



# بررسی سرعت القایی و حساسیت سنجی نیروی برا در تئوری المان تیغه برای شبیه سازی حرکت بالزن در پرواز ایستا

امیرحسین زرعی<sup>1</sup>، محمدحسن جوارشکیان<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، آیرودینامیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، javareshkian@um.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 17 خرداد 1394

پذیرش: 28 مرداد 1394

ارائه در سایت: 23 شهریور 1394

کلید واژگان:

بالزن

تئوری المان تیغه

نیروی جرم اضافه شده

نیروی چرخشی

سرعت القایی

## چکیده

در این پژوهش ابتدا روش های وارد کردن مستقیم و غیر مستقیم اثرات القایی جریان در تئوری المان تیغه برای بدست آوردن نیروی برا در فاز پروازی ایستا برای بال حشره‌ی دروزوفیلا مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه، الگوریتم جدیدی برای اصلاح سرعت القایی بر مبنای تئوری جت رانکین-فروود، ارائه شده است. نتایج روش‌های پیشین و جدید برای شبیه سازی آیرودینامیکی بال این حشره در پرواز ایستا طی حرکات ترکیبی بال زدن و پیچش بال با نتایج تجربی منتشر شده برای این بال مقایسه شده است. نتایج این مقایسه نشان می‌دهد که یکی از مدل‌های بر مبنای روش غیر مستقیم به عنوان نزدیک‌ترین روش به نتایج آزمایشگاهی بهترین پیش‌بینی را دارد. با استفاده از این مدل، حساسیت نیروی برای لحظه‌ای و متوسط تولیدی بال مدل شده‌ی این حشره به شش پارامتر ورودی حرکتی بال سنجیده شده است. این پارامترها شامل فرکانس بال زدن، اختلاف فاز زمانی بین زوایای بال زدن و پیچش بال، حداکثر دامنه‌ی زاویه‌ی بال زدن و پیچش بال و روند تغییرات زاویه‌های بال زدن و پیچش بال طی کورس بال زدن می‌باشند. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس و دامنه‌ی بال زدن نیروی برا به نحوی فزاینده افزایش پیدا می‌کند. همچنین مقداری از اختلاف فاز بین دو زاویه بال زدن و پیچش که منجر به حداکثر نیروی برا شده معرفی می‌گردد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که با سینوسی شدن روند تغییرات زاویه‌ی بال زدن با زمان، نیروی برای تولیدی افزایش پیدا می‌کند.

## Investigation of induced velocity and lift sensitivity analysis in blade element theory for simulation of flapping wing in hovering flight

Amir Hossein Zaree, Mohammad Hassan Djavareshkian\*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran.

\* P.O.B. 91775-1111 Mashhad, Iran, javareshkian@um.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 07 June 2015

Accepted 19 August 2015

Available Online 14 September 2015

### Keywords:

Flapping wing  
blade element theory  
added mass force  
rotational force  
induced velocity

## ABSTRACT

In the first part of this study the methods of direct and indirect entering the effect of induced velocity in blade element theory to achieve lift force in hover flight of *Drosophila* flapping insect are investigated. Then a new algorithm for Induced velocity correction based on Rankin-Froude jet theory and direct method is presented. The results of both previous and new methods to aerodynamic simulation of this insect in hovering flight with combined flapping and pitching angles were compared with published experimental results. The results of this comparison indicate one of the models based on the indirect method as the best way to predict the experimental results. In the second part of this work, the sensitivity of the instantaneous and mean force, produced by insect modeled wing, is examined with change in six wing important motion parameters. These parameters include: flapping frequency, phase difference between flapping and pitching angle, flapping and pitching amplitudes and flapping and pitching variations with respect to time in flapping cycle. The results show that with increasing frequency and flapping amplitude lift gradually increases. Also, range of phase difference percentage between flapping and pitching angle that leads to maximum lift of the wings is introduced. Results also show that sinusoidal variation of flapping angle in the cycle has more lifts than rectangular variation.

## 1- مقدمه

نمایند. نوع حرکت بال برای پرنده‌های بالزن بسیار مهم است و تغییر در نوع حرکت بال زدن بر روی نیروها و گشتاورهای تولیدی اثر می‌گذارد و پرنده را برای انجام مانورهای مختلف آماده می‌گرداند. در شرایط پروازی مختلف نوع بال زدن متفاوت است؛ برای مثال در شرایط پروازی ایستا<sup>1</sup> نیاز به تولید

با توجه به رشد روزافزون پهپادها و کاربردهای مختلف آنها برای ساخت و بهره‌برداری، به شبیه‌سازی‌های آیرودینامیکی پیش از ساخت برای پیش‌بینی نیروها و گشتاورهای پروازی نیاز است. پرندگان و حشرات و به طور کلی بالزن‌ها نیروهای آیرودینامیکی خود را از طریق حرکات بال خود تأمین می

1- hover

Please cite this article using:

A. H. Zaree, M. H. Djavareshkian, Investigation of induced velocity and lift sensitivity analysis in blade element theory for simulation of flapping wing in hovering flight, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 212-224, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

پسای انتقالی<sup>۴</sup> صحیح در حالت شبه پایا، در حرکات مختلف، وابسته است. این ضرایب در کارهای گذشته هم به صورت تجربی [10] و هم به صورت تئوری [11] وارد روند شبیه سازی شده‌اند. پس از بدست آوردن نیروهای انتقالی، محاسبه‌ی نیروهای ناپایا و اضافه کردن آن بر نیروهای انتقالی، به دقیق‌تر نمودن شبیه سازی کمک می‌کند. دقیق بودن شبیه سازی بر اساس تئوری المان تیغه بستگی زیادی به وارد کردن اثرات ناپایایی حوزه‌ی حل جریان دارد. به طور کلی اگر ضرایب برآ و پسای مورد نیاز در این روش به درستی وارد شده و اثرات ناپایایی حوزه‌ی حل نیز به طور دقیق شناخته‌شده و وارد روند شبیه سازی شوند، می‌توان به یک پیش‌بینی صحیح از نیروهای آیرودینامیکی دست یافت و تئوری المان تیغه برای استفاده در بالزن‌ها بهبود پیدا می‌کند. چگونگی بدست آوردن سرعت القایی<sup>۵</sup> و طرز صحیح وارد کردن آن در روند شبیه سازی هم مورد چالش بوده است. تعدادی از محققین روی نیروهای ناپایا کار نمودند. از جمله، ترانگ و همکاران [10] در سال 2011 با ارائه‌ی روشی بر مبنای تئوری المان تیغه به بررسی یک نمونه‌ی بالزن با حرکت ترکیبی پیچش و بال زدن پرداختند. آن‌ها بر اساس ضرایب برآ و پسای تجربی به اندازه‌گیری نیروهای انتقالی و شبه پایا اقدام نمودند. در ادامه با اضافه کردن نیروی جرم اضافه شده در حرکت سه بعدی و نیروی چرخشی به پیش‌بینی نیروهای آیرودینامیکی پرداختند. البته آن‌ها برای بدست آوردن سرعت القایی رابطه‌ای ارائه نکرده ولی به استفاده از این سرعت در شبیه سازی خود اشاره نموده‌اند. نبوی و کروزر [11] در سال 2014 با بررسی اثرات القایی ناشی از بال زدن، به ارائه‌ی روندی تئوری برای محاسبه‌ی ضرایب برآ و پسای انتقالی پرداختند. الینگتون با استفاده از تئوری دیسک محرک رانکین-فروید<sup>۶</sup> و اصلاح آن برای بالزن‌ها به ارائه‌ی مدلی برای محاسبه‌ی سرعت القایی در پرواز ایستای یک پرند پرداخت. او این کار را برای بدست آوردن توان القایی در پرواز ایستا انجام داد [12].

در بخش اول تحقیق جاری در راستای توسعه‌ی روش‌های بر مبنای تئوری المان تیغه در پرواز ایستا، راه‌های وارد کردن غیر مستقیم اثر سرعت القایی روی ضرایب برآ و پسای انتقالی بر مبنای روشی با استفاده از تئوری خط برآزای پرانتل (نمونه‌ی کار انجام شده توسط نبوی و کروزر [11]) و همچنین وارد کردن مستقیم سرعت القایی بر سرعت‌های محلی وارده بر بال، مقایسه شده است. در ادامه یک روند جدید برای روش مستقیم و اصلاح سرعت القایی توسط تئوری دیسک محرک به واسطه‌ی یک الگوریتم، توسط کار جاری ارائه گردیده و نتایج آن با دیگر روش‌ها و نتایج تجربی منتشر شده، مقایسه می‌شود. نتایج این مقایسه نشان می‌دهد که یکی از مدل‌های بر

نیروی جلوبرنده نیست و تولید نیروی برآ<sup>۱</sup>ی برابر وزن پرند مورد نیاز است. مسلماً نوع بالزندن در این شرایط با پرواز رو به جلو<sup>۲</sup> که به نیروی پیشران<sup>۳</sup> و نیروی برآ به طور همزمان نیاز دارد، تفاوت خواهد داشت. روند انجام شبیه سازی های آیرودینامیکی برای پرند های بال زن در سال‌های گذشته دو هدف عمده را دنبال نموده است. نخست دستیابی به یک مدل‌سازی با دقت مناسب و دوم رسیدن به یک شبیه سازی کم هزینه. روش‌های زیادی مانند روش تئوری پتانسیل [1]، روش شبکه گردابه [2]، روش شبکه بولترمن [3]، تئوری المان تیغه و دینامیک سیالات محاسباتی در شبیه سازی بالزن‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. یکی از روش‌هایی که در صورت برقراری صحیح شرایط ورودی می‌تواند به دقت مناسبی بی انجامد، مدل‌سازی بر مبنای دینامیک سیالات محاسباتی است. این روش می‌تواند اطلاعات مناسبی از حوزه‌ی حل جریان در اختیار قرار دهد؛ اما استفاده از آن مستلزم هزینه‌ی محاسباتی بالایی بوده و بهینه‌سازی را مخصوصاً در حالت‌های سه بعدی دشوار می‌نماید. لذا بیشتر استفاده از روش فوق در کارهای گذشته بر مبنای شبیه‌سازی‌های دو بعدی بوده است. به عنوان نمونه تانسر و کایا [4] بر اساس این روش به مدل‌سازی ایرفویل‌های نوسانی در دو حرکت ترکیبی فراز و فرود و پیچش بال پرداختند. رامامورتی و همکاران [5] نیز با استفاده از این روش و المان محدود به شبیه سازی بال حشره‌ی میوه پرداختند. پژوهش لیو و همکاران [6] هم در مطالعه‌ی بال نوعی حشره در پرواز ایستا نمونه‌ای از فعالیت‌های سه بعدی است.

روش تئوری المان تیغه، روش پایه شبه پایایی است که برای پیش‌بینی نیروهای وارد بر یک بالزن پیشنهاد شده است. استفاده از این روش در حرکت ناپایا مستلزم ادراک اثرات ناپایایی جریان حول بالزن و بهبود این روش با وارد کردن این اثرات است. از طرفی بدست آوردن نیروهای شبه پایا نیز در این روش برای بالزن‌ها، نیازمند بدست آوردن دقیق اثرات ناشی از القای جریان و سرعت القایی است. هزینه‌ی محاسباتی این روش بسیار پایین است و در صورت رسیدن به دقت مناسبی از شبیه سازی به روشی ایده آل تبدیل می‌شود. برای استفاده‌ی دقیق از این روش باید اثرات ناپایایی حوزه‌ی حل جریان مانند نیروی اعمالی از گردابه‌های جداشده بر بال، و نیروی جرم اضافه شده ناشی از حرکت شتابدار بال، شناخته شود و به صورت مجزا وارد روند شبیه سازی گردد. این امر نگرشی مناسب از پرواز بالزن را در اختیار قرار می‌دهد. واکر و همکاران [7]، سان و همکاران [8] و خان و همکاران [9] بر مبنای این دسته از روش‌ها به بررسی نیروهای بالزن پرداختند.

بدست آوردن دقیق نیروهای وارد بر بالزن، به برخورداری از ضرایب برآ و

**جدول 1** مقایسه کلیت استفاده از تئوری المان تیغه در کارهای گذشته و کار جاری

**Table 1** Compare between method of using of blade element theory in present work and past works

توضیحات	ورود اثرات القایی	کار جاری	ترانگ [10]	نبوی [11]
استفاده از ضرایب نیروی ورودی تجربی	✓	×	✓	×
استفاده از ضرایب نیروی تحلیلی (بر مبنای دو روش)	×	✓	×	✓
استفاده از ضرایب نیروی تجربی و تئوری جت رانکین-فروید	×	×	×	×

4- Translational lift and drag coefficient  
5- Induced velocity  
6- Rankin-Froude Actuator disk theory

1- lift  
2- Forward flight  
3- thrust

برای توصیف حرکت بال زدن یک دستگاه مختصات متعامد Oxyz تعریف شده است. مبدأ O در ریشه‌ی بال قرار گرفته است، محور Z محور بال زدن<sup>۲</sup> و صفحه‌ی xy صفحه‌ی کورس بالزدن<sup>۳</sup> است. ξ محور بال<sup>۴</sup> بوده و این محور نسبت به صفحه‌ی کورس بال زدن انحرافی ندارد و در صفحه‌ی xy به حرکت در می‌آید و موقعیت آن توسط زاویه‌ی ψ نسبت به محور x مشخص می‌گردد. حرکت اشاره شده بیانگر حرکت بال زدن است. علاوه بر حرکت فوق بال می‌تواند حول محور بال نیز بچرخد [10].

