

بررسی اثر جهت‌گیری زبری سطح بر ناپایداری ترمولاستیک در سطوح لغزشی روان کاری شده

ابوالفضل ابراهیمی^۱، صالح اکبرزاده^{۲*}، علیرضا واعظپور^۱

۱- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

* اصفهان، s.akbarzadeh@cc.iut.ac.ir .84156-83111

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۲ اردیبهشت ۱۳۹۴

پذیرش: ۱۷ مرداد ۱۳۹۴

ارائه در سایت: ۰۸ مهر ۱۳۹۴

کلید واژگان:

بافت سطح

زبری سطح

ناپایداری ترمولاستیک

تریبولوژی

چکیده
انواع مختلف سطوح لغزشی مانند کلاچ‌ها و ترمه‌ها، مستعد نوعی آسیب سطح تحت عنوان ناپایداری ترمولاستیک هستند. ناپایداری اشاره دارد به رشد نامحدود آشفتگی‌های دما و فشار که منجر به دماهای موضعی بسیار بالا و سایش آن نقاط می‌شود. در این پژوهش اثر بافت سطح بر روی ناپایداری ترمولاستیک در رژیم روان کاری مخلوط مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور از مدلی که شامل یک سطح صیقلی با رسانایی حرارتی بالا و یک سطح زبر با رسانایی حرارتی بسیار پایین است، استفاده می‌شود. در این تحقیق برای سطوح زبر از یک پروفیل زبری سطح تولیدشده به روش عددی استفاده شده است. در ادامه به کمک ضرایب اصلاحی معادله رینولدز برای در نظر گرفتن زبری هستند، تأثیر بافت سطح بر روی ناپایداری ترمولاستیک بررسی می‌شود. برای انجام این کار از الگوریتمی استفاده می‌شود تا به کمک آن برای سه گونه جهت‌گیری زبری یعنی طولی، عرضی و همسان‌گرد، سرعت بحرانی که بیشتر از آن ناپایداری ترمولاستیک اتفاق می‌افتد و منجر به تشکیل نقاط داغ دیده می‌شود، به دست می‌آید. در نهایت مشخص می‌شود که سرعت بحرانی که سطح را در آستانه ناپایداری ترمولاستیک قرار می‌دهد، برای الگوی سطح طولی حالت بهینه دارد و پس از آن الگوی سطح همسان‌گرد و در نهایت الگوی سطح عرضی قرار دارد.

Study on the effect of surface roughness pattern on the thermoelastic instability in lubricated sliding surfaces

Abolfazl Ebrahimi¹, Saleh Akbarzadeh^{1*}, Alireza Vaezpour¹

۱- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran
* P.O.B 8415683111 Isfahan, Iran, s.akbarzadeh@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 12 May 2015

Accepted 08 August 2015

Available Online 30 September 2015

Keywords:

Surface Pattern

surface roughness

Thermoelastic Instability

Tribology

ABSTRACT

The different kinds of sliding surfaces like clutches, and breaks are susceptible to a surface damage called thermoelastic instability. Instability refers to the unlimited growth turbulence of temperature and pressure, leading to very high local temperatures and wear on the hot spots. In this research, the effect of surface texture on the thermoelastic instability is investigated under mixed lubrication regime. For this purpose, a model consisting of a smooth surface with high thermal conductivity and a rough surface with low thermal conductivity is considered. Thus, a computer program is employed to numerically generate three different surface roughness patterns, i.e. transverse, longitudinal, and isotropic. Then the flow factors which are correction factors to the Reynolds equation for considering the surface roughness pattern are employed to study the effect of surface pattern on the thermoelastic instability. To conduct this study, an algorithm is developed to regenerate the thermoelastic instability results in the published literature and then is used to find the critical speed for three types of surface patterns beyond which thermoelastic instability leading to the formation of hot spots is likely to occur. Finally it is shown under similar operating conditions; the critical speed is highest for the longitudinal surface pattern.

