



## شبیه‌سازی عددی برخورد و حرکت حباب در کنار صفحه‌ی مایل به روش حجم سیال

سجاد خدادادی<sup>1</sup>، نیما سام‌خانیانی<sup>2</sup>، مفید گرجی<sup>3</sup>، داوود دومیری گنجی<sup>4</sup>، محمدرضا انصاری<sup>5\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل

4- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل

5- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\*تهران، صندوق پستی 111-14115، mra\_1330@modares.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 17 خرداد 1394

پذیرش: 10 شهریور 1394

ارائه در سایت: 31 شهریور 1394

کلید واژگان:

برخورد حباب به صفحه

زاویه تماسی

روش حجم سیال

اینترفوم

در این پژوهش برخورد حباب به صفحه مایل شبیه‌سازی شده است. برای شبیه‌سازی از روش حجم سیال در نرم‌افزار متن باز این فوم (حلگر اینترفوم) استفاده شده است. دو سیال غیرقابل تراکم هستند و کشش سطحی بین دوفاز با روش CSF در نظر گرفته می‌شود. در مطالعه‌ی حاضر تأثیر پارامترهایی مانند زاویه شیب، زاویه تماسی و اعداد بی‌بعد مورتون و باند بر سرعت و شکل حباب به دست آمده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش زاویه شیب، سرعت حباب افزایش می‌یابد. در این مطالعه با تغییر زاویه شیب صفحه مایل سه رژیم جریان معرفی شد. این سه رژیم عبارت‌اند از: رژیم لغزشی، رژیم پرشی و رژیم زیگزاگی. در زاویه شیب بین 30 تا 40 درجه صفحه از افق، رژیم حباب از حرکت لغزشی به حرکت پرشی تغییر وضعیت می‌دهد. همچنین نشان داده شد که با ثابت نگه‌داشتن عدد مورتون و تغییر عدد باند سرعت و دامنه نوسانات آن افزایش می‌یابد و با افزایش عدد مورتون در عدد باند ثابت سرعت نوسانات سرعت حباب کم می‌شود. با افزایش عدد مورتون حرکت حباب از حرکت شتاب‌دار به حرکت ثابت تبدیل می‌شود.

## Numerical Simulation of Bubble Impact and Movement alongside Inclined plate with VOF Method

Sajad Khodadadi<sup>1</sup>, Nima Samkhaniani<sup>2</sup>, Mofid Gorji<sup>1</sup>, Davood Domiri Ganji<sup>1</sup>, MohamadReza Ansari<sup>2\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Noshirvavi University, Babol, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\*P.O.B. 14115-111, Tehran, Iran, mra\_1330@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 07 June 2015

Accepted 01 September 2015

Available Online 22 September 2015

### Keywords:

Bubble Impact

Contact Angle

VOF method

interFoam

### ABSTRACT

In present study, the impact of a single bubble on an inclined wall and its movement is investigated by applying volume of fluid method (VOF) in OpenFOAM open source cfd package using a solver called interFoam. Both phases are incompressible and surface tension between the two phases is estimated by CSF method. The effect of some parameters such as contact angle, wall slope and Bond and Morton dimensionless numbers on bubble shapes and velocity are studied. The numerical results show bubble velocity along wall increases with the increase of wall slope angle. Three bubble regimes are recognized and introduced in this study named: sliding, bouncing, and zigzagging based on wall slope. The bubble regime changes from sliding to bouncing when wall slope changes from 30 to 40 degrees. In constant Morton number, increment of Bond number increases both velocity and amplitude of fluctuations. In addition, an increment of Morton number in constant Bond number decreases velocity and amplitude of fluctuations. Moreover, by increment of Morton number, the bubble motion will change from an accelerating motion to a constant velocity condition.

### 1- مقدمه

کاربردهای حضور حباب در کنار صفحه مایل، می‌توان به تشکیل حباب دی‌اکسیدکربن در فرآیند تولید آلومینیوم اشاره کرد که مانع ادامه الکترولیز و اختلال در کارکرد سلول هال هرولت<sup>1</sup> می‌گردد [1].

برای بررسی دینامیک حباب‌ها از اعداد بی‌بعد زیر استفاده می‌شود:

الف) عدد رینولدز: این عدد بیانگر نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت است

به جریانی که در آن هم‌زمان حداقل دو فاز متفاوت حضور داشته باشد، جریان چند فاز می‌گفته می‌شود. در جریان‌های دوفازی، فازها ممکن است هم‌جنس باشند مانند آب و بخار آب، و یا همچون آب و هوا یا آب و روغن غیرهم‌جنس باشند. در جریان‌های دوفازی سیال-جامد، سیال می‌تواند مایع یا گاز باشد. حباب‌ها در صنعت و در پدیده‌های طبیعی زیادی یافت می‌شوند. از

1- hall-heroult

و با رابطه‌ی (1) تعریف می‌گردد.

$$Re = \frac{\rho_L U d_0}{\mu_L} \quad (1)$$

که در آن  $\rho_L$  چگالی مایع،  $U$  سرعت حباب،  $d_0$  قطر اولیه حباب و  $\mu_L$  ویسکوزیته مایع است.

ب) عدد مورتون: بیانگر نیروی لزجتی به نیروی کشش سطحی است.

$$Mo = \frac{\Delta \rho g \mu_L^4}{\sigma^3 \rho_L^2} \quad (2)$$

که در آن  $\Delta \rho$  اختلاف چگالی دو فاز،  $g$  شتاب گرانش و  $\sigma$  کشش سطحی است.

ج) عدد باند: بیانگر نسبت نیروی شناوری<sup>1</sup> به نیروی کشش سطحی است.

$$Bo = \frac{\Delta \rho g d_0^2}{\sigma} \quad (3)$$

کلایفیت و همکاران [2] گستره وسیعی از دینامیک و انتقال جرم حباب‌ها و قطره‌ها را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها یک نمودار گرافیکی برای شکل نهایی حباب و سرعت حدی آن در گستره وسیعی از اعداد مورتون  $1.7 \times 10^{-12} < Mo < 10 \times 10^3$  ارائه کردند. در مطالعه‌ی تجربی دیگر بر روی سرعت صعود حباب و تغییر شکل آن، بهاگاو ویر [3] نموداری مشابه مطالعه کلایفیت و همکارانش [2] اما با جزئیات بیشتر بین رژیم‌های حباب ارائه کردند.

زودین [4] حل تحلیلی برای محاسبه شکل و سرعت حباب‌های بزرگ ارائه نمود. سرعت نسبی نهایی حباب در حال صعود در فاز مایع توسط بوزانو و دنته [5] ارائه شد.

شبیه‌سازی عددی صعود حباب با استفاده از روش‌های مختلف اعم از سطوح هم‌تراز<sup>2</sup> [7,6]، الگوریتم سه بعدی حجم سیال<sup>3</sup> [9,8]، ردیابی جبهه<sup>4</sup> [10] و لیتیس بولتزمان [12,11] ارائه شده است.

اسمولسنکی و همکاران [13] روشی عددی برای شبیه‌سازی حباب در رژیم‌های جریان کروی و بیضوی پیشنهاد نمودند که تغییر شکل سطح مشترک را بسیار دقیق نمایش می‌داد.

گوری و همکاران [14]، بلک و همکاران [15] و بست و کوکرا [16] به شبیه‌سازی حرکت یک حباب نزدیک دیوار صلب<sup>5</sup> پرداختند.

چاهین و پردو [17]، ویلکرسون [18]، چاهین [20,19]، هاریس [22,21] و بلک و همکاران [23] با استفاده از روش انتگرال مرزی<sup>6</sup> اقدام به شبیه‌سازی سه‌بعدی حرکت یک حباب نزدیک یک سازه با دیوار مایل نمودند. وانگ [24] دینامیک غیرخطی حباب گاز نزدیک یک صفحه مایل و تأثیر فاصله اولیه حباب از دیوار در شکل جت به وجود آمده را با فرض غیرلزج، تراکم ناپذیری سیال و غیر چرخشی بودن جریان مورد بررسی قرارداد.

اسپدینگ و نگواین [25] حرکت یک حباب در یک لوله افقی و عمودی را مورد بررسی قراردادند. آن‌ها تأثیر حجم حباب، قطر لوله و شیب را بر روی سرعت نهایی حباب مورد بررسی قراردادند و برای یک حباب با حجم ثابت دریافتند با افزایش شیب، سرعت صعود حباب افزایش می‌یابد. نتایج نشان داد که ماکزیمم سرعت در زاویه 35 درجه از افق اتفاق می‌افتد و اندازه حباب فقط در زاویه‌های کوچک بر سرعت صعود حباب تأثیر می‌گذارد. ویر و همکاران [26] سرعت نهایی را برای حباب در لوله مایل به دست آوردند.

سیال با اعداد باند و مورتون مختلف در این آزمایش استفاده شد. نتایج این پژوهش نشان داد که ویژگی‌های سیال تأثیر زیادی در سرعت نهایی حباب دارد. مطالعه تجربی چی و همکاران [27] نشان داد سرعت نهایی گاز تابعی از زاویه شیب و نرخ جریان گاز است. آن‌ها زاویه‌ی دیوار را از 2 تا 30 درجه از افق و نرخ جریان را از 20 تا 180 میلی‌لیتر بر ثانیه تغییر دادند. نتایج نشان می‌داد که با افزایش شیب، سرعت نهایی نیز افزایش پیدا می‌کند. مطالعه‌ی تجربی چن و همکاران [28] تأثیر شیب لوله، اندازه حباب و عرض لوله را بر سرعت نهایی حباب مورد بررسی قرار داد. آن‌ها برای داده‌برداری، حجم حباب را از 1 تا 200 میلی‌لیتر به ازای عرض‌های 100، 55، 25 و 16 میلی‌متر و زاویه شیب بزرگ‌تر از 12 درجه تغییر دادند و دریافتند که کاهش عرض برخلاف افزایش زاویه و افزایش حجم باعث کاهش سرعت نهایی حباب می‌شود.

ماسلیاه و همکاران [29] صعود حباب کوچک از هوا در داخل محلول آب و گلیسیرین را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها حجم را از 0/0026 تا 0/013 سانتی‌مترمکعب و زاویه را از 35 تا 90 درجه از افق تغییر دادند و دریافتند که با افزایش زاویه به طور یکنواخت سرعت نهایی افزایش پیدا می‌کند ولی نتوانستند زاویه شیب بحرانی<sup>7</sup> را برای سرعت ماکزیمم پیدا کنند. پرون و همکاران [30] حرکت حباب زیر یک صفحه مایل با شیب کم و با رژیم خیس<sup>8</sup> را مورد مطالعه قرار دادند. در این آزمایش حجم حباب را از 0/3 تا 0/9 سانتی‌مترمکعب و زاویه شیب دیوار را از 2 تا 10 درجه از افق تغییر دادند. نتایج نشان می‌داد که سرعت نهایی حباب با افزایش حجم حباب به طور یکنواخت افزایش پیدا نمی‌کند. آنان دریافتند که در یک شیب معین برای حباب ممکن است 4 زیر رژیم وجود داشته باشد که هر یک از آن‌ها به وسیله یک حالت خاص حباب توصیف می‌شوند. با افزایش زاویه شیب، سرعت نهایی افزایش پیدا می‌کند که این مشخصه در حباب‌هایی با حجم کم و در زاویه شیب‌های کوچک‌تر محسوس‌تر است.

مکس ورثی [31] حرکت حباب حجیم در زیر صفحه مایل را با در نظر گرفتن نیروی گرانش مورد مطالعه قرارداد. در این آزمایش حجم حباب از 5 تا 60 سانتی‌مترمکعب و زاویه شیب از 5 تا 90 درجه متغیر در نظر گرفته شد. برای حجم 5 سانتی‌مترمکعب زاویه شیب دیوار با گام‌های 5 درجه تغییر داده شد تا سرعت ماکزیمم حباب بدست بیاید. آن‌ها دریافتند سرعت ماکزیمم حباب در زاویه شیب 50 درجه دیوار از افق اتفاق می‌افتد. دبیسچوب و همکاران [32] با مطالعه عددی دو بعدی یک کانال مورب با استفاده از روش انتگرال مرزی و معادله استوکس دریافتند برای شیب بین 30 تا 40 درجه حرکت پرشی<sup>9</sup> ظاهر می‌شود و ضخامت فیلم تر با افزایش عدد باند و زاویه شیب افزایش می‌یابد.

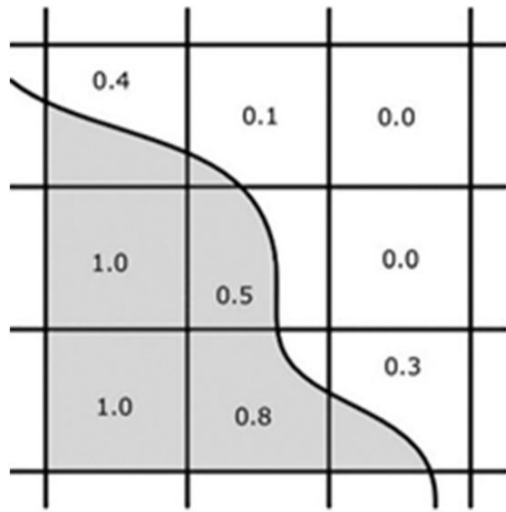
در مطالعه‌ی حاضر حرکت حباب در کنار صفحه مایل با روش حجم سیال در نرم افزار متن‌باز اپن‌فوم (حلگر اینترفوم) شبیه‌سازی می‌شود. زاویه شیب صفحه‌ی مایل از افق بین صفر تا 90 درجه تغییر می‌کند. هدف از این مطالعه بررسی دقیق‌تر رژیم‌های حباب در برخورد به سطح مایل و بررسی اثر عوامل مختلف بر سرعت و تغییر شکل حباب است. در این مطالعه براساس رفتار حباب هنگام برخورد به دیواره سه رژیم جریان معرفی می‌شود.