برای راحتی در محاسبه‌ی نیروهای تولیدی توسط بالزن دستگاه مختصات محلی ξηζ تعریف شده است. همانطور که اشاره شد ξ محور بال، η محور مماس بر حرکت بالزنی و ζ عمود بر صفحه‌ی کورس بالزدن است. شکل 2 مقطع بالی با طول وتر c(r) و پهنای dr را نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل دیده می‌شود در صفحه‌ی ξη، وضعیت مقطع بال توسط زاویه‌ی θ<sub>r</sub> که به عنوان زاویه‌ی بین جهت مثبت محور η و وتر مقطع بال است، نشان داده می‌شود. V<sub>T</sub> سرعت انتقالی ناشی از حرکت بال زدن بوده که در شکل 2 به سمت بال وارد شده است و V<sub>i</sub> سرعت القایی است. برآیند این دو سرعت تشکیل‌دهنده‌ی سرعت وارده بر مقطع بال یا V بوده که در شکل 2 نشان داده شده است. زاویه حمله α نیز زاویه‌ی بین وتر<sup>۵</sup> مقطع بال و سرعت V بوده و θ زاویه‌ی بین وتر مقطع بال و سرعت انتقالی V<sub>T</sub> است. زاویه φ نیز برابر با α - θ است. نیروهای برآ و پسای وارده بر مقطع به ترتیب با  $\vec{dL}$  و  $\vec{dD}$  نشان داده شده‌اند. با تجزیه‌ی  $\vec{dL}$  و  $\vec{dD}$  در راستای محورهای η و ζ و جمع برداری آنها نیروهای  $\vec{dF}_\eta$  و  $\vec{dF}_\zeta$  بدست می‌آیند.

در هر مقطع بال نیروهای برآ و پسای وارده بر آن مقطع محاسبه شده و سپس در تمام طول بال جمع شده و نیروهای برآ و پسای کلی بال بدست آورده می‌شوند [10]. این نیروها توسط روابط (1) و (2) محاسبه می‌شوند:

$$dL = \frac{1}{2} \rho V^2 C_l ds \quad (1)$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho V^2 C_d ds \quad (2)$$

که ρ چگالی سیال دربرگیرنده‌ی بال، V سرعت اعمالی بر مقطع بال، C<sub>d</sub> و C<sub>l</sub> به ترتیب ضرایب برآ و پسای انتقالی و ds مساحت مقطع بال است. با نگاهی دوباره به شکل 2 نیروهای انتقالی را در راستای محورهای η و ζ که به ترتیب راستاهای نیروی محوری و برآی کلی بوده، به فرم روابط (3) و (4) تجزیه می‌نماییم:

$$dF_\eta = dL \sin \varphi + dD \cos \varphi \quad (3)$$

$$dF_\zeta = -dL \cos \varphi + dD \sin \varphi \quad (4)$$

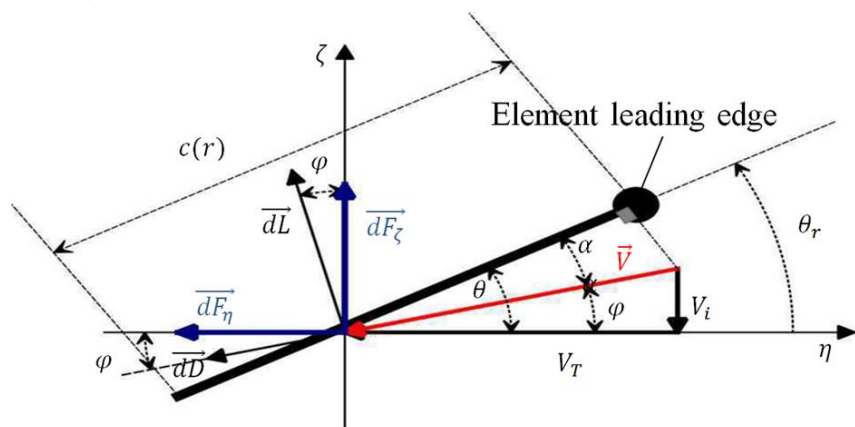


Fig.2 schematic of blade element and parameter definitions [10]

شکل 2 نمایشی از یک مقطع المان تیغه و تعریف پارامترها [10]

- 2- Flapping axis
- 3- Stroke plane
- 4- Feather axis
- 5- Chord

مبنای روش غیر مستقیم به عنوان نزدیک‌ترین روش به نتایج آزمایشگاهی بهترین پیش‌بینی را دارد. جدول 1 مقایسه‌ای بین کارهای انجام شده در این بخش از کار جاری در بررسی دو مدل‌سازی شاخص انجام شده از سال 2011 توسط ترانگ و همکاران [10] تا سال 2014 توسط نبوی و کروزر [11] و روند جدید معرفی‌شده را نشان می‌دهد.

در بخش دوم و اصلی تحقیق جاری پارامترهای حرکتی تأثیرگذار بر روی نیروی برآی مورد بررسی و حساسیت سنجی قرار گرفته است. همانطور که اشاره شد شیوه‌ی بال زدن ارتباط مستقیمی با تولید نیروهای آیرودینامیکی دارد. پرواز ایستایی از فازهای مرسوم پرواز حشرات بوده که حرکت ترکیبی بال زدن و پیچش بال را برای تولید نیروی لازم در این فاز اعمال می‌شود [13]. بررسی پارامترهای تأثیرگذار بر هر کدام از این حرکات و ترکیب آن‌ها نقش عمده‌ای در تولید نیروها و روند تغییرات نیرو در طول سیکل بال زدن دارند و لذا در کار جاری پارامترهای فرکانس بال زدن، حداکثر دامنه‌ی بال زدن، حداکثر دامنه‌ی پیچش بال، اختلاف فاز زمانی بین زاویه‌ی بال زدن و زاویه‌ی پیچش بال، روند تغییرات زاویه‌ی بالزدن با زمان و روند تغییرات زاویه‌ی پیچش بال با زمان مورد بررسی قرار گرفته است. این حساسیت سنجی برای نمونه مقیاس بال یک حشره‌ی دروزوفیلا<sup>۱</sup> در فاز پروازی ایستا انجام گرفته و نتایج برای نیروی برآی تولیدی لحظه‌ای و متوسط معرفی شده است.

## 2- تئوری المان تیغه

روش تئوری المان تیغه با تقسیم کردن پلان سه بعدی بال به تعداد کافی از المان‌ها، هر کدام از این المان‌ها را به طور مجزا مورد بررسی قرار می‌دهد. سرعت‌های محلی وارد بر هر المان بدست آمده و نیروی انتقالی بدست می‌آید و در نهایت نیروهای ناپایای وارده بر المان محاسبه شده و اضافه می‌گردند. نهایتاً با انتگرال‌گیری از نیروهای بدست آمده بر هر کدام از المان‌ها در طول دهانه‌ی بال و همچنین در طول کل زمان دوره‌ی سیکل بال زدن، نیروهای تولیدی توسط بالزن محاسبه می‌شوند. در این بخش استفاده از تئوری المان تیغه برای یک بالزن با حرکت ترکیبی بال زدن و پیچش بال شرح داده خواهد شد.

شکل 1 بالزنی به طول بال R را نشان می‌دهد [10]. برای برقراری روش همانطور که اشاره شد بال به تعداد زیادی المان با پهنای dr تقسیم می‌شود. مقطع یک المان مشخص از بال در فاصله‌ی r نسبت به ریشه‌ی بال قرار گرفته است و در شکل 1 به صورت یک نوار مشکی رنگ نشان داده شده است.

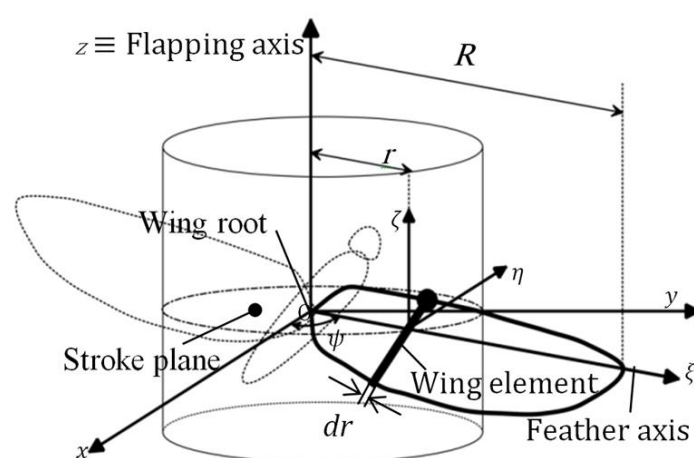
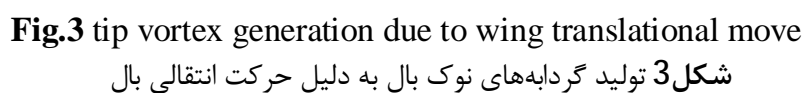


Fig.1 Definitions about wing element and its movement [10]

شکل 1 تعاریف مرتبط بال و مقطع و حرکت آن [10]


$$V_i = \sqrt{\frac{Mg}{2\rho S_d}} \quad (9)$$

### 2-2-1- ضرایب برآ و پسای انتقالی تجربی

#### 2-2-2-2- ضرایب برآ و پسای انتقالی تحلیلی

با انتگرال گیری از معادلات (3) و (4) در راستای دهانه‌ی بال نیروی‌های برآ و پسای انتقالی در یک زمان مشخص محاسبه می‌شوند. همانطور که در شکل 2 نشان داده شده است سرعت وارده بر مقطع المان بال  $V$  ناشی از دو سرعت انتقالی و سرعت القایی بوده که با توجه به شکل 2 توسط فرمول (5) محاسبه می‌شود:

که  $V_T$  سرعت انتقالی و  $V_i$  سرعت القایی است. نهایتاً زاویه‌ی  $\varphi$  که بیانگر زاویه‌ی بین محور  $\eta$  و راستای  $V$  است توسط رابطه‌ی (6) محاسبه می‌شود:

زاویه حمله بال نیز با توجه به زاویه‌ی پیچش بال  $\theta_r$  زاویه  $\varphi$  طبق رابطه‌ی (7) بدست می‌آید:

زاویه‌ی  $\theta_r$  به صورت تابعی متغیر با زمان وارد روند شبیه سازی شده و جزء ورودی‌های مسئله است. اما برای بدست آوردن زاویه‌ی  $\varphi$  نیاز به معلوم بودن مؤلفه‌های القایی و انتقالی سرعت است. در بخش‌های بعدی روند بدست آوردن این دو مؤلفه‌ی سرعت مورد بررسی قرار می‌گیرد.

برای بدست آوردن تغییرات ضرایب برآ و پسای انتقالی با تغییرات زاویه‌ی حمله نیز راه‌هایی وجود دارد که در ادامه به صورت یک بخش مجزا مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### 2-1-1- سرعت انتقالی

سرعت انتقالی مؤلفه‌ای از سرعت است که به واسطه‌ی حرکت بال زدن تولید شده و توسط رابطه‌ی (8) محاسبه می‌گردد که در این رابطه که  $r$  فاصله‌ی مقطع بال از ریشه‌ی بال بوده و  $\dot{\theta}$  مشتق اول زاویه‌ی بالزدن  $\theta$  نسبت به زمان است.

### 2-1-2- سرعة القايي

مؤلفه‌های القایی ناشی از اثرات سه بعدی بال و بال زدن در پژوهش‌های پیشین به دو شکل مستقیم و غیر مستقیم وارد روند شبیه سازی تئوری المان تیغه شده است. شکل مستقیم به گونه‌ای است که با استفاده از تئوری دیسک محرک، رابطه‌ای برای سرعت القایی بدست آمده و این سرعت القایی با سرعت انتقالی به صورت برداری جمع شده و سرعت کلی را تشکیل می‌دهند. شکل دوم و غیر مستقیم به گونه‌ای است که با استفاده از تئوری دیسک محرک رابطه‌ای برای توان واقعی و توان ایده آل بدست آمده و نسبت این دوتوان به عنوان فاکتور توان القایی معرفی شده و در رابطه‌ای بر اساس تئوری خط برآزای پرانتل برای ضریب برآ جاسازی می‌گردد و نهایتاً در رابطه‌ی بدست آمده برای تغییرات ضرایب برآ و پسا با زاویه‌ی حمله خود را نشان می‌دهد. این رابطه برای ضریب برآ و ضریب پسا، وارد محاسبه‌ی نیروی انتقالی می‌گردد که در ادامه به طور مفصل به آن پرداخته می‌شود.

شکل 2 حالتی از کورس بال زدن را نشان می‌دهد که بال به سمت راست در حال حرکت است و به این دلیل قسمت زیرین بال پر فشار بوده و قسمت بالایی بال کم فشار؛ لذا سرعت القایی ناشی از اختلاف فشار بالا و پایین بال و اثرات سه بعدی آن به سمت پایین است. شکل 3 به منظور بررسی ابتدایی فیزیک تولید سرعت القایی در پرواز ایستا آورده شده است. همانطور که در



می گیرد و در مورد تأثیر نسبت پیشرفت<sup>۲</sup> و تأثیر توزیع طول وتر بال در دهانه ی بال و فاصله ی ریشه ی بال از مبدأ چرخش بال نیز در پژوهش نبوی و همکاران بحث شده است [17]. آنها این پارامتر را برای حالت پرواز ایستا در هشت حشره بدست آوردند که تغییراتی بین 1.14 تا 1.24 برای این ضریب محاسبه شد. همچنین پارامتر  $k_{tip}$  توسط الینگتون [18] به صورت روابط (13) و (14) بدست می آید:

$$k_{tip} = 1 + 0.79s^2 \quad (13)$$

$$s^2 = \frac{2\pi W}{\rho n^2 f (\gamma R^2)^2} \quad (14)$$

که  $W$  وزن حشره است.  $\gamma$  نیز زاویه ی جاروب کردن بال طی زاویه ی بال زدن است. همچنین  $n$  فرکانس ضربه ی برای لحظه ای در طول یک سیکل بال زدن بوده که در پرواز ایستا برابر با 2 در نظر گرفته می شود [17].