را به شکل چرخه‌های سایشی ترمولاستیک یا تنفس یاتاقانی شدید که به وسیله افزایش ناگهانی در دما مشخص می‌شود، آشکار می‌کند. ناپایداری اشاره دارد به رشد نامحدود آشفتگی‌های دما و فشار که منجر به دماهای موضعی بسیار بالا می‌شود که آن‌ها را نقاط داغ دیده اتلاف می‌کنند [۱]. آببندها، ترمه‌ها، کلاچ‌ها و در کل سطوح لغزشی، مستعد بروز نقاط داغ دیده هستند. نقاط داغ دیده همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، به صورت مناطقی سیاه بر سطح پدیدار می‌شوند و بیانگر تنفس موضعی بالا بوده و می‌تواند منجر به شکست ماده شود.

۱- مقدمه
تریبولوژی دانش مربوط به سطوح درگیر در حرکت نسبی است و شامل مطالعه اصطکاک، سایش و روان کاری در سطوح درگیر است. زبری سطح درگیر، ریزناهمواری‌هایی در اندازه میکرومتر یا حتی کمتر هستند که به صورت قله‌ها و دره‌هایی در اندازه، شکل، جهت‌گیری و توزیع این ناهمواری‌ها، ویژگی‌های روان کاری هیدرودینامیکی سطح به شدت می‌تواند تغییر کند. یکی از پدیده‌هایی که می‌تواند سبب آسیب و کاهش عمر قطعات بشود ناپایداری ترمولاستیک است. در عمل، ناپایداری ترمولاستیک خودش

Please cite this article using:

A. Ebrahimi, S. Akbarzadeh, A. Vaezpour, Study on the effect of surface roughness pattern on the thermoelastic instability in lubricated sliding surfaces, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 17-25, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.SID.ir

در سال 1973 بورتون و همکارانش، ناپایداری ترمولاستیک را برای یک مدل شبیه آببند بیان کردند [7]. این مدل هندسه‌ای را ارائه می‌دهد که شامل دو تیغه مستقیم در تماس با هم است. مدل، معادله‌ای برای سرعت بحرانی در آستانه ناپایداری ترمولاستیک ارائه می‌دهد. این معادله پیش‌بینی می‌کند که سرعت بحرانی با ضریب اصطکاک و ضریب انبساط حرارتی رابطه عکس دارد.

برای حالت سطوح موازی روان کاری شده، بنرجی و بورتون (1976) سرعت بحرانی را استخراج کردند که آستانه ناپایداری ترمولاستیک را بیان می‌کند [4]. آن‌ها سطوح را به صورت یک رسانای حرارتی خوب که بر یک عایق خوب می‌لغزد، مدل کردند که فرض معقولی برای کلاچ است. معادله بنرجی و بورتون برای سرعت بحرانی که آستانه ناپایداری ترمولاستیک را مشخص می‌کند به صورت رابطه (1) است.

$$(1) U_{cri} = h_0 k \sqrt{\frac{k_s}{\alpha \mu}}$$

که h_0 ضخامت نامی روان کار، k عدد موج، k_s رسانای حرارتی جسم رسانا، μ ویسکوزیته روان کار و α ضریب انبساط حرارتی جسم رساناست.

جنگ و خوانساری [8]، ناپایداری ترمولاستیک را با در نظر گرفتن زبری سطح بررسی کردند، همچنین جنگ و خوانساری در [9] به بررسی تأثیر زبری سطح بر ناپایداری ترمولاستیک و در حضور روان کار پرداختند. مدلی که آن‌ها از آن استفاده کردند، مدل 1976 بنرجی و بورتون بود که یک جسم رسانای حرارتی بر یک عایق حرارتی می‌لغزد. مطالعات بیان شده نشان می‌دهند که دو سطح در روان کاری مرزی سرعت بحرانی بسیار کمتری نسبت به سطوحی که کاملاً توسط یک فیلم سیال جدا شده‌اند، دارند.

