



## پردازش رکوردهای آزمایش‌های دینامیکی با ورودی‌های قابل اندازه‌گیری به روش زیرفضا بر پایه تجزیه متعامد

رضا تاری نژاد<sup>1\*</sup>، مهران پورقلی<sup>2</sup>، سامان یغمائی سابق<sup>3</sup>

1- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز  
2- دانشجوی دکترا، مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز  
3- دانشیار، مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز  
\* تبریز، صندوق پستی 51666، r\_tarinejad@tabrizu.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 تیر 1394

پذیرش: 25 مرداد 1394

ارائه در سایت: 15 شهریور 1394

کلید واژگان:

تجزیه متعامد

فضای حالت

زیرفضا

ماتریس هانکل

در ارتعاشات لرزه‌ای سازه‌های بزرگ و پرکاربرد همچون سدها و پل‌ها و همچنین در آزمایش‌های ارتعاش اجباری با لرزاننده‌های مصنوعی، برخلاف آزمایش‌های ارتعاش محیطی نیروهای تحریک‌کننده غالب معمولاً قابل اندازه‌گیری می‌باشند. از آنجائیکه یکی از دلایل اصلی ایجاد خطا در آنالیز مودال عملیاتی عدم اعمال ورودی‌ها در شناسایی سیستم است، می‌توان با اعمال آن‌ها در مدل دینامیکی سیستم، مشخصات دینامیکی غیر سازه‌ای سیستم را که ناشی از تحریک‌های ورودی هستند را کاهش داد. در این نوشتار آنالیز مودال ویژه‌ای در حوزه روش‌های زیرفضا ارائه شده است که با استفاده از تجزیه متعامد تأثیر تحریک نیروهای ورودی اندازه‌گیری شده را از داده‌های آزمایش فیلتر کرده و شناسایی سیستم تصادفی را با استفاده از روش بهینه زیرفضا بر پایه همبستگی انجام می‌دهد. برای بررسی قابلیت روش ارائه شده از داده‌های لرزه‌ای سد پاکویما و همچنین نتایج آزمایش‌های ارتعاش اجباری پل دره آلاموسا استفاده شده است. از مهمترین نتایج این تحقیق می‌توان به حذف قطب‌های نویزی و غیر سازه‌ای و همچنین افزایش دقت مشخصات مودال استخراج شده به ویژه ضرایب میرایی اشاره کرد. در سد پاکویما روش زیرفضا- داده 4 مود غیر سازه‌ای را شناسایی کرده درحالی‌که الگوریتم پیشنهادی دو مد اول سد را مطابق نتایج پیشین بدون هیچ مقدار نویزی استخراج کرده است. بعلاوه در تحقیقات قبلی مربوط به آزمایش ارتعاش اجباری پل آلاموسا ضرایب میرایی استخراج نشده بودند ولی الگوریتم پیشنهادی ضرایب میرایی را متناظر با نتایج آزمایش چکش ضربه استخراج کرده است. در سد پاکویما نیز ضرایب میرایی متناظر، تطابق معناداری با نتایج آزمایش ارتعاش اجباری دارند.

## Signal Processing of Dynamic Tests Results using Subspace Identification based on Orthogonal Decomposition Technique (SI-ORT)

Reza Tarinejad\*, Mehran Pourgholi, Saman Yaghmaei-Sabegh

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

\* P.O.B. 51666 Tabriz, Iran, r\_tarinejad@tabrizu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 13 July 2015  
Accepted 16 August 2015  
Available Online 06 September 2015

**Keywords:**  
Orthogonal Decomposition  
State Space  
Subspace  
Hankel Matrix

### ABSTRACT

In the seismic vibrations of large and widely used structures such as dams and bridges, as well as the forced vibration tests with artificial vibrators, the dominant excitation forces are generally measurable. Not applying the inputs in the system identification is one of the main reasons for error generation in the operational modal analysis (OMA), so the non-structural dynamic characteristics due to the input excitations can be reduced by applying these inputs in the dynamic model of the system. In this paper, a special modal analysis is presented in the subspace methods field that filters the excitation effect of the measured input forces from the test data using orthogonal decomposition technique and identifies the stochastic system with an optimal subspace method based on Canonical Correlation Analysis. To evaluate the proposed method, the seismic data from the Pacoima dam and forced vibration test results of the Alamosa Canyon Bridge have been used. Non-structural and noisy poles removal, and increased accuracy of the derived modal properties, specially damping ratios, can be mentioned as the important results of the study. At Pacoima dam, the SSI-Data method identifies four non-structural modes, while the proposed method derived the first two modes just like the previous results without any noise. In addition, the damping ratios of the Alamosa Bridge are derived according to the Hammer test, which were not obtained in the previous investigations. At Pacoima Dam the related damping ratios have significant association with force vibration tests.

### 1- مقدمه

اندازه‌گیری است [1]. از آنجائیکه یکی از دلایل اصلی ایجاد خطا در آنالیز مودال عملیاتی<sup>1</sup> عدم اعمال ورودی‌ها در فرآیند شناسایی سیستم است، در

در آزمایش‌های ارتعاش اجباری بر خلاف آزمایش‌های ارتعاش محیطی تحریک غالب که معمولاً توسط لرزاننده‌های مصنوعی انجام می‌شود، قابل

1- Operational Modal Analysis

Please cite this article using:

R. Tarinejad, M. Pourgholi, S. Yaghmaei-Sabegh, Signal Processing of Dynamic Tests Results using Subspace Identification based on Orthogonal Decomposition Technique (SI-ORT), *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 104-116, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

اما دیدگاه دیگر تئوری تحقق که بر پایه تحلیل های آماری چند متغیره مانند تحلیل همبستگی استاندارد و تحلیل مؤلفه های اصلی پایه گذاری شده و به تحقق فیوره معروف است، کمتر در آنالیز مودال شناخته شده است [17]. قابلیت ترکیب مباحث همبستگی استاندارد با روش های بهینه سازی بستری مناسب برای ساخت مدل های با نویز کمتر را فراهم کرده است به طوریکه در اواسط دهه 1990 کاتایاما و پی سی با استفاده از مفاهیم معرفی شده توسط دسائی [19,18] و روش ضرایب لاگرانژ بردارهای بهینه جدیدی را برای فضای داده ها استخراج کرده اند [21,20]. این محققان با استفاده از این بردارهای بهینه روش زیرفضای متعادل<sup>8</sup> نوینی را ارائه کرده اند که به واسطه بهینه بودن این روش در مقایسه با تکنیک های قبلی از دقت و سرعت بیشتری در پردازش داده ها برخوردار است [22-24].

در روش های زیرفضا یکی از راهکارهای معمول برای کاهش مشخصات غیر سازه ای و در نتیجه افزایش دقت نتایج، ترکیب تکنیک های مختلف پردازش سیگنال با این روش ها است. از جمله این روش ها می توان به زیرفضای مرجع محور<sup>9</sup> بارت پیترز و دی روک [25] در سال 1999 و زیرفضا بر مبنای تجزیه مودال تجربی<sup>10</sup> که توسط یو و رن [26] در سال 2007 ارائه شده، اشاره کرد. یکی دیگر از این تکنیک ها توسط کایاما و پی سی تحت عنوان تحقق تصادفی در حضور نیروهای ورودی<sup>11</sup> در سال 1999 ارائه شده است. در این روش با استفاده از تکنیک تجزیه متعامد<sup>12</sup> و تئوری تحقق متعادل، شرایطی فراهم شده است که در آن نتایج آزمایش های ارتعاش اجباری و یا آزمایش های محیطی که ورودی غالب آن قابل اندازه گیری است را بتوان به مؤلفه های مستقل قطعی و تصادفی تجزیه کرد [28,27]. از مزایای این روش می توان به قابلیت ترکیب دیدگاه های مختلف زیر فضای قطعی و تصادفی به صورت مستقل از هم اشاره کرد.

با توجه به قابلیت تجزیه متعامد در فیلتر کردن اثر ورودی ها از نتایج آزمایش های ارتعاش اجباری و همچنین آزمایش های محیطی با ورودی های قابل اندازه گیری، آنالیز مودال ویژه ای با استفاده از این روش ارائه خواهد شد. به منظور بررسی دقت و قدرت روش پیشنهادی در تحلیل داده های محیطی، مشخصات دینامیکی سد پاکویما<sup>13</sup> با استفاده از رکورد های ثبت شده در زلزله 2001 سن فرناندو<sup>14</sup> استخراج و با نتایج تحقیقات قبلی مقایسه خواهد شد. در ادامه برای بررسی قابلیت روش ارائه شده در آزمایش های ارتعاش اجباری، داده های آزمایش دینامیکی پل دره آلاموسا<sup>15</sup> که با لرزاننده تصادفی<sup>16</sup> 30 انجام شده، مجدداً پردازش خواهند شد. سپس مشخصات شناسایی شده با نتایج پیشین و همچنین پارامترهای مودال حاصل از آزمایش ارتعاش ضربه - ای<sup>17</sup> و آنالیز اجزاء محدود مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

## 2- سیستم های تصادفی در فضای حالت [29-31]

رفتار دینامیکی سیستم مرتعش توسط نیروهای دینامیکی را می توان به وسیله معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم رابطه (1) بیان کرد.

$$M\ddot{U}(t) + C_2\dot{U}(t) + KU(t) = F(t) \quad (1)$$

که در آن  $M$ ،  $K$ ،  $C_2$  به ترتیب ماتریس های جرم، سختی و میرایی می باشند.

نتیجه می توان با اعمال آن ها در مدل دینامیکی سیستم، علاوه بر افزایش دقت بیشتر مشخصات دینامیکی استخراج شده، پاسخ های نویزی یا غیر واقعی سیستم را نیز کاهش داد. مشابه همین استدلال را می توان در مورد ارتعاشات لرزه ای سازه های بزرگ و پر کاربرد همچون سدها و پل ها نیز بکار برد. شاید در نظر نگرفتن تحریک های ضعیف مانند ترافیک و باد و... تأثیر زیادی در کاهش دقت مشخصات دینامیکی شناسایی شده نداشته باشد، اما عدم اعمال نیروهای قوی مانند زمین لرزه در فرآیند شناسایی می تواند منجر به خطاهای بزرگ در مشخصات دینامیکی استخراج شده شود [2]. به همین جهت در این نوشتار با استفاده از روش های زیرفضا که از قدرتمندترین روش های شناسایی سیستم بوده و همچنین قابلیت اعمال نیروهای ورودی را در مدل دینامیکی سازه دارد، آنالیز مودال ویژه ای برای آزمایش های دینامیکی با قابلیت اندازه گیری داده های ورودی، ارائه خواهد شد.

شناسایی سیستم ها در حضور نیروهای ورودی برای نخستین بار تحت عنوان تئوری تحقق توسط گیلبرت و کالمن مطرح شده است [3,4]. کالمن در سال 1969 با استفاده از سری های پاسخ ضربه<sup>1</sup>، مسئله تحقق قطعی<sup>2</sup> را برای مدل تعریف شده در فضای حالت گسسته حل کرده که به روش هو- کالمن معروف است [5]. شکل کاربردی و عملی این تئوری توسط زیگر و مک ایون با استفاده از تجزیه مقادیر تکین<sup>3</sup> توسعه داده شده است [6]. با استفاده از مبانی تحقق قطعی، اولین تئوری زیرفضای توسط دوپلد و ورهگن تحت عنوان فضای حالت خطای خروجی ها<sup>4</sup> با استفاده از مباحث هندسی ارائه شده است [8,7]. نهایتاً وان اورشی و دی مور اولین روش شناسایی سیستم زیرفضای قطعی را تحت عنوان الگوریتم زیرفضای تصادفی عددی<sup>5</sup> معرفی کرده اند [9].

همان طور که پیشتر هم اشاره شد، در بین تحقیقات انجام گرفته برای شناسایی سیستم سازه ها، استفاده از روش های زیرفضای قطعی چندان مرسوم نبوده است. از جمله موارد معدود می توان به تحقیق تازی و همکاران در سال 2007 اشاره کرد. این محققان با استفاده از روش زیرفضای قطعی کلاسیک مشخصات دینامیکی پل های تحت سرویس را محاسبه کرده اند. در این پژوهش روشی ابتکاری برای اعمال ورودی ها از طریق حرکت وسایل نقلیه ارائه شده است. نتایج این تحقیق با توجه به قدمت بالای پل های مورد نظر انطباق خوبی با نتایج قبلی نداشته است [10].

برخلاف تحقق قطعی، استفاده از تحقق تصادفی<sup>6</sup> در شناسایی سیستم بسیار مرسوم است. تحقق تصادفی دارای دو دیدگاه پایه ای است که توسط فیوره [11] و آکایک [12] ارائه شده است. دیدگاه آکایک، بر اساس تعریف کواریانس بوده که در آنالیز مودال بسیار شناخته شده است. این دیدگاه توسط محققینی چون دی مور و مومنن با استفاده از روش های آنالیز خطی پیشرفته همچون تجزیه های مقادیر تکین و QR تحت عنوان روش های زیرفضای تصادفی توسعه یافته [14,13] و الگوریتم کاربردی آن برای شناسایی سیستم در سال 1996 توسط دی مور و ون اوشی ارائه شده که به زیرفضای تصادفی بر پایه داده<sup>7</sup> معروف است [15]؛ این روش برای اولین بار در سال 2000 توسط پیترز در دانشگاه لی یو ون بلژیک برای شناسایی مشخصات دینامیکی سازه ها و همچنین آسیب شناسی استفاده شده است [16].