پارامتر  $k_{flap}$  نیز توسط رابطه ی (15) محاسبه می شود [17]:

$$k_{flap} = \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}} \quad (15)$$

دیگر روش تحلیلی برای بدست آوردن ضریب برای انتقالی یک بالزن در پرواز ایستا، استفاده از مدل آنالوژی مکش لبه ی حمله ارائه شده توسط پالهمز است [19]. این مدل به شکل رابطه ی (16) و (17) ارائه شده است [11]:

$$C_L(\alpha) = \left( \frac{C_{L\alpha}}{2} \sin 2\alpha \right) \left( \cos \alpha + \left( 1 - \frac{k C_{L\alpha}}{\pi AR} \right) \sin \alpha \right) \quad (16)$$

$$C_{L\alpha} = \frac{C_{L\alpha,2d}}{E + k C_{L\alpha,2d} / (\pi AR)} \quad (17)$$

باید توجه داشت که براکت اول در عبارت فوق دقیقاً برابر با عبارت معادله ی (10) است. عبارت براکت دوم در فرمول (16)، جمله ای اضافی نسبت به عبارت معادله ی (10) بوده که توسط نبوی [11] به نام  $k_{polhamus}$  نام گذاری گردید. پالهمز در پژوهش خود برای نسبت های منطری حداکثر تا 1.5 تطابق خوبی را با نتایج تجربی در مدل های بال دلتای خود بدست آورد و پس از این محدوده نیروی های پیش بینی شده توسط او از نتایج تجربی فراتر می رفتند و این اختلاف با افزایش نسبت منطری بزرگتر می گردید [11]. این موضوع در قسمت نتایج مورد بررسی قرار می گیرد.

### 2-3- نیروی جرم اضافه شده

نیروی جرم اضافه شده یکی از اثرات ناپایایی حوزه ی حل جریان حول بالزن است. شناختن این نیرو و بدست آوردن مقدار آن باعث بهبود روش های شبه پایا در بالزن ها مانند تئوری المان تیغه شده و نتایج را بهبود می بخشد. به طور کلی نیروی جرم اضافه شده نیروی ناشی از حرکت شتابدار بال و عکس العمل ذرات احاطه کننده به بال است. مطابق شکل 6 مقطع بالی به ضخامت  $dr$  و در فاصله  $r$  نسبت به ریشه ی بال روی محور بال را در نظر می گیریم. فرض می شود که سیال احاطه کننده تأثیرگذار بر روی بال به اندازه ی یک دیسک به قطر وتر مقطع بال  $c(r)$  و ضخامت  $dr$  باشد. لذا اندازه ی جرم دیسک برابر  $\frac{\pi}{4} \rho c(r)^2 dr$  بوده و در صورتیکه شتاب بال

برابر  $a_n$  باشد، نیروی جرم اضافه شده از رابطه ی (18) بدست می آید:

$$dF_A = -\frac{\pi}{4} \rho c(r)^2 a_n dr \quad (18)$$

همانطور که اشاره شد  $a_n$  شتاب نقطه ی مرجع روی مقطع بال است که توسط فرمول (19) محاسبه می گردد [10]:

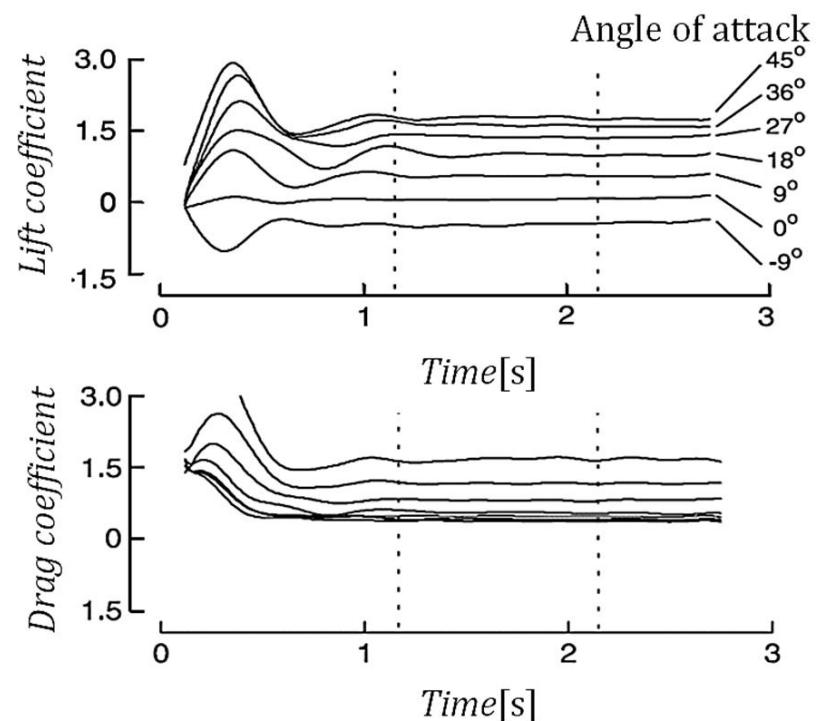


Fig.4 reading results for translational lift and drag coefficient [13]

شکل 4 نتایج خوانده شده برای ضرایب برآ و پسای انتقالی [13]

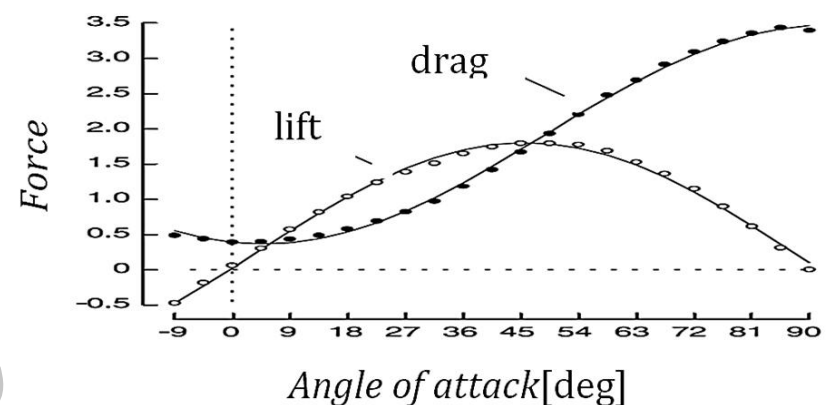


Fig.5 curve fit on mean coefficients at each angle of attack [13]

شکل 5 گذراندن منحنی بر ضریب نیروی متوسط در زوایای حمله مختلف [13]

توسط محققان مورد استفاده قرار گرفته است. نبوی و کروزر [11] بر مبنای تئوری خط برآزای پیرانتل<sup>۱</sup> به ارائه مدلی برای محاسبه ی تغییرات ضرایب برآ و پسای انتقالی با زاویه ی حمله در بال زن ها پرداختند. این مدل توسط رابطه های (10) و (11) نشان داده می شود. رابطه (10) برای اغلب حشرات که نسبت منطری بالای 3 دارند مناسب است [14].

$$C_L(\alpha) = \left( \frac{0.5 C_{L\alpha,2d}}{E + k C_{L\alpha,2d} / (\pi AR)} \right) \sin 2\alpha \quad (10)$$

$$C_D(\alpha) = C_L(\alpha) \tan \alpha \quad (11)$$

در رابطه (10)  $C_{L\alpha,2d}$  شیب نمودار ضریب برآی دو بعدی بال یا ایرفویل است. پارامتر  $E$  برابر با نسبت محیط پلان بال به طول بال بوده [15,16] و  $AR$  هم که نسبت منطری است بر مبنای طول یک بال تنها بدست می آید. این امر به دلیل بررسی یک بال و محاسبه ی برای آن تک بال است. پارامتر  $k$  نیز در معادله ی (10) برای اعمال تأثیر تغییرات واقعی فروزش نسبت به تغییرات ایده آل آن اضافه شده است. ضریب  $k$  یا فاکتور توان القایی برابر با نسبت توان القایی به توان ایده آل است. نبوی و همکاران [17]  $k$  را به صورت ضرب چند پارامتر معرفی نمودند:

$$k = k_{ind} k_{tip} k_{flap} \quad (12)$$

در معادله ی (12) پارامتر  $k_{ind}$  اثرات غیر یکنواختی توزیع فروزش را در بر

که در رابطه‌ی فوق  $C_{rot}$  ضریب نیروی چرخشی بوده و توسط رابطه‌ی (23) بدست می‌آید [8]:

$$C_{rot} = \pi (0.75 - x_f/c) \quad (23)$$

### 3- نتایج

بر مبنای تئوری فوق نرم‌افزاری بر اساس زبان فورترن توسعه داده شده و تاثیر مدل‌های مختلف و پارامترهای ناپایایی نیز بررسی شده است. فلوجارت روند کلی نرم‌افزار در شکل 8 نشان داده شده است. اصلاح سرعت القایی بر مبنای این الگوریتم انجام گرفته است. ابتدا هندسه و مشخصات پلان بال توسط نرم‌افزار خوانده شده و با توجه به تعداد المان‌های تعریف شده، تقسیم‌بندی بر روی بال انجام می‌پذیرد و سپس زوایای حرکتی و مشتقات آنها وارد می‌شود. در ادامه سرعت القایی اولیه حدس زده شده و حل وارد سه حلقه‌ی اصلاح سرعت القایی، تغییر زمان و تغییر المان روی بال، شده است. درون حلقه‌ها سرعت کلی و زاویه‌ی حمله و به تبع آن ضرایب برآ و پسا بر اساس روش‌های مختلف اشاره شده در قسمت‌های قبلی محاسبه شده و نیروی انتقالی بدست محاسبه گردید. باید اشاره شود که در صورت وارد کردن ضرایب نیروی انتقالی صرفاً به صورت تحلیلی، حل وارد حلقه‌ی اصلاح نمی‌شود. در ادامه اثرات ناپایایی نیروی جرم اضافه شده و نیروی چرخشی به نیروی انتقالی اضافه شده و انتگرال‌گیری روی المان‌های بال و روی زمان انجام گرفت. در ادامه سرعت القایی جدید در صورت وارد کردن مستقیم سرعت القایی در روند حل محاسبه می‌شود. سرعت القایی بدست آمده با سرعت القایی پیشین مقایسه شده و اگر اختلاف آنها کمتر از مقدار کوچکی باشد، نیروی کلی بدست آمده گزارش می‌گردد. اگر اختلاف زیاد بود حل به ابتدای حلقه زمانی برگشت نموده و مراحل قبلی تکرار می‌شود.

### 3-1- اعتبار سنجی

برای اعتبار سنجی ابتدا یک بال حشره خاص دروزوفیلا که نتایج تجربی [13] آن در ترکیب حرکات بالزن و پیچش موجود است، برای اعتبار سنجی نتایج انتخاب می‌شود. حرکت بال متشکل از دو حرکت انتقالی و پیچشی بال است که به ترتیب با  $\psi$  و  $\theta_r$  نشان داده می‌شوند. حرکت مورد بررسی در کار جاری ترکیب دو حرکت فوق بوده و در شکل 9 نشان داده شده است. زوایای اشاره شده با انتگرال‌گیری از سرعت‌های انتقالی و پیچشی اشاره شده در مرجع [13] توسط ترانگ و همکاران [10] بدست آمدند. لزجت سیال، طول بال و فرکانس بال زدن طوری در نظر گرفته شده‌اند که رینولدز بال زدن حشره دروزوفیلا که برابر 136 است برقرار شود. بال به طول 25 سانتی متر از جنس پلکسی گلس و با ضخامت 3.2 میلیمتر از روی پلان بال حشره دروزوفیلا است و با فرکانس 0.145 و زاویه‌ی کورس کامل بال زدن 160 درجه مورد آزمایش قرار گرفته است. مساحت بال برابر با 0.0167 مترمربع است. محور بال که در قسمت قبلی تعریف شد در موقعیت 20 درصد متوسط طول وتر بال از لبه‌ی حمله تعریف شده است [10]. شکل 10 شماتیک این بال و المان‌های روی آن را نشان می‌دهد. البته تعداد المان‌های نشان داده شده روی بال در شکل فقط برای نشان دادن نمای المان‌ها آورده شده است.