## 2- معادلات حاکم

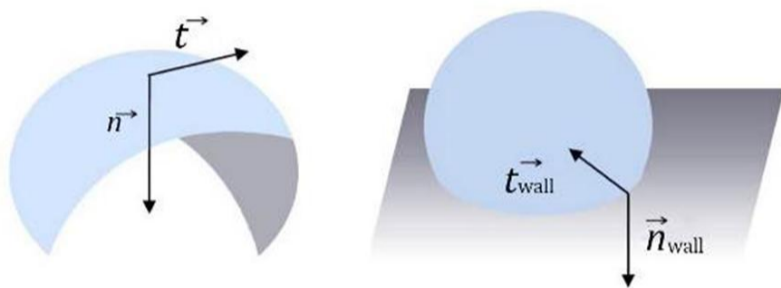
در روش حجم سیال معادله انتقال تابع نشانگر فاز  $\gamma$  نشان‌دهنده کسر حجمی

7- Critical inclination angle  
8- Wetting regime  
9- bouncing

1- Buoyancy force  
2- Level Set  
3- VOF  
4- Front Tracking  
5- rigid wall  
6- Boundary integral method



شکل 1 توزیع شماییک کسر حجمی در شبکه [33]



شکل 2 بردارهای نرمال و مماسی فصل مشترک (چپ)، بردارهای نرمال و مماسی سطح دیواره و خط تماس<sup>2</sup> (راست) [41]

از دیگرام به‌گام و وبر [3] استفاده شده است. این دیگرام بر پایه اعداد بی‌بعد مورتون، باند و رینولدز است. به دلیل آن که صعود و تغییر شکل حباب در دو رژیم مورد بررسی این مطالعه (رژیم کروی و رژیم بیضوی<sup>3</sup>) دارای تقارن محوری است، از یک هندسه‌ی متقارن محوری که در واقع قطاعی از یک استوانه است برای شبیه‌سازی استفاده می‌شود. در دیواره شرط مرزی عدم لغزش برای سرعت و گرادیان صفر برای کسر حجمی و فشار در نظر گرفته شده است. اندازه دامنه محاسباتی  $3d \times 10d$  است. پارامترهای فیزیکی شبیه‌سازی رژیم بیضوی و رژیم کروی در جدول 1 آمده است. در شکل 3 و 4 موقعیت و حالت حباب بر حسب زمان بی‌بعد به نمایش درآمده که در آن زمان بی‌بعد عبارت است از:

$$T = \frac{t}{t_n}, t_n = \sqrt{\frac{d_0}{g}} \quad (12)$$

که در آن  $d_0$  قطر معادل حباب است. در شبیه‌سازی دو بعدی قطر حباب برابر قطر دایره‌ی معادلی است که مساحتی برابر با مساحت حباب دارد. از آنجا که در این شبیه‌سازی حجم حباب در طول شبیه‌سازی تغییر نمی‌کند قطر معادل همان قطر اولیه‌ی حباب است. مقدار رینولدز از رابطه (1) محاسبه می‌شود.

استقلال نتایج عددی از شبکه محاسباتی در رژیم کروی در شکل 3 الف و ب نمایش داده شده است. در حل مسائل به روش حجم سیال تابع رنگ حل عددی نسبت به کیفیت شبکه بسیار حساس هست بنابراین چندین شبکه مختلف استفاده شده است تا شبکه‌ای که جواب منطقی را برمی‌گرداند و از طرفی دیگر هزینه محاسباتی را تا حد امکان کاهش می‌دهد مشخص گردد. شبکه‌هایی با سلول‌های یکنواخت و به ابعاد  $d/20$  تا  $d/70$  انتخاب شده است. شکل 3 الف و ب نشان می‌دهد شبکه‌ای با ابعاد سلول  $d/50$  شروط منطقی بودن جواب و هزینه محاسباتی را ارضا می‌کند. بر اثر اندرکنش بین نیروهای اینرسی و کشش سطحی شکل حباب تغییر می‌کند. تغییر شکل

فاز است و مطابق معادلات زیر، به صورت همزمان با معادلات پیوستگی و اندازه حرکت حل می‌شود [20].

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{U} \gamma) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial (\rho \vec{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \vec{U}) - \nabla \cdot (\mu [\nabla \vec{U} + \nabla \vec{U}^T]) = -\nabla p + F_b + F_\sigma \quad (6)$$

که در آن  $U$  بردار سرعت،  $\gamma$  کسر حجمی،  $\rho$  چگالی،  $\rho$  فشار و  $F_b = \rho \vec{g}$  بیانگر نیروهای حجمی جاذبه و  $F_\sigma$  نیروی کشش سطحی است. کسر حجمی  $\gamma$ ، در محدوده 0 و 1 است.  $\gamma = 0$  برای فاز گاز و  $\gamma = 1$  برای فاز مایع است و تنها سلول‌هایی که سطح مشترک در آن واقع می‌شود مقدار بین صفر و یک دارند. بنابراین، گرادیان کسر حجمی تنها در سطح مشترک دارای مقدار است. حلگر اینترفوم از بسته متن‌باز این فوم دارای روش حجم سیال تابع رنگ (CF-VOF) است. در این روش فصل مشترک بازسازی نمی‌شود به عبارت دیگر فصل مشترک نه یک صفحه بلکه ناحیه‌ی گذرا به ضخامت دو تا سه سلول بین دو فاز است.

در این روش دو سیال مخلوط نشدنی غیرقابل تراکم، به‌عنوان یک سیال مؤثر در سرتاسر شبکه در نظر گرفته می‌شوند، به‌طوری‌که خواص فیزیکی آن مطابق روابط 7 و 8 و بر اساس توزیع کسر حجمی سیال محاسبه می‌گردند. در شکل 1 شماتیک توزیع کسر حجمی دو فاز در شبکه نشان داده شده است. بنابراین در هر نقطه، خواص سیال مؤثر برابر با خواص سیال در آن نقطه بوده و تنها در سطح مشترک بصورت خطی تغییر می‌کند.

$$\rho = \rho_l \gamma + \rho_g (1 - \gamma) \quad (7)$$

$$\mu = \mu_l \gamma + \mu_g (1 - \gamma) \quad (8)$$

$\rho_l$  و  $\rho_g$  به ترتیب چگالی‌های مایع و گاز است و  $\mu_l$  و  $\mu_g$  ویسکوزیته مایع و گاز است [34].

کشش سطحی در سطح مشترک مایع-گاز یک گرادیان فشار اضافی و در نتیجه یک نیرو، ایجاد می‌کند که با استفاده از مدل نیروی سطح پیوسته (CSF)<sup>1</sup> [35] بر واحد حجم ارزیابی می‌گردند:

$$F_\sigma = \sigma \kappa \nabla \gamma \quad (9)$$

که در آن  $\kappa$  انحنای فصل مشترک است.

$$\kappa = -\nabla \cdot \left( \frac{\nabla \gamma}{|\nabla \gamma|} \right) \quad (10)$$

برای سلول‌های مجاور دیواره، انحنای فصل مشترک با استفاده از بردار نرمال بهبودیافته  $\gamma$  تعریف می‌گردد [36]. بردار نرمال بهبودیافته با استفاده از زاویه تماسی  $\theta$ ، بصورت زیر تعیین می‌گردد [41]:

$$\gamma = n_{\text{wall}} \cos \theta + t_{\text{wall}} \sin \theta \quad (11)$$

که در آن  $n_{\text{wall}}$  مطابق شکل 2، بردار نرمال سطح دیواره (در جهت داخل دیواره) و  $t_{\text{wall}}$  بردار نرمال فصل مشترک و مماس بر دیواره است.

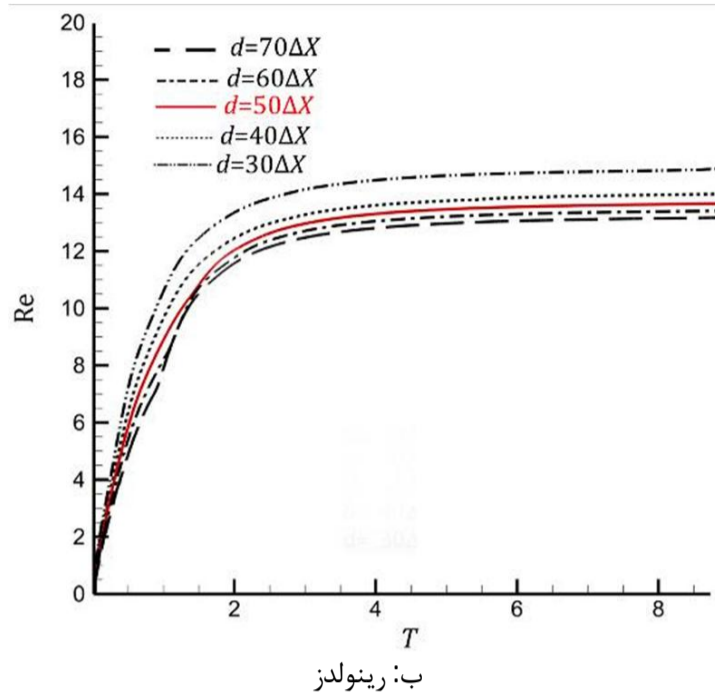
### 3- اعتبارسنجی

#### 3-1- اعتبارسنجی صعود تک حباب در یک سیال ساکن

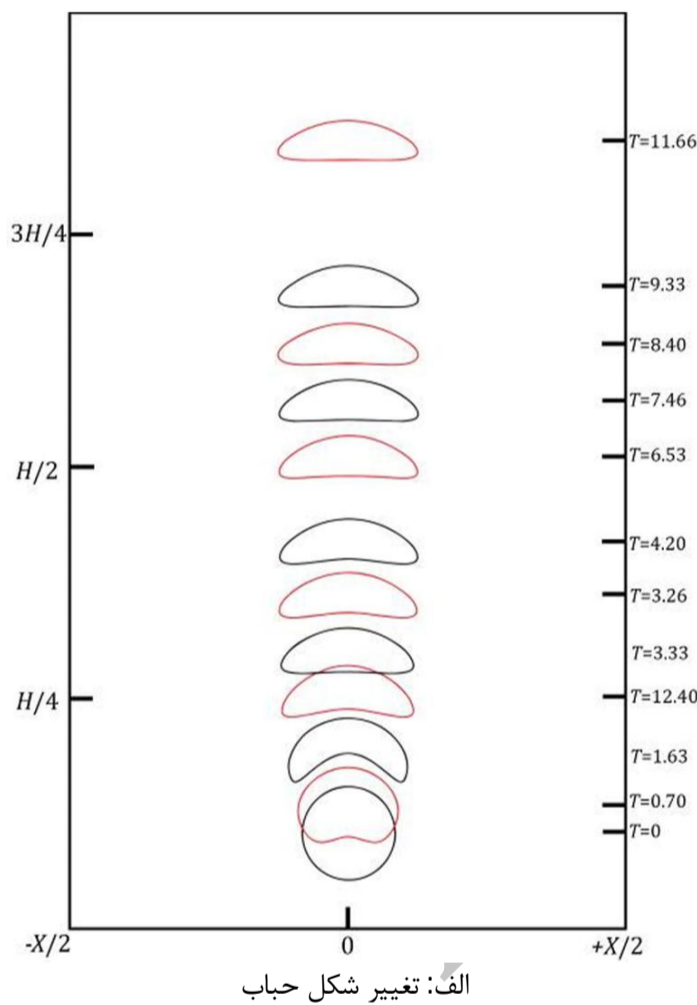
برای مقایسه و صحت‌سنجی نتایج شبیه‌سازی عددی خیزش تک حباب،

2- Contact line  
3- oblate ellipsoidal disk-like

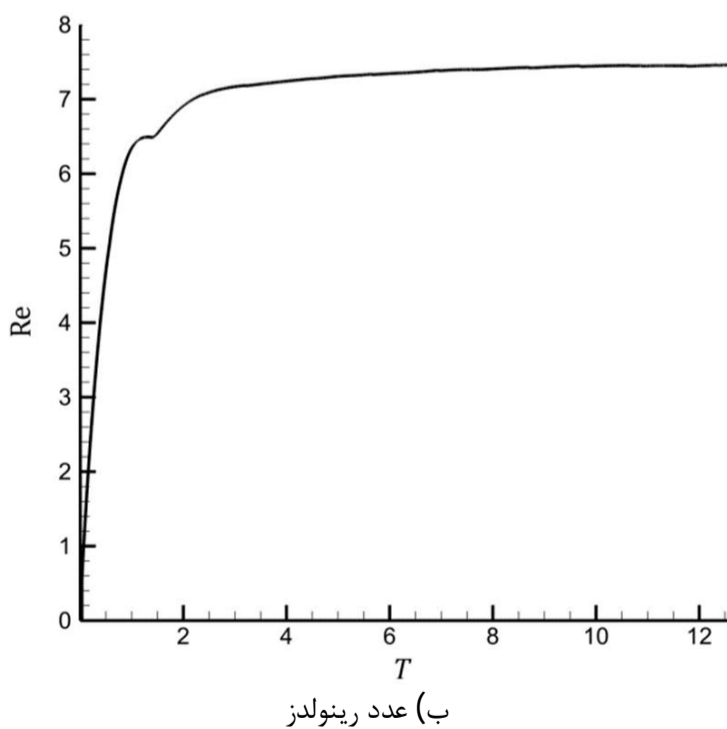
1- Continuum Surface Force (CSF)



شکل 3 تأثیر تعداد سلول بر شکل نهایی و رینولدز حدی در رژیم کروی



الف: تغییر شکل حباب



ب) عدد رینولدز

شکل 4 تغییر شکل حباب و مقدار رینولدز حدی در رژیم بیضوی (OED)

حباب معمولاً با فرورفتگی از مرز پایینی حباب آغاز می‌شود و مرز پایین حباب شکلی محدب به خود می‌گیرد. این تغییر شکل به این علت است که در اثر اختلاف فشار بین سطح پایین و بالایی حباب نیرویی از مرز پایین حباب به سمت بالا وارد می‌گردد. در مقابل نیروی کشش سطحی تلاش می‌کند تا شکل کروی حباب حفظ شود. چنانچه نیروی اینرسی بیش‌تر از نیروی کشش سطحی باشد فرورفتگی در وسط حباب که بیش‌ترین اختلاف فشار با سطح بالایی دارد، ادامه می‌یابد. نیروی کشش سطحی رابطه‌ی عکس با شعاع انحنا دارد بنابراین در حباب با قطر ریز، نیروی کشش سطحی نیروی غالب است و حباب در طول مسیر شکل کروی را حفظ می‌کند.

