن‌ها، یک ماژول خطی، که در واقع یک

از جمله خصوصیات این مکانیزم این است که قیود مکانیکی به صورتی در نظر گرفته شده‌اند که اجازه دوران صفحه متحرک را نمی‌دهند، و مکانیزم فقط از درجات آزادی انتقالی برخوردار است. به عبارت دیگر، همان‌طور که از شکل 14، که برگرفته از [18] می‌باشد، مشخص است، حرکت صفحه متحرک در امتداد هریک از محورها به شکل مستقیم وابسته به حرکت ماژول خطی متناظر است.

می‌بایست به این نکته توجه گردد که از آن‌جا که دترمینان ماتریس ژاکوبین در نقاط تکیه¹ هر مکانیزم صفر است، مقدار حساسیت سینماتیکی در چنین نقاطی قابل محاسبه نخواهد بود، یا به بی‌نهایت میل می‌کند، که باعث اختلال در روند محاسبات پیاده‌سازی نرم‌افزاری می‌گردد. با این حال، یکی از محاسن مکانیزم تریپترون، که باعث می‌گردد برای هدف این مقاله مناسب باشد، این است که فضای کاری آن عاری از تکیگی می‌باشد که باعث سهولت پیاده‌سازی و امتحان شاخص می‌گردد.

5-1-1 مدل سینماتیکی

برای فرموله کردن حساسیت سینماتیکی به شکلی که تأثیر خطای مفاصل غیرفعال نیز محاسبه گردد، می‌بایست ابتدا ماتریس ژاکوبینی استخراج گردد که سرعت مفاصل غیرفعال و صفحه متحرک را به یکدیگر تبدیل کند. همان‌گونه که ذکر شد، این فرایند در [19] انجام شده است، و نتایج آن در ادامه مرور می‌گردد.

همان‌طور که در شکل 13 ملاحظه می‌گردد، مکانیزم تحت مطالعه از سه شاخه تشکیل شده است، که از لحاظ سینماتیکی، متقارن هستند، و هریک از یک مفصل کشویی فعال و سه مفصل گردشی غیرفعال تشکیل شده است، که به ترتیب، به هم متصل شده‌اند.

5-1-1-1 رابطه سینماتیکی مرتبه اول

همان‌طور که اشاره شد، از نقطه نظر هندسی، ماتریس ژاکوبین می‌تواند به‌عنوان نگاشت یک کره واحد در فضای سرعت مفاصل به یک بیضی‌گون تغییر شکل یافته در فضای سرعت کارتیزین در نظر گرفته شود که به نام توپست صفحه متحرک شناخته می‌شود [12, 13]. برای هدف این مقاله، ماتریس ژاکوبین می‌تواند به صورت یک تبدیل خطی معرفی شود که یک خطای محدود در فضای مفاصل را به فضای کارتیزین مکانیزم می‌نگارد [17]. برای مکانیزم تریپترون، با استفاده از روش و اختصاص علائم پیشنهاد شده در [18]، می‌توان فرمول‌های (40) الی (53) را به کار گرفت، که در ادامه برای استخراج ماتریس ژاکوبین و شاخص حساسیت سینماتیکی با احتساب عدم قطعیت موجود در مفاصل غیرفعال لازم خواهند بود.

فرض می‌گردد که بردارهای λ و ψ ، به ترتیب، دستگاه مختصاتی تعمیم یافته مفاصل و محورهای مقید سینماتیکی مفاصل را نشان می‌دهند. بنابراین، ماتریس ژاکوبین قیود سینماتیکی، که تغییرات در مفاصل غیرفعال را به تغییرات در صفحه متحرک مرتبط می‌کند، از نظر ریاضی، می‌تواند به شکل رابطه (40) تعریف گردد:

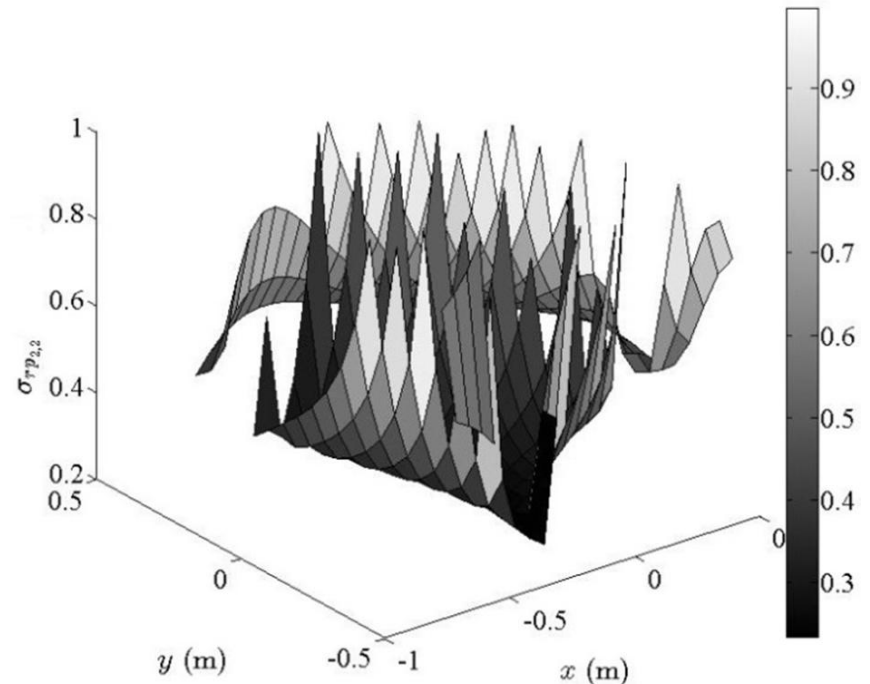
$$G = \frac{d\lambda}{d\psi} \quad (40)$$