نخستین و شاخص‌ترین کار انجام‌شده در زمینه تأثیر زبری سطح بر فیلم روان کار توسط پتیر (1978) صورت گرفت [10]. او در پایان‌نامه خود به تفصیل به چگونگی اصلاح معادله رینولدز جهت بررسی روان کاری سطوح زبر توسط مدلی تحت عنوان مدل جریان میانگین پرداخت. ایشان با معرفی ضرایبی با نام ضرایب جریان، اثر زبری را بررسی کرد. برای تعیین اثر ضرایب جریان در معادله رینولدز، لازم است جهت‌گیری زبری‌ها (همسان‌گرد، طولی و عرضی) مورد توجه قرار گیرد. هر یک از این جهت‌گیری‌ها بر لغزش بین دو سطح اثر می‌گذارد و سیستم روان کاری را تحت تأثیر قرار می‌دهند [11]. به عبارت دیگر جهت‌گیری زبری‌ها بر ضرایب جریان و در نتیجه فشار به دست آمده از حل معادله رینولدز و پیرو آن تعییر شکل ناشی از فشار هیدرودینامیکی اثرگذار است. از طرفی در مقاله سال 2000 جنگ و خوانساری [9]، ناپایداری ترمولاستیک تحت روان کاری هیدرودینامیکی و تنها برای حالت زبری همسان‌گرد بررسی شده و سرعت بحرانی که در آن ناپایداری ترمولاستیک اتفاق می‌افتد، تنها برای جهت‌گیری همسان‌گرد بررسی شده است.

با توجه به این که در تماس‌های لغزشی، مانند تماس در کلاچ‌ها، ترمزها و آببندها، احتمال وقوع ناپایداری ترمولاستیک و در نتیجه آن وقوع پدیده داغ‌دیدگی سطح بسیار وجود دارد؛ بنابراین در مطالعه پیش‌رو اثر جهت‌گیری‌های زبری سطح بر ناپایداری ترمولاستیک بررسی شده است. با توجه به این که مسئله داغ‌دیدن به‌طور مستقیم سبب کاهش عمر قطعه می‌شود. چنان‌چه بتوان سطوحی ایجاد کرد که مسئله داغ دیدن در آن‌ها بهبود یابد، افزایش عمر این قطعات را به دنبال خواهد داشت.

2- معرفی روش

برای پیاده‌سازی مدل موردنظر در این پژوهش، لازم است سه گام اصلی انجام

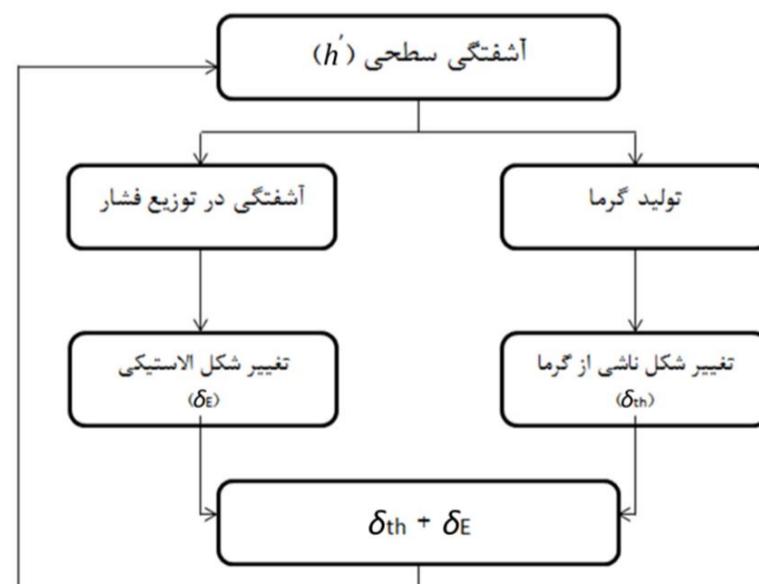


شکل 1 تصویری از مناطق داغ‌دیده پس از تنها یک بار در گیری کلاچ [2]