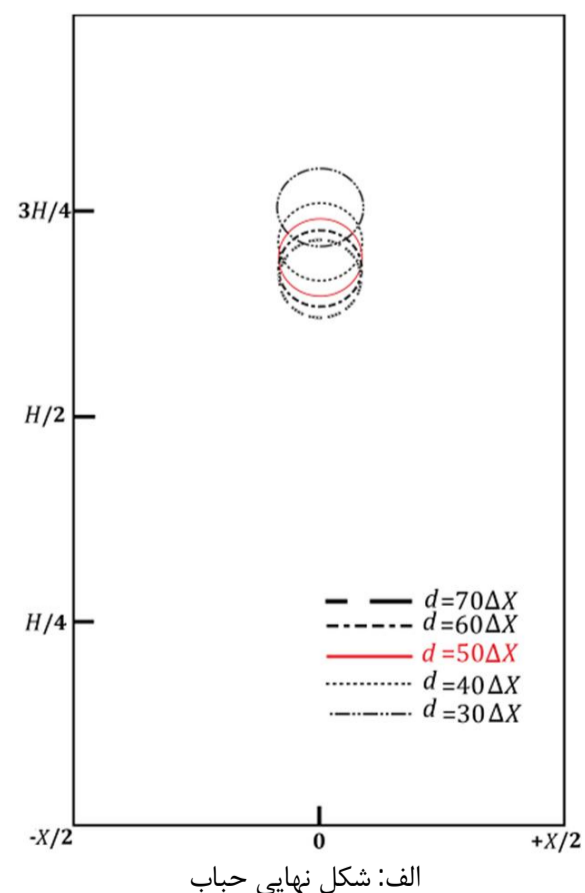
تغییر شکل حباب و سرعت حدی در رژیم بیضوی در شکل 4 نشان داده شده است. شکل حباب از شبیه‌سازی حاضر با مطالعه‌ی تجربی بهاگا و وبر [3] و شبیه‌سازی‌های باوور [37]، هوا و لو [38] و پویلو [39] در شکل 5 مقایسه شده است. این بررسی نشان می‌دهد حل حاضر به روش CF-VOF با وجود عدم بازسازی فصل مشترک در فرآیند حل، می‌تواند رژیم و شکل حباب را به درستی پیش‌بینی کند. مقدار رینولدز و خطا از حل عددی حاضر نسبت به مطالعه تجربی با حل دیگران در جدول 2 ارائه شده است. خطا در مطالعه حاضر از رابطه (13) محاسبه شده است:

$$(13) \quad \text{خطا} = \frac{\text{مقدار عددی} - \text{مقدار تجربی}}{\text{مقدار تجربی}}$$

با توجه به نتایج حاضر می‌توان دریافت که علاوه بر کاهش هزینه‌ی محاسبات با توجه به حل متقارن محوری بجای حل سه‌بعدی، مقدار رینولدز محاسبه شده در شبیه‌سازی حاضر نسبت به شبیه‌سازی‌های قبلی [37-39] هم‌خوانی بهتری با نتایج تجربی [3] دارد.

جدول 1 اعداد بی‌بعد و مشخصات فیزیکی

رژیم	Mo	Bo	D (mm)	$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	$\sigma$ (N/m)
ODE	$8/2 \times 10^{-4}$	$3/2 \times 10^1$	4/5	$1/2 \times 10^{-5}$	0/0062
کروی	$2 \times 10^{-2}$	10	0/398	$3/96 \times 10^{-6}$	0/0062



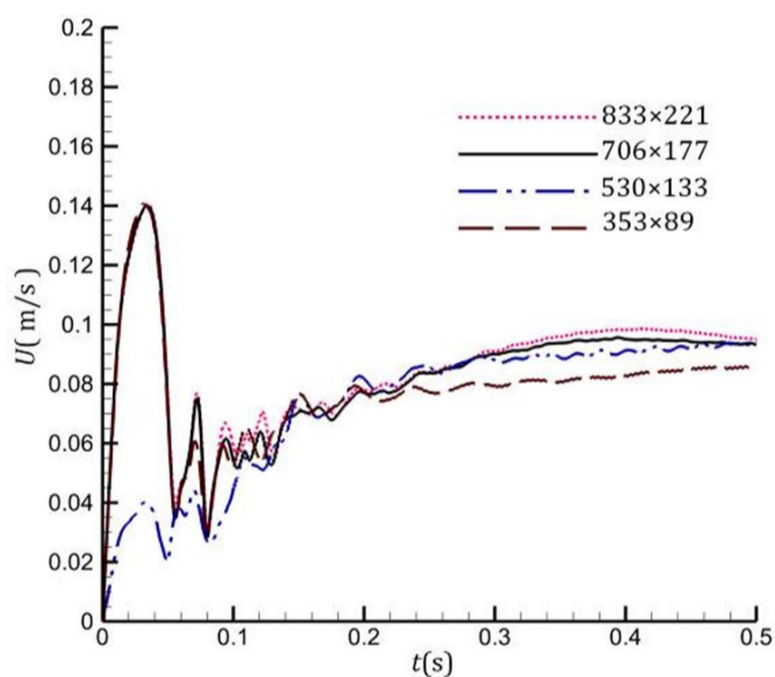
الف: شکل نهایی حباب

برای این منظور تعداد 10، 15، 20 و 25 سلول در راستای قطر حباب قرار داده شده است. با مقایسه نمودار سرعت در شکل 7 می‌توان دریافت که با قرار دادن 20 سلول در حباب در شروع شبیه‌سازی (706 × 177 سلول در کل دامنه محاسباتی) تغییرات محسوسی در اندازه‌ی سرعت با افزایش سلول در دامنه محاسباتی مشاهده نخواهد شد.

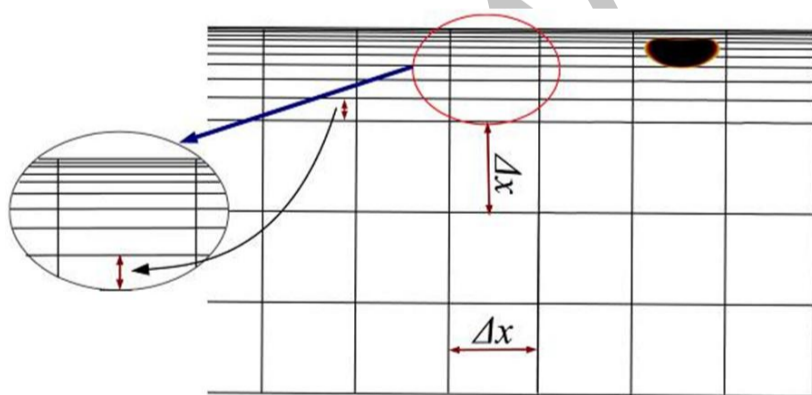
برای افزایش دقت شبیه‌سازی عددی در نزدیکی دیواره همانطور که در شکل 8 نشان داده شده است، سلول‌ها هرچه به دیوار نزدیک‌تر می‌شوند ریزتر در نظر گرفته می‌شوند. نسبت ارتفاع نزدیک‌ترین سلول به دیواره به دورترین سلول به دیواره 0/1 است.

### 3-2-3- پارامترهای فیزیکی و اعداد بدون بعد جهت شبیه‌سازی حرکت حباب کنار صفحه مایل

مشخصات فیزیکی مشابه مرجع [40] در نظر گرفته شده است و در جدول 3 ارائه شده است. کومار [40] با روش عددی حجم سیال با بازسازی فصل مشترک PLIC این مسئله را شبیه‌سازی کرده است. در این مطالعه عدد باند 1/5558 و عدد مورتون  $2/53 \times 10^{-11}$  است.



شکل 7 شبکه‌های تولیدشده جهت شبیه‌سازی حرکت حباب در کنار صفحه مایل



شکل 8 شبکه به سمت صفحه مایل با نسبت 0/1 ریز می‌شود

جدول 3 مشخصات فیزیکی برای شبیه‌سازی صعود حباب در کنار صفحه مایل

پارامتر	واحد	مایع	گاز
چگالی	$\frac{kg}{m^3}$	1000	1/225
ویسکوزیته	$\frac{kg}{m \cdot s}$	0/001	0/000018
کشش سطحی	$\frac{N}{m}$		0/0728
شتاب گرانش	$\frac{m}{s^2}$		9/81

CASES	کار حاضر	عددی باوور [37]
OED		
هوآ و لو [38]	پویلو [39]	نتایج تجربی بهاگا و وبر [3]



شکل 5 مقایسه‌ی شکل حباب در رژیم بیضوی شبیه‌سازی حاضر (CF-VOF) با نتایج عددی و تجربی در مراجع

جدول 2 مقدار رینولدز نهایی در رژیم بیضوی و محاسبه‌ی درصد خطا

خطا	Re	روش تعقیب سطح	تجربی [3]
-	55/30	-	تجربی [3]
3/430	53/40	حجم سیال	مطالعه حاضر
6/510	51/70	لتیس بولتزن	مرجع [37]
4/230	52/96	ردیابی جبهه	مرجع [38]
3/800	53/20	ردیابی جبهه	مرجع [39]

### 3-2-3- شبیه‌سازی صعود تک حباب در کنار صفحه مایل

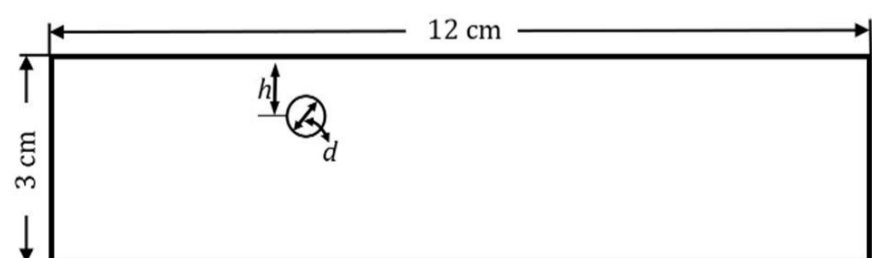
در این شبیه‌سازی هر دو سیال غیرقابل تراکم و مخلوط نشدنی هستند. سطح سیال‌ها هم دما هستند و پارامترهای فیزیکی در طول شبیه‌سازی ثابت است. همچنین سطح صفحه‌ی مایل بدون در نظر گرفتن اثرات زبری سطح شبیه‌سازی شده است.

### 3-2-3- نحوه ایجاد دامنه محاسباتی و شرایط مرزی در حرکت حباب در کنار صفحه مایل

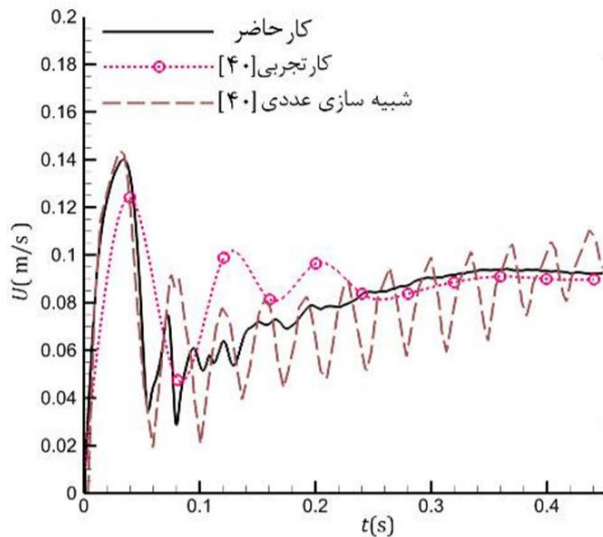
برای شبیه‌سازی حرکت حباب در کنار صفحه مایل مستطیلی با ابعاد  $12 \times 3 \text{ cm}^2$  استفاده شده است.  $h$  فاصله اولیه حباب از صفحه تخت بالایی دو برابر قطر اولیه حباب در نظر گرفته شده است. برای آنکه حرکت عمودی حباب تحت تأثیر مرزهای جانبی قرار نگیرد، حباب از دیواره‌های جانبی حداقل بیش از سه برابر قطر اولیه فاصله دارد. قطر اولیه  $3/4 \text{ mm}$  است. در این شبیه‌سازی با توجه به شکل 6 برای تمامی دیواره‌ها شرط عدم لغزش به کار برده شده است و گرادیان فشار و کسر حجمی در تمامی سطوح صفر است.