در رابطه بالا، المان‌های G می‌توانند از رابطه (41) به دست آیند:

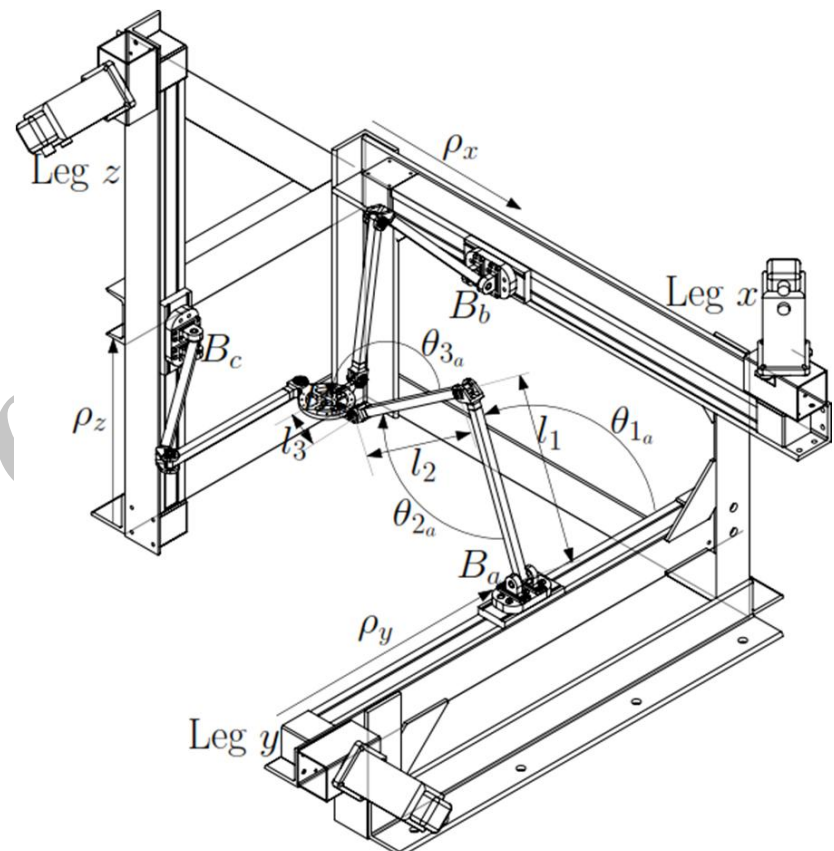
$$G^T = [G_a^T \quad G_b^T \quad G_c^T], \quad (41)$$

که در آن، به صورت رابطه (42) تعریف می‌گردد:

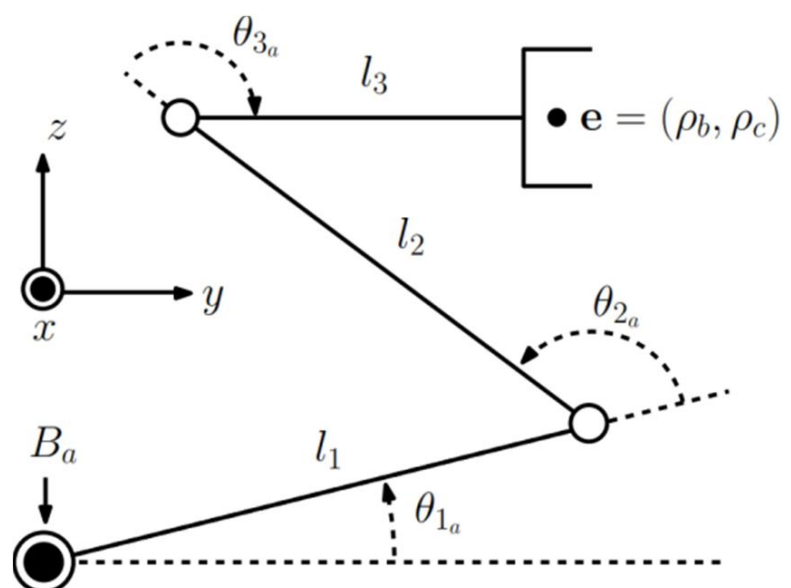
$$G_a = -[S_{\theta_{1a}}^a; S_{\theta_{2a}}^a; S_{\theta_{3a}}^a]^{-1} [S_{\rho_a}^a; S_{\rho_b}^a; S_{\rho_c}^a], \quad (42)$$



شکل 12 نمایش سه بعدی شاخص $\sigma_{rpp2,2}$ برای طرح نوعی مکانیزم RPR - 3 با طراحی جدول 2 در صفحه $\phi = -\pi/8$.