مفهوم ناپایداری به بیان ریاضی مسئله با استفاده از تکنیک آشفتگی مشخص می‌شود که در آن پاسخ سیستم به یک اختلال در ضخامت فیلم، مورد آزمایش قرار می‌گیرد [3]. برای مشخص کردن استعداد یک سیستم به وقوع ناپایداری ترمولاستیک، یک موج سطحی کوچک که نشانگر یک اختلال در سیستم است، به سیستم تحمیل می‌شود. موج سطحی تحمیل شده، حتی بسیار کوچک، بر پروفیل سرعت در سیال، توزیع فشار هیدرودینامیکی و تعادل حرارتی در فیلم اثر می‌گذارد. در نتیجه، میدان تعییر شکل کل، شامل تعییر شکل‌های حرارتی و مکانیکی، تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. به کمک روابط تئوری می‌توان پیش‌بینی کرد که آیا در یک سرعت کاری، مجموع این تعییر شکل‌ها به صورت نامحدود رشد می‌کند و منجر به شکست می‌شود و یا میرا می‌شود، به عبارت دیگر بیان می‌کند که سیستم از نظر ترمولاستیکی پایدار است [1].

پس در مجموع می‌توان بیان کرد که اگر هر یک از سطوح، توسط یک اختلال کوچک آشفته شود، دیگری ممکن است نامحدود رشد کرده (ناپایدار)، میرا شود (پایدار) و یا بدون تعییر بماند (ذاتاً پایدار). در حالت ذاتاً پایدار، آشفتگی یک سری از اثراتی را ایجاد می‌کند که مجموع آن‌ها با هم باعث بازتولید آشفتگی اصلی می‌شود (شکل 2) [4].

نخستین مطالعه مستقیم در زمینه ناپایداری ترمولاستیک به تحقیق باربر [5] در سال 1969 باز می‌گردد. در این مقاله او با ارایه یک مدل و انجام آزمایش‌هایی، به اثبات نظریه خود در مورد ناپایداری ترمولاستیک پرداخت. انبساط حرارتی تماس‌های موضعی می‌تواند به صورت ناپایدار رشد کند. البته سایش اثری میراکننده برآن دارد. پایداری لغزش ترمولاستیک در تماس سطوح جامد در سال 1972 توسط داو و بورتون آزمایش شد. در این آزمایش که ناپایداری ترمولاستیک را به کمک تماس لغزشی بین یک تیغه نازک و یک جسم از یک طرف بینهایت شبیه‌سازی می‌کند، آن‌ها نشان دادند که تماس بین دو صفحه لغزشی ناپایدار است، چنان‌چه سرعت لغزش از یک مقدار بحرانی بیشتر شود که وابسته به طول موج آشفتگی دارد [6].



شکل 2 بلوك دیاگرام به وجود آمدن ناپایداری ترمولاستیک [4]

قالب این ضرایب جریان استخراج می‌شود. برای استخراج ضرایب جریان برای ساختار زبری داده شده، از مقادیر جریان متوسط به دست آمده از راه حل عددی یک یاتاقان مدل با زبری تصادفی یا اندازه‌گیری شده استفاده می‌شود. در نتیجه استفاده از شبیه‌سازی به این مدل اجازه می‌دهد تا هر نوع ساختار زبری را تحلیل کند [10].

ضخامت فیلم موضعی h_T به صورتی که در شکل 3 آورده شده، براساس رابطه (2) تعریف می‌شود.

$$h_T = h + \delta_1 + \delta_2 \quad (2)$$

که h ضخامت فیلم نامی و δ_1 و δ_2 دامنه زبری تصادفی دو سطح اندازه‌گیری شده از سطوح میانگینشان است. فرض می‌شود که δ_1 و δ_2 پروفیل زبری دو سطح با توزیع گوسی و میانگین صفر و انحراف معیار استاندارد به ترتیب σ_1 و σ_2 را دارند. زبری ترکیبی $\delta = \delta_1 + \delta_2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$ دارای واریانس است.