8- Balanced Realization Theory

9- Reference based SSI

10- Empirical Mode Decomposition (EMD)

11- Stochastic Realization with Exogenous Inputs

12- Orthogonal Decomposition (ORT)

13- Pacoima Dam

14- San Fernando

15- Alamosa Canyon Bridge

16- Random Shaker

17- Hammer Test

1- Impulse Response Series

2- Deterministic Realization

3- Singular Value Decomposition (SVD)

4- Multivariable Output Error State Space (MOESP)

5- Numerical Algorithm for Subspace State Space System Identification (N4SID)

6- Stochastic Realization

7- Stochastic Subspace Identification based on Data (SSI-Data)

زیرفضاهای گذشته و آینده ورودی‌ها مستقل از خروجی‌های گذشته بوده و فضای گذشته خروجی‌ها مستقل از آینده ورودی‌ها است [34, 35].

$$\hat{E}\{U_F | Y_P \cup U_F\} = \hat{E}\{U_F | U_P\} \quad (10)$$

$$\hat{E}\{Y_P | U\} = \hat{E}\{Y_P | U_P\} \quad (11)$$

بر اساس مبانی پایه‌ای تحقق تصادفی، خروجی‌ها معادل پاسخ‌های سیستم در نظر گرفته می‌شوند. حال اگر بردار  $y_k$  در رابطه (3) را برای  $k=0,1,2,\dots$  بسط دهیم، به راحتی مشخص می‌شود که این بردار متعلق به فضای گذشته ( $Y_P$ ) است، در نتیجه با استفاده از رابطه (11) ثابت می‌شود که مؤلفه قطعی معادل تصویر عمودی فضای خروجی‌های گذشته بر فضای ورودی‌های گذشته است (رابطه (12)).

$$y_d = \hat{E}\{y_k | U\} = \hat{E}\{y_k \in Y_P | U_P\} = \hat{E}\{Y_P | U_P\} \quad (12)$$

با توجه به شکل 1 و رابطه (10)،  $\hat{E}\{U_F | U_P\}$  بر مؤلفه قطعی سیستم ( $y_d$ ) منطبق است. در نتیجه مؤلفه تصادفی بر بردار خطای تخمین ورودی‌ها ( $\tilde{U}_P$ ) و در نهایت بر فضای داده‌های ورودی عمود است (رابطه (13)).

$$y_s \perp (\tilde{U}_P \subset U) \Rightarrow y_s \perp U \quad (13)$$

در نتیجه رابطه فوق می‌توان نتیجه‌گیری کرد که در حضور ورودی‌ها، داده‌های خروجی و در نتیجه بردار حالت سیستم دینامیکی مطابق رابطه (14) به دو مؤلفه ناهمبسته قطعی و تصادفی تجزیه می‌شود [27, 36].

$$\begin{bmatrix} x_{k+1}^d \\ x_{k+1}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ 0 & A_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^d \\ x_k^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_k \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$y_k = [C_d \quad C_s] \begin{bmatrix} x_k^d \\ x_k^s \end{bmatrix} + Du_k + \vartheta_k$$

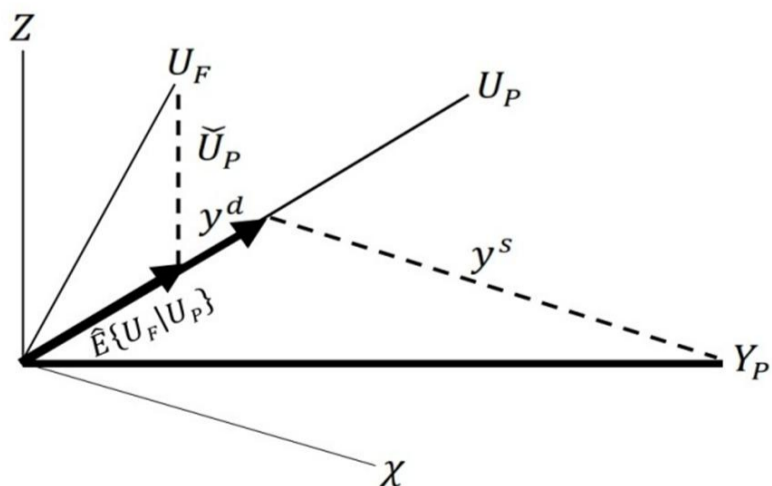
که در رابطه فوق  $A_d$  و  $A_s$  ماتریس‌های حالت قطعی و تصادفی،  $x_k^d$  و  $x_k^s$  بردارهای حالت قطعی و تصادفی،  $C_d$  و  $C_s$  ماتریس‌های ضرایب تأثیر خروجی قطعی و تصادفی می‌باشند.

در عمل برای تجزیه متعامد داده‌ها از ترانهاده تجزیه QR ماتریس‌های هانکل ورودی و خروجی مطابق رابطه (15) استفاده می‌شود که به تجزیه LQ معروف است [37].

$$\begin{bmatrix} U \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_F \\ U_P \\ Y_P \\ Y_F \end{bmatrix} = ([Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4] [R])^T$$

$$= [R^T \quad 0] \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \\ Q_4^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \\ Q_4^T \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن  $R$  ماتریس بالامثلثی،  $Q_1, Q_2 \in \mathbb{R}^{N \times im}$  و  $Q_3, Q_4 \in \mathbb{R}^{N \times ip}$  ماتریس‌های متعامد یکه،  $L_{33}, L_{44} \in \mathbb{R}^{ip \times ip}$  و  $L_{11}, L_{22} \in \mathbb{R}^{im \times im}$  ماتریس‌های پایین مثلثی هستند.



شکل 1 نمایش هندسی شرایط عدم بازخورد داده‌ها

طبق رابطه (2) با انتخاب بردارهای جابجایی و سرعت به عنوان بردار حالت می‌توان سیستم مورد نظر را به صورت سیستم تصادفی تحریک‌شده با نویز سفید در فضای حالت به صورت زمان‌گسسته مدل کرد (رابطه (3)).

$$x_k = \begin{bmatrix} U(t) \\ \dot{U}(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \omega_k$$

$$y_k = Cx_k + Du_k + \vartheta_k \quad (3)$$

که در آن  $t = k\Delta t$  بازه زمانی اندازه‌گیری داده‌ها،  $x \in \mathbb{R}^n$  بردار حالت تصادفی،  $u \in \mathbb{R}^m$  بردار ورودی‌ها،  $y \in \mathbb{R}^p$  بردار داده‌های اندازه‌گیری‌شده،  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ماتریس حالت،  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  ماتریس ضرایب تأثیر سیستم کنترل،  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  ماتریس ضرایب تأثیر خروجی و  $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$  ماتریس ضرایب تأثیر کنترل خروجی،  $\omega \in \mathbb{R}^n$  بردار نویز محیطی و  $\vartheta \in \mathbb{R}^p$  بردار نویز اندازه‌گیری می‌باشند. لازم به ذکر است که ماتریس کواریانس نویزهای محیطی و اندازه‌گیری به صورت رابطه (4) تعریف می‌شود.

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \omega_k \\ \vartheta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_q^T & \vartheta_q^T \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \delta_{kq} \quad (4)$$

در این رابطه  $\{ \dots \}$  امید ریاضی و  $\delta_{kq}$  تابع دلتای کرونکر است.

### 3- تحقق تصادفی در حضور نیروهای ورودی

منظور از تحقق یا شناسایی سیستم در فضای حالت، تشکیل معادلات سیستم از روی داده‌های اندازه‌گیری‌شده است. در روش‌های زیرفضا برای این منظور از فیلتراسیون که تعبیر فیزیکی آن تصویر کردن مجهولات بر روی معلومات به منظور تخمین با حداقل خطا است، استفاده می‌شود. حال اگر رابطه (5) داده‌های خروجی و ورودی حاصل از آزمایش‌های ارتعاشی باشد، ماتریس هانکل این داده‌ها مطابق روابط (6) و (7) به عنوان تخمینی از فضای پاسخ‌های سیستم در نظر گرفته می‌شوند [32].

$$\{y(t) \in \mathbb{R}^m, u(t) \in \mathbb{R}^p, t = 0, 1, \dots, N + 2k - 2\} \quad (5)$$

$$Y = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \dots & y(N-1) \\ y(1) & y(2) & \dots & y(N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(k-1) & y(k) & \dots & y(k+N-2) \\ y(k) & y(k+1) & \dots & y(k+N-1) \\ y(k+1) & y(k+2) & \dots & y(k+N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(2k-1) & y(2k) & \dots & y(N+2k-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_P \\ Y_F \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$U = \begin{bmatrix} U_P \\ U_F \end{bmatrix} \quad (7)$$

در روابط فوق  $U$  و  $Y$  ماتریس هانکل ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم،  $U_P$  و  $Y_P$  زیرفضاهای گذشته،  $U_F$  و  $Y_F$  زیرفضاهای آینده نامیده می‌شوند.

پاسخ سیستم طبق رابطه (3) ناشی از نیروهای ورودی و نویزها است. اما از آنجاییکه تنها ورودی‌ها قابلیت اندازه‌گیری دارند، مسئله فیلتراسیون مطابق رابطه (8) معادل تصویر عمودی داده‌های خروجی بر روی فضای داده‌های ورودی تعریف می‌شود [33].

$$y_d = \hat{E}\{y_k | U\} \quad (8)$$

در رابطه فوق  $\{ \dots \}$  تصویر عمودی و  $y_d$  پاسخ قطعی سیستم است. در نتیجه رابطه (8)، خطای تخمین مؤلفه قطعی به عنوان تحریک ناشی از نویزها یا مؤلفه تصادفی سیستم ( $y_s$ ) در نظر گرفته می‌شود (رابطه (9)).

$$y_s = y_k - y_d = y_k - \hat{E}\{y_k | U\} \quad (9)$$

پاسخ قطعی سیستم تحت شرایط گرانگر که در شکل 1 نشان داده شده، محاسبه می‌شود. بر اساس این شرایط به ترتیب طبق روابط (10) و (11)،

### 1-3- زیرفضای قطعی برپایه تجزیه متعامد

با توجه به بازگشتی بودن رابطه (14) می‌توان مؤلفه قطعی را از لحظه دلخواه  $t$  تا لحظه  $k$  به فرم ماتریسی رابطه (16) بازنویسی کرد [39, 38].

$$\begin{bmatrix} y_t^d \\ y_{t+1}^d \\ \vdots \\ y_{t+k-1}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_d \\ C_d A_d \\ \vdots \\ C_d A_d^{k-1} \end{bmatrix} x_t^d + \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & 0 \\ C_d B & D & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ C_d B^{k-2} & \dots & C_d B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t \\ u_{t+1} \\ \vdots \\ u_{t+k-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن  $O_k^d$  ماتریس رویت‌پذیری،  $\Psi_k^d$  ماتریس سیستم و  $\bar{y}_k^d$  معادله سیستم نامیده می‌شود. با تکرار رابطه (16) برای کل مرتبه سیستم ( $N$ )، معادله حالت قطعی در آزمایش‌های دینامیکی به رابطه (17) تبدیل می‌شود.

$$Y_F^d = O_k^d [x_k^d \quad x_{k+1}^d \quad \dots \quad x_{k+N-1}^d] + \Psi_k^d U_F = O_k^d X_k^d + \Psi_k^d U_F \quad (17)$$

حال اگر مطابق رابطه (18) داده‌های خروجی آینده را با استفاده از رابطه (15) تجزیه کنیم، با توجه به شرایط گرانگر و رابطه (19)، مؤلفه قطعی سیستم از داده‌های آزمایش طبق رابطه (20) استخراج می‌شود

$$Y_F = L_{41} Q_1^T + L_{42} Q_2^T + L_{43} Q_3^T + L_{44} Q_4^T \quad (18)$$

$$U_F = L_{11} Q_1^T, \quad Q_1^T \perp Q_2^T \Rightarrow U_F \perp L_{42} Q_2^T \quad (19)$$

$$Y_F^d = L_{41} Q_1^T + L_{42} Q_2^T = L_{42} Q_2^T + L_{41} L_{11}^{-1} U_F \quad (20)$$

با مقایسه روابط (17) و (20) و همچنین شرط تعامد داده‌های ورودی آینده نسبت به  $Q_2$  طبق رابطه (19)، به راحتی اثبات می‌شود که  $L_{42}$  حاوی ماتریس رویت‌پذیری سیستم قطعی است. برای استخراج ماتریس رویت‌پذیری از تجزیه مقادیر تکین استفاده می‌شود (رابطه (21)).

$$L_{42} = O_k^d X_k Q_2 = (U \Sigma^{1/2}) (\Sigma^{1/2} V^T) \quad (21)$$

در رابطه فوق  $V \in \mathbb{R}^{n^d \times n^d}$  ماتریس‌های متعامد و  $U \in \mathbb{R}^{n^d \times n^d}$  ماتریس قطری مقادیر تکین غیر صفر است.

پس از محاسبه ماتریس مشاهده‌پذیری، ماتریس حالت قطعی ( $A_d$ ) با حذف یک سطر از بالا ( $\bar{O}_k^d$ ) و یک سطر از پایین ( $O_{k-1}^d$ ) ماتریس رویت‌پذیری مطابق رابطه (22) به روش حداقل مربعات محاسبه می‌شود [8,7].

$$A_d \begin{bmatrix} C_d \\ C_d A_d \\ \vdots \\ C_d A_d^{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_d A_d \\ C_d A_d^2 \\ \vdots \\ C_d A_d^{k-1} \end{bmatrix} \Rightarrow A_d = (O_{k-1}^d)^+ \bar{O}_k^d \quad (22)$$

در رابطه فوق  $(\dots)^+$  نماد حداقل مربعات است.