شکل 13 شماتیک مکانیزم تحت مطالعه، تریپترون، که برای اولین بار، در دانشگاه لاول کانادا ساخته شده است [19].



شکل 14 شماتیک یکی از شاخه‌های متقارن مکانیزم تریپترون، که برگرفته از [18] می‌باشد.

میزان دوران مفاصل مشخص شده با ρ_1, ρ_2, ρ_3 ، به طور نمونه، برای پای A مکانیزم، به ترتیب، با متغیرهای $\theta_{1a}, \theta_{2a}, \theta_{3a}$ در شکل نمایش داده شده است.

1. Singular

نظر، محاسبه حساسیت سینماتیکی با استفاده از ماتریس ژاکوبین مستقیم ممکن است در نگاه اول، منطقی‌تر به نظر برسد. با این حال، در صورت استفاده از ژاکوبین مستقیم، مشکلی که پدید می‌آید این است که روند تغییرات شاخص حساسیت سینماتیکی محاسبه شده برای موقعیت‌های مختلف صفحه متحرک قابل رسم و بررسی نیست. به‌طور واضح‌تر، فرض کنید حساسیت سینماتیکی برای تمامی حالت‌های ممکن ورودی برای موقعیت‌های متناظر صفحه متحرک محاسبه شود. در این صورت، مجموعه مقادیری حاصل می‌گردد که لزوماً منطبق بر گره‌های موردنظر برای ترسیم نیستند. از طرفی، برای برخی نقاط، از آن‌جا که ممکن است با مدهای کاری مختلف چند حالت مختلف از ورودی‌ها به یک موقعیت مشترک صفحه متحرک منجر گردند، چند مقدار متفاوت برای شاخص حساسیت سینماتیکی محاسبه شده باشد. به‌علاوه، نتایج حاصل در این حالت، ذاتاً قابل ترسیم نیستند زیرا موقعیت‌های صفحه متحرک بدون هیچ انضباط و ترتیبی در سرتاسر فضای کاری پراکنده شده‌اند. به‌عبارت دیگر، جفت‌های (موقعیت، حساسیت سینماتیکی) در حالی در میان فضای کاری پخش شده‌اند که فاصله مشخص و از پیش تعیین شده‌ای در راستای درجات آزادی مکانیزم ندارند.

بنابراین، برای مقصد این مقاله، ماتریس ژاکوبین معکوس به ماتریس ژاکوبین مستقیم ترجیح داده می‌شود و از روابطی که حساسیت سینماتیکی را با توجه به این ماتریس محاسبه می‌کنند برای محاسبه و ترسیم شاخص حساسیت سینماتیکی استفاده می‌گردد. در نتیجه، مشابه روش پیشنهاد شده در [21]، می‌توان حساسیت سینماتیکی با توجه به خطای موجود در مفاصل غیر فعال را به‌شکل رابطه (54) برای این مکانیزم محاسبه نمود:

$$\sigma_{p_{2,2}} = \frac{\|G\|_2}{n_v}, \quad (54)$$

که در آن، n_v ، که تعداد قیود مربوط به حلقه‌های بسته سینماتیکی است، در مورد این مکانیزم، برابر 12 است.

شایان ذکر است که از آن‌جا که مکانیزم موازی سه درجه آزادی تحت مطالعه فقط درجات آزادی انتقالی دارد، حساسیت سینماتیکی انتقالی برای توصیف کارایی سینماتیک - استاتیکی این مکانیزم کافی است. با این وجود، در صورتی که مکانیزم، همانند آن‌چه در [23] معرفی شده است، دارای درجات آزادی دورانی نیز باشد، حساسیت سینماتیکی، با روشی مشابه، قابل محاسبه است.

5-3- پیاده‌سازی شاخص روی مکانیزم

همان‌طور که اشاره شد، برای تأیید صحت تعبیر فیزیکی شاخص پیشنهادی، در این قسمت، مقدار آن برای مکانیزم تریپترون محاسبه می‌گردد، که با توجه به ساختار هندسی و سینماتیکی ساده‌اش، امکان وصول به این هدف را مهیا می‌سازد. برای این منظور، ابتدا مرور کوتاهی بر مشخصات و اندازه‌های ساخت مکانیزم انجام می‌گیرد، سپس نتایج آرایه شده، در مورد آن‌ها بحث می‌گردد.