### 3-2-3- تولید شبکه جهت شبیه‌سازی حرکت حباب کنار صفحه مایل

برای بررسی تأثیر تفکیک پذیری و استقلال حل از شبکه تعداد مختلفی سلول در درون حباب قرار داده شده و این سلول‌ها به صورت یکنواخت در سرتاسر دامنه متناسب با نسبت ابعاد دامنه محاسباتی به ابعاد حباب توزیع می‌گردند.



شکل 6 نمای کلی از فضای محاسباتی و شرایط مرزی برای حرکت حباب در کنار صفحه مایل



شکل 11 نمودار سرعت برای زاویه شیب 10 درجه دیوار از افق و زوایای تماسی 30 درجه مطالعه تجربی و روش PLIC-VOF سنزیل کومار [40] و شبیه‌سازی حاضر CF-VOF

می‌کند. زمان موردنیاز برای رسیدن به زیر صفحه مایل به اختلاف چگالی دو سیال، ویسکوزیته، زاویه شیب صفحه، اندازه حباب و ضریب کشش سطحی بین مایع و گاز وابسته است. حباب بر اثر نیروی شناوری شروع به حرکت شتابدار با سرعت اولیه صفر به سمت بالا می‌کند. اگر فاصله‌ی اولیه‌ی حباب تا دیواره به قدر کافی باشد حباب پیش از رسیدن به دیوار به سرعت حدی می‌رسد. هنگامی که حباب به دیواره نزدیک می‌شود، مایع از دیوار دور می‌شود فشار نزدیک دیواره افزایش می‌یابد. این افزایش منجر به شتاب منفی و کاهش سرعت حباب می‌گردد. گاهی حباب چنان سریع به دیواره نزدیک می‌شود که لایه‌ی فیلم سیال بین حباب و دیواره فرصت نمی‌کند خارج شود و یک لایه‌ی فیلم پرفشار بین حباب و دیواره تشکیل می‌شود. پس از رسیدن به صفحه، سرعت حباب سریعاً در جهت عمود بر دیواره صفر می‌شود، در این زمان ماکزیمم تغییر شکل حباب روی می‌دهد و انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل تغییر شکل حباب تبدیل می‌شود. اگر انرژی جنبشی اولیه حباب کافی باشد، حباب شکل اولیه خود را بازمی‌یابد و از دیواره فاصله می‌گردد.

نیروهای مختلفی به حباب هنگام صعود در کنار صفحه مایل وارد می‌شود. مهم‌ترین این نیروها عبارتند از: نیروی شناوری، نیروی وزن، نیروی عمودی سطح صفحه، نیروی کشش سطحی و نیروی درگ که در شکل 12 می‌توان تعدادی از آن‌ها را مشاهده نمود. در این شکل نیروی شناوری به دو مؤلفه‌ی مماسی و نرمال بر صفحه تقسیم شده است، با افزایش شیب دیواره، مؤلفه‌ی عمودی نیروی شناوری کاهش و مؤلفه‌ی مماسی آن افزایش می‌یابد. علت اصلی افزایش سرعت حباب با افزایش زاویه شیب نیز همین مسئله است. افزایش سرعت حباب باعث افزایش نیروی درگ می‌شود. این نیرو همواره در خلاف جهت حرکت حباب به آن وارد می‌شود. در حالت کلی نیروی کششی سطح تلاش می‌کند تا حباب حداقل سطح ممکن را داشته باشد. بنابراین در حرکت حباب در سیال بی‌نهایت نیروی کشش سطحی سعی می‌کند تا حباب شکل کروی را حفظ کند. تغییر شکل حباب در کنار دیواره نیز ناشی از برهمکنش بین این نیروها است. مخصوصاً تغییر شکل حباب به برهمکنش بین دو نیروی کشش سطحی و نیروی اینرسی (درگ) وابسته است. نیروی کشش سطحی در تماس با دیواره علاوه بر ویژگی‌های سیال تابعی از ویژگی‌های سطح جامد نیز است که به صورت زاویه‌ی تماس در شبیه‌سازی وارد می‌شود و در بخش بعدی به آن اشاره خواهد شد.

در این بخش شبیه‌سازی برخورد حباب به صفحه برای زاویه شیب صفر تا 90 درجه و با زاویه‌ی تماس استاتیکی 30 درجه صورت گرفته است. براساس رفتار حباب با اعداد بی‌بعد داده شده سه رژیم جریان معرفی شده است.

### 3-2-4- مقایسه شکل حباب برای زاویه 10 درجه بین نتایج تجربی و مطالعه

#### حاضر

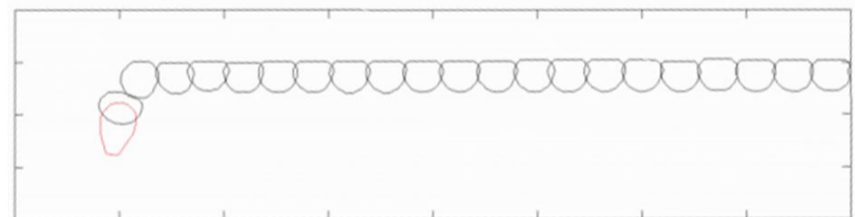
در این بخش حرکت و تغییر شکل تک حباب در کنار دیوار مایل شبیه‌سازی شده است. در شکل 9-الف نتایج آزمایشگاهی و در شکل 9-ب شبیه‌سازی عددی سنزیل کومار [40] برای زاویه شیب 10 درجه و زاویه تماسی 30 درجه ارائه شده است. شکل 10، شبیه‌سازی حباب در کنار صفحه مایل با زاویه شیب 10 درجه و زاویه‌ی تماس استاتیکی 30 درجه در مطالعه حاضر است. در شکل 11 سرعت حباب از مطالعه‌ی حاضر با مطالعه‌ی سنزیل کومار [40] مقایسه شده است. این نمودار نشان می‌دهد سرعت حباب از شبیه‌سازی عددی مطالعه‌ی حاضر هم‌خوانی بهتری نسبت به شبیه‌سازی عددی کومار [40] با نتایج تجربی دارد.

با توجه به شکل 10 و نمودار سرعت شکل 11 برای برخورد حباب به صفحه مایل با زاویه شیب 10 درجه از افق می‌توان دریافت که حباب در حال افزایش سرعت است تا این که در قاب 1 به ماکزیمم سرعت خود می‌رسد و در پس از آن سرعتش تحت تأثیر دیواره قرار گرفته و کم می‌شود و در قاب شماره 2 سرعتش به حداقل مقدار ممکن می‌رسد و تمام انرژی جنبشی آن صرف تغییر شکل می‌شود پس از آن حباب توسط صفحه پس زده می‌شود و سرعتش افزایش می‌یابد و شکلش به دایره نزدیک می‌شود که می‌توان در قاب شماره 3 آن را مشاهده کرد و آن حرکت ادامه پیدا می‌کند و به ماکزیمم دوم خودش می‌رسد و پس از آن سرعتش کم می‌شود و به مینیمم دوم می‌رسد و پس از آن سرعتش توسط نیروی شناوری بیش‌تر می‌شود و به صفحه می‌چسبد و به حرکت یکنواخت خود ادامه می‌دهد.

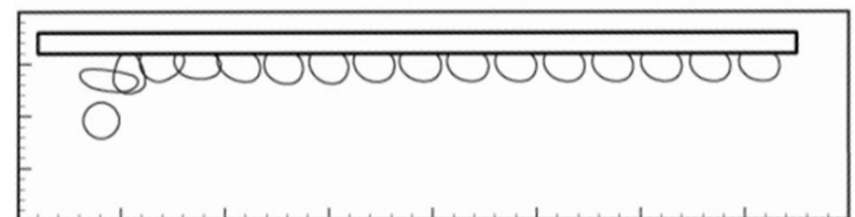
### 4- نتایج

#### 4-1- تأثیر تغییر زاویه شیب بر حرکت حباب

حباب به علت نیروی شناوری در خلاف جهت شتاب گرانش شروع به حرکت

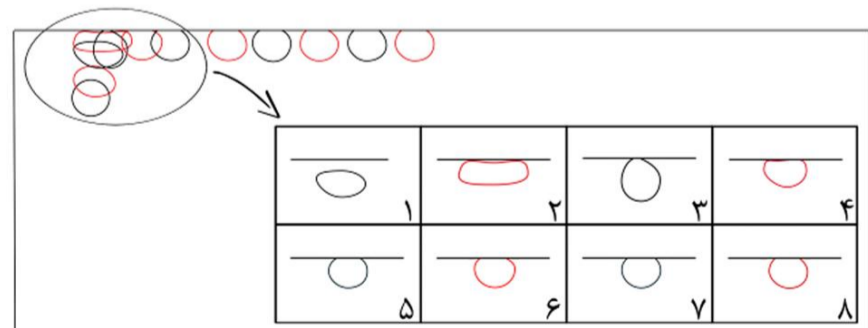


الف-مطالعه تجربی [40]

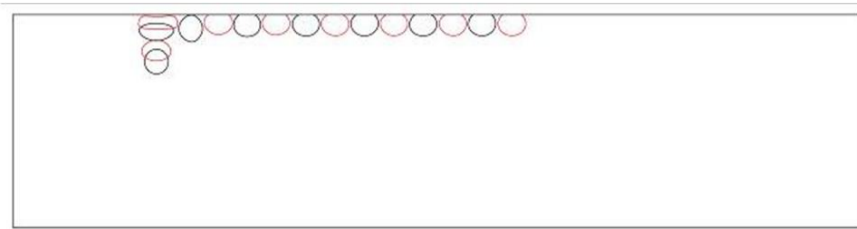


ب- شکل حباب از روش PLIC-VOF با زاویه تماسی 30 درجه [40]

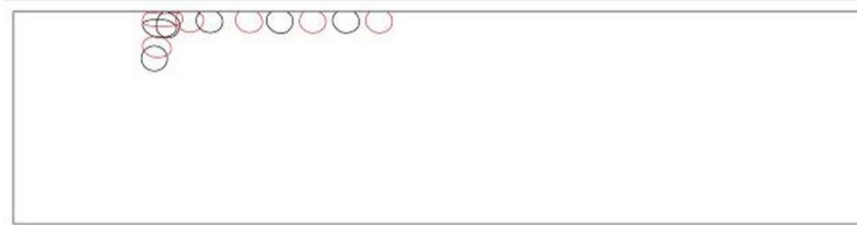
#### شکل 9 شکل حباب برای زاویه شیب 10 درجه دیوار از افق [40]



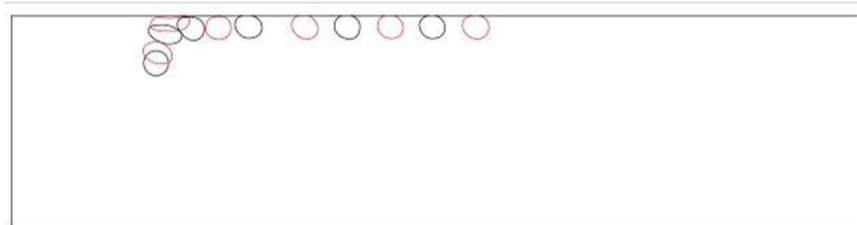
شکل 10 شکل حباب در مطالعه حاضر برای زاویه شیب 10 درجه دیوار از افق و زاویه تماسی 30 درجه و روش CF-VOF



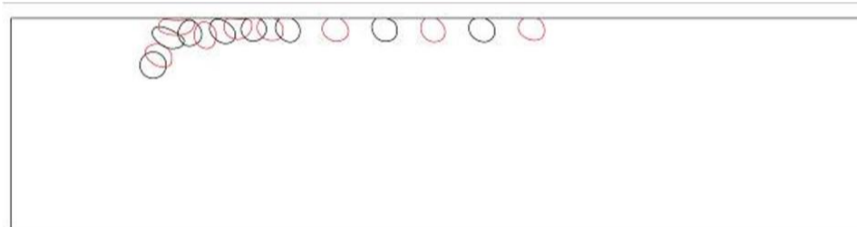
الف) صفحه افقی



ب) صفحه با زاویه 10 درجه از افق



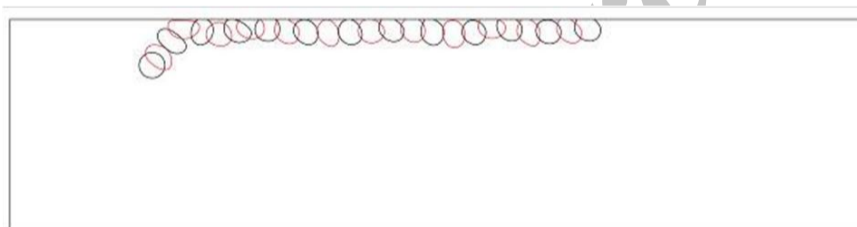
ج) صفحه با زاویه 20 درجه از افق



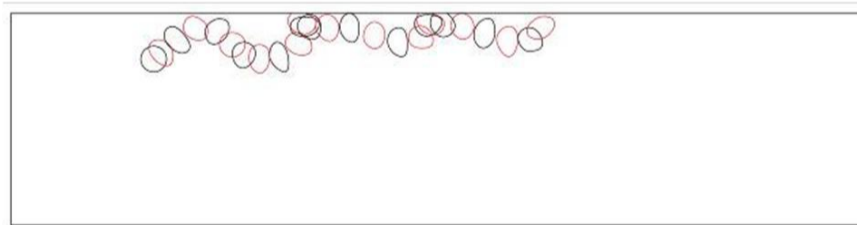
د) صفحه با زاویه 30 درجه از افق

شکل 13 تغییر شکل حباب در رژیم لغزشی (زاویه تماسی 30 درجه)

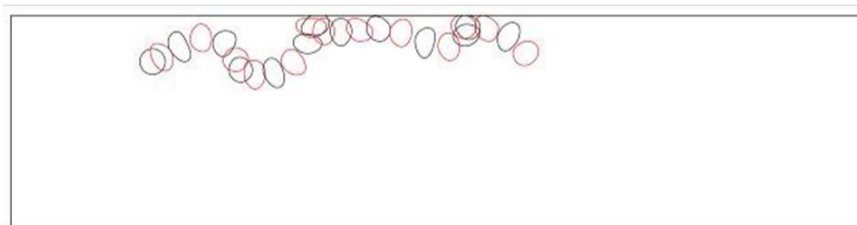
سرعت لحظه‌ای این سه رژیم حباب در شکل 16 الف، ب و ج نشان داده شده است. با تغییر رژیم جریان از لغزشی به زیگزاگی نوسانات سرعت لحظه‌ی حباب افزایش می‌یابد. بیشترین نوسان سرعت لحظه‌ی حباب در رژیم پرشی رخ می‌دهد.