ماتریس ضرایب تأثیر خروجی ( $C_d$ ) نیز با توجه به تعریف ماتریس رویت‌پذیری در رابطه (16) از سطر اول آن، به دست می‌آید (رابطه (23)).

$$C_d = O_k^d (1:p, 1:n^d) \quad (23)$$

### 2-3- زیرفضای تصادفی برپایه تجزیه متعامد

زیرفضای تصادفی برپایه تجزیه متعامد بر مبنای تحلیل همبستگی کانونی بنا شده که مبنای پایه‌ای آن پیشتر به صورت مفصل ارائه شده است [41,40]. به همین جهت در این نوشتار نحوه استخراج داده‌های تصادفی و کاربرد این روش در زیرفضای برپایه تجزیه متعامد ارائه می‌شود [42,24].

به‌عنوان اولین گام مشخصات فضای تصادفی استخراج می‌گردد. زیرفضای آینده با توجه به تعریف مؤلفه تصادفی در رابطه (9) و با استفاده از روابط (18) و (20) از (24) استخراج می‌گردد. زیرفضای تصادفی گذشته نیز با استدلالی مشابه، از تجزیه LQ ماتریس‌های هانکل ورودی و خروجی طبق

رابطه (25) به دست می‌آید. در نهایت کواریانس داده‌های فوق نیز از رابطه (26) محاسبه می‌شود.

$$Y_F^S = Y_F - Y_F^d = L_{43} Q_3^T + L_{44} Q_4^T \quad (24)$$

$$Y_P^S = Y_S - Y_S^d = (L_{31} Q_1^T + L_{32} Q_2^T + L_{33} Q_3^T) - (L_{31} Q_1^T + L_{32} Q_2^T) = L_{33} Q_3^T \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} T_- & H^T \\ H & T_+ \end{bmatrix} = E \left\{ \begin{bmatrix} Y_P^S \\ Y_F^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (Y_P^S)^T & (Y_F^S)^T \end{bmatrix} \right\} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} Y_P^S (Y_P^S)^T & Y_P^S (Y_F^S)^T \\ Y_F^S (Y_P^S)^T & Y_F^S (Y_F^S)^T \end{bmatrix} \quad (26)$$

همان‌طور که در بخش قبل مشاهده شد، با محاسبه ماتریس رویت‌پذیری می‌توان به ماتریس‌های مشخصات سیستم ( $A$  و  $C$ ) دست یافت. در روش‌های پیشین زیرفضا همچون زیرفضای تصادفی برپایه داده و زیرفضا برپایه کواریانس با استفاده از پاسخ ضربه اثبات می‌شود که ماتریس کواریانس گذشته و آینده ( $H$ ) قابل تجزیه به ماتریس‌های رویت‌پذیری و کنترل‌پذیری ( $C_k^S$ ) طبق رابطه (27) است. اما با استفاده از تحلیل همبستگی کانونی اثبات می‌شود که با تشکیل ماتریس هانکل نرمالیزه با استفاده از تجزیه چولسکی ماتریس‌های واریانس گذشته ( $T_-$ ) و آینده ( $T_+$ )، فرآیند شناسایی در فضای بهینه با دقت بیشتر و نویز کمتر انجام می‌شود (رابطه (28)).

$$H = O_k^S C_k^S \quad (27)$$

$$H_N = L^{-1} H M^{-T} = U \Sigma V^T \quad (28)$$

در این رابطه  $T_- = M M^T$  و  $T_+ = L L^T$  به ترتیب تجزیه چولسکی ماتریس‌های کواریانس آینده و گذشته،  $U \in \mathbb{R}^{n^s \times n^s}$  و  $V \in \mathbb{R}^{n^s \times n^s}$  ماتریس‌های متعامد ( $U U^T = I_{n^s}$ )، ( $V V^T = I_{n^s}$ ) و  $\Sigma \in \mathbb{R}^{n^s \times n^s}$  ماتریس قطری مقادیر ویژه ماکزیمم یا همان مقادیر حداکثر همبستگی است.

در نهایت با بازنویسی ماتریس هانکل بر حسب تجزیه مقادیر تکین رابطه (28) ماتریس رویت‌پذیری در حالت بهینه محاسبه می‌شود (رابطه (29)).

$$H = O_k^S C_k^S = (L U \Sigma^{1/2}) (\Sigma^{1/2} M^T V^T) \quad (29)$$

با محاسبه ماتریس رویت‌پذیری تصادفی می‌توان مشابه حالت قطعی، ماتریس  $A_S$  را با حذف یک سطر از بالا و یک سطر از پایین ماتریس رویت‌پذیری و  $C_S$  را از سطر اول ماتریس رویت‌پذیری محاسبه کرد. برای تبیین نحوه کاربرد الگوریتم پیشنهادی، در شکل 2 فلوجارت روش ارائه شده است.

### 4- آنالیز مودال [44,43,25]

آنالیز مودال با تجزیه مقادیر ویژه ماتریس  $A$  که برای کل سیستم از ترکیب مؤلفه‌های قطعی و تصادفی با استفاده از رابطه (16) تشکیل شده، آغاز می‌شود (رابطه (30)).

$$A = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ 0 & A_S \end{bmatrix} = \Psi [\mu_i] \Psi^{-1} \quad (30)$$

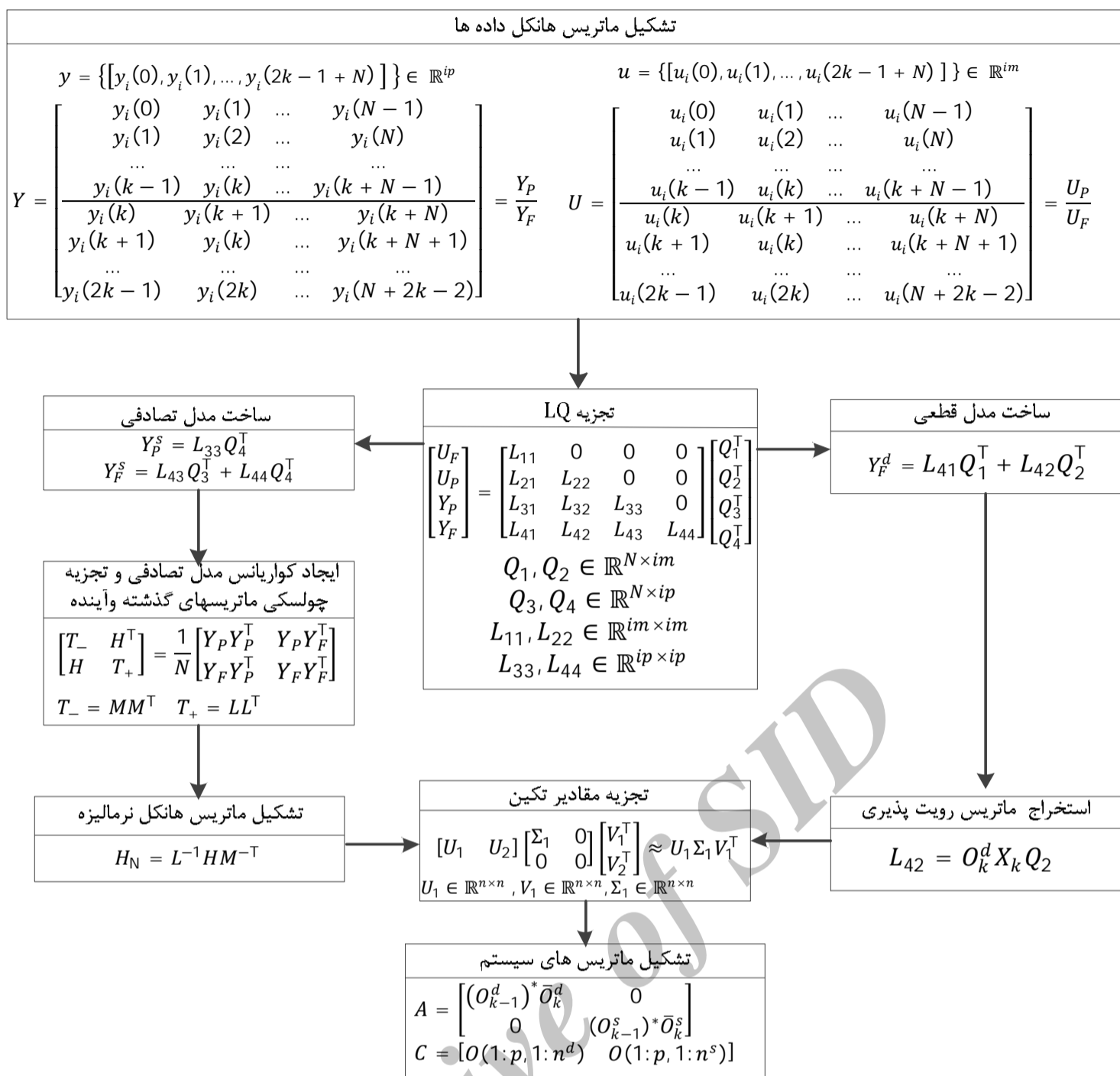
قطب‌های پیوسته سیستم ( $\lambda_i^c$ ) حاوی مقادیر فرکانسی است که از رابطه (31) استخراج می‌شود.

$$\lambda_i^c = \frac{\ln(\mu_i)}{\Delta t} \quad (31)$$

با استفاده از مجموعه روابط (32) مقادیر فرکانسی ( $\omega_i$ ) و ضرایب میرایی ( $\xi_i$ ) از قطب‌های پیوسته سیستم استخراج می‌شود.

$$\lambda_i^c, \lambda_i^{c*} = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (32)$$

حالت‌های استخراج شده برای سیستم ( $x_k$ ) لزوماً مفهوم فیزیکی ندارند. اما با استفاده از بردارهای ویژه ماتریس حالت که به اشکال مودی نیز معروف است، می‌توان این حالت‌ها را با دنیای واقعی ارتباط داد. شکل‌های مودی در محل نصب سنسورها از حاصل ضرب ماتریس حالت خروجی‌ها ( $C$ ) و ماتریس



شکل 2 الگوریتم روش زیرفضا برپایه تجزیه متعامد

پس از محاسبه مرتبه سیستم برای تشخیص مرتبه‌های نویزی و غیر سازه‌ای از نمودار پایداری<sup>2</sup> استفاده خواهد شد. در این نمودار اساس کار بر این اصل استوار است که قطب‌های واقعی با توجه به اینکه از مشخصات ذاتی سیستم هستند؛ در هر مرتبه با حداقل اختلاف از مرتبه قبلی، رویت می‌شوند. میزان این اختلاف به صورت درصد بیان می‌شود که به عنوان یک شرط قوی آن‌را برای مقادیر فرکانسی، درصد میرایی 1% در نظر می‌گیرند. اگر  $n$  مرتبه سیستم باشد، شرایط فوق به زبان ریاضی به شکل رابطه (36) بیان می‌شوند [46].

$$\frac{f_i^n - f_i^{n-1}}{f_i^{n-1}} < 0.01 \quad , \quad \frac{\xi_i^n - \xi_i^{n-1}}{\xi_i^{n-1}} < 0.05 \quad (36)$$

اگرچه نمودار پایداری قادر به تشخیص قطب‌های واقعی سیستم است اما قدرت یا میزان انرژی قطب‌های مربوطه را تشخیص نمی‌دهد. به عبارت دیگر از تشخیص موده‌های غالب سازه‌ای عاجز است. یکی از معیارهای قدرتمند برای بررسی میزان تأثیر موده‌های ارتعاشی در رفتار دینامیکی کل سیستم استفاده از نرم ماتریس تبدیل مودی ( $H_2$ ) است که در ادامه نحوه استخراج و استفاده آن ارائه خواهد شد. در نتیجه تجزیه مودال، می‌توان معادلات حالت دینامیکی در هر مود ارتعاشی به شکل رابطه (37) تشکیل داد [47].

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= \mu_i x_k + b_i u_k \\ y_k &= c_i x_k \end{aligned} \quad (37)$$

در این رابطه  $b_i$  سطر  $i$ ام ماتریس ورودی ( $B$ ) و  $c_i$  ستون  $i$ ام ماتریس خروجی

بردارهای ویژه ( $\Psi \in \mathbb{C}^{l \times n}$ ) مطابق رابطه (33) بدست می‌آید.

$$\Phi = C \Psi \quad (33)$$

برای بررسی همبستگی شکل‌های مودی در روش‌های مختلف از معیار تضمین مودی که در رابطه (34) تعریف شده استفاده می‌شود.

$$MAC = \frac{|\Psi^T \Phi|^2}{|(\Psi^T \Psi)(\Phi^T \Phi)|} \quad (34)$$

### 5- تخمین مرتبه سیستم

در روش‌های شناسایی زیرفضا، دقت مدل دینامیکی شناسایی شده وابسته به تخمین صحیح مرتبه سیستم است؛ که آن هم بستگی بسیار زیادی به انتخاب مناسب ابعاد ماتریس هانکل داده‌ها ( $k$ ) دارد. تجربیات عملی نشان داده است که  $k$  در حدود دو تا سه برابر مرتبه واقعی همگرا می‌شود. در این پژوهش برای اطمینان از رویت تمام موده‌های ارتعاشی در آنالیز مودال و همچنین تخمین مرتبه سیستم، مطابق رابطه (35) از معیار واریانس تخمین سیستم<sup>1</sup> استفاده خواهد شد [45].

$$VAF = \max \left( 0, \left( 1 - \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|y_k - \hat{y}_k\|_2^2}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|y_k\|_2^2} \right) \cdot 100\% \right) \quad (35)$$

در رابطه فوق  $y_n$  و  $\hat{y}_n$  به ترتیب داده‌های اندازه‌گیری شده و مقادیر تخمینی است. هرچه مقدار این معیار به عدد 100 نزدیک‌تر باشد، خطای پیش‌بینی مدل کمتر در نتیجه مدل دقیق‌تری حاصل می‌شود.