اندازه‌های ساخت مکانیزم مورد بررسی در جدول 3 آمده است. لازم به ذکر است که در این جدول، مختصات نقاط اتصال هریک از شاخه‌ها به پایه، براساس یک دستگاه مختصات پایه فرضی، به‌ترتیب، به‌شکل رابطه (55) در نظر گرفته شده‌اند:

$$\begin{cases} B_a^T = [B_{ax} & B_{ay} & B_{az}] \\ B_b^T = [B_{bx} & B_{by} & B_{bz}] \\ B_c^T = [B_{cx} & B_{cy} & B_{cz}] \end{cases} \quad (55)$$

نتایج اعمال شاخص پیشنهادی بر روی مکانیزم در شکل‌های 15 و 16، به ترتیب، با استفاده از کانتور و نمایش سه‌بعدی به تصویر کشیده شده است. شکل‌ها حاکی از آن است که میزان شاخص‌های پیشنهاد شده برای ربات تریپترون در بازه 2/2-0/6 قرار می‌گیرد.

که $[\rho_a \ \rho_b \ \rho_c]^T$ موقعیت صفحه متحرک بوده، با استفاده از رابطه (43):

$$\frac{\partial \kappa_u}{\partial v} = S_v^u \quad (43)$$

و رابطه (44):

$$S_v = \frac{\partial \kappa}{\partial v} \begin{bmatrix} S_v^a \\ 1 \\ S_v^b \\ 1 \\ S_v^c \end{bmatrix} \quad (44)$$

برای $u \in \{a, b, c\}$ و $v \in \{\rho_a, \rho_b, \rho_c, \theta_{1a}, \dots, \theta_{3c}\}$ قابل محاسبه است و κ_a دستگاه معادلاتی به‌شکل رابطه (45) است که قیود سینماتیکی مربوط به شاخه مربوطه را تشریح می‌کند:

$$\kappa_a = \begin{bmatrix} B_{ax} + l_1 c_{1a} + l_2 c_{(1a+2a)} + l_3 - \rho_b \\ B_{ay} + l_1 s_{1a} + l_2 s_{(1a+2a)} - \rho_c \\ \theta_{1a} + \theta_{2a} + \theta_{3a} \end{bmatrix} = 0_3, \quad (45)$$

که در آن، پارامترهای B_{ax} و B_{ay} در ادامه معرفی خواهند شد، مقادیر مورد نیاز می‌توانند از روابط (46) الی (51) زیر محاسبه شوند:

$$S_{\theta_{1a}}^a = \frac{\partial \kappa_a}{\partial \theta_{1a}} = \begin{bmatrix} -l_1 s_{1a} - l_2 s_{(1a+2a)} \\ l_1 c_{1a} + l_2 c_{(1a+2a)} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (46)$$

$$S_{\theta_{2a}}^a = \frac{\partial \kappa_a}{\partial \theta_{2a}} = \begin{bmatrix} -l_2 s_{(1a+2a)} \\ l_2 c_{(1a+2a)} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (47)$$

$$S_{\theta_{3a}}^a = \frac{\partial \kappa_a}{\partial \theta_{3a}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (48)$$

$$S_{\rho_a}^a = \frac{\partial \kappa_a}{\partial \rho_a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (49)$$

$$S_{\rho_b}^a = \frac{\partial \kappa_a}{\partial \rho_b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (50)$$

$$S_{\rho_c}^a = \frac{\partial \kappa_a}{\partial \rho_c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (51)$$

با جای‌گذاری روابط (46) الی (51) در رابطه (42)، G_a به‌صورت رابطه (52)

$$G_a = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c_{(1a+2a)}}{l_1 s_{2a}} & \frac{s_{(1a+2a)}}{l_1 s_{2a}} \\ 0 & \frac{-l_1 c_{1a} - l_2 c_{(1a+2a)}}{l_2 l_1 s_{2a}} & \frac{-l_1 s_{1a} - l_2 s_{(1a+2a)}}{l_2 l_1 s_{2a}} \\ 0 & \frac{c_{1a}}{l_2 s_{2a}} & \frac{s_{1a}}{l_2 s_{2a}} \end{bmatrix}, \quad (52)$$

و G_b و G_c به‌طور مشابه قابل محاسبه بوده، توضیحات بیشتر در [18] آورده شده است.

لازم به ذکر است که در روابط بالا، از علامت‌گذاری‌های رابطه (53)

استفاده شده است:

$$\begin{cases} c_{(1a+2a)} = \cos(\theta_{1a} + \theta_{2a}) \\ s_{(1a+2a)} = \sin(\theta_{1a} + \theta_{2a}) \\ c_{1a} = \cos \theta_{1a} \\ s_{1a} = \sin \theta_{1a} \\ c_{2a} = \cos \theta_{2a} \\ s_{2a} = \sin \theta_{2a} \end{cases}, \quad (53)$$

که در آن، پارامترهای نشان‌دهنده فواصل فیزیکی l_1 ، l_2 و l_3 ، و نیز زوایای θ_{1a} ، θ_{2a} و θ_{3a} ، در شکل 14 نشان داده شده‌اند.