### 3-1-1- انتخاب ضریب برآ و پسای انتقالی

در پژوهش‌های پیشین روش‌های مختلفی برای بدست آوردن ضرایب برآ و پسای انتقالی برای تغذیه‌ی تئوری المان‌های تیغه در بدست آوردن نیروی انتقالی، انجام شده است. این تفاوت‌ها با عنوان مدل در کار جاری نام‌گذاری

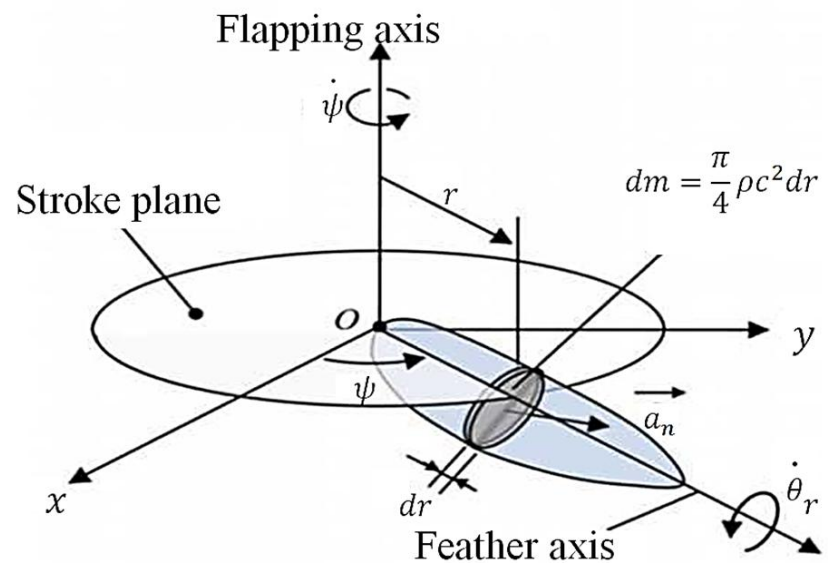


Fig.6 virtual mass about wing (added mass)[10]

شکل 6 جرم مجازی حول بال (جرم اضافه شده) [10]

$$a_n = x_m \ddot{\theta}_r + r \ddot{\psi} \sin \theta_r + x_m \dot{\psi}^2 \cos \theta_r \sin \theta_r \quad (19)$$

که در فرمول فوق  $\ddot{\theta}_r$  مشتق دوم زاویه‌ی  $\theta_r$  بوده و  $\ddot{\psi}$  مشتق دوم زاویه‌ی  $\psi$  است.  $x_m$  هم توسط رابطه‌ی (20) بدست می‌آید [10]:

$$x_m = x_r - x_f \quad (20)$$

که فاصله‌ی بین نقطه‌ی مرجع و محور چرخش بال با لبه‌ی حمله بال به ترتیب با  $x_r$  و  $x_f$  نشان داده شده است. فاصله‌ی بین نقطه‌ی مرجع تا لبه‌ی حمله یا فرار برابر با نصف طول وتر هر المان در نظر گرفته می‌شود [10].

### 4-2- نیروی چرخشی

نیروی چرخشی یکی دیگر از اثرات ناپایایی حوزه‌ی حل سیال دربرگیرنده‌ی بالزن است. این نیرو به دلیل حرکت چرخشی بال و تولید گردابه‌های ناشی از چرخش و القای نیرویی از طرف این گردابه‌ها به بال ایجاد می‌شود. مقطعی از بال که حول محور بال و با سرعت چرخشی  $\dot{\theta}_r$  می‌چرخد و با سرعت انتقالی  $V_T$  حرکت می‌کند، در شکل 7 نشان داده شده است [10]. سان و همکاران [8] به این نتیجه رسیدند که در نبود اصطکاک پوسته‌ای، نیروی چرخشی  $dF_{rot}$  به صورت عمود بر مقطع بال اعمال می‌شود که در این شکل مشخص است. مقدار نیروی چرخشی اعمالی بر مقطع بال توسط رابطه‌ی (21) محاسبه می‌گردد:

$$dF_{rot} = \rho V_T d\Gamma_{rot} \quad (21)$$

$d\Gamma_{rot}$  گردش چرخشی مقطع بال بوده و توسط رابطه‌ی (22) محاسبه می‌شود [10]:

$$d\Gamma_{rot} = C_{rot} \dot{\theta}_r c^2 dr \quad (22)$$

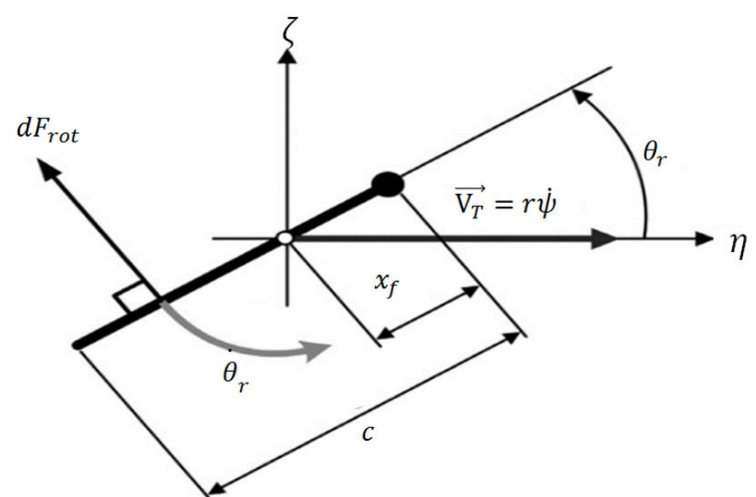


Fig.7 rotational force acting on wing element[10]

شکل 7 نیروی چرخشی اعمالی بر مقطع بال [10]

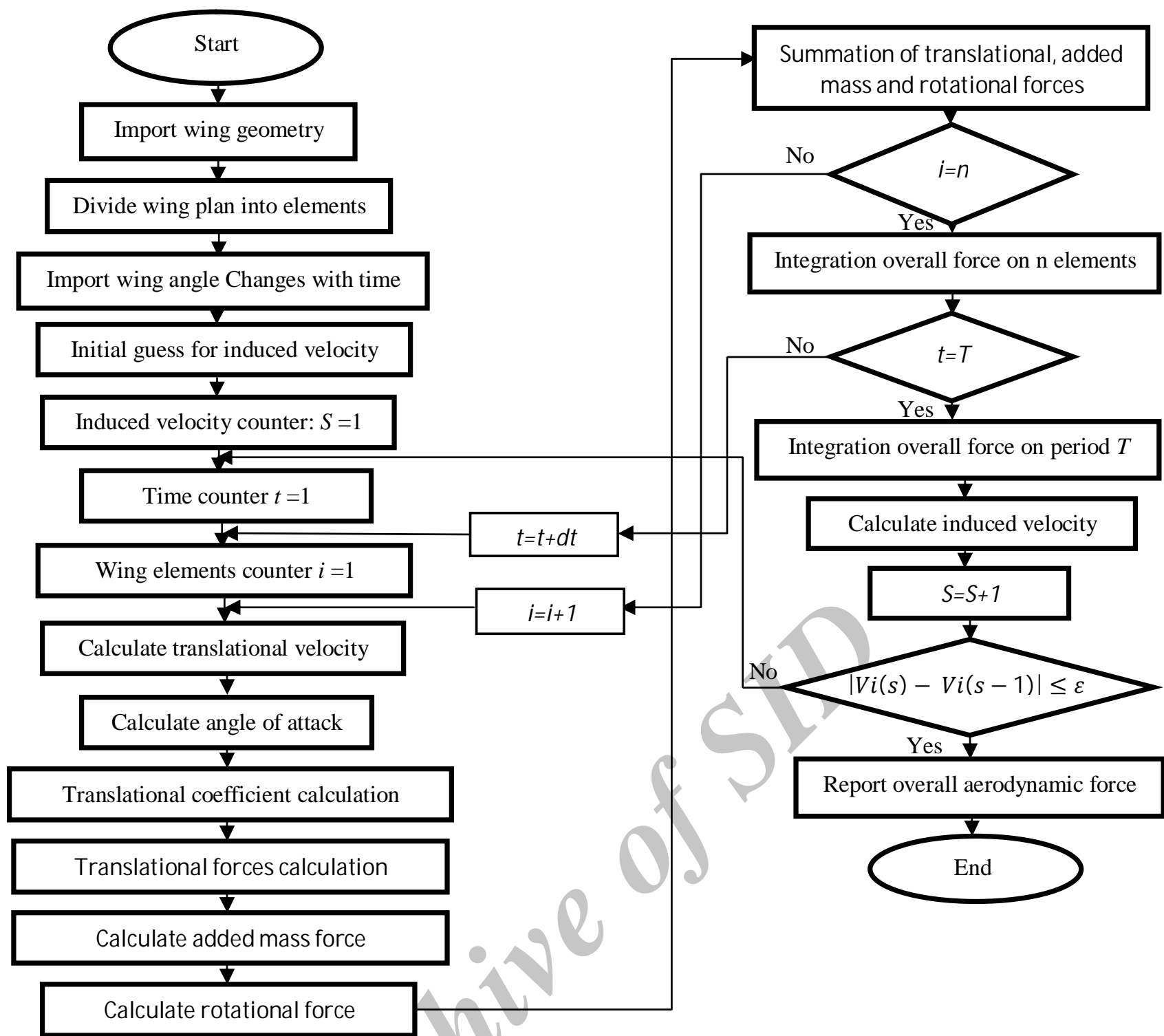


Fig.8 flowchart of present work program

شکل 8 فلوچارت برنامه تدوین شده

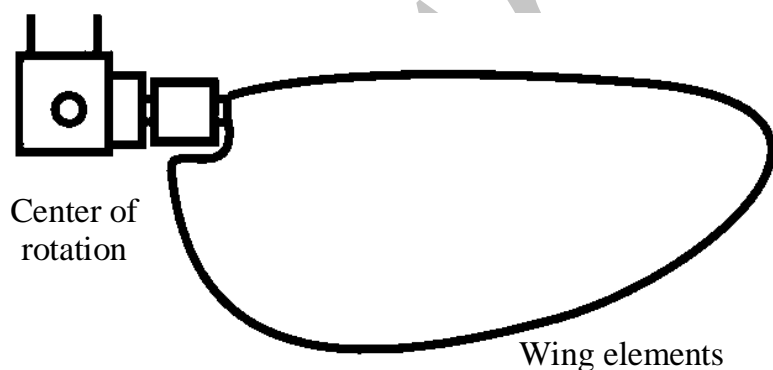


Fig.10 plan of wing for validation[13]

شکل 10 پلان بال مورد اعتبار سنجی [13]

شده و اختلافات این مدل در نیروی برای بدست آمده مورد بررسی و مقایسه قرار می گیرد. ضرایب نیروی برا و پسای بدست آمده مطابق ایدهی دیکینسون و همکاران [13] در بخش 2-2-1 به شکل زیر است:

$$C_L = 0.225 + 1.58 \sin(2.13\alpha - 7.2) \quad (24)$$

$$C_D = 1.92 - 1.55 \cos(2.04\alpha - 9.82) \quad (25)$$

در فرمول های فوق زاویه حمله  $\alpha$  بر حسب درجه است. استفاده از این فرمول در کار جاری با عنوان مدل 1 نام گذاری شده و در ادامه ضرایب برا و پسای بدست آمده توسط این مدل و نیز نیروی برای کلی با استفاده از این مدل

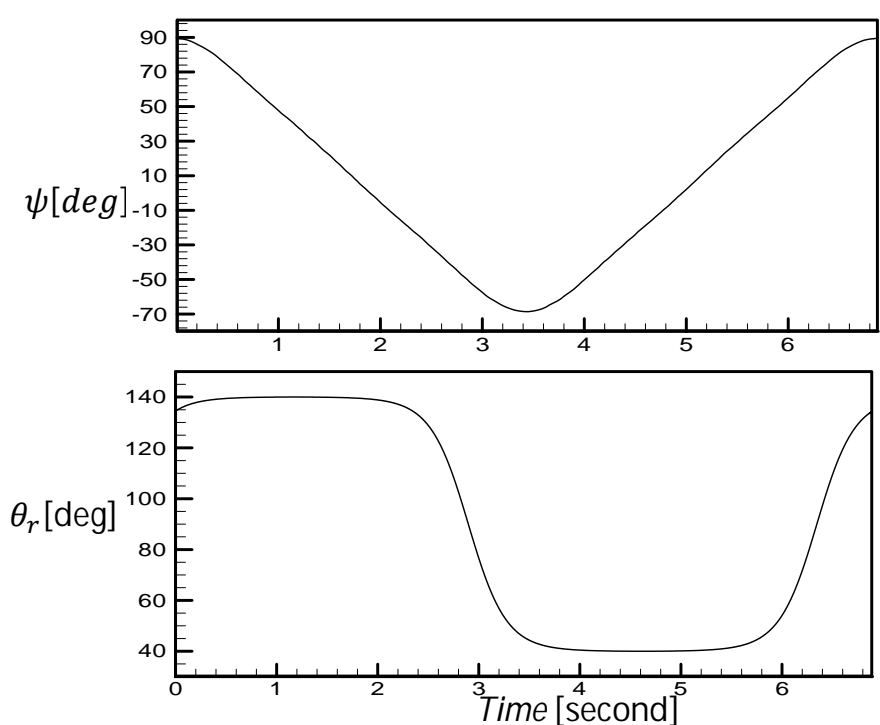


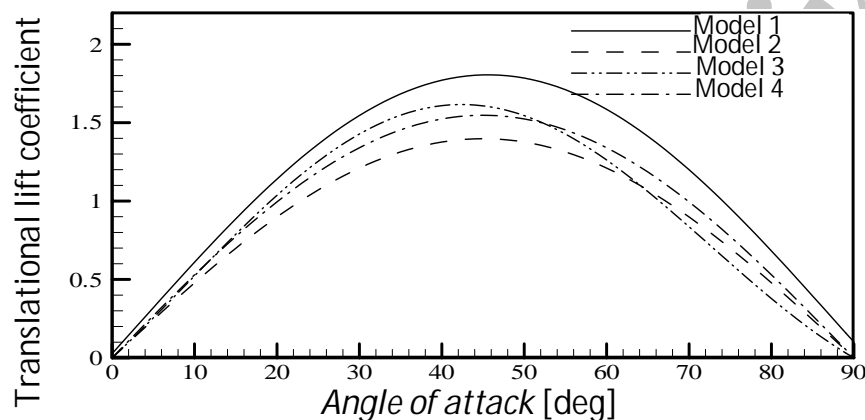
Fig.9 flapping and pitching angle in one period