2- Stability diagram

1- Variance Accounted For (VAF)



آزمایش، مخزن سد خالی بوده و گزارشی از میزان میرایی نشده است [49]. آزمایش ارتعاش اجباری دیگری نیز بر روی این سد در سال 1980 توسط هال و همکاران انجام گرفته است. در طول آزمایش ارتفاع آب 23 متر زیر تاج سد بوده است. در این آزمایش برای تخمین ضرایب میرایی از روش نیم‌توان استفاده شده است. لازم به ذکر است کیفیت داده‌ها در تعیین میرایی‌ها و مشخصات سازه‌ای مناسب نبوده است [50].

در بین زمین لرزه‌های ثبت شده در سد پاکویما، شدت نسبتاً پایین زلزله 2001 سن فرناندو باعث شد تا مطالعات گسترده‌ای برای بررسی رفتار این سد در حین زمین لرزه توسط آلوز انجام شود. در اولین مرحله از این تحقیقات مشخصات مودال سد با استفاده از داده‌های لرزه‌ای به روش حداقل مربعات غیرخطی شناسایی شده است. لازم به یادآوری است که اساس کار این روش، حداقل کردن خطای پیش‌بینی بین کانال‌های 1 تا 8 بعنوان خروجی و کانال‌های 9 تا 17 بعنوان ورودی‌ها بوده است. سپس در مرحله بعدی، به منظور صحت‌سنجی پارامترهای مودال استخراج‌شده و بررسی عملکرد سد پس از زمین‌لرزه و همچنین ساخت مدل المان محدود کالیبره شده، آزمایش ارتعاش اجباری دیگری نیز بر روی سد در سال 2002 انجام گرفته است [51,48].

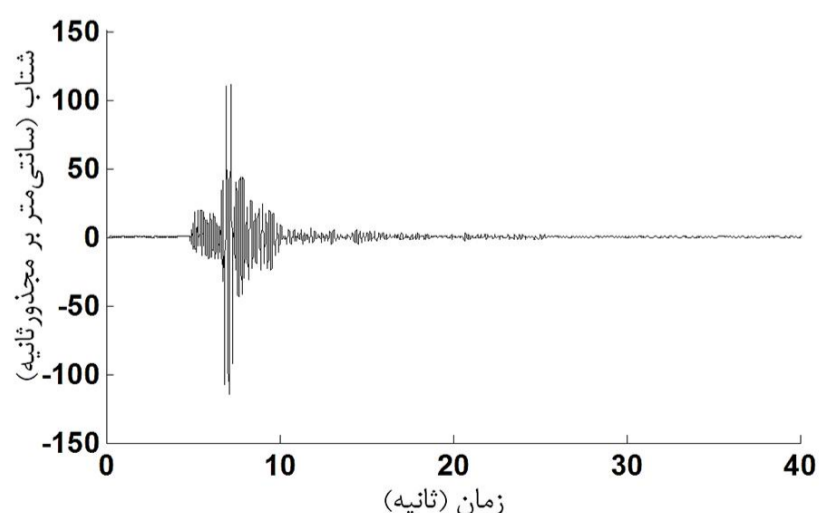
در این پژوهش به منظور بررسی قدرت روش پیشنهادی، شناسایی سیستم در دو حالت کلی انجام خواهد گرفت:

1- بدون در نظر گرفتن ورودی‌ها مشابه حالت ارتعاش محیطی با استفاده از روش زیرفضای تصادفی برپایه داده و زیرفضای تصادفی برپایه تحلیل همبستگی استاندارد

2- با اعمال ورودی‌ها مشابه حالت ارتعاش اجباری با استفاده از روش زیرفضا برپایه تجزیه متعامد با توجه به توصیه‌های آلوز

شتاب‌نگارهای تراز تاج سد و 80 درصد ارتفاع سد (کانال‌های 1 تا 8) بعنوان خروجی‌ها و رکورد کانال‌های 9 تا 17 بعنوان ورودی‌ها در نظر گرفته خواهند شد. در شکل 5 بعنوان نمونه رکورد کانال 2 واقع در تراز تاج سد بعنوان خروجی و در شکل 6 رکورد کانال 9 که در فونداسیون سد نصب شده بعنوان ورودی، نشان داده شده‌اند.

لازم به ذکر است که نمونه برداری در این داده‌ها در هر 0/005 ثانیه به مدت 41 ثانیه انجام گرفته است. برای شناسایی سیستم سد در حالت ارتعاش محیطی (بدون اعمال ورودی‌ها) از کل طول رکوردها استفاده شده اما در حالت دوم برای ایجاد شرایط ارتعاش اجباری با توجه به انجام چندین تحلیل، از 33 ثانیه انتهایی رکوردها استفاده شده است. بعنوان گام نخست، معیار واریانس تخمین هر سه روش برای تخمین مرتبه سیستم و انتخاب بعد مناسب ماتریس هانکل، مورد بررسی قرار گرفت؛ که پس از انجام چندین تحلیل با



شکل 5 رکورد کانال 2 واقع در تراز تاج سد در زلزله 2001 سن فرناندو

(C) است. با توجه به رابطه (37)، ماتریس تبدیل مودی و نرم آن به ترتیب طبق روابط (38) و (39) تعریف می‌شود.

$$G(z) = \frac{c_i b_i}{z - \mu_i} \quad (38)$$

$$H_2 = \left( \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{tr} \left( G_i^*(e^{j\theta}) G_i(e^{j\theta}) \right) d\theta \right)^{\frac{1}{2}} \quad (39)$$

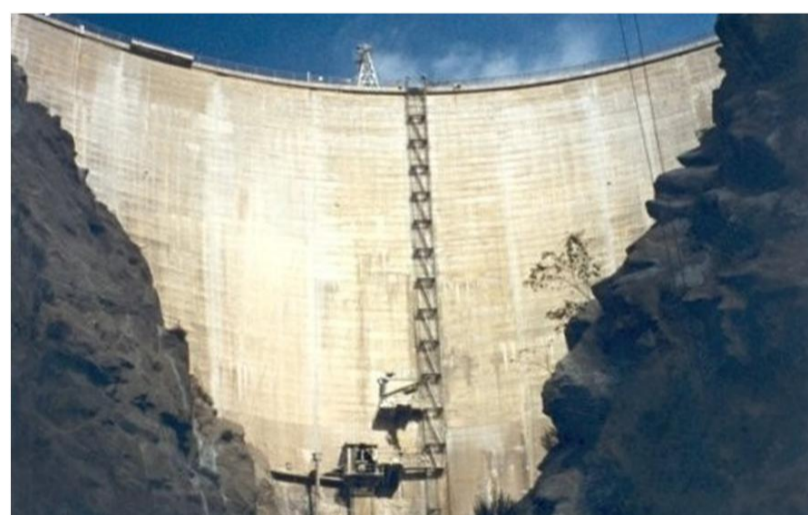
براساس معیار سیگنال به نویز<sup>1</sup> به عنوان یک شرط قوی، اگر  $H_2$  بیشتر از 9/45 دسی بل باشد، انرژی مود مورد نظر در تحریک سیستم بیش از 90% است [10] بنابراین پس از انجام فرآیند شناسایی و رسم نمودار پایداری می‌توان با استفاده از معیار معرفی شده میزان تأثیر مودهای ارتعاشی را در رفتار دینامیکی سیستم استخراج کرد.

### 6- سد پاکویما [48]

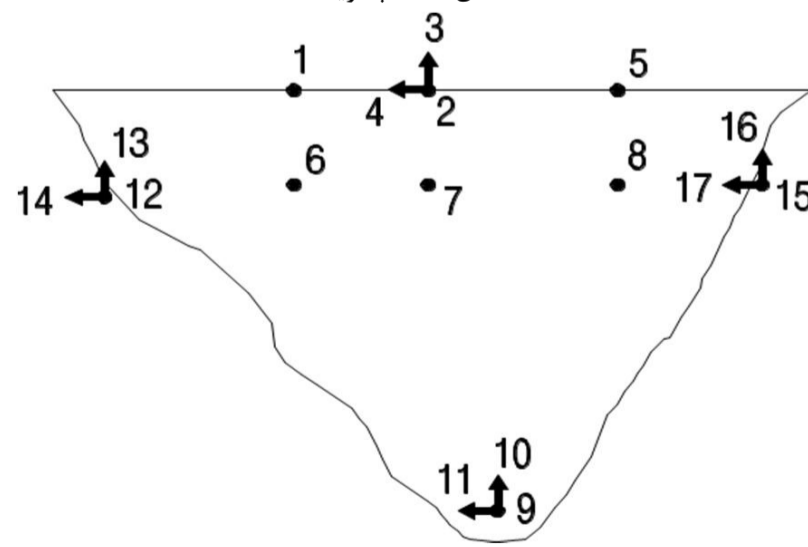
سد پاکویما که ساخت آن در سال 1982 به اتمام رسیده است، یک سد بتنی قوسی به ارتفاع 113 متر و طول تاج 180 متر است که در کوه‌های سن گابریل در 5 مایلی شمال سن فرناندو در نزدیکی لس‌آنجلس در جنوب کالیفرنیا، واقع شده است. ضخامت بدنه سد از 3 متر در تاج تا 30 متر در کف متغیر است و یک سد قوسی نسبتاً ضخیم محسوب می‌شود. این سد فقط برای بارهای استاتیکی بدون در نظر گرفتن نیروهای زلزله طراحی شده است. در شکل (3) نمایی از پایین دست سد و در شکل (4) موقعیت 17 شتاب‌نگار نصب شده بر روی آن در موقعیت‌های مختلف نشان داده شده است.

### 6-1- شناسایی سیستم سد با استفاده از داده‌های زلزله 2001 سن فرناندو

بعد از زلزله مخرب 1971 سن فرناندو در سال 1973، اولین آزمایش ارتعاش اجباری بر روی سد پاکویما توسط رمینر انجام گرفته است. در طول این

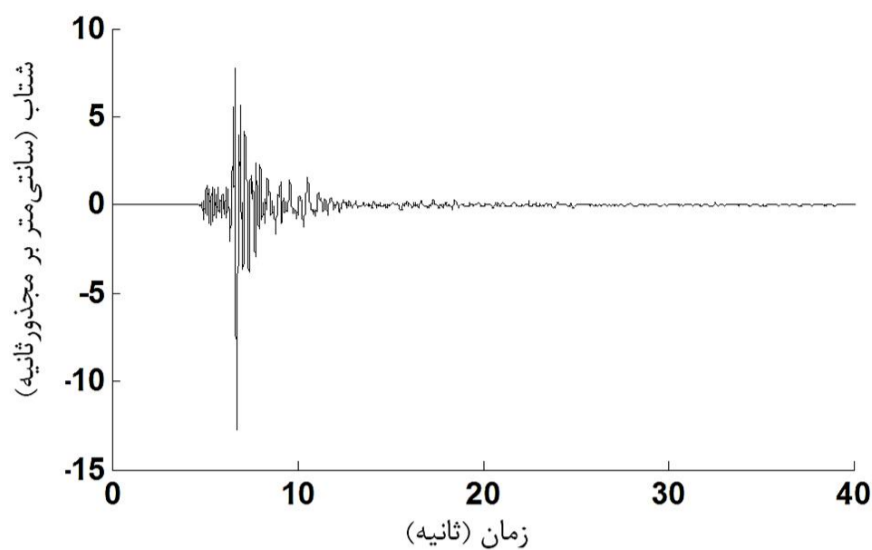
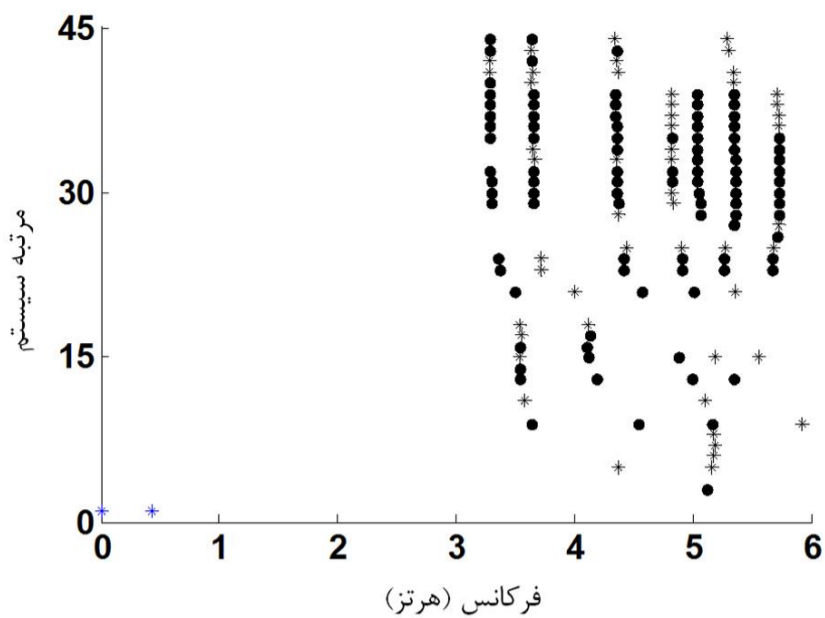