الف) صفحه با زاویه 40 درجه از افق

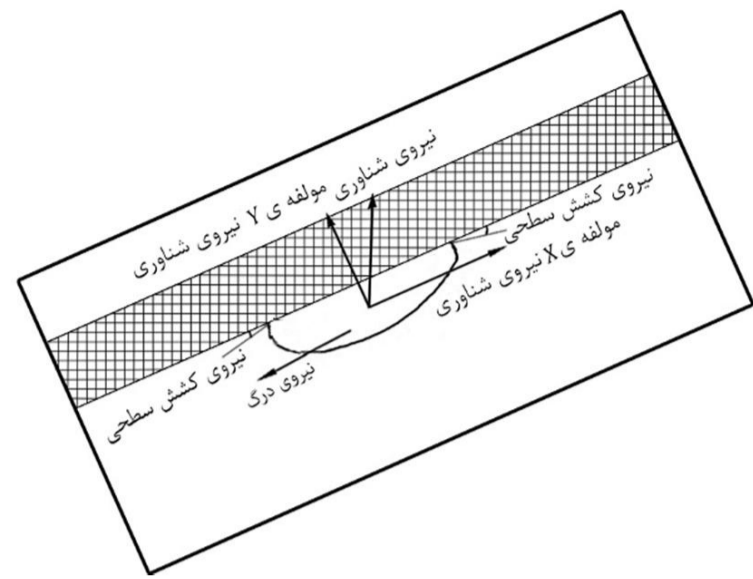


ب) صفحه با زاویه 50 درجه از افق



ج) صفحه با زاویه 60 درجه از افق

شکل 14 تغییر شکل حباب در رژیم پرشی (زاویه تماسی 30 درجه)



شکل 12 نیروهای وارد شده بر حباب در حال صعود در کنار صفحه مایل [40]

الف) رژیم لغزشی (زاویه  $0 \leq \theta \leq 30$  درجه)

در این بازه حباب بدون حرکت پرشی در کنار صفحه می‌لغزد. در این بازه مؤلفه شناوری در راستای عمود بر صفحه از لحاظ مقداری از مؤلفه‌ی مماس بر صفحه بزرگ‌تر است در نتیجه پس از برخورد حباب به دیواره، ابتدا حباب در سطح پخش می‌شود و تمامی انرژی جنبشی آن به انرژی پتانسیل تغییر شکل سطح تبدیل می‌شود، سپس نیروی کشش سطحی حباب را جمع می‌کند. اگر نیروی عمودی سطح که تابعی از انرژی جنبشی حباب در لحظه‌ی برخورد به دیواره است بتواند بر نیروی شناوری عمود بر سطح غلبه کند، حباب از دیواره بلند می‌شود، در غیر این صورت همچون شکل 13 حباب به دیوار می‌چسبد و در کنار آن می‌لغزد. در این حالت نتایج تجربی نشان می‌دهد که در برخی حالات یک لایه خیلی نازک فیلم سیال، بین حباب و دیواره قرار می‌گیرد [40].

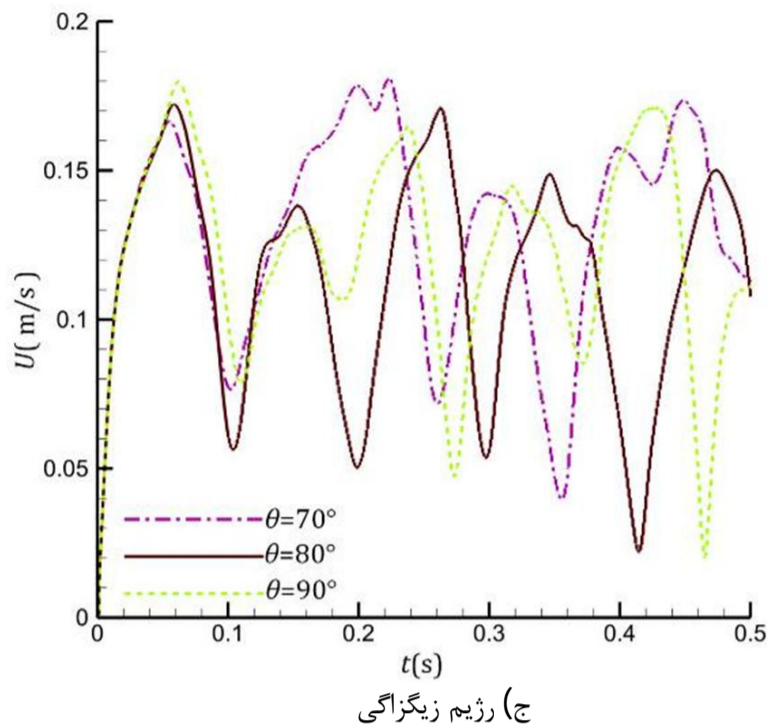
ب) رژیم پرشی (زاویه  $40 \leq \theta \leq 60$  درجه)

در این بازه حباب حرکت پرشی خود را شروع می‌کند. در این بازه اندازه مؤلفه شناوری در راستای عمود بر صفحه کم می‌شود بنابراین حباب می‌تواند با همان انرژی جنبشی اولیه راحت‌تر از دیواره جدا شود. تعداد باز جهش حباب به انرژی جنبشی اولیه‌ی حباب (قطر اولیه، سرعت اولیه) و پارامترهای فیزیکی مایع بستگی دارد. حباب پس از چند بار باز جهش همچون شکل 14، هنگامی که عمده‌ی انرژی جنبشی خود را از دست داد به حرکت لغزشی در کنار صفحه ادامه می‌دهد.

ج) رژیم زیگزاگی (زاویه  $70 \leq \theta \leq 90$  درجه)

در این بازه حباب به صفحه برخوردی ندارد و فقط حرکت زیگزاگی در کنار صفحه را انجام می‌دهد. در این بازه مؤلفه شناوری مماس بر صفحه از لحاظ مقداری از مؤلفه عمودی خیلی بزرگ‌تر است. نیروی شناوری حباب را به دیواره نزدیک می‌کند، اما حباب تحت تأثیر لایه‌ی پرفشار فیلم سیال کنار دیواره و جریان سیال اطراف و پشت حباب از دیواره دور می‌شود. بنابراین در این رژیم همچون شکل 15 رژیم حرکت زیگزاگی حباب دیده می‌شود.

در حالت عمودی، حباب همان‌طوری که در سیال بی‌نهایت صعود می‌کند تحت تأثیر نیروی شناور در کنار صفحه بالا می‌آید، با این تفاوت که چنانچه فاصله‌ی اولیه‌ی حباب از دیوار زیاد نباشد، جریان مایع ناشی از حرکت حباب تحت تأثیر حضور دیواره قرار می‌گیرد که سبب دور شدن حباب از دیواره می‌شود. همچنین حرکت حباب تحت تأثیر لایه مرزی کنار دیواره سبب می‌شود تا حباب سرعت حدی کمتری نسبت به زمانی که در سیال بی‌نهایت حرکت می‌کند داشته باشد. حرکت زیگزاگی حباب در این حالت ناشی از جریان گردابه‌های پشت حباب است [42].



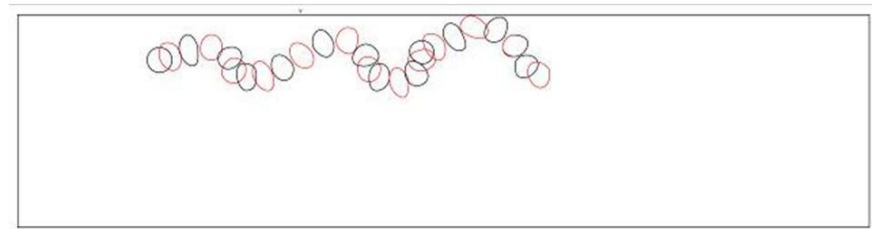
شکل 16 نمودار سرعت بر حسب زمان برای زاویه‌های مختلف

#### 4-2- بررسی تأثیر زاویه تماسی بر حرکت حباب

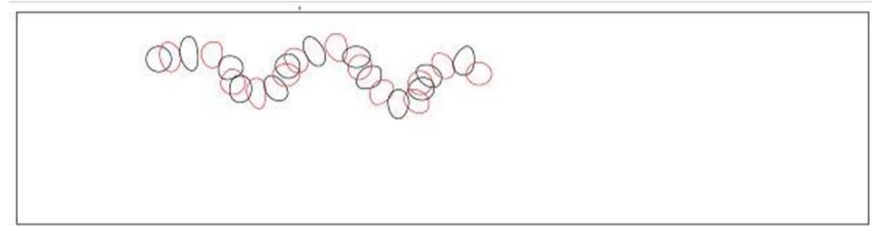
هنگامی که حباب به سطح جامد برخورد می‌کند، کشش سطحی بر روی زاویه بین سطح مشترک هوا - آب و سطح جامد تأثیر می‌گذارد. در مساله‌ی استاتیک محاسبه‌ی زاویه‌ی تماس به آسانی امکان‌پذیر است و از مشخصه‌ها و ویژگی‌های سیال و جسم جامد است.

اگر حباب حرکت کند، زاویه تماس تابعی از دینامیک فصل مشترک است. رابطه‌ی عمومی برای محاسبه‌ی زاویه‌ی تماسی دینامیکی در مدل‌های عددی وجود ندارد [40]. در مطالعه حاضر زاویه تماسی ثابت در نظر گرفته شده است. تأثیر کشش سطحی بر روی حباب که در مقابل سطح صاف قرار گرفته است به شکل حباب و زاویه تماسی آن وابسته است. برای حباب همان‌طور که در شکل 12 نمایش داده می‌شود کشش سطحی نرخ کشیدگی را کاهش می‌دهد یا به عبارتی دیگر اگر حباب در شرایط اولیه در جهت عمود بر صفحه کشیده شده باشد، کشش سطحی آن را به سطح نزدیک‌تر می‌کند. زاویه تماسی بین فصل مشترک و سطح جامد از اندرکنش بین نیروی شناوری و نیروی کشش سطحی بدست می‌آید. افزایش زاویه تماسی حباب باعث می‌شود که حباب در جهت عمود بر صفحه کشیده‌تر شود. وجود زاویه تماسی استاتیکی و یا دینامیکی یکی دیگر از مشکلات شبیه‌سازی عددی است [40]. به محض ورود یک کسر حجمی خیلی کوچک به سلول مجاور دیوار، مدل عددی فرض می‌کند که سطح مشترک به دیوار متصل شده است و در نتیجه مدل تلاش می‌کند که به سطح مشترک متناسب با زاویه تماس استاتیکی جهت بدهد، که نتیجه آن جذب مؤثر حباب به سمت دیوار است و این بدان معنا است که سطح مشترک پیوستگی خود را از دست می‌دهد و وقتی که حباب دیواره را لمس می‌کند این فصل مشترک شکسته می‌شود.

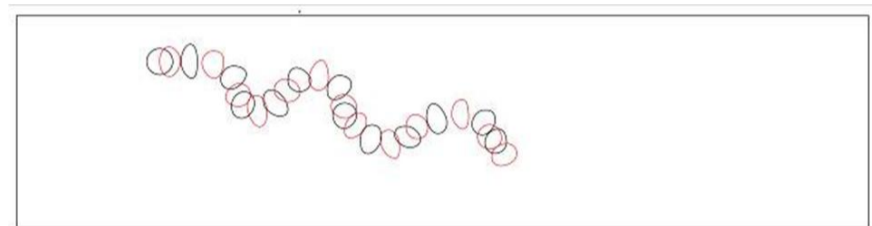
زاویه تماس و یا به عبارتی دیگر جنس سطح جامد (آب دوست و یا آب گریز بودن سطح دیوار) تأثیر بسیاری بر شکل حباب و رفتار آن هنگام و پس از برخورد دارد [40]. در این مطالعه تأثیر تغییر محدود زاویه تماس بر حرکت حباب مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این بخش شبیه‌سازی برای دو زاویه شیب 30 و 50 درجه و برای سه زاویه تماسی 20، 25 و 30 درجه انجام شده است و در شکل 17 تا 20 نمایش داده شده است.