در نقاط تماس، $h_T = 0$ است و فاصله میانگین \bar{h}_T به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود [13].

$$\bar{h}_T = \int_{-h}^{\infty} (h + \delta) f(\delta) d\delta \quad (3)$$

برای یک روان‌کار هم‌دما و تراکم‌ناپذیر در تماس الاستوهدیدرودینامیک، فشار توسط معادله رینولدز بیان می‌شود. در مطالعه پیش‌رو باید معادله رینولدزی که فشار میانگین در تماس الاستوهدیدرودینامیک را پوشش می‌دهد، استخراج شود. بدین جهت جریان مورد انتظار در یک یاتاقان زبر تحلیل می‌شود. یک حجم کنترل با مساحت پایه $ΔxΔy$ و ارتفاع h_T در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود که $ΔxΔy$ به حدی بزرگ باشد که تعداد زیادی ناهمواری را در برگیرد، ولی نسبت به اندازه یاتاقان همچنان کوچک باشد. با تحلیل جریان واحد متوسط (مورد انتظار) وارد شده به حجم کنترل و اعمال یک بالанс جریان متوسط بر آن، معادله رینولدز میانگین به دست می‌آید [13].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\phi_x \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi_y \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial x} + \frac{U_1 - U_2}{2} \sigma \frac{\partial \phi_s}{\partial x} + \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} \quad (4)$$

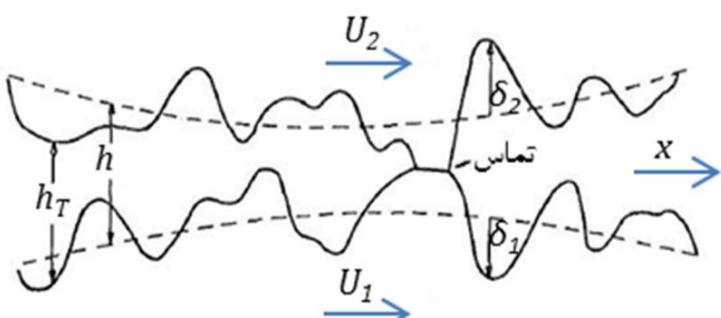
که \bar{p} فشار متوسط (مورد انتظار) و همچنین U_1 و U_2 سرعت دو سطح در تماس است. ضرایب ϕ_x و ϕ_y جریان فشار متوسط در یک یاتاقان زبر را با یک یاتاقان صیقلی مقایسه می‌کنند. ضریب جریان برشی ϕ_s ، انتقال جریان اضافی ناشی از لغزش در یک یاتاقان زبر را نشان می‌دهد. ضرایب جریان ϕ_x و ϕ_y را از طریق شبیه‌سازی جریان می‌توان به صورت رابطه (5) به دست آورد [13].

$$\begin{aligned} \phi_x &= 1 - C e^{-rH} \gamma \leq 1 \\ \phi_y &= 1 + C H^r \gamma \geq 1 \end{aligned} \quad (5)$$

که $r = h/\sigma$ است. ثوابت C و r به عنوان توابعی از γ (پارامتر الگوی سطح) در جدول 1 آورده شده‌اند [12].