شکل 9 زوایای بالزدن و پیچش بال در یک دوره

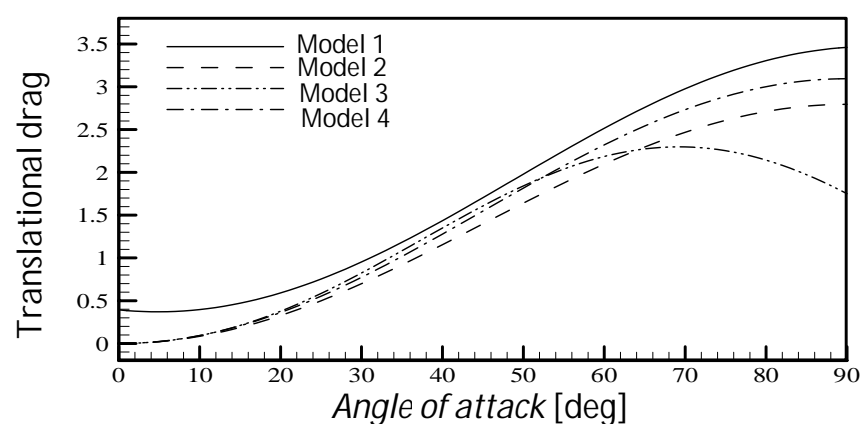
**Table 2** developed model to investigation on translational lift and drag coefficient in present work

شماره مدل	ضریب پسا	ضریب برآ
مدل 1	رابطه (25)	رابطه (24)
مدل 2	رابطه (11)	رابطه (10)
مدل 3	رابطه (11)	رابطه (16)
مدل 4	رابطه (11)	رابطه (10) و $k=1$

پس از اعمال ضرایب فوق و اجرای نرم افزار طبق فلوچارت شکل 8، نتایج نیروی برا در شکل 13 در مدل های مختلف کار جاری آورده شده است. همچنین نیروی اندازه گیری شده به صورت تجربی توسط دیکینسون و همکاران [13] و یک کار تئوری المان تیغه توسط ترانگ و همکاران [24] نیز آورده شده است. همانطور که در شکل 13 مشاهده می شود با توجه به بحث های صورت گرفته در بخش های قبل سه حالت مختلف در کار جاری بررسی شده است: مدل 1 استفاده از فرمول تجربی ضرایب برآ و پسای بال ارائه شده توسط دیکینسون و همکاران [13] است که با وارد کردن سرعت القایی با استفاده از تئوری دیسک محرک و اصلاح سرعت، نیروی لحظه ای بدست آمده است. در مدل 2 از فرمول (10) و (11) برای ضریب برآ و پسا بوده و ضریب  $k$  نیز محاسبه گردیده و وارد شده است. مدل 3 نیز استفاده از رابطه ی پالهمز است و مشابه حالت قبل فاکتور توان القایی  $k$  وارد شده است. در این شکل نیروی تجربی اندازه گیری شده [13] و یک مدل سازی گذشته بر مبنای تئوری المان تیغه ی بهبود یافته [24] نیز آورده شده است. برای حالت بهتری از اعتبار سنجی می توان نیروی آیرودینامیکی متوسط را نیز مورد مقایسه قرار داد. هم چنین درصد خطای نسبی نسبت به مقدار برآی متوسط در طول یک سیکل بال زدن نسبت به حالت تجربی نیز مورد مقایسه قرار گرفته می شود و در جدول 3 آورده شده است. لازم به ذکر است که

**Fig.11** comparison of translational lift coefficient between four models

شکل 11 مقایسه ی بین مدل های مختلف ضریب برآی انتقالی

**Fig.12** comparison of translational drag coefficient between four models

شکل 12 مقایسه ی بین مدل های مختلف ضریب پسای انتقالی

مقایسه می شوند. همانطور که در بخش 2-2-2 اشاره شد، یکی از روش های تئوری بدست آوردن ضرایب نیروی برا و پسای انتقالی بالزن توسط نبوی با استفاده از تئوری خط برآزای پرانتل به صورت رابطه ی (10) معرفی شده است. در این فرمول ضریب برآی دو بعدی بال  $C_{La,2d}$  برای صفحه ی تخت دارای مقدار تئوری  $(0.11 \text{ deg}^{-1})$   $2\pi \text{ rad}^{-1}$  است. با این وجود کارهای پیشین نشان دادند که این ضریب در رینولدزهای پایین که اکثر حشرات در آن محدوده عمل می کنند، کاهش می یابد [20]. مقدار  $0.09 \text{ deg}^{-1}$  برای این پارامتر در نظر گرفته می شود [21]. نسبت محیط بال کامل یا دو بال به طول بال کامل  $E$  نیز برابر 1.155 بدست می آید [22].

نسبت منظری هم با توجه به طول یک بال برابر 3.21 بدست می آید [23]. ضریب  $k$  نیز از سه قسمت تشکیل شده است. برای  $k_{ind}$  مقدار 1.21 در نظر گرفته می شود که برای حشره ی میوه در پژوهش نبوی [17] محاسبه شده است. حشره ی میوه، پلان بالی شبیه پلان بال سوسک دروزوفیلا دارد و از این رو این مقدار انتخاب شده است. همچنین پارامتر  $k_{tip}$  توسط فرمول های (13) و (14) الینگتون [18] در نظر گرفته می شود. فرض بر این گرفته می شود که در کار جاری مقدار پارامتر  $W$  که همان وزن پرنده است برابر با نیروی متوسط تولیدی در یک سیکل بالزنی توسط بال ساخته شده در بستر آزمایش که توسط ترانگ و همکاران [24] برابر با 0.233 محاسبه گردید، است.  $f$  فرکانس بال زدن بوده و در کار جاری برابر با 0.145 است. همچنین  $\gamma$  نیز زاویه ی جاروب شده توسط بال در یک نیم سیکل است که برابر با 160 درجه است. پارامتر  $n$  نیز همانطور که در بخش 2-2-2 اشاره شد، برابر 2 در نظر گرفته می شود. با جایگذاری مقادیر نهایتاً مقدار  $k$  در رابطه ی (12) برابر 1.35 محاسبه می شود. نهایتاً با جایگذاری مقادیر اشاره شده، روابط (10)، (11) و (16) برای ضرایب برآ و پسا قابل محاسبه می باشند. در صورت ایده آل بودن حرکت بال زدن، ضریب فاکتور القایی  $k$ ، برابر 1 در نظر گرفته می شود. فرمول های مورد استفاده به صورت سه مدل در کار جاری معرفی گردیده و در جدول 2 آورده شده است. مدل اول ضریب برآ و پسا را با استفاده از روش تجربی دیکینسون و همکاران [13] محاسبه می نماید. در مدل دوم از رابطه ی تئوری خط برآزای پرانتل مورد استفاده توسط نبوی برای ضریب برآ استفاده می شود. در مدل سوم رابطه ی پالهمز مورد استفاده قرار گرفته و در مدل چهارم، همان مدل دوم و در حالت ایده آل  $k=1$  استفاده می شود.

شکل 11 مقایسه ی بین تغییرات ضریب برآ با زاویه ی حمله را در چهار مدل کار جاری نشان می دهد. همانطور که در این شکل مشاهده می شود، ضریب برآی مدل 1 نسبت به بقیه ی مدل ها بیشتر است. همچنین با قراردادن ضریب فاکتور القایی  $k$  برابر یک در مدل 4 نیز مقایسه ی بین رابطه ی بدست آمده توسط نبوی انجام شده است. مشاهده می شود که در حالت ایده آل، ضریب برآ نسبت به مدل 2 که مقداری واقعی برای  $k$  لحاظ گردیده است، بیشتر است. مدل 3 نسبت به مدل های تئوری از مقدار بیشتری برای ضریب برآ برخوردار است. شکل 12 نیز مقایسه ی بین ضرایب پسای متناظر با ضرایب برآی شکل 11 را نشان می دهد. در مقایسه ی ضریب پسا در مدل های چهار گانه نیز همانطور که مشاهده می شود مدل 1 نسبت به بقیه ی مدل ها ضریب پسای بیشتری دارد. همچنین اختلاف روند پسای مدل 3 برای زوایای حمله ی زیاد، به دلیل اختلاف در ضریب برآی اشاره شده در آن محدوده از زاویه های حمله است.

جدول 2 مدل های بررسی شده برای ضرایب برآ و پسای انتقالی در کار جاری



سرعت‌های بال زدن و پیچش بال توسط یک اسپیلاین برازش شده و با مشتق و انتگرال‌گیری عددی از این اسپیلاین، مقادیر خواسته‌شده از زوایا و مشتق دوم حرکت بدست آمدند. دوم اینکه در کار ترانگ و همکاران [24] درباره‌ی استفاده از سرعت القایی بحث انجام شده است ولی چگونگی این کار و فرمول بدست آوردن این سرعت در صورت استفاده در کار مزبور، ذکر نشده است. نقطه‌ی قابل توجه درباره‌ی مدل 3 این است که نبوی و همکاران انتظار داشتند که رابطه‌ی پالهمز برای بال‌هایی با نسبت منطری کوچک حداکثر تا 1.5 جواب‌های مناسبی در اختیار دهد و افزایش این نسبت باعث پیش‌بینی بیش از حد نیرو گردد که نتیجه کاری جاری موید این امر است.

### 3-2- بررسی تاثیر پارامترهای حرکتی بر نیروی تولیدی

در پژوهش نبوی و کروزر [11]، فرمول‌هایی برای برازش روند زاویه‌های ورودی ارائه شده است. استفاده از این فرمول‌ها، تغییر در پارامترهای مختلف و بررسی اثرات آنها بر نیروهای آیرودینامیکی را راحت می‌نماید. این فرمول‌ها برای زوایای  $\psi$  و  $\theta$  در روابط (26) و (27) آورده شده است:

$$\psi(t) = \frac{\psi_{\max}}{\sin^{-1}(C_{\psi})} (\sin^{-1}[C_{\psi} \cos(2\pi ft)]) \quad (26)$$

$$\theta(t) = \frac{\theta_{\max}}{\tanh(C_{\theta})} (-\tanh[C_{\theta} \cos(2\pi + \delta)]) \quad (27)$$

که  $\psi_{\max}$  دامنه‌ی زاویه‌ی بال زدن،  $\theta_{\max}$  حداکثر دامنه‌ی زاویه‌ی پیچش و  $f$  فرکانس بال زدن است.  $\delta$  تأخیر فاز بین زاویه‌های بال زدن و پیچش بوده و پارامترهای  $C_{\psi}$  و  $C_{\theta}$  به ترتیب برای کنترل شکل بال زدن و چرخش بال به کار گرفته می‌شوند؛ به طوری که  $0 < C_{\psi} < 1$  و  $0 < C_{\theta} < \infty$  می‌باشند.

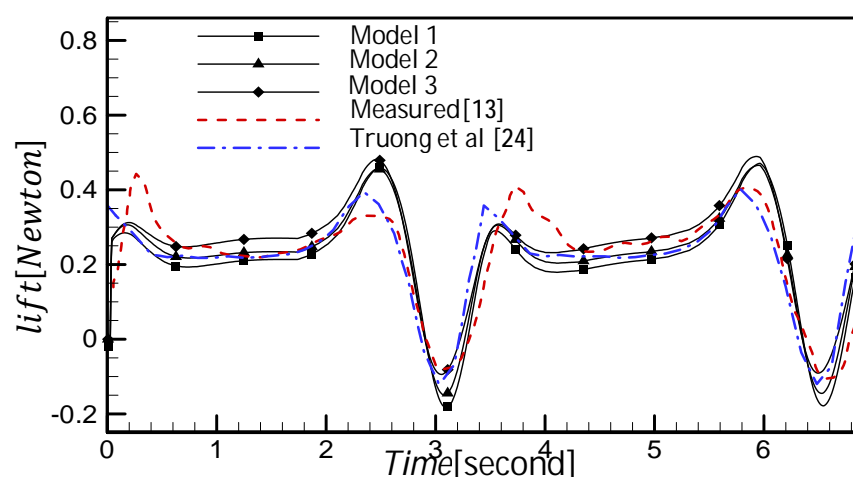
در این بخش به بررسی تاثیر این پارامترها بر نیروی آیرودینامیکی می‌پردازیم. پلان بال مورد بررسی همان مورد اعتبار سنجی است. پارامترهای بررسی شده عبارت‌اند از: فرکانس بال زدن، تأخیر فاز بین زاویه‌های بال زدن و پیچش، حداکثر زاویه‌ی بال زدن، حداکثر دامنه‌ی پیچش و روند تغییرات زوایای بال زدن و پیچش بال با زمان طی کورس بال زدن. بررسی پارامترها بدین گونه است که یکی از پارامترهای اشاره شده را متغیر فرض کرده و بقیه‌ی پارامترها طبق جدول 4 ثابت در نظر گرفته‌شده و تاثیر مقادیر مختلف آن پارامتر بر نیروی برای لحظه‌ای و متوسط مورد بررسی قرار می‌گیرد.

شکل 14 مقایسه‌ای بین نیروهای برای لحظه‌ای و متوسط در طول دوره‌ی بال زدن در فرکانس‌های مختلف را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش فرکانس بال زدن برآ با شیبی فزاینده در حال افزایش می‌باشند. افزایش فرکانس در یک دامنه‌ی بال زدن ثابت، باعث افزایش سرعت انتقالی می‌شود. سرعت انتقالی به طور مستقیم بر نیروی تولیدی در فرمول (1) اثرگذار است و در نهایت باعث افزایش نیرو می‌شود.