الف) صفحه با زاویه 70 درجه از افق

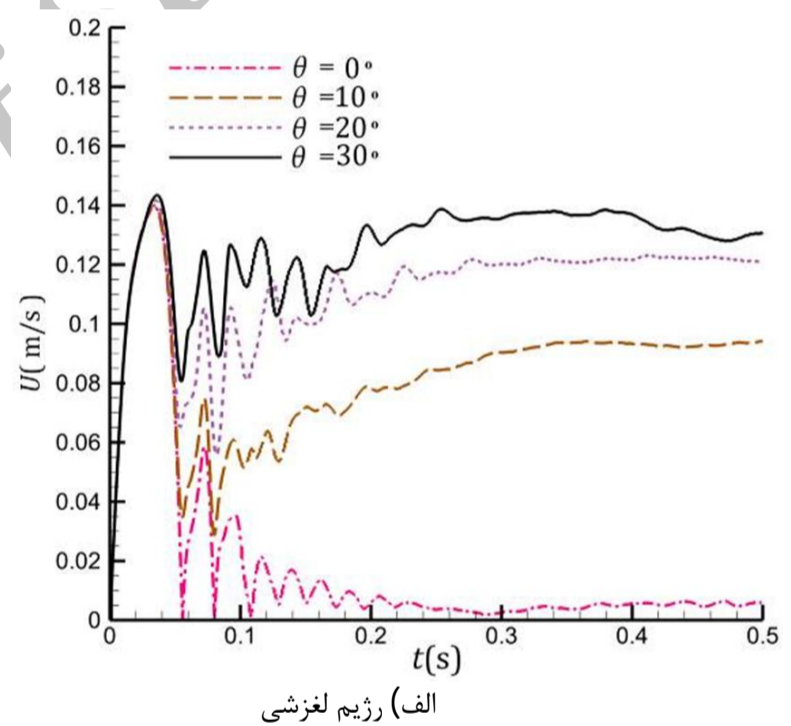


ب) صفحه با زاویه 80 درجه از افق

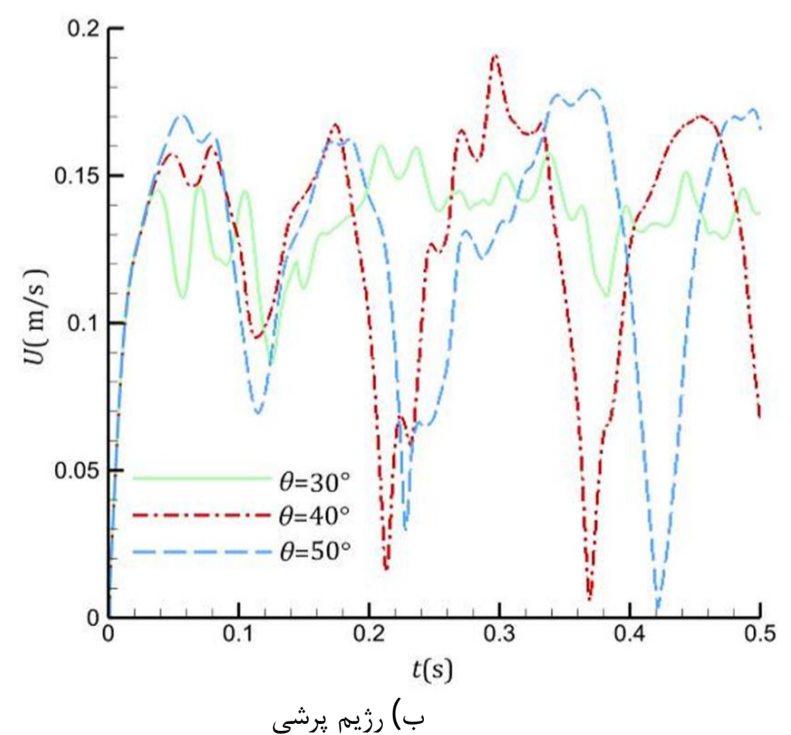


ج) صفحه با زاویه 90 درجه از افق (صفحه قائم)

شکل 15 تغییر شکل حباب رژیم زیگزاگی (زاویه تماسی 30 درجه)

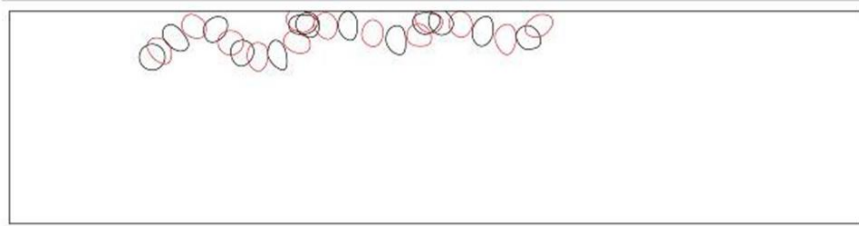


الف) رژیم لغزشی



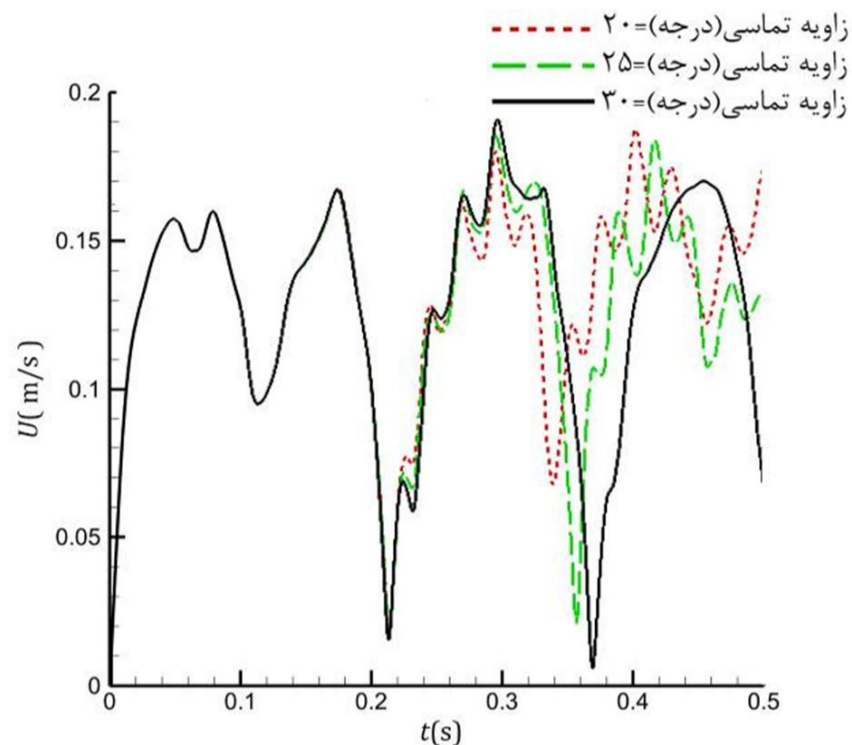
ب) رژیم پرشی





ج) زاویه تماسی 30 درجه

شکل 19 شکل حباب در مطالعه حاضر برای زاویه شیب صفحه مایل به اندازه 50 درجه از افق



شکل 20 نمودار سرعت در مطالعه حاضر برای زاویه شیب صفحه 50 درجه از افق و زوایای تماسی مختلف

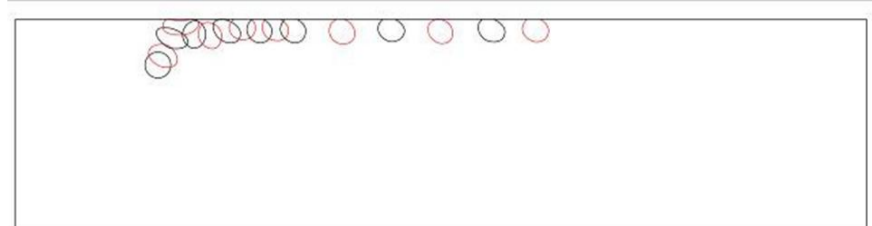
همانطور که در شکل 21 نشان داده شده است، هنگام حرکت حباب در امتداد صفحه‌ی مایل زاویه‌ی تماسی جلو و پشت حباب با هم متفاوت است و هرچه زاویه‌ی شیب صفحه بیشتر شود این اختلاف بیشتر می‌گردد. افزایش زاویه تماسی دو اثر به دنبال خواهد داشت: از یک طرف باعث افزایش کشیدگی حباب و افزایش مساحت قسمت جلوی حباب می‌گردند که این خود موجب افزایش نیروی درگ فشاری و در نتیجه کاهش سرعت حباب می‌گردد و از طرفی دیگری وقتی که حباب در جهت عمود بر صفحه کشیده می‌شود، قسمت پایین آن با سرعت بیشتر حرکت می‌کند که باعث افزایش سرعت حرکت حباب می‌شود، که متناسب با شرایط مسئله این دو حالت می‌تواند باعث افزایش، کاهش و یا ثابت ماندن سرعت حباب با تغییر زاویه استاتیکی گردند. تأثیر زاویه تماسی را می‌توان متناسب با نوع رژیم حاکم بر حباب دسته‌بندی کرد:

الف) در رژیم‌های لغزشی زاویه تماسی در سه زاویه‌ی بررسی شده 20 و 25 و 30 درجه تأثیرچندانی در حرکت حباب و نمودارهای سرعت ندارد.

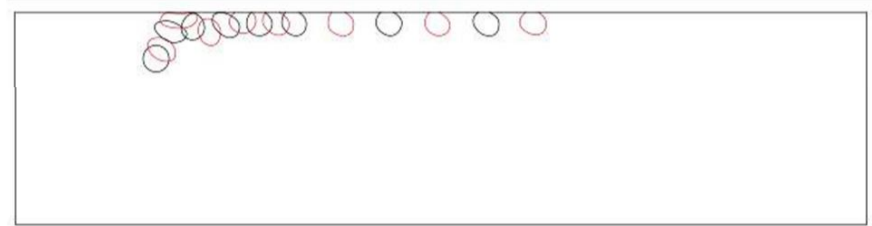
ب) در رژیم‌های پرشی تأثیر زاویه تماسی بیش‌تر است و در زوایای تماسی بیشتر حباب تمایل به حرکت زیگزاگی و در زوایای تماسی کم تمایل به حرکت لغزشی دارد.

ج) در رژیم‌های زیگزاگی حباب اصلاً به صفحه برخوردی ندارد و زاویه تماسی تأثیری در حرکت حباب نخواهد داشت.

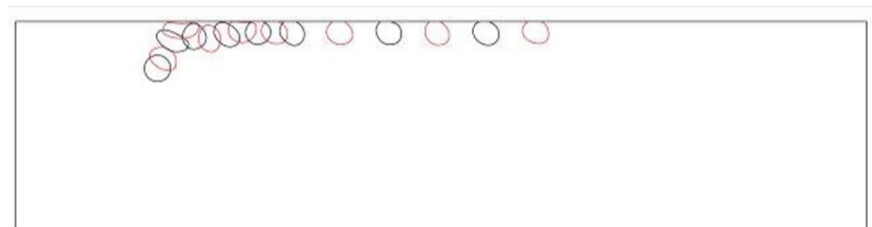
در شکل 22 اثر افزایش زاویه‌ی تماس استاتیکی بر روی تغییر شکل حباب نشان داده شده است.



الف) زاویه تماسی 20 درجه

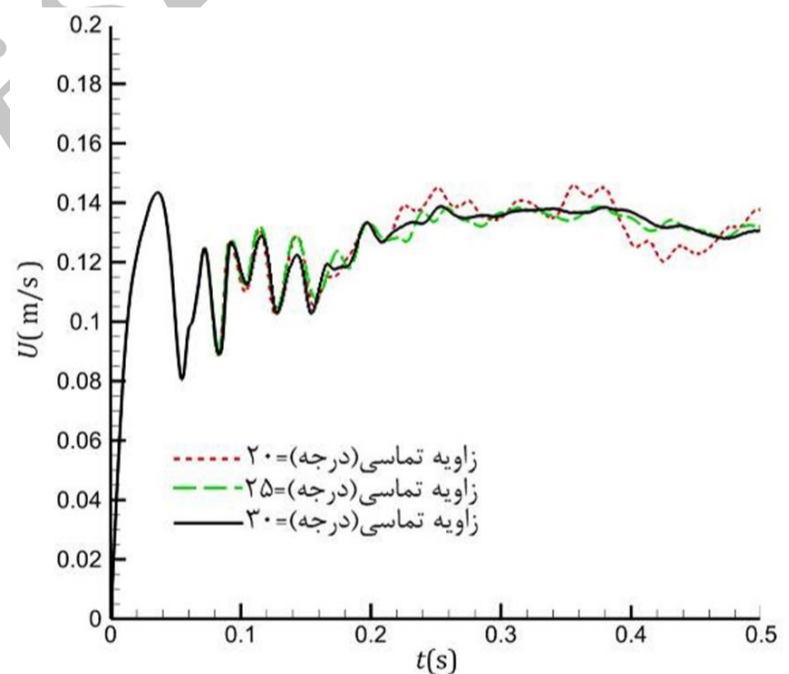


ب) زاویه تماسی 25 درجه

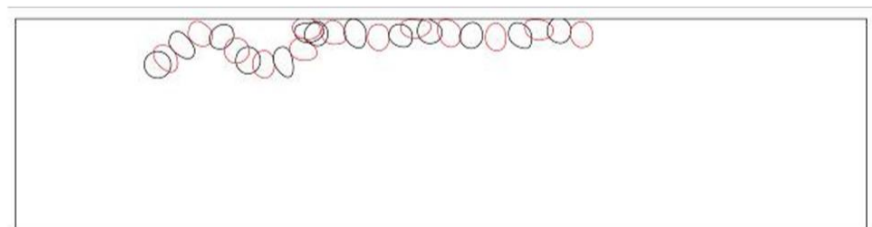


ج) زاویه تماسی 30 درجه

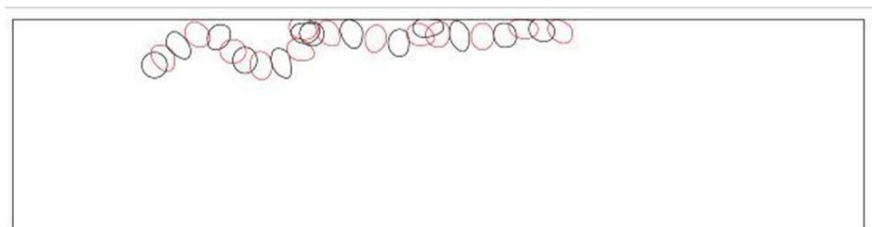
شکل 17 شکل حباب در مطالعه حاضر برای زاویه شیب صفحه مایل به اندازه 30 درجه از افق