ضرایب جریان ϕ_x و ϕ_y مستقل از یکدیگر نیستند و براساس رابطه (6) مربوط هستند.

$$\phi_y(H, \gamma) = \phi_x \left(H, \frac{1}{\gamma} \right) \quad (6)$$



شکل 3 تابع ضخامت فیلم [13]

شود. ابتدا باید مدلی برای تعیین ضخامت فیلم روان‌کار و فشار تماسی معرفی شود. برای این کار ضرایب جریان تجربی تعریف می‌شود تا معادله رینولدزی که فشار میانگین تماس الاستوهدیدرودینامیک را پوشش می‌دهد، استخراج شود. در گام دوم، سطوح با زبری‌ها و الگوهای مختلف تولید شود که برای این کار از یک برنامه رایانه‌ای استفاده شده است. در این برنامه پارامتر الگوی سطح که نشان‌دهنده نحوه قرارگیری زبری‌هاست و همچنین انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها به عنوان ورودی درنظر گرفته می‌شود و یک پروفیل زبری سطح به صورت عددی تولید می‌شود. در گام نهایی هم به تحلیل مسئله ناپایداری ترمولاستیک پرداخته می‌شود. برای این تحلیل، تغییر شکل‌های ناشی از اعمال یک موج سطحی فرضی محاسبه می‌شود و با اعمال شرط ناپایداری ترمولاستیک، مقادیر سرعت به عنوان خروجی اصلی مدل، تعیین می‌شود. در ادامه به تشریح این مراحل پرداخته می‌شود.

2-1- تحلیل روان‌کاری سطوح زبر با استفاده از معادله رینولدز میانگین

بیشتر مطالعات نظری بر فیلم روان‌کار، بر پایه سطوح صیقلی یاتاقانی هستند. با این وجود اگر ضخامت فیلم از مرتبه ارتفاع زبری باشد، این فرض دیگر صادق نخواهد بود و تأثیر زبری باید در نظر گرفته شود. ضخامت فیلم موضعی در یک یاتاقان زبر از ضخامت فیلم نامی (که فاصله بین سطوح میانگین دو سطح است) و دامنه‌های زبری تصادفی دو سطح تشکیل شده است. نسبت ضخامت فیلم نامی به انحراف استاندارد زبری، h/σ ، پارامتر مهمی است که اهمیت نسبی تأثیرات زبری را نشان می‌دهد. هنگامی که این پارامتر از عدد 3 بزرگ‌تر است، اصطلاحاً رژیم روان‌کاری هیدرودینامیکی است که در آن زبری سطوح اثری ندارد، اما هنگامی که این پارامتر مقادیر کوچک‌تری داشته باشد رژیم روان‌کاری مخلوط یا مرزی است که در آن اثر زبری‌ها باید حتماً لحاظ شود [10]. در این رژیم بار کلی شامل بار هیدرودینامیکی مربوط به فیلم سیال و بار تماسی مربوط به تماس زبری‌هاست. به طور مشابه، اصطکاک کل، مجموع مؤلفه‌های اصطکاکی هیدرودینامیکی و ناهمواری‌هاست.

در اطراف یک نقطه تماس، تغییر شکل ایجاد می‌شود. فرض می‌شود که هندسه فیلم در اطراف نقطه تماس تغییر نمی‌کند. تغییری جزئی در هندسه فیلم، سبب تنها تأثیری نامی بر جریان متوسط می‌شود، زیرا با تغییر جزئی در هندسه فیلم، جریان متوسط تغییر قابل ملاحظه‌ای نمی‌کند. البته این فرض هنگامی صادق خواهد بود که $h/\sigma < 0.5$ باشد. در این حالت قسمت زیادی از مساحت نامی در تماس قرار خواهد گرفت. در نتیجه مدل جریان میانگین در این رژیم کم دقیق‌تر خواهد بود [12].