5-2- محاسبه حساسیت سینماتیکی

در مورد مکانیزم تریپترون $K_p = GK_a$ ، که در آن، K_a یک ماتریس واحد 3×3 است. بنابراین، $K_p = G$ است. لازم به ذکر است که حساسیت سینماتیکی نشان‌دهنده تغییرات در صفحه متحرک در اثر تغییرات ورودی است [20]. از این

از لحاظ صحت و اعتمادپذیری، قابل تأیید است.

لازم به توجه است که در شکل‌های فوق‌الذکر، مقادیر حاصل برای حساسیت سینماتیکی با در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در مفاصل غیرفعال، از نظر روند تغییرات در صفحات دوران-ثابت مجری نهایی، شبیه به تعریف کلاسیک حساسیت سینماتیکی، که صرفاً اثر خطای ساخت یا کنترل ورودی‌های فعال را در نظر می‌گیرد و در مطالعات قبلی [24] برای برخی مکانیزم‌های مشابه بررسی شده است، اما متفاوت از شاخص‌هایی نظیر تردستی و مهارت است، که مبین صحت تعبیر فیزیکی حاصل از این شاخص است.

با این حال، همان‌گونه که از نتایج تحلیل فیزیکی انتظار می‌رفت، میزان حساسیت پیش‌بینی شده، در تمامی نقاط فضای کاری، از میزان شاخص حساسیت سینماتیکی با فرمول‌بندی رایج بیشتر، و به حقیقت هندسی نزدیک‌تر است. بنابراین، شاخص پیشنهادی مقادیری واقعی‌تر را برای کران بالای خطا به ازای خطای نرم واحد در ورودی‌ها گزارش کرده، میزان احتمال عملکرد ناخواسته یا معیوب توسط مکانیزم را به شکل واقع‌بینانه‌تری پیش‌بینی می‌کند.

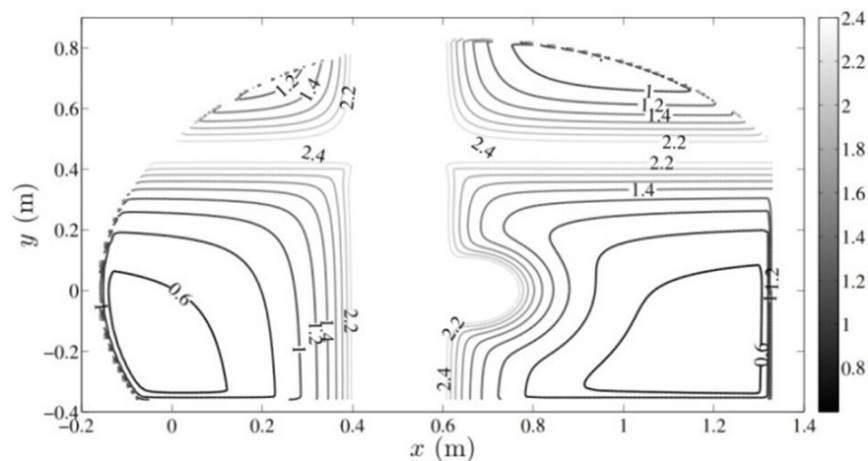
بدیهی است که اطلاع از این خصوصیات فرصت بهره‌برداری و کنترل مطمئن‌تری را برای طراح و کاربر فراهم خواهد آورد. همان‌طور که اشاره شد، پیش‌بینی محافظه‌کارانه و دقیق حداکثر خطای مکانیزم‌های موازی، به‌ویژه با توجه با ضریب تقویت خطای نوعاً بالای آن‌ها، و انتظار اعمال مسیرها و وظایف ظریف و حساس توسط آن‌ها، اهمیت زیادی دارد.

با فرض استخراج صحیح روابط سینماتیکی و توانایی پردازشگر، روش پیشنهاد شده برای محاسبه حساسیت سینماتیکی متأثر از عدم قطعیت موجود در مفاصل غیرفعال بر روی تمامی انواع مکانیزم‌های موازی، از جمله مکانیزم‌های موازی صفحه‌ای [24-27]، و حتی ربات‌های مانکن³ [28، 29] یا بسترهای مورد نیاز برای اندازه‌گیری سه بعدی دقیق [30]، قابل اعمال است. به عبارت دیگر، این شاخص می‌تواند برای ارزیابی، بهبود و بهینه‌سازی مکانیزم‌های موازی مورد استفاده قرار گیرد، و انتظار می‌رود نتیجه اعمال چنین شاخصی، به توجه به ملاحظات مذکور، دقیق‌تر و قابل اعتمادتر باشد.