شکل 18 نمودار سرعت در مطالعه حاضر برای زاویه شیب صفحه 30 درجه از افق و زوایای تماسی مختلف



الف) زاویه تماسی 20 درجه

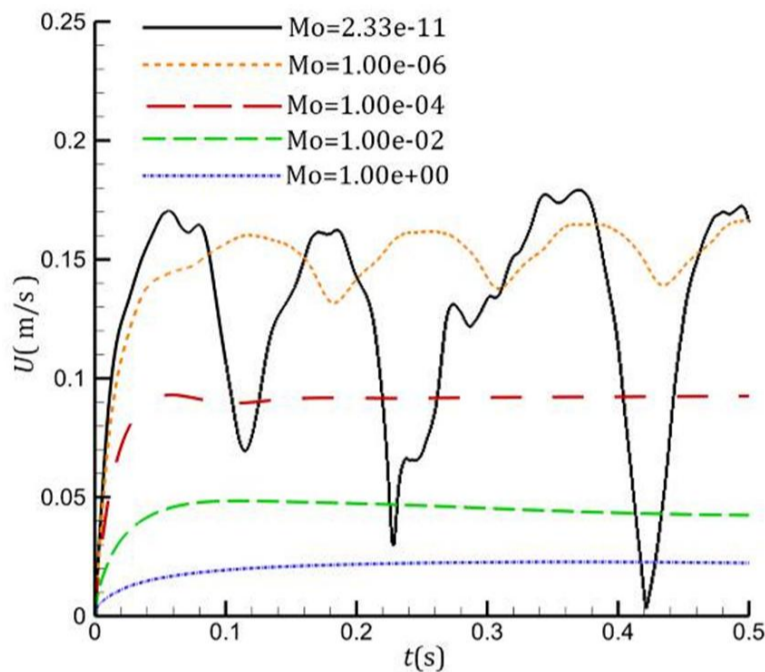


ب) زاویه تماسی 25 درجه



ه) عدد مورتون  $1 \times 10^0$

شکل 23 تأثیر عدد مورتون بر شکل حباب در زاویه شیب 60 درجه و زاویه تماسی 30 درجه

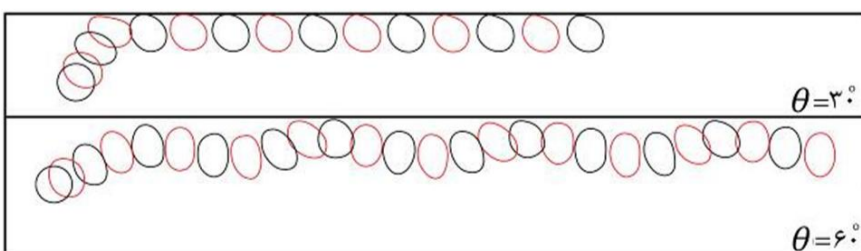


شکل 24 تأثیر عدد مورتون بر سرعت حباب در زاویه شیب 60 درجه و زاویه تماسی 30 درجه

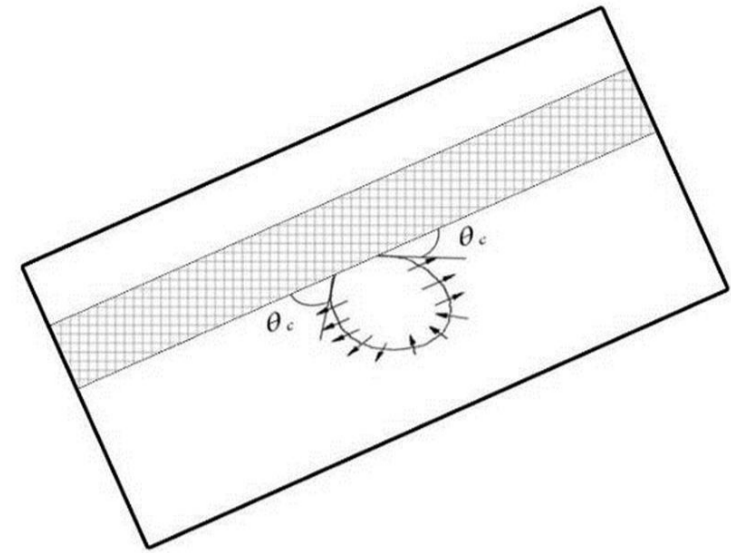
با افزایش عدد مورتون علاوه بر کاهش چشم‌گیر سرعت صعود، دامنه نوسانات سرعت حباب نیز کاهش می‌یابد که مهم‌ترین علت آن تغییر رژیم حرکت حباب است. با افزایش عدد مورتون رژیم حاکم بر حرکت حباب تغییر می‌کند و ویسکوزیته بر این رژیم حاکم می‌شود. در زاویه‌ی شیب 60 درجه از افق در شکل 25 رژیم خیس مشاهده می‌شود. در این رژیم برخلاف رژیم لغزشی که در زاویه‌ی شیب 30 درجه دیده می‌شود، همواره یک لایه سیال بین حباب و دیواره قرار دارد. با افزایش عدد مورتون در هر زاویه شیب دیواره، رژیم حباب از حرکت پرشی به حرکت لغزشی در کنار سطح تبدیل می‌شود. همچنین با افزایش عدد مورتون مسافتی که حباب در یک‌زمان مشخص طی می‌کند کم می‌شود.

#### 4-4-4- تأثیر عدد باند بر دینامیک حرکت حباب در کنار یک صفحه مایل

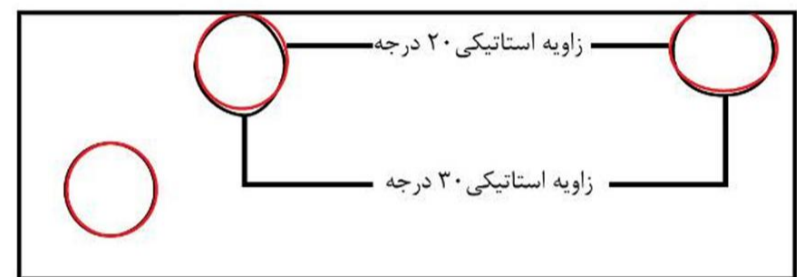
در این بخش تغییر شکل حباب برای عدد باند 10 شبیه‌سازی شده است و نتایج این بخش با نتایج بخش‌های قبلی با عدد باند  $1/5558$  مقایسه شده است. در این مقایسه عدد مورتون ثابت است. دینامیک حباب در کنار صفحه مایل با زاویه شیب 30 درجه و زاویه تماسی 30 درجه شبیه‌سازی شده است. نتایج این بخش را می‌توان در شکل‌های 26 و 27 مشاهده نمود.



شکل 25 تفاوت رژیم در زوایای شیب مختلف به ازای عدد مورتون یکسان



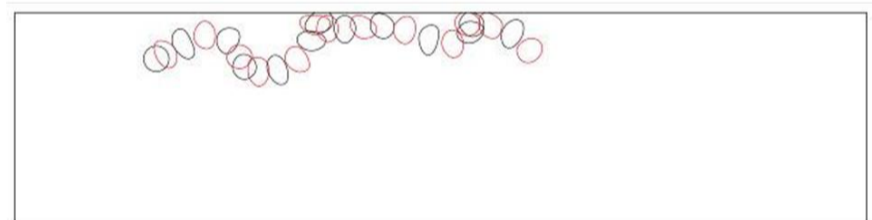
شکل 21 نمایش زاویه تماسی بین دوفاز و سطح جامد [40]



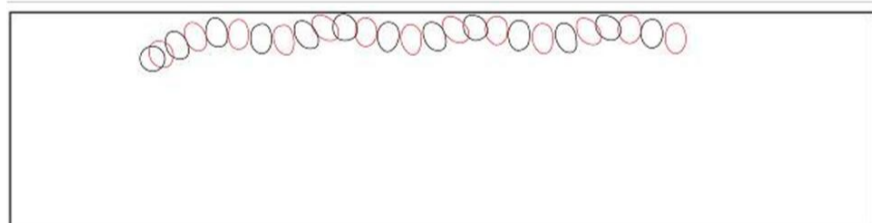
شکل 22 نمایش کشیدگی حباب

#### 3-4- تأثیر عدد مورتون بر دینامیک حرکت حباب در کنار یک صفحه مایل

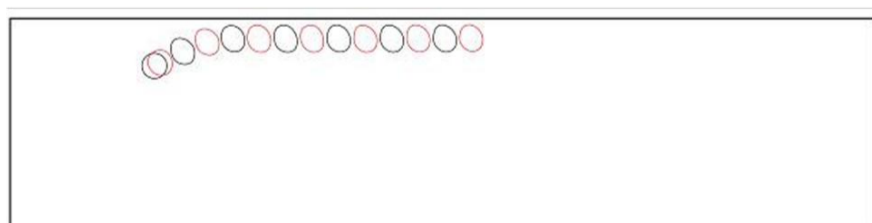
برای بررسی اثر لزجت بر حرکت حباب، شبیه‌سازی برای چندین عدد مورتون مختلف تکرار شده است. اعداد مورتون در این مطالعه،  $10^{-11}$ ،  $10^{-6}$ ،  $10^{-4}$ ،  $10^{-2}$  و  $10^0$  است. در این بخش عدد باند ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین برای مشاهده تأثیر عدد مورتون بر دینامیک حباب در کنار یک صفحه مایل از زاویه شیب 60 درجه و زاویه تماسی 30 درجه استفاده شده است. نتایج این بخش را می‌توان در شکل‌های 23 و 24 مشاهده نمود.



الف) عدد مورتون  $2/53 \times 10^{-11}$



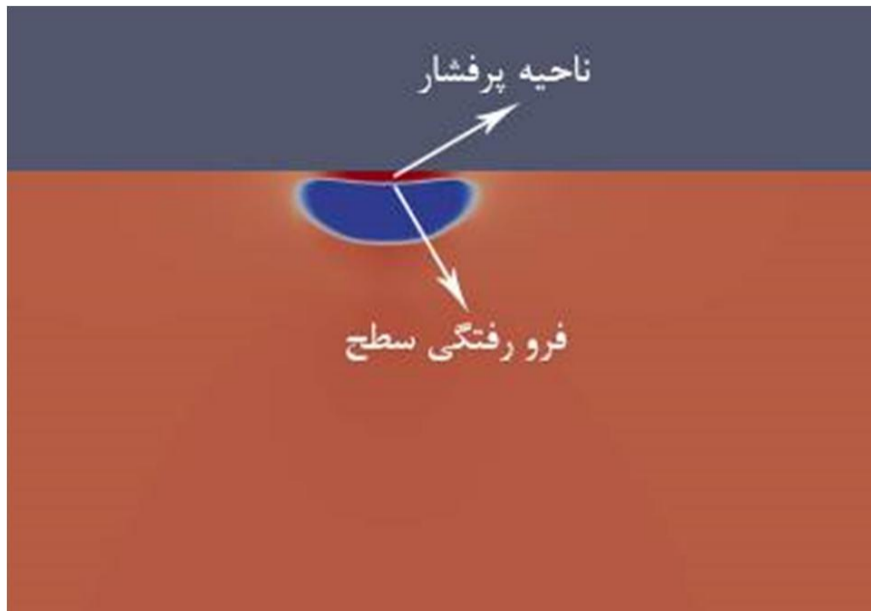
ب) عدد مورتون  $1 \times 10^{-6}$



ج) عدد مورتون  $1 \times 10^{-4}$



د) عدد مورتون  $1 \times 10^{-2}$



شکل 29 نمایش گودی بالای حباب ناشی از افزایش فشار

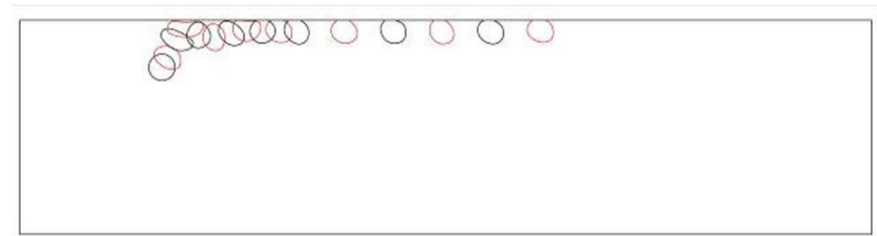
### 5- نتیجه‌گیری

در این مطالعه به تغییر شکل حباب در برخورد و حرکت کنار صفحه‌ی مایل به روش حجم سیال (CF-VOF) پرداخته شده است و تأثیر پارامترها و اعداد بی‌بعد موثر بر حرکت حباب در کنار صفحه مایل بررسی و نتایج زیر حاصل شده است:

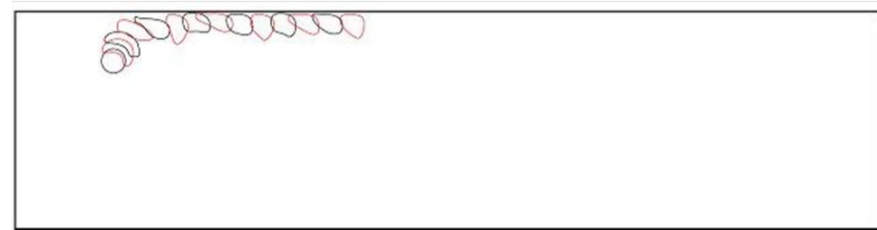
- 1- در محدوده‌ی شبیه‌سازی حاضر بین زاویه 30 تا 40 درجه پس‌زنی حباب از صفحه مایل آغاز می‌شود.
- 2- افزایش عدد مورتون از سرعت و دامنه نوسانات حرکت حباب می‌کاهد.
- 3- با افزایش عدد باند ضخامت فیلم تر بیشتر می‌شود.
- 4- در عدد مورتون و باند ثابت با افزایش زاویه شیب ضخامت فیلم تر افزایش می‌یابد. این امر نشان‌دهنده این است که علاوه بر ویژگی‌های سیال، زاویه هم در نوع رژیم حاکم بر جریان تأثیرگذار است.
- 5- تأثیر زاویه تماسی بر حرکت حباب متناسب با رژیم حاکم بر حباب است.
- 6- روش حجم سیال تابع رنگ (CF-VOF) علی‌رغم بازسازی دقیق فصل مشترک می‌تواند نتایج تجربی را به خوبی پیش‌بینی کند و حتی عملکرد بهتری از روش‌های دقیق فصل مشترک داشته باشد.