شکل 3 سد پاکویما



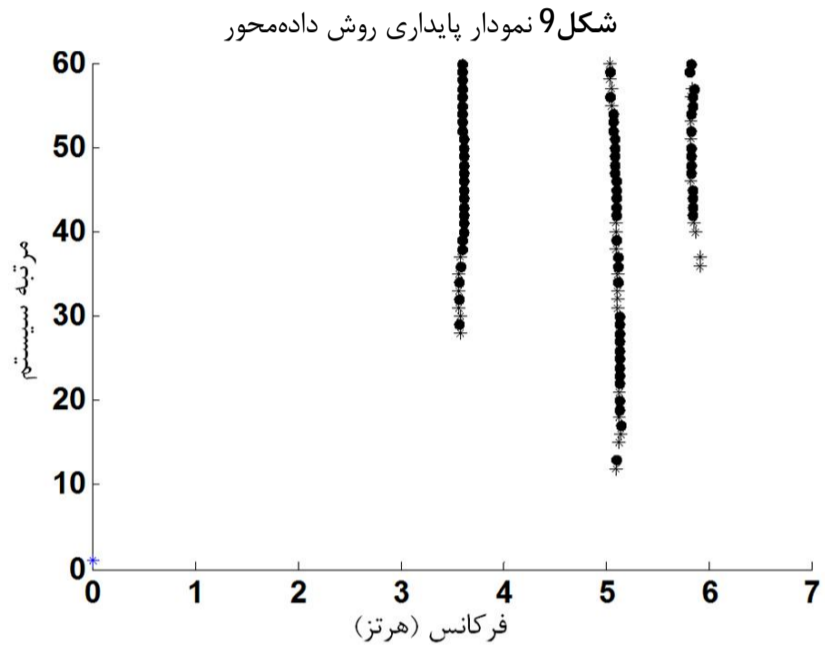
شکل 4 محل نصب سنسورها در پایین دست سد

1- Signal to Noise Ratio (SNR)



شکل 6 رکورد کانال 9 تراز فنداسیون سد در زلزله 2001 سن فرناندو

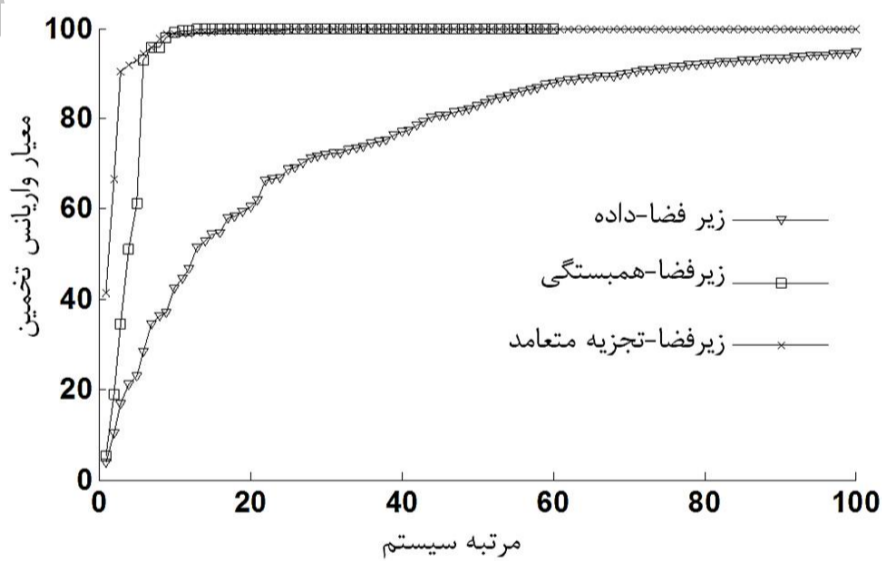
ابعاد مختلف، روش زیرفضا-همبستگی با بعد 1800 و زیرفضا برپایه تجزیه متعامد با بعد 900 از مرتبه 12 به بعد مطابق شکل 7 به 99/9% درصد همگرا شده است. اما در روش زیرفضا-داده با توجه به همگرایی ضعیف‌تر نسبت به دو روش قبل، بعد فضای داده‌ها 2400 در نظر گرفته شده است. در نهایت با رسم نمودارهای پایداری مربوطه و مشخص شدن قطب‌های پایدار فرآیند شناسایی به اتمام می‌رسد.



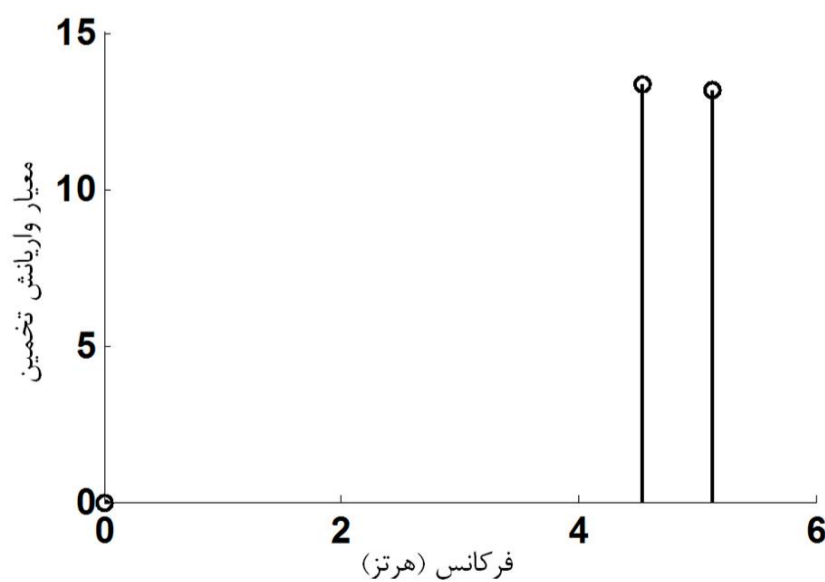
شکل 9 نمودار پایداری روش داده محور

در مطالعات پیشین مطابق جدول 1، دو مود اصلی برای سد شناسایی شده که با توجه به شکل 8، روش زیرفضا برپایه تجزیه متعامد بخوبی توانسته این دو مود را شناسایی کند. در مقابل مطابق شکل 9، روش زیرفضا-داده 7 مود ارتعاشی را شناسایی کرده که پس از رسم اشکال مودی مربوطه و با توجه به ضرایب همبستگی مودی، مودهای ارتعاشی در قالب 4 مود دسته-بندی شده و همانطور که در شکل 10 نشان داده شده روش بهینه زیرفضا-همبستگی هم 3 مود ارتعاشی را تخمین زده است.

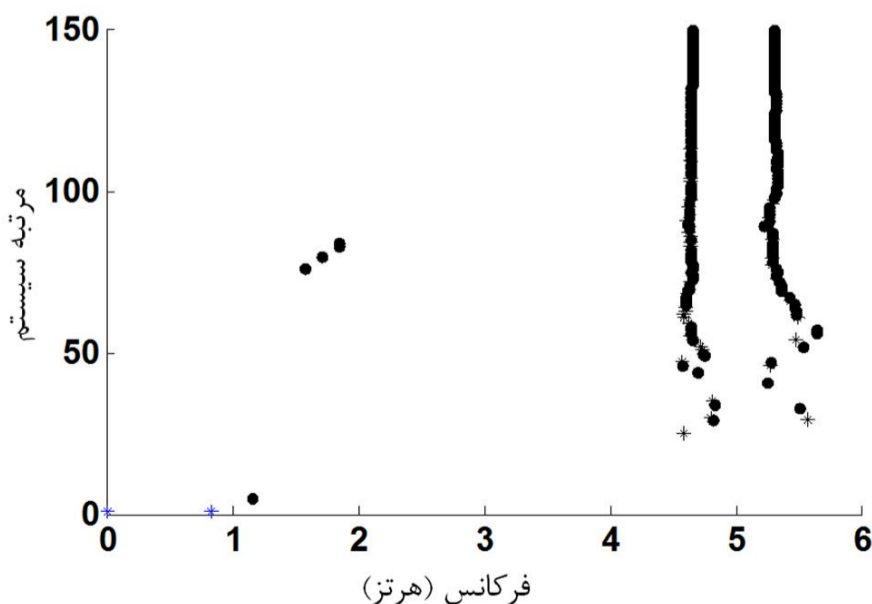
اولین فرکانس مودی در روش‌های بدون ورودی در محدوده نتیجه آزمایش ارتعاش اجباری سال 1973 بوده و بطور متوسط 6 درصد با نتیجه آلود اختلاف دارند. اما فرکانس مودی روش زیرفضا-تجزیه متعامد دقیقاً در محدوده نتایج آلود است. فرکانس‌های طبیعی دوم در روش‌های داده محور و همبستگی محور با اینکه حدود 5 درصد با یکدیگر اختلاف دارند، اما مطابقت خیلی خوبی با نتایج آزمایش‌های ارتعاش اجباری و مدل المان محدود داشته و حدود 25 درصد با نتایج آلود اختلاف دارند. در روش ورودی محور فرکانس دوم نیز با حدود 1 درصد اختلاف تطابق بسیار خوبی با نتایج روش مربعات غیرخطی آلود دارد. برای بررسی میزان انرژی تحریک مودهای شناسایی شده نیز نرم  $H_2$  رسم گردید. همان‌طور که در شکل 11 مشاهده می‌شود، مقدار هردو مود نرم بیش از 9/5 دسی بل است که نشان از موثر بودن مودهای شناسایی شده دارد.



شکل 7 واریانس تخمین سیستم برای روش‌های زیرفضا

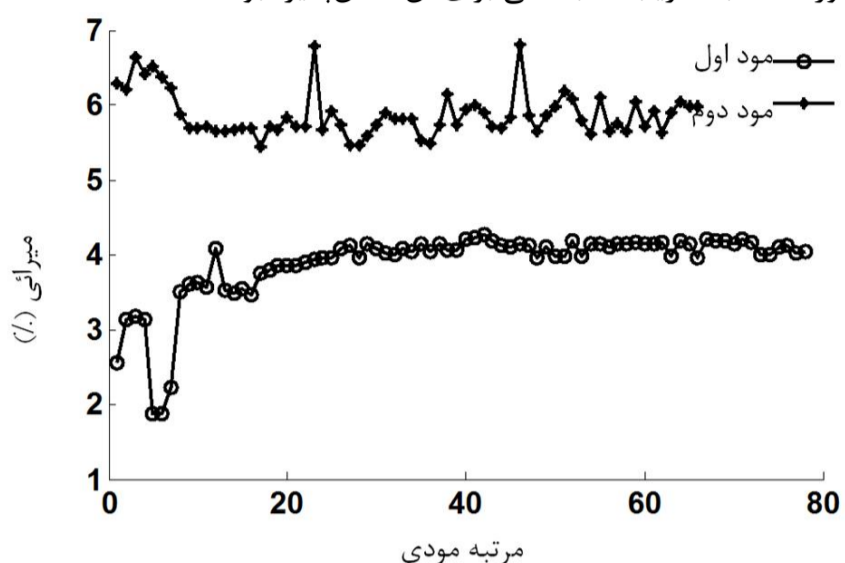


شکل 11 واریانس تخمین سیستم برای روش‌های زیرفضا



شکل 8 نمودار پایداری زیر فضا-تجزیه متعامد

روش‌های زیرفضا نسبت به روش زیرفضا-تجزیه متعامد، از معیار تضمین مودی مطابق رابطه (34) استفاده شده است. برای مود اول و دوم روش زیرفضا- داده این معیار به ترتیب 92% و 75% بوده که این نسبت برای روش زیرفضا- همبستگی 96% و 88% است. اما به دلیل عدم دسترسی به مقادیر مودی روش آلو، محاسبه ضریب همبستگی برای آن امکان‌پذیر نبود.



شکل 12 واریانس تخمین سیستم برای روش‌های زیرفضا

در تخمین ضرایب میرایی که همواره یکی از مشکلات رایج روش‌های آنالیز محیطی است، نتایج روش پیشنهادی مطابق شکل 12 با همگرایی نسبتاً مناسبی در محدوده نتایج آزمایش ارتعاش اجباری سال 2002 قرار داشته که نشان دهنده آخرین وضعیت سازه بعد از زلزله 2001 است. با توجه به جدول 2 روش زیرفضا-همبستگی به طور معناداری ضرایب میرایی را نسبت به نتایج روش حداقل مربعات غیرخطی تخمین زده اما الگوریتم زیرفضا-داده با اختلاف بالای 50 درصد در تخمین ضرایب میرایی عملکرد مناسبی نداشته است.