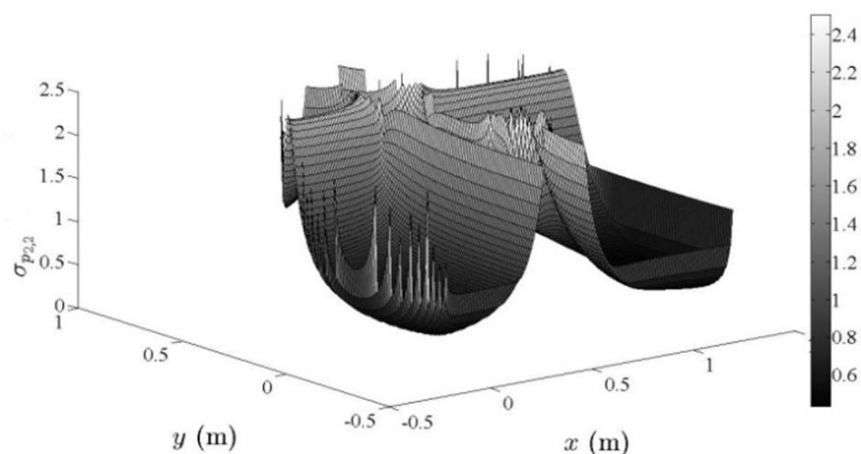
البته موضوع اخیر از حوزه این مقاله خارج بوده، در این جا تنها به اعمال شاخص پیشنهادی بر روی چند مکانیزم نمونه، که سعی شده به‌گونه‌ای انتخاب شوند که نماینده دسته‌های مختلف مکانیزم‌های موازی از لحاظ درجات آزادی و میزان پیچیدگی مکانیکی در سطح طراحی باشند، اکتفا شده است. به عبارت دیگر، مرحله بعدی متشکل از مقایسه و تلاش برای بهبود کارایی سینماتیک- استاتیکی مکانیزم‌های موازی براساس این شاخص خواهد بود، که انتظار می‌رود در مطالعات آینده مورد توجه قرار گیرد. بنابراین، در این مرحله، امکان بررسی بیشتر و مقایسه عملکرد مکانیزم‌ها، براساس اطلاعات موجود، فراهم نیست، و حوزه این مقاله به معرفی و بررسی صحت فیزیکی شاخص پیشنهادی محدود می‌گردد.

7- جمع بندی

این مقاله تأثیر عدم قطعیت‌های موجود در مفاصل غیرفعال را بر روی فرایند ارزیابی کارایی سینماتیک- استاتیکی مکانیزم‌های موازی بررسی نمود. همان‌گونه که قبلاً ذکر شد، اغلب شاخص‌های کارایی سینماتیک- استاتیکی پیشنهاد شده در گذشته از این نارسایی رنج می‌بردند که بخش‌های مربوط به درجات آزادی انتقالی و دورانی ماتریس ژاکوبین را با یکدیگر ادغام می‌کنند.



شکل 15 کانتور حساسیت سینماتیکی، که بدون واحد است، برای مکانیزم تریپترون با در نظر گرفتن خطای مفاصل غیرفعال در صفحه $z = 10$.



شکل 16 نمایش سه‌بعدی حساسیت سینماتیکی مکانیزم تریپترون با در نظر گرفتن خطای مفاصل غیرفعال در صفحه $z = 10$.

جدول 3 پارامترهای ساخت مکانیزم تریپترون، براساس اندازه‌های مستخرج از مدل.

پارامتر	مقدار (متر)
l_1	0/44042
l_2	0/39205
l_3	0/092
B_{ax}	0/36458
B_{ay}	0
B_{az}	0/257
B_{bx}	0
B_{by}	0/50242
B_{bz}	0
B_{cx}	0/57242
B_{cy}	0/00042
B_{cz}	0

6- بحث در مورد نتایج

از نتایج حاصله، که در شکل‌های 2، 3، 5 الی 12، 15 و 16 نمایش داده شده‌اند، می‌توان استنباط کرد که شاخص ارایه شده، برخلاف شاخص‌های کلاسیک، همانند تردستی¹، مهارت² و حساسیت سینماتیکی با تعریف متداول، موجب استنباط‌های نادرست و دور از واقعیت فیزیکی نمی‌گردد. به عبارت دیگر، از آن‌جا که مجری نهایی با نزدیک شدن به مرزهای فضای کاری یا حوزه‌های تکین حساسیت بیشتری را نسبت به عدم قطعیت‌ها از خود نشان می‌دهد، انتظار می‌رود که شاخصی که از نظر هندسی تفسیر مناسبی را ارایه می‌دهد با نزدیک شدن به مرزهای فضای کاری، مقدار بیشتری را گزارش کند، و با نزدیک شدن به حوزه‌های تکینه، به بی‌نهایت میل کند. از شکل‌های مذکور، مشهود است که شاخص پیشنهادی این انتظار را برآورده می‌سازد، و