برای بررسی بهتر اثر اختلاف فاز بین زاویه‌ی بال زدن و پیچش بال از پارامتر درصد تأخیر فاز یا  $pdp$  استفاده می‌نماییم. به عنوان مثال  $pdp$  برابر  $+0.08$  بدین معنا است که در نیم کورس رو به پایین به اندازه‌ی 8 درصد طول کل دوره‌ی بال زدن ( $T$ )، تغییرات زاویه‌ی پیچش زودتر شروع می‌شود و به تبع آن در شروع نیم کورس رو به بالا نیز این تغییر زودتر پایان می‌یابد. جدول 4 مقادیر پارامترهای ثابت در بررسی متغیرها (ردیف اول) و دامنه تغییرات آنها (ردیف دوم)

**Table4** value of constant parameters (first row) and their domain of variation (second row)

$f[\text{Hz}]$	$pdp$	$C_{\psi}$	$C_{\theta}$	$\psi_{\max}[\text{deg}]$	$\theta_{\max}[\text{deg}]$
0.14	0.06	0.96	2.3	80	50
0.2 تا 0.1	0.2 تا 0.2	1 تا 0	16 تا 1	90 تا 10	80 تا 20



**Fig.13** validation of instantaneous lift force in three models of present work with past works

شکل 13 اعتبار سنجی نیروی برای لحظه‌ای در سه مدل کار جاری با کارهای گذشته

**جدول 3** مقایسه نیروی برای متوسط در کار جاری با کارهای پیشین

**Table3** comparison of mean lift of 3 models with past works

درصد اختلاف	متوسط نیرو	مدل مورد بررسی
-	0.233	دیکینسون و همکاران (تجربی) [13]
+35.2	0.315	رامامورتی و همکاران (CFD) [5]
-29.2	0.165	سان و همکاران (CFD) [25]
-5.6	0.220	ترانگ و همکاران 2013 [24]
-11.9	0.205	مدل 1
-4.9	0.222	مدل 2
+6.8	0.249	مدل 3

استفاده‌ی تنها از ضرایب برآ و پسای تجربی و عدم لحاظ سرعت القایی باعث پیش‌بینی بیش از حد نیرو شده و خطایی برابر 13+ درصد را نشان می‌دهد که بدیهی بوده و لذا در بررسی مدل‌ها آورده نشده است.

نتایج نشان می‌دهند که مدل 2 از لحاظ دقت شبیه سازی نیروی برای لحظه‌ای بهترین پیش‌بینی را انجام داده است. البته اختلافاتی در قله‌های اول هر نیم سیکل مشاهده می‌شود که می‌تواند به دلیل خطاهایی در برداشت داده‌های نمودارهای حرکات ورودی بالزن و برازش کردن توابع عددی و مشتق‌گیری از آنها باشد. همچنین در نتایج تجربی، اعلام‌شده که زاویه‌ی پیچش می‌تواند تا حدود 4.5 درجه خطا با حالت اعلام‌شده، اختلاف داشته باشد که این امر می‌تواند اختلافات در نیروی برای لحظه‌ای با کار تجربی و کار تئوری المان تیغه را توجیه نماید. نیروی برای متوسط بدست آمده توسط سه مدل اشاره شده با کار تجربی و کارهای عددی دینامیک سیالات محاسباتی و همچنین کار تئوری المان تیغه‌ی ترانگ و همکاران [24] مقایسه شد. همانطور که مشاهده شد، نتایج رامامورتی و همکاران دارای پیش‌بینی بیش از حد از نیروی برآ است و سان و همکاران نیز نیرو را کمتر از مقدار صحیح خود پیش‌بینی کرده‌اند و خطای این دو مدل زیاد است. مدل ترانگ و همکاران به دلیل تشابه در اکثر روند شبیه سازی بسیار نزدیک به سه مدل کار جاری است ولی همانطور که مشاهده می‌شود خطایی برابر با 5.6 درصد در متوسط نیروی آیرودینامیکی دارد که این خطا در مدل 2 برابر با 4.9 درصد است. علت اختلاف بین سه مدل استفاده‌شده در تحقیق جاری و مدل ترانگ و همکاران می‌تواند ناشی از چند عامل باشد: نخست اینکه ترانگ و همکاران در بدست آوردن حرکات بال و مشتق‌های آنها تا مرتبه‌ی دوم سرعت‌های انتقالی و پیچشی بالزن را با جمع سه تابع سینوسی برازش نمود که می‌تواند خطاهایی را نیز همراه خود داشته باشد ولی در کار جاری

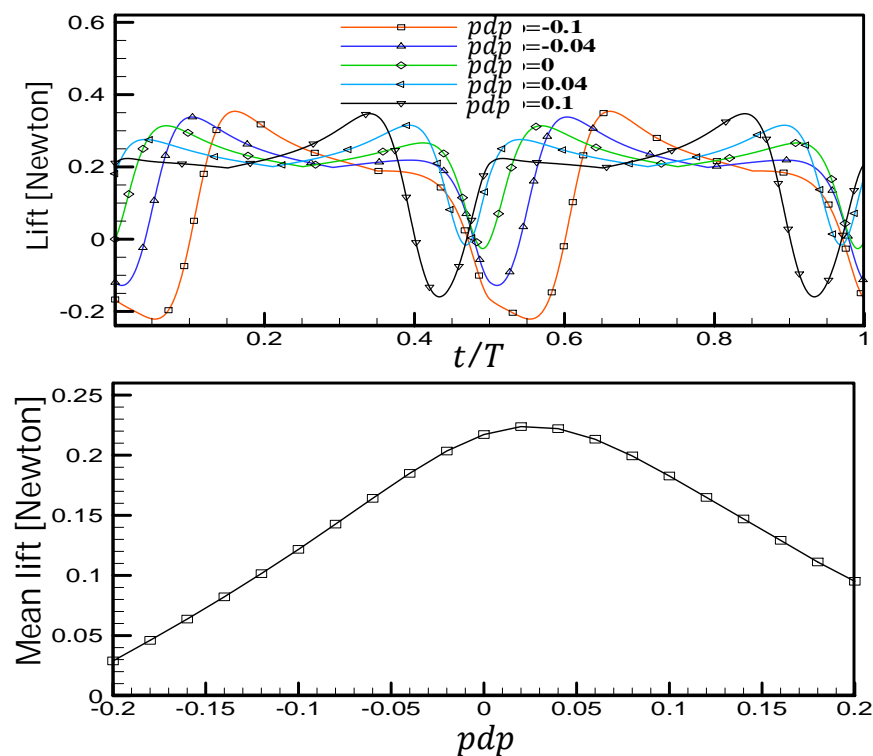


Fig.15 effect of phase difference present on lift

شکل 15 تاثیر درصد اختلاف فاز زوایا بر نیروهای برای لحظه‌ای و متوسط

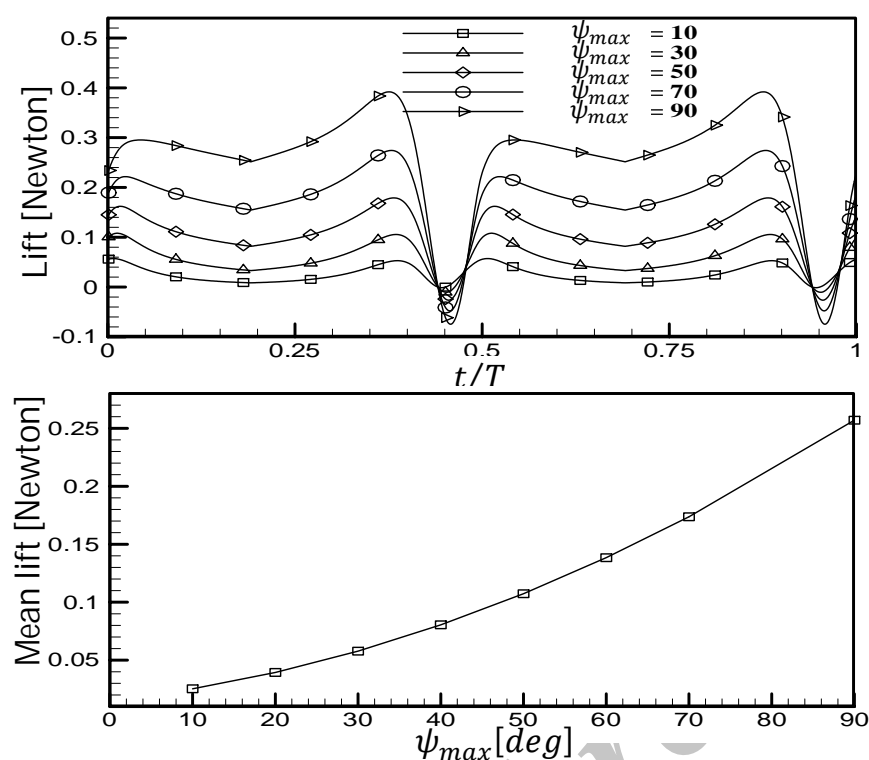


Fig.16 effect of flapping angle amplitude on lift

شکل 16 تاثیر حداکثر دامنه بال زدن بر نیروهای برای لحظه‌ای و متوسط

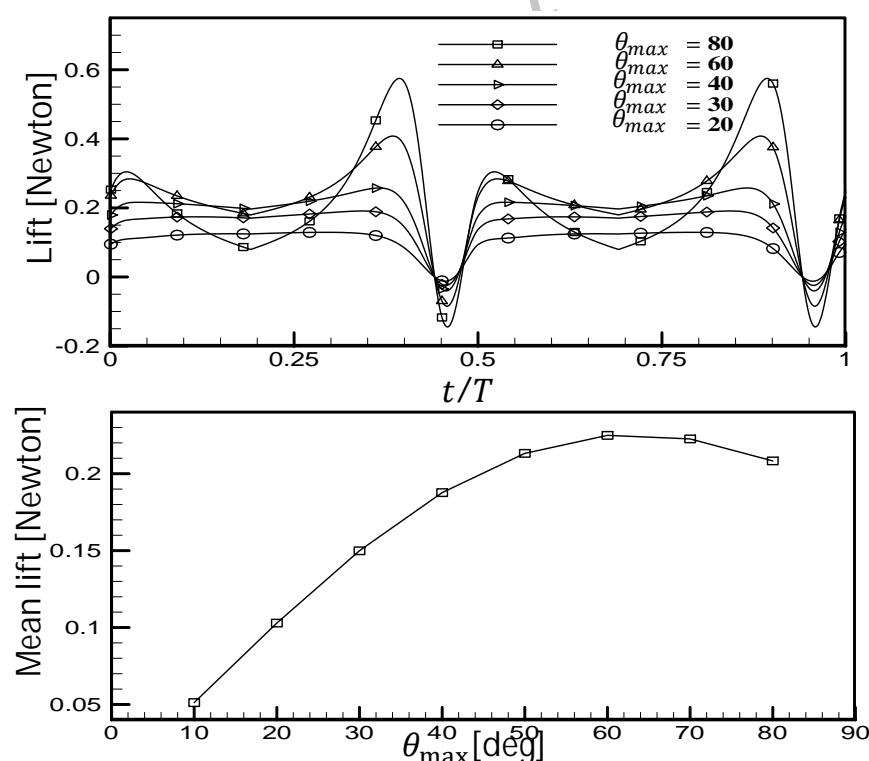


Fig.17 effect of maximum pitching angle on lift

شکل 17 تاثیر حداکثر دامنه پیچش بر نیروهای برای لحظه‌ای و متوسط

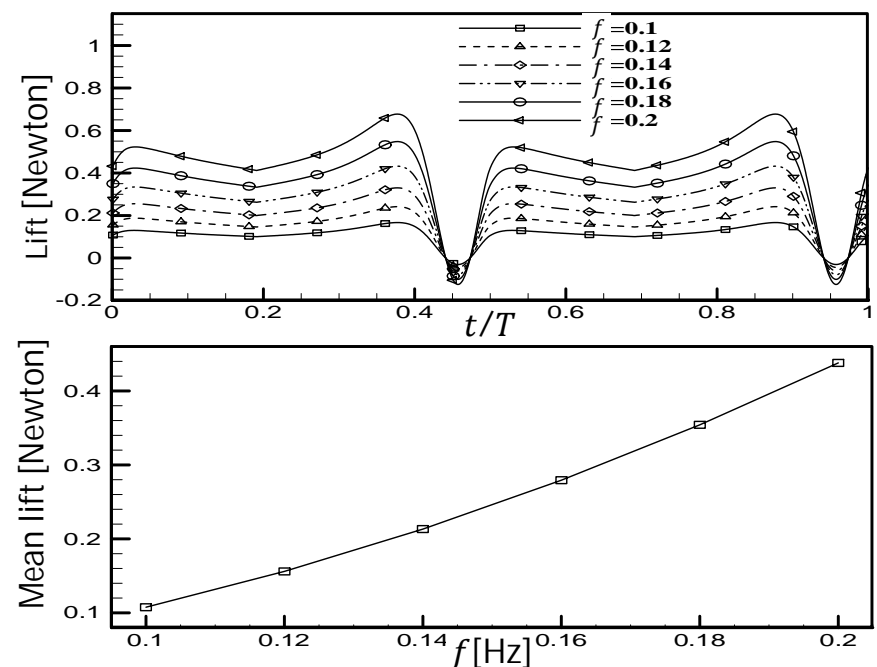


Fig.14 frequency effect on lift

شکل 14 تاثیر فرکانس بر نیروهای برای لحظه‌ای و متوسط

همچنین  $pdp$  برابر  $-0.08$  بدین معناست که در نیم کورس رو به پایین شروع تغییرات زاویه‌ی پیچش به اندازه‌ی 8 درصد طول کل دوره‌ی بال زدن به تأخیر می‌افتد و در شروع نیم کورس رو به بالا این تغییرات مدت زمان بیشتری نسبت به حالت متقارن در جریان است. تغییرات  $pdp$  خود را با تغییر پارامترهای  $\theta_r(t)$ ،  $\dot{\theta}_r(t)$  و  $\ddot{\theta}_r(t)$  نشان داده و بر زاویه حمله بال و به تبع آن نیروی انتقالی تاثیر می‌گذارد. به تبع آن طبق روابط (19) و (22) بر نیروهای جرم اضافه شده و چرخشی و در نهایت بر نیروی برای کلی اثرگذار خواهد بود. شکل 15 مقایسه‌ای بین نیروهای برای لحظه‌ای و متوسط در تأخیر فاز بین زاویه‌ی بال زدن و زاویه پیچش بال مختلف را نشان می‌دهد. همانطور که در نمودار برای متوسط مشخص است در  $pdp$  هایی نزدیک  $0.02$  تا  $0.04$  حداکثر مقدار برای نیروی متوسط برآ اتفاق می‌افتد که در طراحی یک بالزن این امر می‌تواند مورد توجه قرار بگیرد.