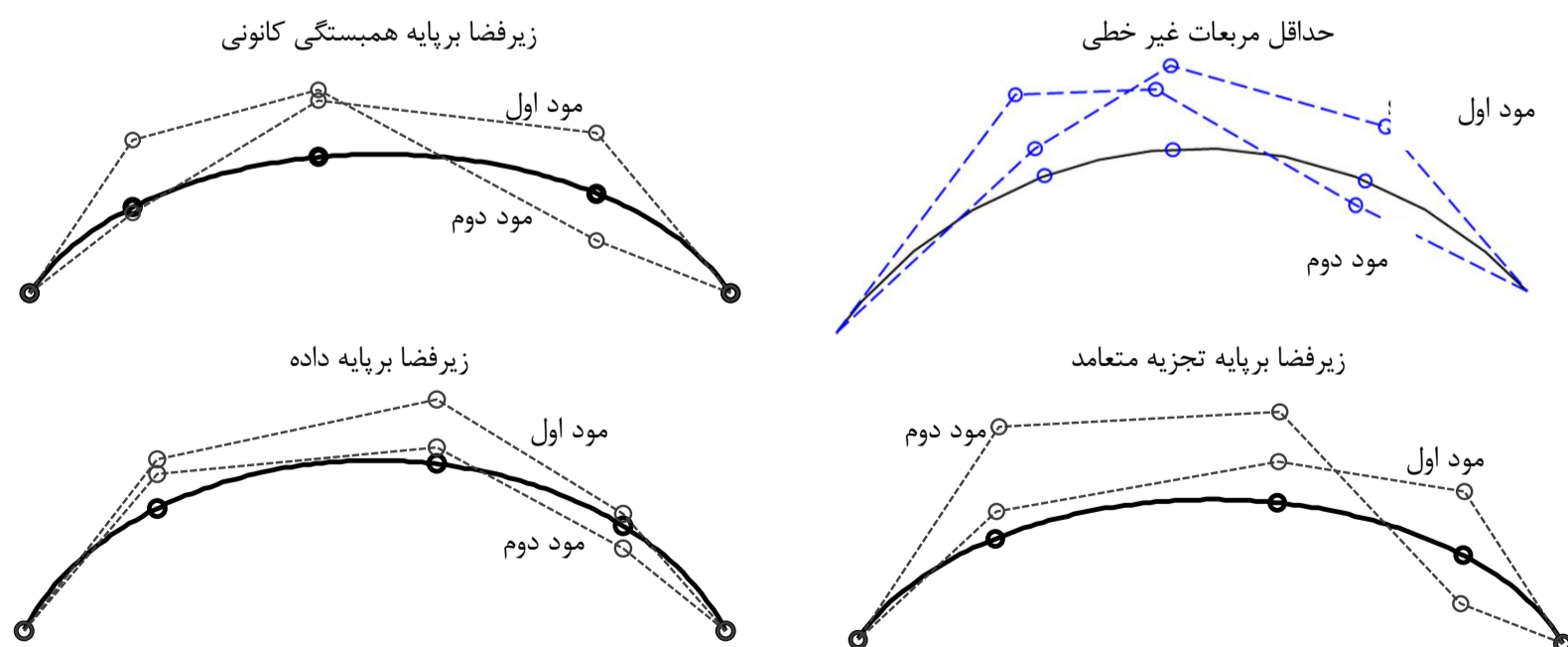
در شناسایی سیستم با استفاده از داده‌های ارتعاش محیطی، به علت ناشناخته بودن ماهیت نیروهای تحریک‌کننده، نرمال کردن اشکال مودینسبت به جرم امکان‌پذیر نیست. به همین دلیل برای رسم اشکال مودی در روش‌های زیرفضا پس از تعیین فرکانس‌ها و درصدهای میرایی اصلی سیستم، قطب‌های پایدار معادل آن‌ها با رابطه (32) بازسازی می‌شوند. سپس با مرجع قرار دادن یکی از قطب‌ها نسبت به سایر قطب‌ها، نسبت آن‌ها محاسبه می‌شوند. در مثال حاضر با مرجع قرار دادن ایستگاه شماره 5 شکل- های مودی مطابق شکل 13 رسم شده‌اند. برای مقایسه شکل‌های مودی بین

جدول 1 مقایسه مقادیر فرکانس طبیعی شناسایی شده سد پاکویما

شماره مود	آزمایش ارتعاش اجباری (هرتز)		المان محدود (هرتز)	حداقل مربعات غیر خطی (هرتز)	زیرفضا (هرتز)	
	2002	1980			بر پایه همبستگی	داده محور
الف	-	-	-	-	3/61	3/28-3/64
ب	-	-	-	-	-	4/34-4/82
1	5/35-5/45	5/45	5/35-5/46	4/73-4/83	5/07	5/03-5/34
2	5/65-5/75	5/56	5/65-5/75	5/06	5/83	5/72

جدول 2 درصد میرایی و معیار تضمین مودی سد پاکویما

شماره مود	آزمایش ارتعاش اجباری (%)		حداقل مربعات غیر خطی (%)	زیرفضا (%)	
	2002	1980		بر پایه همبستگی	داده محور
الف	-	-	-	10/25	3/07-4/17
ب	-	-	-	-	3/24-1/52
1	4-7	7/3	6/2	5/87	1/62-1/77
2	4/5-5/5	9/8	7/3-6/6	6/65	1/14



شکل 13 مقایسه شکل‌های دو مود اول سد پاکویما



### 7- پل دره آلاموسا

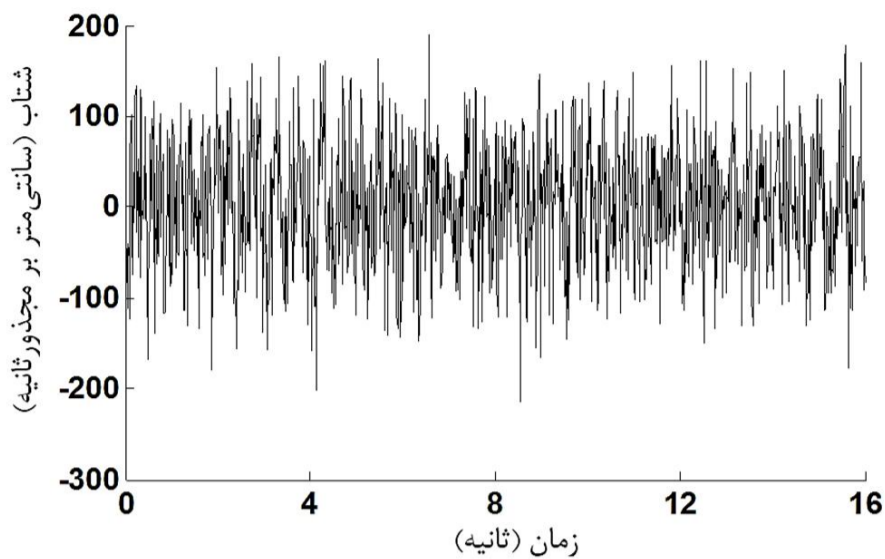
پل آلاموسا در ایالت نیومکزیکو ایالات متحده در سال 1937 بر روی دره آلاموسا ساخته شده و از اوایل دهه 1960 با پل دیگری جایگزین شده است. این پل از 7 دهانه مجزا با طول های یکسان 15/20 متر تشکیل شده که هر دهانه آن شامل 6 شاه تیر فلزی با تکیه گاه غلتکی است که در فواصل 147 سانتی متری از یکدیگر واقع شده است [52]. سازه این پل و همچنین خارج از سرویس بودن آن باعث شده تا مجموعه آزمایش های دینامیکی متنوعی از جمله ارتعاش محیطی [53]، ارتعاش چکش ضربه و ارتعاش تصادفی توسط آزمایشگاه ملی لوس آلاموسا بر روی آن انجام شود. در این پژوهش با توجه به ماهیت الگوریتم پیشنهادی، نتایج آزمایش ارتعاش اجباری با وزنه 30 تنی مجدداً تحلیل شده و سپس با نتایج قبلی و همچنین نتایج آزمایش چکش ضربه و المان محدود مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

#### 7-1- تحلیل نتایج آزمایش ارتعاش اجباری بر روی پل دره آلاموسا

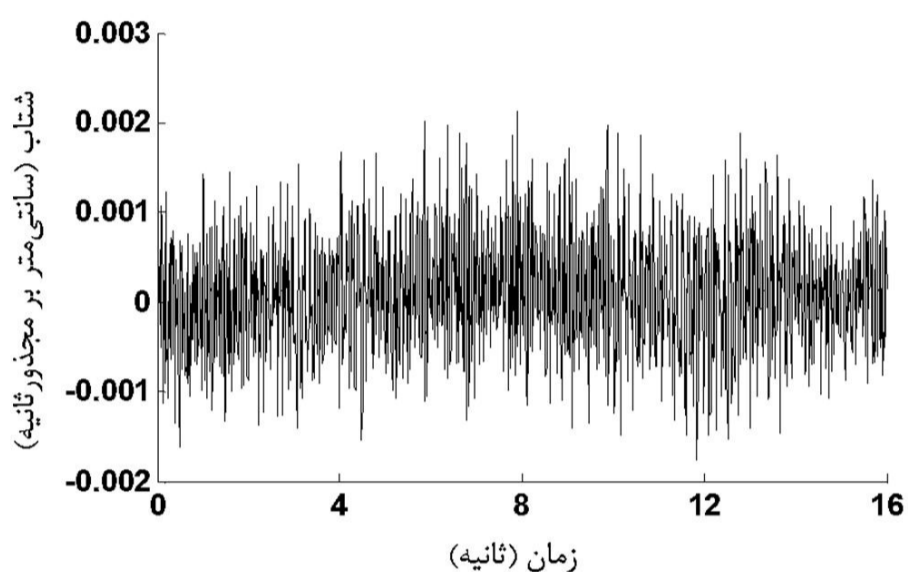
با توجه به یکسان بودن شرایط تکیه گاهی و مشخصات دهانه ها، آزمایش های دینامیکی بر روی عرشه دهانه اول با 30 سنسور مطابق شکل 14 انجام شده است. در این آزمایش برای تحریک سازه از وزنه 30 تنی در محل سنسور 2 استفاده شده که رکورد آن در شکل 15 نشان داده شده است. لازم به یادآوری است که نمونه برداری به مدت 16 دقیقه در هر 0/15 ثانیه انجام گرفته است. در شکل 16 نیز رکورد کانال 9 به عنوان نماینده خروجی ها نمایش داده شده است.

به منظور بررسی کارایی روش پیشنهادی در مقایسه با روش های کلاسیک زیرفضا، علاوه بر شناسایی سیستم پل با استفاده روش زیرفضا-تجزیه متعامد، فرآیند شناسایی با استفاده از روش زیرفضا-داده بدون اعمال ورودی ها نیز انجام خواهد شد. با توجه به تعداد کوتاه داده ها (2048) نسبت به تعداد سنسورها (30) از حداکثر بعد فضا (32) برای شناسایی استفاده شده است. همگرایی معیار واریانس تخمین در شکل 17، نشان دهنده کفایت مرتبه ماتریس هانکل داده ها و همچنین تعداد مودهای ارتعاشی برای هر دو روش است. در نتایج پیشین همانطور که در جدول 3 مشاهده می شود، از تحلیل مدل کالیبره شده به روش المان محدود 6 مود فرکانسی اصلی در محدود 27 هرتز محاسبه شده است.

پس از بکارگیری روش های زیر فضا، نمودارهای پایداری مربوطه با شرط اختلاف 1 درصد برای فرکانس ها و 5 درصد برای ضرایب میرایی، رسم می شوند. با توجه به شکل های 18 و 19، الگوریتم پیشنهادی بخوبی توانسته ضمن حذف مقادیر نویزی دقیقاً 6 فرکانس مودی متناظر با نتایج المان محدود را استخراج کند. بعلاوه با توجه به شکل 18 بجز مد اول همان طور



شکل 15 رکورد حاصل از شتاب شیکر 30 تنی



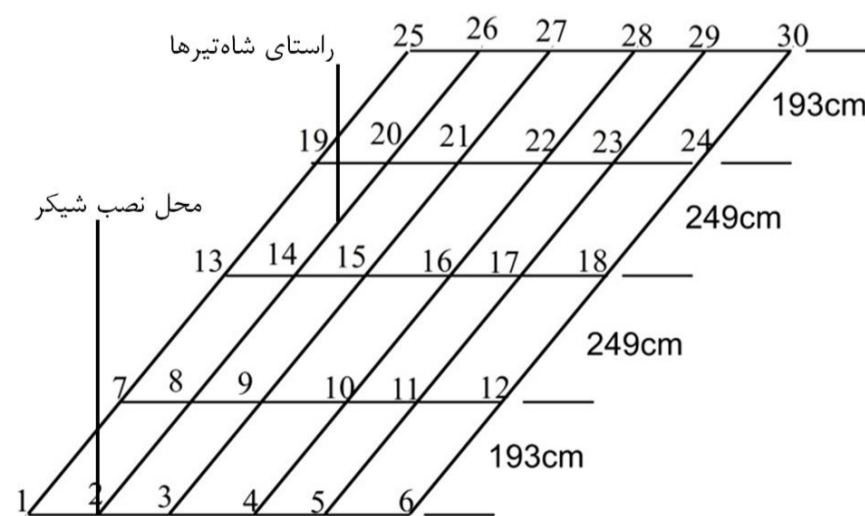
شکل 16 رکورد شتاب کانال 9 حاصل از شیکر 30 تنی

که انتظار می رفت میزان انرژی مودی با افزایش مقادیر فرکانسی کاهش یافته است. پایین بودن مقادیر نرم محاسبه شده نشان از این دارد که تحریک انجام شده بر روی سازه نسبت به ابعاد آن پائین بوده است. اما در روش زیرفضا-داده مطابق شکل 20 از بین 6 فرکانس مودی، چهار فرکانس اول اصلی به همراه یک مود نویزی تخمین زده شده و دو فرکانس آخر نیز در نمودار پایداری مشخص نیست. در یک جمع بندی کلی در مورد مقادیر فرکانسی استخراج شده می توان گفت که میانگین خطای روش زیرفضا-داده، 3/75 درصد و حداکثر خطای آن 5/35 درصد در مود اول در مقایسه با میانگین خطای 3/05 درصدی و حداکثر خطای 4/90 درصدی روش زیر فضا-تجزیه متعامد است.