### 6- مراجع

- [1] Alexandre Caboussat., Jacques Rappaz.,(2010) Numerical Simulation of Bubbles under an Inclined Plane: *Application to Aluminum Electrolysis*.
- [2] Clift R, Grace JR, Weber M. (1978) Bubbles, drops, and particles. New York: *Academic Press*.
- [3] Bhaga D, Weber ME.(1981) Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities. *J Fluid Mech*;105:61-85.
- [4] Yu. B. Zudin,(1995) "Calculation of the rise velocity of large gas bubbles," *J. Eng. Phys. Thermophys.*, vol. 68, no. 1, pp. 10-15.
- [5] G. Bozzano and M. Dente,( 2001) "Shape and terminal velocity of single bubble motion: a novel approach," *Computers and Chemical Engineering*, vol. 25, pp. 571-576.
- [6] Ni, M.J. Abdou, M. and Komori, S.( 2003) "A variable density projection method for interfacial flows" , *Num Heat Trans, Part B*, Vol. 44:pp.553-574.
- [7] Smoliansky, A. Haario, H. and Luukka, P., "vortex shedding behind a rising bubble and two-bubble coalescence: A numerical approach", *Appl Math Model* Vol. 29pp615-632,2005.
- [8] Van Sint Annaland M, Deen NG, Kuipers JAM.( 2005) Numerical simulation of gas bubbles behavior using a three-dimensional volume of fluid method. *Chem Eng Sci* 60:2999-3011.
- [9] Van Sint Annaland M, Dijkhuizen W, Deen NG, Kuipers JAM.(2006) Numerical simulation of behavior of gas bubbles using a 3D front-tracking method. *AIChEJ* 6; 52:99-110.
- [10] Bonometti T, Magnaudet J. Transition from spherical cap to toroidal bubbles. *Phys Fluids* 2006;33:052102.
- [11] Tsao, H.K., Koch, D.L.,(1997). Observations of high reynolds number bubbles interacting with a rigid wall. *Phys. Fluids* 9, 44.
- [12] Sanada, T., Watanabe, M., Fukano, T.,(2005). Effects of viscosity on coalescence of a bubble upon impact with a free surface. *Chem. Eng. Sci.* 60, 5372-5384.

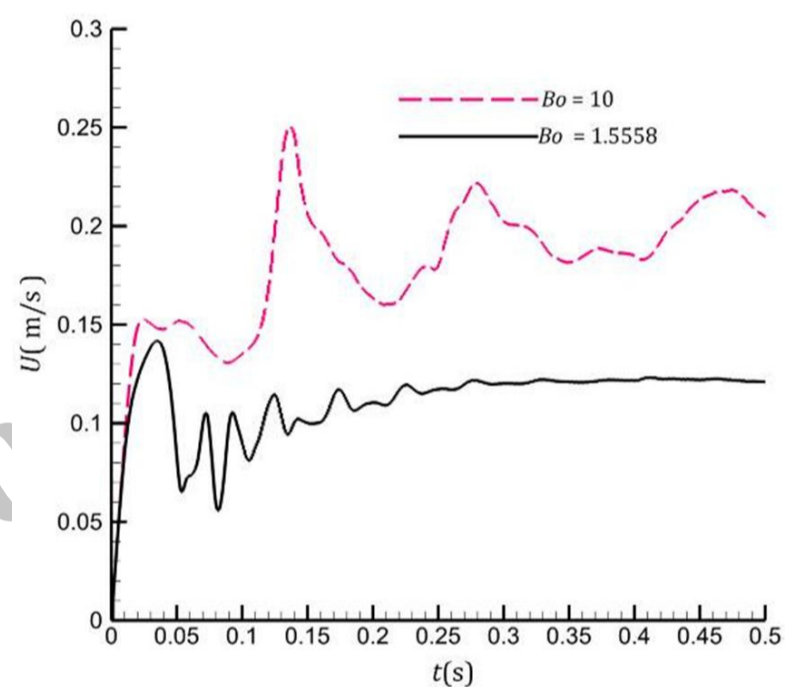


الف) عدد باند 1/5558



ب) عدد باند 10

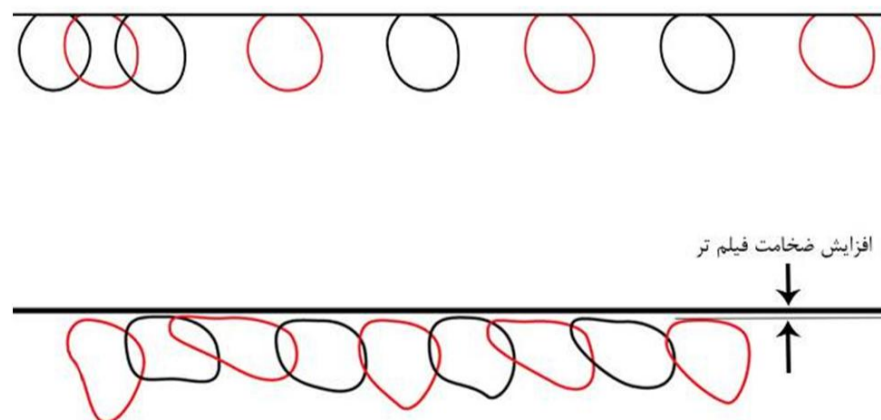
شکل 26 تأثیر عدد باند بر شکل حباب در زاویه شیب 30 درجه و زاویه تماسی 30 درجه



شکل 27 تأثیر عدد باند بر سرعت حباب در زاویه شیب 30 درجه و زاویه تماسی 30 درجه

با افزایش عدد باند سرعت صعود حباب افزایش می‌یابد. علت افزایش سرعت حباب افزایش اینرسی حاکم بر مسئله است. تغییر عدد باند بر شکل حباب تأثیر می‌گذارد و رژیم حاکم بر حباب تغییر پیدا می‌کند و ضخامت فیلم تر در شکل 28 افزایش می‌یابد که این نتیجه با مطالعه دبیسچوب [32] هم‌خوانی دارد.

در شکل 29 توزیع فشار  $(p - \rho gh)$  نشان داده شده است که گودی در بالای حباب به خاطر افزایش فشار حباب در هنگام برخورد به سطح به وجود می‌آید که مقداری از سیال در آن جا حبس می‌شود. این نتیجه با مطالعه تجربی تسا و کوچ [12] هم‌خوانی دارد.



شکل 28 افزایش ضخامت فیلم تر با افزایش عدد باند

- [29] Masliyah, J., Jauhari, R., Gray, M (1994) Drag coefficients for air bubbles rising along an inclined surface. *Chem. Eng. Sci.* 49, 1905–1911
- [30] Perron, A., Kiss, L.I., Poncsák, S. (2006). An experimental investigation of the motion of single bubbles under a slightly inclined surface. *Int. J. Multiphase Flow* 32, 606–622.
- [31] Maxworthy, T. (1991). Bubble rise under an inclined plate. *J. Fluid Mech.* 229, 659–674.
- [32] K.M. DeBisschop, M.J. Miksis, D.M. Eckmann, (2002). Bubble rising in an inclined channel, *Phys. Fluids* 14 -93–106.
- [33] C. W. Hirt and B. D. Nichols, (1981) Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.* 39, 201.
- [34] E. Berberović, N. P. Hinsberg, S. Jakirlić, I. V. Roisman, and C. Tropea, (2009) Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution, *Physical Review E*, 79, 036306.
- [35] J. U. Brackbill; D. B. Kothe; C. Zemach., (1992), A Continuum Method for Modeling Surface Tension. *Journal of Computational Physics*, 100, 335–354.
- [36] D. Winkler, K. Kissling, S. Schütz, A. Werfl and M. Piesche, (2010) "Numerical simulation of droplet-fiber-interactions in water/diesel coalescence filters", *American Filtration & Separations Society Annual Conference*, March 22-25, San Antonio.
- [37] L. Amaya-Bower, T. Lee. (2010) Single bubble rising dynamics for moderate Reynolds number using Lattice Boltzmann Method, *Computers & Fluids* 39:1191–1207.33.
- [38] Hua, J., Lou, J., (2007) Numerical simulation of bubble rising in viscous liquid. *Journal of Computational Physics*: 222, 769-795.
- [39] M.R. Pivello, A.S. Neto, M.M. Villar, A.M. Roma, R. Serfaty, (2012) *A Fully Adaptive Front Tracking Method for the Simulation of Two Phase Flows*.
- [40] S. Senthil Kumar, Y. M. C. Delaurée, D. B. Murray, B. Donnelly. Numerical investigation of the effect of the VOF-CSF static contact angle boundary condition on interacting with at inclined surfaces, *Journal of Heat and Fluid Flow*, 20
- [41] Wang, Q.X. (1998) The Evolution of a Gas Bubble Near an Inclined Wall. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* 12:29-51
- [42] Lunde, K., Perkins, R. J, (1997) Observations on wakes behind spheroidal bubbles and particles,, Proc. of 1997 ASME Fluids Eng. Div. Summer Meeting, FEDSM97-3530, CD-ROM,
- [13] Smolianski A, Haario H, Luuka P. (2008) Numerical study of dynamics of single bubbles and bubble swarms. *Appl Math Mod*;32:641–59.
- [14] Guerri, L., Lucca, G., and Prosperetti, A. (1981) A numerical method for the dynamics of non-spherical cavitation bubbles. *In Proc.*
- [15] Blake, J.R., Taib, B.B., and Doherty, G. (1986) Transient cavities near boundaries. Part 1. Rigid boundary. *J. Fluid Mech.* 170, 479–497.
- [16] Best, J.P., and Kucera, A. (1992) A numerical investigation of non-spherical rebounding bubbles. *J. Fluid Mech.* 245, 137–154.
- [17] Chahine, G.L., and Perdue, T.O. (1988) Simulation of the three-dimensional behaviour of an unsteady large bubble near a structure. Proc. Third International Colloquium on Bubbles and Drops, Monterey, California.
- [18] Wilkerson, S.A. (1989) Boundary integral technique for explosion bubble collapse analysis. Proc. ASME Energy-Source Technology Conference and Exhibition, Houston, Texas.
- [19] Chahine, G.L. (1990) Numerical modelling of the dynamic behaviour of bubbles in nonuniform flow fields. *ASME on Numerical Methods for Multiphase Flows*, Toronto.
- [20] Chahine, G.L (1993) Bubble interactions with vortices. *In Vortex Flows* (S. Green, ed.). Kluwer, Dordrecht.
- [21] Harris, P.J. (1992) A numerical model for determining the motion of a bubble close to a fixed rigid structure in a fluid. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 33, 1813–1822.
- [22] Harris, P.J. (1993) A numerical method for predicting the motion of a bubble close to a moving rigid surface. *Commun. Numer. Methods Eng.* 9, pp. 81–86.
- [23] Blake, J.R., Boulton-Stone, J.M., and Tong, R.P. (1995) Boundary integral methods for rising, bursting and collapsing bubbles. *in Applications in Fluid Mechanics* (H. Power, ed.) *Computational Mechanics Publications, Southampton*.
- [24] Wang, Q.X. (1998) The Evolution of a Gas Bubble Near an Inclined Wall. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* 12:29-51
- [25] Spedding, P.L. and Nguyen V. T. (1978) Bubble rise and liquid content in horizontal and inclined tubes, *Chem. Eng. Sci.* Vol. 33, pp. 987-994.
- [26] Weber, M. E. and Alarie, A. (1986) Velocities of extended bubbles in inclined tubes, *Chem. Eng. Sci.* Vol. 41, pp. 2235-2240.
- [27] Che, D. F., Chen, J. J. J. and Taylor, M. P. (1991) Gas Bubble Formation and Rise Velocity Beneath a Downward Facing Inclined Surface Submerged in a Liquid, *Institution of Chemical Engineers*, pp. 25-29
- [28] Chen J.J.J., Jianchao Z., Kangxing Q., Welch B.J. And Taylor, M.P. (1992) Rise Velocity of Air Bubbles Under a Slightly Inclined Plane Submerged in Water, *The Fifth Asian of Fluid Mechanics*, Taejon Korea, pp. 1173-1176.