از آنجایی که ضخامت فیلم موضعی، یک کمیت تصادفی است، فشار ایجاد شده در یک یاتاقان زبر نیز یک کمیت تصادفی است. با این وجود معمولاً در یک یاتاقان، فشار متوسط کمیت مطلوب است و بیشتر مطالعات مرتبط با زبری، در پیش‌بینی فشار متوسط بدون حل برای فشار موضعی تصادفی است. این فرآیند شامل استخراج معادله رینولدزی است که فشار متوسط در یاتاقان زبر را پوشش دهد. این معادله برای ساختار زبری کلی توسط پتیر [12] استخراج شده و هدف آن معادله رینولدزی است که قابل اعمال به هر ساختار زبری کلی باشد. این راه حل «مدل جریان میانگین» نام دارد که از شبیه‌سازی جریان عددی برای استخراج معادله رینولدزی که فشار متوسط در یاتاقان‌های زبر را پوشش می‌دهد، استفاده می‌کند. این مدل برای تعریف دسته‌های از ضرایب جریان تجربی استفاده می‌شود به گونه‌ای که جریان روغن را بتوان در قالب این ضرایب جریان و مقادیر متوسط مانند فشار متوسط و ضخامت فیلم نامی بیان کرد. سپس یک معادله رینولدز متوسط در

اگر برای سادگی $\Delta x = \Delta y$ اختیار شود، پارامتر الگوی سطح ϕ برابر با نسبت n به m است. تولید یک ماتریس ارتفاع زبری به شکل رابطه (4) را می‌توان به وسیله یک انتقال خطی به صورت رابطه (10) ایجاد کرد.

$$\delta_{ij} = \frac{\sigma}{\sqrt{nm}} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m \eta_{i+k, j+l} \quad i=1,2,\dots,M \quad j=1,2,\dots,n \quad (10)$$

که η_{ij} اعداد تصادفی مستقل با توزیع یکسان و میانگین صفر و واریانس واحد است. M و N هم به ترتیب میزان تراکم نمونه زبری تولیدی در دو جهت x و y هستند [11]. برای تولید ارتفاع زبری با توزیع گوسی، این اعداد تصادفی باید توزیع گوسی نیز داشته باشند [13,10].

خواص مرتبط با جهت زبری توسط پارامتر الگوی سطح γ ، در ابتدا توسط پکلینیک نشان داده شد که این پارامتر نیز گاهی تحت عنوان عدد پکلینیک شناخته می‌شود [14]. این پارامتر به عنوان نسبت طول‌های همبستگی x و y به صورت رابطه (11) هم تعریف می‌شود.

$$\gamma = \frac{\lambda_{0.5x}}{\lambda_{0.5y}} \quad (11)$$

γ را می‌توان به عنوان نسبت طول به عرض یک ناهمواری تعبیر کرد. ساختارهای زبری کاملاً عرضی، همسان‌گرد و کاملاً طولی به ترتیب دارای $\gamma = 0,1,00$ است.

همچنین فرض می‌شود که زبری‌ها، شبیه‌های کم دارند درنتیجه معادله رینولدز به طور موضعی قابل اعمال است. این نوع زبری، زبری رینولدز نامیده می‌شود که در مقابل زبری استوکس قرار دارد و نیازمند اعمال معادله ناویراستوکس است [12].

نمونه‌هایی از زبری‌های تولیدشده توسط این روش در شکل 4 مشاهده می‌شود [11]. مقدار زبری میانگین برای تولید این زبری‌ها $5=0.3 \mu m$ و مقدار پارامتر الگوی سطح ϕ به ترتیب شکل‌ها 1/50، 1 و 50 است.

2-3- تئوری مسئله ناپایداری ترمولاستیک

شماتیکی ساده از سیستم تحت بررسی در مسئله ناپایداری ترمولاستیک در شکل 5 نشان داده شده است. مدل شامل یک سطح صیقلی با رسانایی حرارتی بالا و یک سطح زبر با رسانایی حرارتی بسیار پایین است. دلیل انتخاب این نوع مدل این است که یکی از کاربردهایی که در آن ناپایداری ترمولاستیک رخ می‌دهد کلاچ اتومبیل است. با در نظر گرفتن کلاچ اتومبیل به عنوان جسم تحت بررسی، دیسک اصطکاکی اغلب تشکیل شده است از یک ماده با پایه کاغذ. در حالی که دیسک درگیر با آن از فولاد ساخته شده است. از آنجایی که رسانایی گرمایی ماده پایه کاغذ 10 بار کوچک‌تر از فولاد است، می‌توان سیستم کلاچ را به صورت یک سیستم رسانا-عایق گرمایی ساده کرد [15]. فاصله بین دو سطح با یک روان‌کار با لرجت مشخص پر شده است. در غیاب روان‌کار، یک سیستم رسانا-عایق بیشتر مستعد ناپایداری ترمولاستیک است.