یکی از مهمترین پارامترهای ورودی تاثیر گذار بر نیروهای آیرودینامیکی یک پرنده‌ی بالزن حداکثر زاویه‌ی بال زدن یا دامنه‌ی بال زدن آن پرنده است. دامنه‌ی بال زدن تاثیر بسیار محسوسی بر نیروهای آیرودینامیکی دارد. همانگونه که در شکل 16 مشاهده می‌شود با افزایش دامنه‌ی بال زدن نیروی برآ به طور محسوسی افزایش می‌یابد و با اینکه گام‌های زاویه‌ای بین زوایای بررسی شده ثابت است اما نیروها با روندی افزایشی زیاد می‌شوند. نمودار پایین شکل 16 نیز اثر تغییر دامنه را بر نیروی متوسط آیرودینامیکی در یک سیکل بالزنی نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش دامنه‌ی بالزنی نیروی برآ نیز افزایش می‌یابد و شیب این نمودار نیز با افزایش زاویه‌ی بال زدن زیاد می‌شود. دلیل عمده افزایش نیرو با افزایش دامنه‌ی بال زدن در فرکانس ثابت، افزایش سرعت انتقالی و به تبع آن افزایش نیرو با توجه به فرمول (1) است.

یکی از دیگر پارامترهای مهم در بال زدن یک پرنده‌ی بالزن و به خصوص یک حشره، زاویه‌ی پیچش بال است. زاویه‌ی پیچش بال با پارامتر حداکثر دامنه پیچش بال  $\theta_{max}$  مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل 17 مقایسه‌ای بین نیروی برای لحظه‌ای در یک سیکل بال زدن در چند  $\theta_{max}$  را نشان می‌دهد. همانطور که در نمودار برای لحظه‌ای مشاهده می‌شود با تغییر از  $20$  درجه تا  $40$  درجه شکل کلی نیروها یکسان است و روند تغییر نیروها افزایش است ولی در زاویه‌ی  $60$  و  $80$  درجه شکل کلی نیروی برآ حالتی متفاوت به خود می‌گیرد و یکی از قله‌های برآ در هر نیم سیکل افزایش قابل‌ذکری دارد که

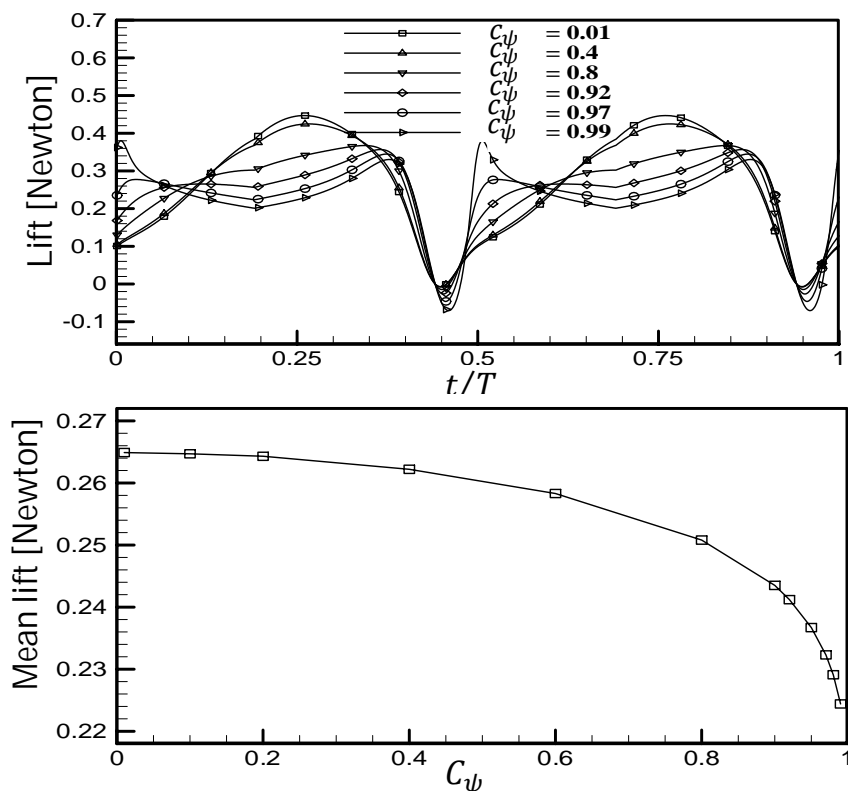


Fig.19 effect of  $C_\psi$  on instantaneous and mean lift

شکل 19 تاثیر تغییرات  $C_\psi$  بر نیروهای برای لحظه‌ای و متوسط

نزدیکتر می‌شود در مقابل هرچه  $C_\theta$  به سمت مقادیر زیاد پیش رود زاویه‌ی پیچش در کورس بال زدن به شکل مربعی نزدیک تر می‌شود و این بدین معناست که زاویه‌ی پیچش در طول هر نیم سیکل مقدار ثابت مشخصی داشته و در انتهای هر نیم سیکل به طور ناگهانی تغییر پیدا می‌نماید.

شکل 20 مقایسه‌ای بین نیروهای لحظه‌ای در طول سیکل بال زدن را برای چند مقدار  $C_\theta$  نشان می‌دهد. همانگونه که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش مقادیر  $C_\theta$  یکی از قله‌های نیروی برای موجود در هر نیم سیکل بالزنی افزایش چشمگیری داشته و رشد می‌کند. البته حداقل نمودار هم کاهش می‌یابد که زیاد محسوس نیست. برای مقایسه‌ی بهتر نیروی برای متوسط نیز در یک کورس بال زدن برای مقادیر متفاوت  $C_\theta$  بررسی شده است. تغییر ضریب  $C_\theta$  باعث تغییر در روند تغییرات  $\theta(t)$  شده و زاویه حمله بال و به تبع آن نیروی تولیدی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. همچنین باعث تغییر در پارامترهای  $\dot{\theta}_r(t)$  و  $\ddot{\theta}_r(t)$  شده و طبق روابط (19) و (22) بر نیروهای جرم اضافه شده و نیروی چرخشی اثر مستقیم دارد. همانطور که در

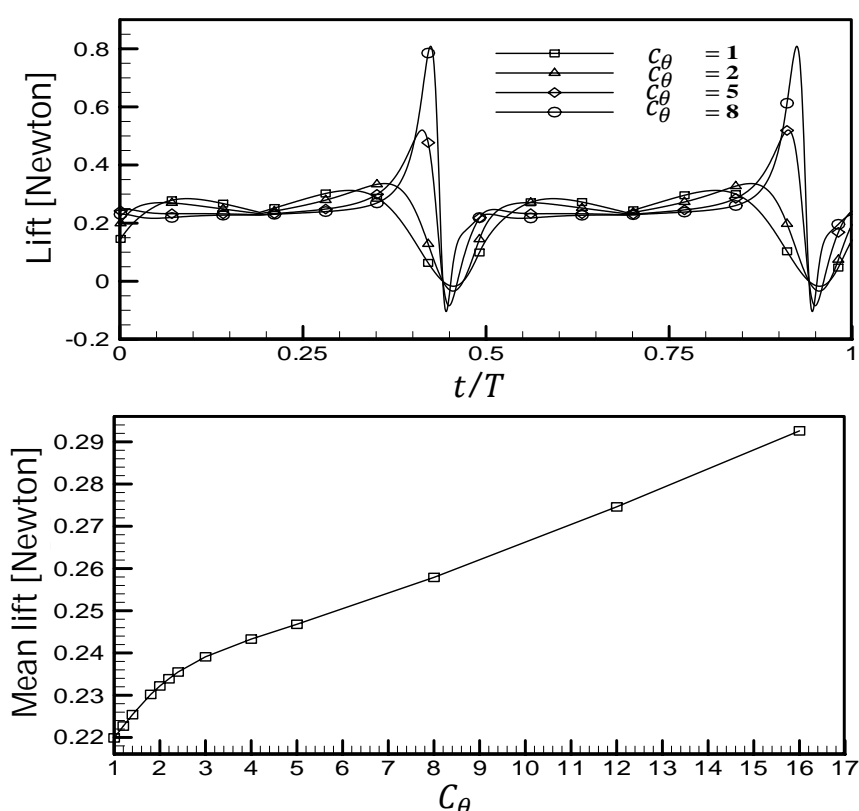


Fig.20 effect of  $C_\theta$  on instantaneous and mean lift

شکل 20 تاثیر تغییرات  $C_\theta$  بر نیروهای برای لحظه‌ای و متوسط

می‌تواند در بحث‌های سازه‌ای مورد توجه قرار گیرد. نمودار پایینی این شکل نیز مقایسه‌ای بین نیروی برای متوسط در یک سیکل بال زدن برای مقادیر بین 10 تا 90 درجه برای حداکثر زاویه‌ی پیچش بال را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش حداکثر دامنه‌ی پیچش بال نیروی برای تا حدود 60 درجه برای این زاویه، افزایش و پس از آن روند کاهشی دارد که در طراحی باید مورد توجه قرار گیرد. تغییرات  $\theta_{max}$  با ثابت ماندن بقیه‌ی پارامترها باعث تغییر در زاویه‌ی حمله‌ی بال طبق رابطه (7) می‌شود. تغییر در زاویه‌ی حمله نیز به طور مستقیم بر ضرایب برای و پسای انتقالی تاثیر گذاشته و نیروها تحت تاثیر قرار می‌گیرند.

پارامترهای  $C_\psi$  و  $C_\theta$  به ترتیب برای کنترل شکل بال زدن و چرخش بال به کار گرفته می‌شوند؛ به طوری که  $0 < C_\psi < 1$  و  $0 < C_\theta < \infty$  می‌باشند. همانطور که در شکل 18 مشاهده می‌شود با میل کردن  $C_\psi$  به سمت صفر،  $\psi(t)$  شکلی سینوسی شکل به خود می‌گیرد. هم چنین هر چه  $C_\psi$  به عدد یک نزدیک می‌شود، شکل  $\psi(t)$  مثلی‌تر می‌گردد. در مورد  $C_\theta$  هر چه به سمت صفر میل کند، شکل  $\theta(t)$  سینوسی تر می‌گردد و اگر  $C_\theta$  به سمت بی نهایت میل کند  $\theta(t)$  شکلی مستطیلی به خود می‌گیرد.

شکل 19 مقایسه‌ای بین نیروی برای بالزن در چند  $C_\psi$  مختلف را نشان می‌دهد. همانگونه که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش  $C_\psi$  به سمت مقدار یک و مثلی شدن روند زاویه‌ی بال زدن دو قله‌ی موجود در هر نیم سیکل دوره‌ی بال زدن تبدیل به یک قله شده و حداکثر مقدار این قله نیز افزایشی نسبی دارد. در مقادیر  $C_\psi$  کم، با میل به سمت مقدار صفر حداقل نمودار نیز کاهش می‌یابد. برای بررسی بهتر، تاثیر  $C_\psi$  بر نیروهای متوسط در هر سیکل بال زدن نیز مورد بررسی قرار گرفته است. همانگونه که مشاهده می‌شود با افزایش  $C_\psi$  و به تبع آن مثلی شدن روند زاویه‌ی بال زدن نیروی برای متوسط کاهش می‌یابد که این امر نشان می‌دهد روندی سینوسی در یک سیکل بال زدن برای زاویه‌ی بال زدن حالتی مطلوب است. باید خاطرنشان شود که تغییر ضریب  $C_\psi$  باعث تغییر عمده در پارامترهای  $\dot{\psi}(t)$  و  $\ddot{\psi}(t)$  شده و بر روی سرعت انتقالی و شتاب نقطه‌ی مرجع بال طبق رابط (19) تاثیر گذاشته و نیروی‌های انتقالی و جرم اضافه شده را تحت تاثیر قرار می‌دهد.