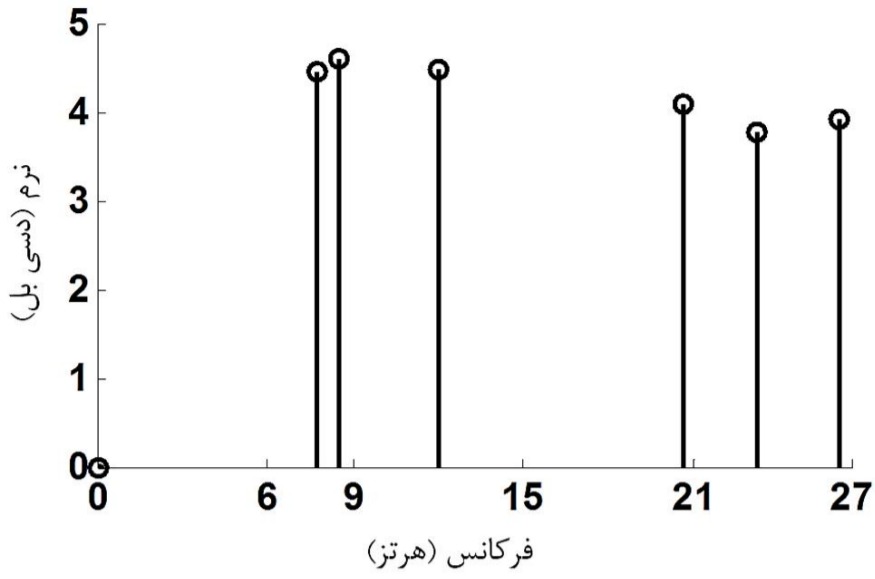
در مطالعات قبلی نتایج حاصل از آزمایش ارتعاش شیکر تصادفی برای ضرایب میرایی اصلاً مطلوب نبوده به طوریکه از آزمایش چکش ضربه برای محاسبه ضرایب میرایی مودی استفاده شده است. در این تحقیق هم همانطور که در جدول 3 مشاهده می شود ضرایب میرایی حاصل از روش زیرفضا-داده مشابه نتایج پیشین، مطلوب نبوده است. اما ضرایب میرایی به دست آمده از روش زیرفضا-تجزیه متعامد بجز مود ششم همخوانی خوبی با نتایج چکش ضربه دارد.

### 8- نتیجه گیری

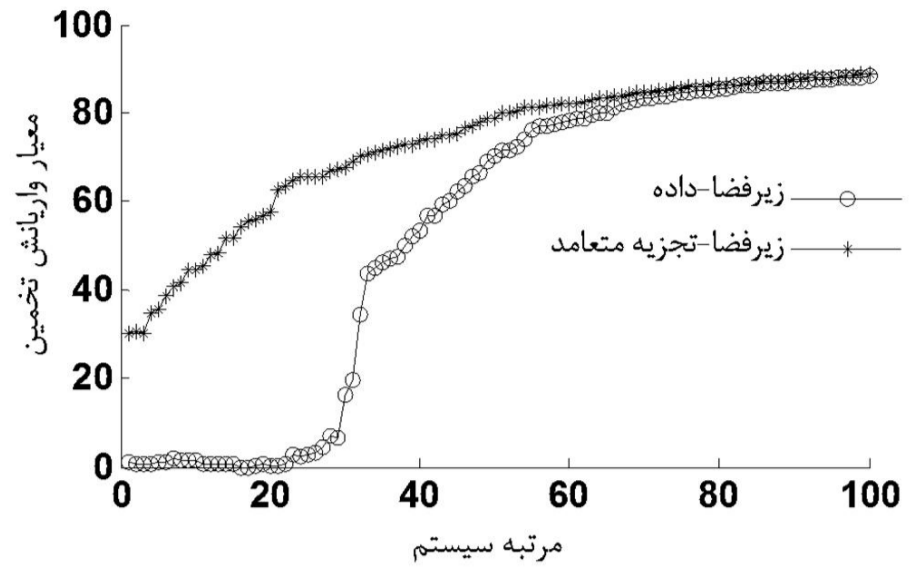
در این تحقیق با استفاده از تجزیه متعامد، آنالیز مودالی ارائه شده است که با ترکیب دو مؤلفه تصادفی و قطعی در روش های زیرفضا، توانسته رفتار دینامیکی سیستم در آزمایش های ارتعاش اجباری یا آزمایش های محیطی با قابلیت اندازه گیری ورودی مانند آزمایش های لرزه ای، را مدل کند. از مزایای



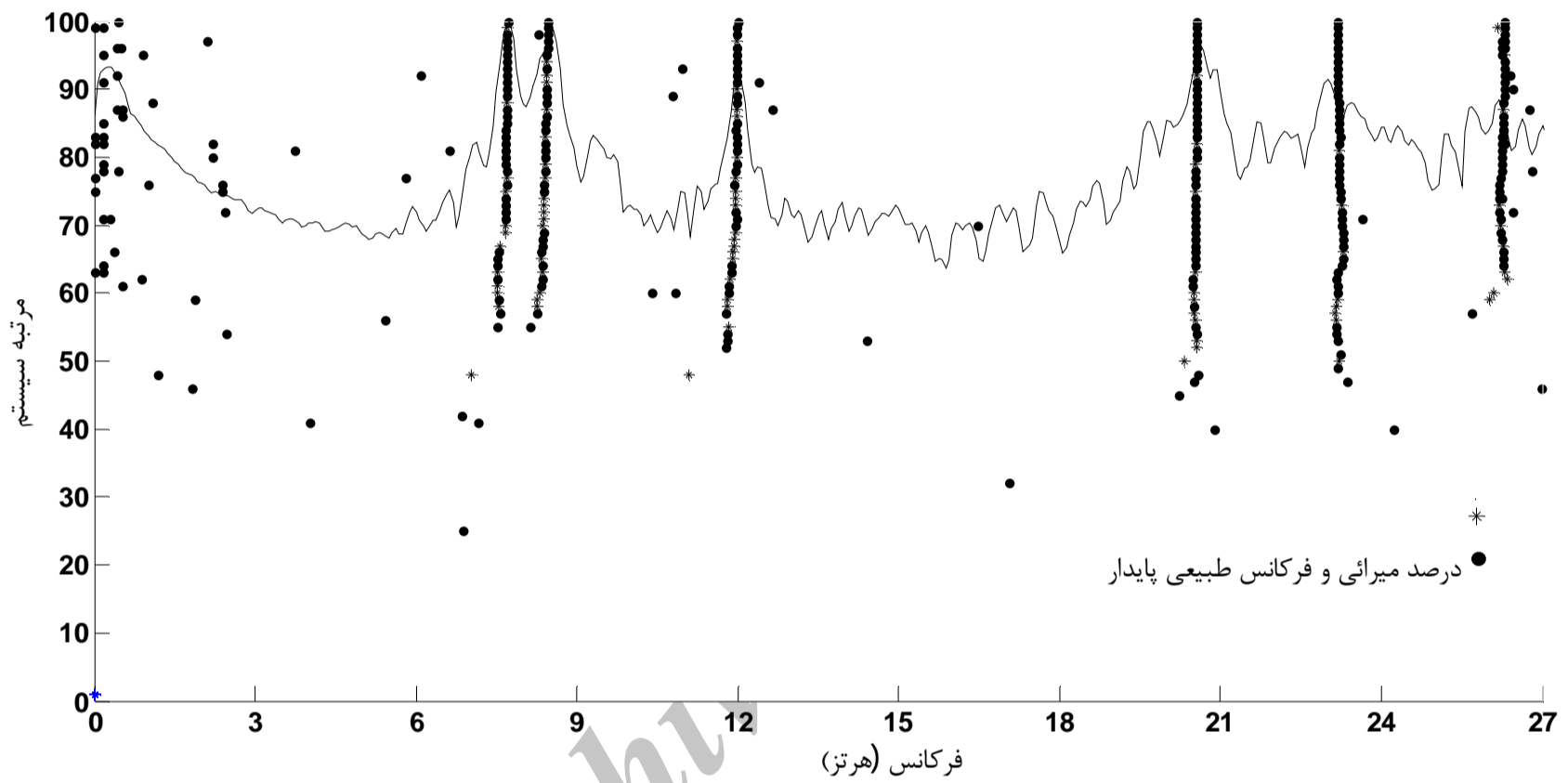
شکل 14 جانمایی سنسورها در روی عرشه دهانه اول پل آلاموسا



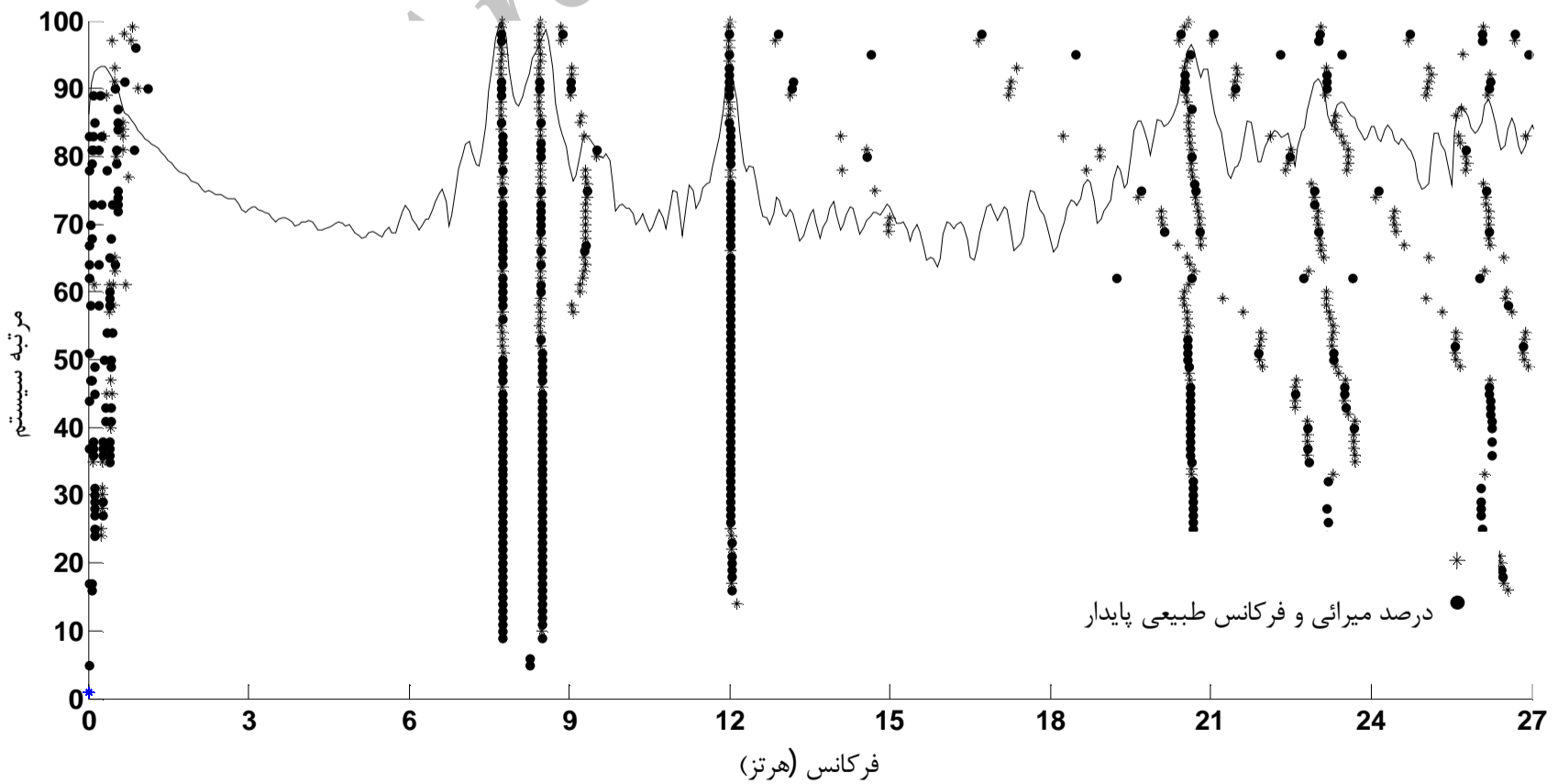
شکل 18 رکورد کانال 9 تراز فنداسیون سد در زلزله 2001 سن فرناندو



شکل 17 اشکال مودی دو مد اول سد پاکویما



شکل 19 نمودار پایداری روش زیرفضا بر پایه تجزیه متعامد



شکل 20 نمودار پایداری روش زیرفضا بر پایه داده

جدول 3 مشخصات دینامیکی پل دره آلاموسا

شماره مد	فرکانس طبیعی (هرتز)				مقدار میرایی (%)			
	شیکر 30 تنی [52]	المان محدود [52]	چکش ضربه [52]	زیرفضا- [52]	شیکر 30 تنی [52]	چکش ضربه [52]	زیرفضا- [52]	زیرفضا - تجزیه متعامد
1	7/70	7/34	7/44	7/70	1/10	1/90	0/46	1/99
2	8/40	8/15	7/99	8/44	0/12	1/20	0/23	1/37
2-الف	9/18	-	-	9/30	0/00	-	0/06	-
3	12/10	11/50	11/50	12/00	0/08	0/93	0/32	1/15
4	20/50	21/1	20/00	20/77	0/10	2/20	0/71	1/42
4-الف	20/70	-	-	-	0/42	-	-	-
5	-	23/10	22/20	23/19	-	3/10	-	2/40
6-الف	26/20	-	25/10	-	0/65	2/10	-	-
6	26/60	27	25/30	26/30	0/47	0/46	-	2/00

این روش با توجه به مستقل بودن مؤلفه های سیستم می توان به قابلیت ترکیب دیدگاه های مختلف روش های زیرفضا مختلف اشاره کرد. بطوریکه در روش پیشنهادی برای مؤلفه تصادفی سیستم از روش زیرفضا بر پایه تحلیل همبستگی کانونی استفاده شده که برخلاف روش های قبلی با محاسبه بردارهای پایه فضای پیش بینی، فرآیند شناسایی را مستقیماً در فضای بهینه انجام می دهد. برای بررسی قابلیت روش ارائه شده در شناسایی سیستم های عمرانی از داده های لرزه ای سد پاکویما و همچنین نتایج آزمایش های ارتعاش اجباری پل دره آلاموسا استفاده شده است. از مهمترین نتایج این تحقیق می توان به موارد ذیل اشاره کرد:

- حذف فرکانس های نویزی ناشی از تحریک ورودی بطوریکه در داده های لرزه ای بخوبی توانسته فرکانس های غیر سازه ای را تشخیص داده و نتایج مشابه آزمایش های ارتعاش اجباری پیشین ارائه دهد. در آزمایش ارتعاش اجباری هم با حذف تأثیرات ناشی از تحریک قوی شیکر توانسته مودهای ارتعاشی ضعیف تر که در حالت بدون اعمال ورودی شناسایی نشده بود را استخراج کند.