1. Manipulability
2. Dexterity

3. Mannequin robots

- [8] M. Daneshmand, M. Tale Masouleh, H. Saadatzi, M. and B. Menhaj, M. "On the Optimum Design of Planar Parallel Mechanisms Based on Kinematic Sensitivity and Workspace," in *CCToMM M³ Symposium*, Montréal, Québec, Canada: IFToMM, May. 2013.
- [9] E. Faghih, M. Daneshmand, H. Saadatzi, M. and M. Tale Masouleh, "A Benchmark Study on the Kinematic Sensitivity of Planar Parallel Mechanisms," in *CCToMM M³ Symposium*. Montréal, Québec, Canada: IFToMM, May. 2013.
- [10] M. Daneshmand, H. Saadatzi, M. M. Tale Masouleh, and B. Menhaj, M. "Optimization of Kinematic Sensitivity and Workspace of Planar Parallel Mechanisms," in *Multibody Dynamics Thematic Conference*, Zagreb, Croatia, Jul. 2013.
- [11] J. Merlet, "Jacobian, Manipulability, Condition Number, and Accuracy of Parallel Robots," *Journal of Mechanical Design*, vol. 128, pp. 199–206, 2006.
- [12] J. Angeles, *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms*. Springer, 2006.
- [13] W. Khan and J. Angeles, "The Kinetostatic Optimization of Robotic Manipulators: The Inverse and the Direct Problems," *Journal of Mechanical Design*, vol. 128, no. 1, pp. 168–178, 2006.
- [14] P. Cardou, S. Bouchard, and C. Gosselin, "Kinematic-sensitivity Indices for Dimensionally Nonhomogeneous Jacobian Matrices," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, no. 1, pp. 166–173, 2010.
- [15] J. Angeles, "Is there a Characteristic Length of a Rigid-body Displacement?" *Mechanism and Machine Theory*, vol. 41, no. 8, pp. 884–896, 2006.
- [16] M. H. Saadatzi, "Workspace and Singularity Analysis of 5DOF Symmetrical Parallel Robots with Linear Actuators," Master's thesis, Faculty of Electrical and Computer Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran, Summer. 2011. (In Persian)
- [17] M. H. Saadatzi, M. Tale Masouleh, H. D. Taghirad, C. Gosselin, and P. Cardou, "Geometric Analysis of the Kinematic Sensitivity of Planar Parallel Mechanisms," *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, vol. 35, no. 4, pp. 477–490, Jun. 2011.
- [18] C. Quennouelle and C. Gosselin, "Kinematostatic Modeling of Compliant Parallel Mechanisms," *Meccanica*, vol. 46, no. 1, pp. 155–169, 2011.
- [19] G. Hovland, M. Choux, M. Murray, and T. Brogardh, "Benchmark of the 3dof Gantry-Tau Parallel Kinematic Machine," in *International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2007, pp. 535–542.
- [20] L. Ros, A. Sabater, and F. Thomas, "An Ellipsoidal Calculus Based on Propagation and Fusion," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 32, no. 4, pp. 430–442, 2002.
- [21] S. Caro, N. Binaud, and P. Wenger, "Sensitivity analysis of 3-rpr planar parallel manipulators," *Journal of Mechanical Design*, vol. 131, no. 12, p. 121005, 2009.
- [22] C. Quennouelle and C. Gosselin, "A quasi-static Model for Planar Compliant Parallel Mechanisms," *Journal of Mechanisms and Robotics, American Society of Mechanical Engineers*, vol. 1, no. 2, pp. 021012, 2009.
- [23] M. Gosselin, C. and F. Hamel, J. "The Agile Eye: a High-performance Three-degree-of-freedom Camera-orienting Device," in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 1994, pp. 781–786.
- [24] M. Daneshmand, M. Tale Masouleh and H. Saadatzi, M., "Optimization of the Kinematic Sensitivity and the Greatest Continuous Circle in the Constant-orientation Workspace of Planar Parallel Mechanisms," *International Journal of Robotics, Theory and Applications*, Vol. 4, No. 1, pp. 12–21, 2015.
- [25] M. Homayounpour, M. Tale Masouleh, Static Balancing of Three Parallel Planar 3-DOF Mechanisms and Static Balancing of Variable Weights, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 321–331, 2015 (In Persian).
- [26] V. Rezaei, S. Ebrahimi, A comparative study on the manipulability index of RRR planar manipulators, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, pp. 299–308, 2015 (In Persian).
- [27] M. A. Hosseini, Cartesian Dimensional Homogeneous Jacobian Matrix for Performance Evaluation and Optimization of Complex Dof Parallel Manipulator, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 129–138, 2014 (In Persian).
- [28] M. Daneshmand, A. Aabloo and G. Anbarjafari, "Size-Dictionary Interpolation for Robot's Adjustment," *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology, Frontiers*, Vol. 3, pp. 63, 2015.
- [29] M. Daneshmand, A. Aabloo, C. Ozcinar and G. Anbarjafari, "Real-Time, Automatic Shape-Changing Robot Adjustment and Gender Classification," *Signal, Image and Video Processing, Springer*, Vol. 9, No. 5, pp. 1–8, 2015.
- [30] A. Traumann, M. Daneshmand, S. Escalera and G. Anbarjafari, "Accurate 3D Measurement Using Optical Depth Information," *Electronics Letters, Institution of Engineering and Technology*, DOI: 10.1049/el.2015.1345, 2015.
- [31] European Regional Development Fund through the Software Technology and Applications Competence Centre (STACC)
- [32] ERDF program "Estonian higher education information and communications technology and research and development activities state program 2011–2015 (ICT program)
- [33] Estonian Research Council grant PUT (PUT638)