همانطور که در بخش‌های قبل اشاره شد ضریب  $C_\theta$  می‌تواند مقادیری بین صفر تا بی‌نهایت را داشته باشد. هر چه مقدار این ضریب به سمت صفر نزدیک شود، روند زاویه‌ی پیچش در کورس بال زدن به شکل سینوسی

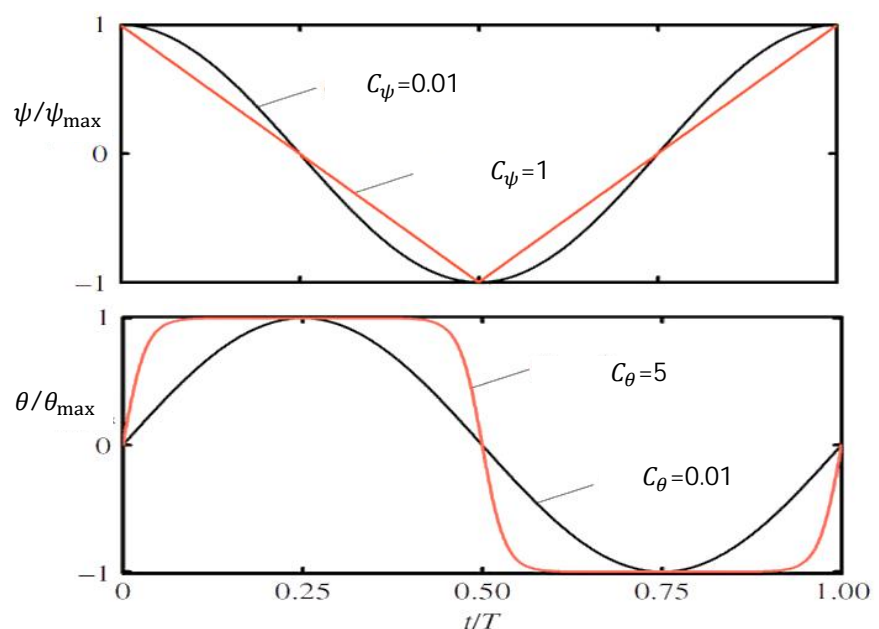


Fig.18 diagram of specific state of fitting equation of flapping and pitching angle[11]

شکل 18 نمودار حالت‌های خاص روابط برازش زاویه بال زدن و پیچش بال



این شکل مشاهده می شود با افزایش  $C_\theta$  مقادیر برای متوسط در یک کورس بال زدن افزایش پیدا می نماید. نگاه اولیه به این شکل نشان می دهد که مقادیر  $C_\theta$  بیشتر برای رسیدن به برای بیشتر بهتر است ولی با نگاه دقیق تر باید در نظر داشته باشیم که با افزایش  $C_\theta$  طبق شکل 20 در قسمت هایی از زمان کورس بال زدن نیرو تغییرات شدیدی دارد و افزایش ناگهانی پیدا می کند و این می تواند برای بحث های کنترلی و سازه ای در طراحی بالزن مشکلاتی را پدید آورد. لذا در بررسی این ضریب باید دقت بیشتری را مد نظر قرار داد.

#### 4- بحث و نتیجه گیری

در این پژوهش روش های مورد بررسی بالزن ها در حرکت ترکیبی بال زدن و پیچش بال توسط پژوهشگران مورد بررسی قرار گرفت. بر اساس تئوری جت رانکین- فرود، الگوریتم جدیدی برای اصلاح سرعت القایی و وارد کردن مستقیم این سرعت بر سرعت های محلی در روش تئوری المان تیغه معرفی گردید. روش های شاخص وارد کردن اثرات القایی در تئوری المان تیغه در کارهای گذشته و روش جدید ارائه شده برای اعتبار سنجی یک نمونه بال مدل شده ی حشره ی دروزوفیلا در حرکت ترکیبی بال زدن و پیچش بال در پرواز ایستا، توسط نرم افزاری بر اساس زبان برنامه نویسی فورترن، به کار گرفته شد. مقایسه بین نیرو برای لحظه ای بدست آمده برای روش های پیشین و روش جدید (با عنوان مدل 1) با نتایج تجربی منتشر شده انجام پذیرفت و روند تمام مدل ها مناسب ارزیابی شد. در بررسی نیروی متوسط در طول سیکل بال زدن، اختلاف نتیجه الگوریتم جدید با کار تجربی حدود 12 درصد بدست آمد و این در حالی بود که در بررسی نیروی متوسط یکی از روش های بر مبنای وارد کردن غیر مستقیم اثرات القایی (مدل 2) بهترین پیش بینی را داشته و اختلافی نزدیک به 5 درصد را با نتیجه تجربی نشان داد. استفاده از رابطه ی پالهمز نیز در مدل 3 برای این اعتبار سنجی مورد توجه قرار گرفت. همانطور هم که پیش بینی می شد، به دلیل بالاتر بودن نسبت منظری در مورد اعتبار سنجی کار جاری نسبت به محدوده ی این نسبت برای جواب مناسب این رابطه، مدل 3 به پیش بینی بیش از حد نیروی برا منجر گردید. بر اساس موارد فوق مدل 2 برای اعتبار سنجی این بال به عنوان مدل مناسب برای حساسیت سنجی نیروی برا به پارامترهای حرکتی، انتخاب گردید.

در ادامه کار جاری شش پارامتر حرکتی بال برای بررسی تاثیر تغییرات آن ها بر نیروی برا در پرواز ایستای بال مدل شده این حشره، معرفی شدند. حساسیت سنجی نیروی برا برای لحظه ای و متوسط به نتایج زیر منجر گردید:

- با افزایش فرکانس بال زدن نیروی برای تولیدی به طور فزاینده ای افزایش یافت.
- محدوده ی درصد اختلاف فاز بین دو زاویه بال زدن و پیچش بال برابر 0.02+ تا 0.04+ به عنوان محدوده ای که بیشترین نیروی برا را در پی دارند، معرفی گردید.
- نشان داده شد که با افزایش دامنه زاویه بال زدن، نیروی برا افزایش می یابد. همچنین شیب تغییرات برا نیز فزاینده بود.
- تغییرات برا بر حسب حداکثر دامنه ی پیچش بال با افزایش این زاویه ابتدا افزایش و سپس کاهش یافت. برای مقدار حداکثر دامنه ی پیچش بال حدود 60 درجه، بیشترین نیروی برا بدست آمد.
- نتایج نشان دادند که با سینوسی شدن روند تغییرات زاویه ی بال زدن با زمان، نیروی برای تولیدی افزایش پیدا می نماید. این روند

برای طراحی بالزن پیشنهاد گردید.

- تغییرات زاویه ی پیچش بال با زمان طی کورس بال زدن مورد بررسی قرار گرفت. نشان داده شد که با افزایش ضریب  $C_\theta$  که باعث مربعی شدن روند تغییرات زاویه می شود، نیروی برا افزایش می یابد. البته بررسی نیروی لحظه ای برا نشان داد که در طراحی بالزن برای جلوگیری از محدودیت های سازه ای ناشی از نیروهای زیاد لحظه ای اعمالی بر بالزن، باید از مقادیر زیاد این ضریب اجتناب شود.

#### 5- فهرست علائم

$R$	طول بال (m)
$dr$	پهنای المان بال (m)
$r$	فاصله محلی المان روی بال (m)
$xyz$	دستگاه مختصات مرجع
$c$	وتر بال (m)
$V$	سرعت وارده بر مقطع بال ( $ms^{-1}$ )
$V_i$	سرعت القایی ( $ms^{-1}$ )
$V_T$	سرعت انتقالی بال ( $ms^{-1}$ )
$dL$	نیروی برای وارده بر مقطع بال (N)
$dD$	نیروی پسای وارده بر مقطع بال (N)
$dS$	مساحت المان بال ( $m^2$ )
$M$	جرم بال (Kg)
$g$	شتاب گرانش زمین ( $ms^{-2}$ )
$S_d$	سطح موثر دیسک بالزن ( $m^2$ )
$E$	نسبت محیط پلان بال به طول بال
$AR$	نسبت منظری بال
$k$	فاکتور توان القایی
$W$	وزن حشره (N)
$n$	فرکانس ضربه ی برای لحظه ای در طول یک سیکل بال زدن (Hz)
$a_n$	شتاب نقطه مرجع بال ( $ms^{-2}$ )
$x_r$	فاصله نقطه مرجع با لبه حمله بال (m)
$x_f$	فاصله محور چرخش بال با لبه حمله بال (m)
$dF$	نیروی وارده بر المان بال (N)
$f$	فرکانس بال زدن (Hz)
$t$	زمان (s)
$pdp$	درصد تاخیر فاز بین زاویه بال زدن و پیچش بال

#### علائم یونانی

$\zeta\eta\xi$	دستگاه مختصات محلی
$\psi$	زاویه بال زدن (deg)
$\theta_r$	زاویه بین جهت مثبت محور $\eta$ و وتر مقطع بال (deg)
$\theta$	زاویه ی بین وتر مقطع بال و سرعت انتقالی (deg)
$\alpha$	زاویه حمله بال (deg)
$\varphi$	اختلاف بین $\theta$ و $\alpha$ (deg)
$\rho$	چگالی ( $Kgm^{-3}$ )
$\gamma$	زاویه ی جاروب کردن بال طی زاویه ی بال زدن (deg)
$\Gamma$	گردش ناشی از چرخش بال
$\delta$	تاخیر فاز بین زوایای بال زدن و پیچش بال (rad)

## زیرنویس‌ها

2d	دو بعدی
$l$	برآی مربوط به المان بال
$d$	پسای مربوط به المان بال
$L$	برآی مربوط به بال
$D$	پسای مربوط به بال
ind	القایی
tip	نوک بال
flap	ناشی از بالزدن
polhamus	پالهمز
rot	چرخشی
$\psi$	مربوط به زاویه بال زدن
$\theta$	مربوط به زاویه پیچش بال
max	حداکثر

## 6-مراجع

- [7] J. A. Walker, M. W. Westneat, Mechanical performance of aquatic rowing and flying, *Proc Biol Sci*, Vol. 267, No. 1455, pp. 1875-81, Sep 22, 2000.
- [8] S. P. Sane, M. H. Dickinson, The aerodynamic effects of wing rotation and a revised quasi-steady model of flapping flight, *Journal of Experimental Biology*, Vol. 205, No. 8, pp. 1087-1096, Apr, 2002.
- [9] Z. A. Khan, S. K. Agrawal, Optimal hovering kinematics of flapping wings for micro air vehicles, *AIAA journal*, Vol. 49, No. 2, pp. 257-268, 2011.
- [10] Q. Truong, Q. Nguyen, V. Truong, H. Park, D. Byun, N. Goo, A modified blade element theory for estimation of forces generated by a beetle-mimicking flapping wing system, *Bioinspiration & biomimetics*, Vol. 6, No. 3, pp. 036008, 2011.
- [11] M. R. Nabawy, W. J. Crowther, On the quasi-steady aerodynamics of normal hovering flight part II: model implementation and evaluation, *J R Soc Interface*, Vol. 11, No. 94, pp. 20131197, May 6, 2014.
- [12] U. M. Norberg, *Vertebrate flight: mechanics, physiology, morphology, ecology and evolution*: springer, 1990.
- [13] M. H. Dickinson, F.-O. Lehmann, S. P. Sane, Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight, *Science*, Vol. 284, No. 5422, pp. 1954-1960, 1999.
- [14] H. T. Schlichting, E. A. Truckenbrodt, *Aerodynamics of the Airplane*: McGraw-Hill Companies, 1979.
- [15] R. T. Jones, *Correction of the lifting line theory for the effect of the chord*, DTIC Document, pp. 1941.
- [16] I. H. Abbott, *Theory of wing sections, including a summary of airfoil data*, pp. 1-30: Courier Corporation, 1959.
- [17] M. R. Nabawy, W. J. Crowther, On the quasi-steady aerodynamics of normal hovering flight part I: the induced power factor, *J R Soc Interface*, Vol. 11, No. 93, pp. 20131196, Apr 6, 2014.
- [18] C. Ellington, The aerodynamics of hovering insect flight: V. A vortex theory, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. B, Biological Sciences*, Vol. 305, pp. 115-144, 1984.
- [19] E. C. Polhamus, A concept of the vortex lift of sharp-edge delta wings based on a leading-edge-suction analogy, pp. 6-13, 1966.
- [20] G. Spedding, J. McArthur, Span efficiencies of wings at low Reynolds numbers, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 1, pp. 120-128, 2010.
- [21] M. Okamoto, K. Yasuda, A. Azuma, Aerodynamic characteristics of the wings and body of a dragonfly, *The Journal of Experimental Biology*, Vol. 199, No. 2, pp. 281-294, 1996.
- [22] *Applied Aerodynamics: A Digital Textbook, Desktop Aeronautics, Slender Body Theory*, Accessed January 2007; <http://docs.desktop.aero/appliedaero/potential3d/SlenderTheory.html>.
- [23] G. J. Berman, Z. Wang, Energy-minimizing kinematics in hovering insect flight, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 582, pp. 153-168, 2007.
- [24] T. Q. Truong, V. H. Phan, H. C. Park, J. H. Ko, Effect of wing twisting on aerodynamic performance of flapping wing system, *AIAA journal*, Vol. 51, No. 7, pp. 1612-1620, 2013.
- [25] M. Sun, J. Tang, Unsteady aerodynamic force generation by a model fruit fly wing in flapping motion, *Journal of Experimental Biology*, Vol. 205, No. 1, pp. 55-70, 2002.
- [1] F. Minotti, Unsteady two-dimensional theory of a flapping wing, *Physical Review E*, Vol. 66, No. 5, pp. 051907, 2002.
- [2] B. A. Roccia, S. Preidikman, J. C. Massa, D. T. Mook, Modified unsteady vortex-lattice method to study flapping wings in hover flight, *AIAA journal*, Vol. 51, No. 11, pp. 2628-2642, 2013.
- [3] H. Aono, A. Gupta, D. Qi, W. Shyy, The lattice Boltzmann method for flapping wing aerodynamics, in *Proceeding of*.
- [4] I. H. Tuncer, M. Kaya, Optimization of flapping airfoils for maximum thrust and propulsive efficiency, *AIAA journal*, Vol. 43, No. 11, pp. 2329-2336, 2005.
- [5] R. Ramamurti, W. C. Sandberg, A three-dimensional computational study of the aerodynamic mechanisms of insect flight, *Journal of Experimental Biology*, Vol. 205, No. 10, pp. 1507-1518, 2002.
- [6] H. Liu, C. P. Ellington, K. Kawachi, C. Van Den Berg, A. P. Willmott, A computational fluid dynamic study of hawkmoth hovering, *The journal of experimental biology*, Vol. 201, No. 4, pp. 461-477, 1998.