- مهم ترین مزیتی که شاید بتوان گفت از این روش حاصل شده، دقت بسیار بالا در محاسبه ضرایب میرایی است. به طوریکه در سد پاکویما ضرایب میرایی تخمینی نزدیک به نتایج آزمایش های ارتعاشی پس از زلزله است. ضرایب میرایی شناسایی شده در آزمایش ارتعاش اجباری پل آلاموسا در تحقیقات قبلی مطلوب نبوده به طوریکه برای محاسبه ضرایب فوق مجدداً آزمایش ارتعاش ضربه بر روی پل انجام شده است. اما روش پیشنهادی، ضرایب میرایی را مستقیماً از نتایج آزمایش اولیه استخراج کرده است.

- شاید نکته ای که در روش پیشنهادی نسبت به روش های بدون اعمال ورودی مطرح باشد، سرعت حل مسائل باشد. که دلیل آن هم بخاطر استفاده چندین باره از تجزیه مقادیر تکین است. ولی با این حال سرعت پردازش داده ها در این روش با اینکه از روش بهینه زیرفضا-همبستگی کانونی نسبتاً بیشتر بوده اما مشابه روش زیرفضا-داده است.

### 9- فهرست علائم

$E$	تابع امید ریاضی
$H$	ماتریس هانکل کواریانس بردار آینده و گذشته
$I$	ماتریس همانی

### زیر نویس ها

$i$	تعداد سنسورهای اندازه گیری
$k$	مرتبه بردار حالت سیستم

### علائم یونانی

$L$	تعداد داده های آزمایش
$N$	تعداد داده های تشکیل دهنده ماتریس هانکل
$n$	مرتبه سیستم
$O_k$	ماتریس مشاهده پذیری
$\rho$	مرتبه تخمینی سیستم
$Q$	ماتریس مثبت معین کواریانس نویزها
$R$	ماتریس غیرمنفی کواریانس نویزها
$T_-$	ماتریس واریانس بردار گذشته
$T_+$	ماتریس واریانس بردار آینده
$U$	ماتریس متعامد حاصل از تجزیه مقادیر تکین
$V$	ماتریس متعامد حاصل از تجزیه مقادیر تکین
$Y_F$	ماتریس زیر فضای آینده
$Y_P$	ماتریس زیر فضای گذشته

$\Delta t$  بازه زمانی نمونه برداری

$\delta_{kq}$  تابع دلتای کرونکر

$\lambda$  قطب های زمان پیوسته

$\mu$  ماتریس مقادیر تکین حالت گسسته

$\xi$  فرکانس مودی

$\vartheta$  بردار نویز اندازه گیری

$\rho$  ماتریس همبستگی

$\Sigma$  ماتریس مقادیر تکین

$\varphi$  بردارهای ویژه مودی

$\Psi$  ماتریس بردارهای ویژه

$\omega$  بردار نویز محیطی

$c$  حالت زمان پیوسته

$d$  مؤلفه گسسته سیستم

$s$  مؤلفه تصادفی سیستم

10- مراجع

- [25] B. Peeters, G. De Roeck, Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis, *Mechanical systems and signal processing*, Vol. 13, No. 6, pp. 855-878, 1999.
- [26] D.-J. Yu, W.-X. Ren, EMD-based stochastic subspace identification of structures from operational vibration measurements, *Engineering Structures*, Vol. 27, No. 12, pp. 1741-1751, 2005.
- [27] G. Picci, T. Katayama, Stochastic realization with exogenous inputs and 'subspace-methods' identification, *Signal Processing*, Vol. 52, No. 2, pp. 145-160, 1996.
- [28] T. Katayama, H. Kawauchi, G. Picci, Subspace identification of closed loop systems by stochastic realization, in *CD-ROM Preprints 15th IFAC World Congress*, Barcelona, 2002.
- [29] B. Peeters, G. De Roeck, Reference based stochastic subspace identification in civil engineering, *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 47-74, 2000.
- [30] C.-T. Chen, *Linear system theory and design*: Oxford University Press, Inc., 1995.
- [31] H.-F. Chen, P. Kumar, J. Van Schuppen, On Kalman filtering for conditionally Gaussian systems with random matrices, *Systems & Control Letters*, Vol. 13, No. 5, pp. 397-404, 1989.
- [32] A.-J. Van Der Veen, E. F. Deprettere, Subspace-based signal analysis using singular value decomposition, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 81, No. 9, pp. 1277-1308, 1993.
- [33] T. Katayama, Subspace-Based System Identification-A View from Realization Theory, *Systems, Control and Information Engineers*, Vol. 41, pp. 380-387, 1997.
- [34] C. W. J. Granger, Economic processes involving feedback, *Information and control*, Vol. 6, No. 1, pp. 28-48, 1963.
- [35] P. Caines, Weak and strong feedback free processes, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 21, No. 5, pp. 737-739, 1976.
- [36] G. Picci, T. Katayama, A simple subspace identification algorithm with exogeneous inputs, in *IFAC 13th World Congress*, San Francisco, 1996, pp. 175-180.
- [37] A. Chiuso, G. Picci, Subspace identification by orthogonal decomposition, in *14th IFAC World Congress, 1999*, Beijing, 1999, pp. 241-246.
- [38] B. Gopinath, On the Identification of Linear Time - Invariant Systems from Input - Output Data, *Bell System Technical Journal*, Vol. 48, No. 5, pp. 1101-1113, 1969.
- [39] A. J. Tether, Construction of minimal linear state-variable models from finite input-output data, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 15, No. 4, pp. 427-436, 1970.
- [40] T. Katayama, *Subspace methods for system identification*: Springer, 2006.
- [41] R. Tarinejad, M. Pourgholi, Processing of Ambient Vibration Results using Stochastic Subspace Identification based on Canonical Correlation Analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, 2015. (In Persian)
- [42] H. Tanaka, T. Katayama, Stochastic subspace identification guaranteeing stability and minimum phase, in *16th IFAC World Congress*, Prague, 2005.
- [43] M. M. Khatibi, M. R. Ashuri, Estimation of natural Frequencies using Mass-Cancellation Method in Operational Modal Testing, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 183-192, 2014. (In Persian)
- [44] H. Sarparast, M. R. Ashuri, P. Ebadi, M. M. Khatibi, Modal Parameter Identification of a Structure Subjected to Ambient Load using Output Analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 63-73, 2013. (In Persian)
- [45] M. Verhaegen, V. Verdult, *Filtering and system identification: a least squares approach*: Cambridge university press, 2007.
- [46] J.-H. Yi, C.-B. Yun, Comparative study on modal identification methods using output-only information, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 17, No. 3-4, pp. 445-466, 2004.
- [47] W. Gawronski, *Advanced structural dynamics and active control of structures*: Springer Science & Business Media, 2004.
- [48] S. W. Alves, *Nonlinear analysis of Pacoima Dam with spatially nonuniform ground motion*, Thesis, California Institute of Technology, 2005.
- [49] R. Reimer, R. Clough, J. Raphael, Evaluation of the Pacoima dam accelerogram, in *5th World Conf. on Earthquake Engineering*, 1973.
- [50] J. F. Hall, The dynamic and earthquake behaviour of concrete dams: review of experimental behaviour and observational evidence, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 7, No. 2, pp. 58-121, 1988.
- [51] S. Alves, J. Hall, System identification of a concrete arch dam and calibration of its finite element model, *Earthquake engineering & structural dynamics*, Vol. 35, No. 11, pp. 1321-1337, 2006.
- [1] R. Tarinejad, M. T. Ahmadi, R. S. Harichandran, Full-scale experimental modal analysis of an arch dam: The first experience in Iran, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 61, pp. 188-196, 2014.
- [2] R. Tarinejad, M. Damadipour, Modal identification of structures by a novel approach based on FDD-wavelet method, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 3, pp. 1024-1045, 2014.
- [3] E. G. Gilbert, Controllability and observability in multivariable control systems, *SIAM J. Control*, Vol. 1, No. 2, pp. 128-151, 1963.
- [4] B. HO, R. E. Kálmán, Editorial: Effective construction of linear state-variable models from input/output functions, *at-Automatisierungstechnik*, Vol. 14, No. 1-12, pp. 545-548, 1966.
- [5] R. E. Kalman, P. L. Falb, M. A. Arbib, *Topics in mathematical system theory*: McGraw-Hill New York, 1969.
- [6] H. P. Zeiger, Approximate linear realizations of given dimension via Ho's algorithm, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 19, No. 2, pp. 153-153, 1974.
- [7] M. Verhaegen, P. Dewilde, Subspace model identification part 1. The output-error state-space model identification class of algorithms, *International journal of control*, Vol. 56, No. 5, pp. 1187-1210, 1992.
- [8] M. Verhaegen, P. Dewilde, Subspace model identification part 2. Analysis of the elementary output-error state-space model identification algorithm, *International journal of control*, Vol. 56, No. 5, pp. 1211-1241, 1992.
- [9] P. Van Overschee, B. De Moor, N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems, *Automatica*, Vol. 30, No. 1, pp. 75-93, 1994.
- [10] H. Thai, V. DeBrunner, L. DeBrunner, J. Havlicek, K. Mish, K. Ford, A. Medda, Deterministic-stochastic subspace identification for bridges, in *Statistical Signal Processing, 2007. SSP'07. IEEE/SP 14th Workshop on*, 2007, pp. 749-753.
- [11] P. Faure, Stochastic realization algorithms. System identification: Advances and case studies. Eds. Mehra R. and Lainiotis D, Academic Press, 1976.
- [12] H. Akaike, Stochastic theory of minimal realization, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 19, No. 6, pp. 667-674, 1974.
- [13] M. Moonen, B. De Moor, L. Vandenberghe, J. Vandewalle, On-and off-line identification of linear state-space models, *International Journal of Control*, Vol. 49, No. 1, pp. 219-232, 1989.
- [14] M. Moonen, J. Vandewalle, QSVD approach to on-and off-line state-space identification, *International Journal of Control*, Vol. 51, No. 5, pp. 1133-1146, 1990.
- [15] P. Van Overschee, B. L. De Moor, *Subspace identification for linear systems: theory, implementation, applications*: Kluwer academic publishers Dordrecht, 1996.
- [16] B. Peeters, *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*, PhD Thesis, Leuven, Belgium, 2000.
- [17] H. Akaike, Markovian representation of stochastic processes by canonical variables, *SIAM Journal on Control*, Vol. 13, No. 1, pp. 162-173, 1975.
- [18] U. B. Desai, D. Pal, R. D. Kirkpatrick, A realization approach to stochastic model reduction, *International Journal of Control*, Vol. 42, No. 4, pp. 821-838, 1985.
- [19] U. B. Desai, D. Pal, A realization approach to stochastic model reduction and balanced stochastic realizations, in *21st IEEE Conference on Decision and Control*, 1982, pp. 1105-1112.
- [20] A. Lindquist, G. Picci, Canonical correlation analysis, approximate covariance extension, and identification of stationary time series, *Automatica*, Vol. 32, No. 5, pp. 709-733, 1996.
- [21] A. Lindquist, G. Picci, Geometric methods for state space identification, *NATO ASI SERIES F COMPUTER AND SYSTEMS SCIENCES*, Vol. 153, pp. 1-69, 1996.
- [22] H. Tanaka, T. Katayama, A stochastic realization in a Hilbert space based on "LQ decomposition" with application to subspace identification, in *13th IFAC Symposium on System Identification (SYSID 2003)*, 2003, pp. 899-904.
- [23] H. Tanaka, T. Katayama, Stochastic realization on a finite interval via "LQ Decomposition" in Hilbert space, in *7th European Control Conference*, Cambridge, 2003.
- [24] H. Tanaka, T. Katayama, A stochastically balanced realization on a finite-interval, in *16th international symposium on mathematical theory of networks and systems (MTNS 2004)*, 2004.



[53] C. R. Farrar, S. W. Doebling, P. J. Cornwell, E. G. Straser, Variability of modal parameters measured on the Alamosa Canyon Bridge, in *Proceeding-SPIE the International Society for Optical Engineering*, 1997, pp. 257-263.

[52] C. R. Farrar, P. J. Cornwell, S. W. Doebling, M. B. Prime, *Structural health monitoring studies of the Alamosa Canyon and I-40 bridges*, Thesis, Los Alamos National Lab., NM (US), 2000.

Archive of SID