این بخش‌ها که طبیعتاً از نظر واحد دچار ناهمخوانی هستند، موجب حصول تعبیری می‌شوند که از نظر فیزیکی ملموس نبوده، و بر حقیقت عملی انطباق ندارد. مشکل مذکور، با پیشنهاد و توسعه شاخص‌های مجزای حساسیت سینماتیکی انتقالی و دورانی، در گذشته، برطرف شده بود. با این حال، حساسیت سینماتیکی هم‌چنان ضعف اساسی دیگری داشت، که با پیشنهاد و پیاده‌سازی یک شاخص اصلاح‌شده، در این مقاله برطرف شد. این شاخص با احتساب لقی‌های غیرقابل انکار موجود در مفاصل غیرفعال و تأثیر آن‌ها بر روی موقعیت و جهت مجری نهایی، امکان ارزیابی، مقایسه و بهینه‌سازی کارایی سینماتیک-استاتیکی مکانیزم‌های موازی را فراهم نمود. انتظار می‌رود این ارتقای کیفی از ارزش قابل توجهی برای بهبود فرایندهای پیاده‌سازی مسیر توسط مکانیزم‌های موازی، از نظر دقت و تکرارپذیری، برخوردار باشد. در ادامه، برای اثبات صحت و اعتمادپذیری، این شاخص برای مکانیزم‌های موازی چهارمیله‌ای و RPR-3، و نیز ربات تریپترون، به طور نمونه، محاسبه شده، نتایج ارائه شد. این نتایج حاکی از این بود که شاخص‌های ارائه شده در این مقاله برای ارزیابی کارایی سینماتیک-استاتیکی مکانیزم‌های موازی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در مفاصل غیرفعال، برخلاف اغلب شاخص‌های پیشنهاد شده در گذشته، تعبیری را ارائه می‌دهد که با انتظاری که از مکانیک مسئله می‌رود سازگار است. میزان شاخص مذکور، برای مکانیزم‌های مورد مطالعه در این مقاله، به ترتیب، در بازه‌های 1-2/4، 0/1-0/9 و 0/6-2/2 قرار گرفت. با این حال، برای یک ارزیابی کامل‌تر و دقیق‌تر، می‌بایست شاخص‌هایی طراحی کردند که براساس مدل‌هایی چند درجه آزادی از مفاصل غیرفعال محاسبه گردند. به عبارت دیگر، برای محاسبه چنین شاخص‌هایی، می‌بایست فرض گردد که مفاصل غیرفعال، علاوه بر درجه آزادی ذاتی و طبیعی‌شان، قادر به حرکت یا لغزش در راستای سایر درجات آزادی نیز هستند. در نظر گرفتن این مدل بدون شک روابط ریاضی بسیار پیچیده‌تری را به همراه خواهد داشت، و فرایند محاسباتی را به کلی دگرگون خواهد نمود. این موضوع، به عنوان یک زمینه باز تحقیقاتی، در پژوهش‌های آینده، قابل پیگیری خواهد بود.

8- تقدیر و تشکر

این پروژه تحقیقاتی مورد حمایت منابع مالی [31-33] می‌باشد.

9- مراجع

- [1] C. Gosselin and J. Angeles, "The Optimum Kinematic Design of a Spherical Three-degree-of-freedom Parallel Manipulator," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 111, no. 2, pp. 202–207, 1989.
- [2] M. Daneshmand, H. Saadatzi, M. and M. Tale Masouleh, "Kinematic Sensitivity and Workspace Optimization of Planar Parallel Mechanisms Using Evolutionary Techniques," in *First International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*. Tehran, Iran: IEEE, Feb. 2013.
- [3] S. Bai, R. Hansen, M. and J. Angeles, "A Robust Forward-displacement Analysis of Spherical Parallel Robots," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 44, no. 12, pp. 2204–2216, 2009.
- [4] S. Bai, R. Hansen, M. and O. Andersen, T. "Modelling of a Special Class of Spherical Parallel Manipulators with Euler Parameters," *Robotica*, vol. 27, no. 2, p. 161, 2009.
- [5] "Parallel MIC-the Parallel Mechanisms Information Center," Accessed 2 July 2015; <http://parallemic.org/>.
- [6] Y. Takeda, H. Funabashi, and Y. Sasaki, "Development of a Spherical in-parallel Actuated Mechanism with Three Degrees of Freedom with Large Working Space and High Motion Transmissibility: Evaluation of Motion Transmissibility and Analysis of Working Space," *JSME International Journal. Ser. C, Dynamics, Control, Robotics, Design and Manufacturing*, vol. 39, no. 3, pp. 541–548, 1996.
- [7] A. Bonev, I. D. Chablat, and P. Wenger, "Working and Assembly Modes of the Agile Eye," in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2006, pp. 2317–2322.