جدول 1 ضرایب معادله (5) [12]

Γ	C	r	باشه
0/11	1/48	0/42	$H>1$
0/17	1/38	0/42	$H>1$
0/34	1/18	0/42	$H>0/75$
1	0/90	0/56	$H>0/5$
3	0/225	1/5	$H>0/5$
6	0/520	1/5	$H>0/5$
9	0/870	1/5	$H>0/5$

مشابه ضرایب جریان فشار، ضریب جریان برشی، تابعی از ضخامت فیلم و پارامترهای زبری است. هرچند برخلاف ϕ که تنها وابسته به آمار زبری ترکیبی δ است. ضرایب جریان برشی وابسته به پارامترهای آماری δ_1 و δ_2 به طور جداگانه است. در نتیجه ϕ تابعی از h/σ ، انحرافات استاندارد σ_1 و σ_2 و پارامترهای الگوی سطح γ_1 و γ_2 دو سطح درگیر و به صورت رابطه (7) است.

$$\Phi_s = A_1 H^{\alpha_1} e^{-\alpha_2 H + \alpha_3 H^2} \text{ for } H \leq 5 \quad (7)$$

$$\Phi_s = A_2 e^{-0.25 H} \text{ for } H > 5$$

ضرایب A_1 ، A_2 ، α_1 ، α_2 و α_3 به عنوان تابعی از γ در جداول مربوطه [12] آورده شده‌اند.

2-2- تولید زبری سطح به صورت عددی

بررسی اثر زبری سطح بر عملکرد قطعات مکانیکی در تماس نیازمند داشتن اطلاعات کافی از این سطوح است. برای این کار می‌توان سطوحی را با روش‌های مختلف تولید و پرداخت کرد. از سوی دیگر، می‌توان به کمک روش‌های عددی زبری سطح را تولید کرد. این کار بسیار راحت‌تر و ارزان‌تر از ایجاد زبری سطح‌های واقعی به شیوه مکانیکی است. در این مقاله از یک روش عددی برای تولید زبری سطح با الگوهای متفاوت استفاده شده [11] و برای تولید سطوح با زبری‌ها و الگوهای مختلف از یک برنامه رایانه‌ای استفاده شده است. در این برنامه پارامتر الگوی سطح که نشان‌دهنده نحوه قرارگیری زبری‌هاست و همچنین انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها به عنوان ورودی در نظر گرفته و یک پروفیل زبری سطح به صورت عددی تولید می‌شود. همچنین فرض می‌شود که ارتفاع زبری‌ها دارای توزیع نرمال یا گاوسی است.

نحوه جهت‌گیری زبری‌های سطح ممکن است همسانگرد¹ یا غیرهمسانگرد باشد. اگر بافت سطح یکسان و ثابت باشد، به آن همسانگرد گویند، اما در صورتی که پارامترهای زبری سطح وابسته به جهت‌گیری زبری‌ها باشند، غیرهمسانگرد نامیده می‌شود که این جهت‌گیری موادی، ممکن است در جهت طولی یا جهت عرضی باشد. این الگوها را به ترتیب الگوی سطح طولی² و عرضی³ می‌نامند.

هدف از این قسمت ایجاد روند نمایی است که یک ماتریس از ارتفاع‌های زبری $[\zeta_{ij}]$ با ویژگی‌های آماری معین تولید کند. ζ_{ij} ارتفاع زبری در $x=i\Delta x$ و $y=j\Delta y$ است که از نشان‌دهنده موقعیت مکانی زبری است. در این تحلیل فرض می‌شود که ارتفاع زبری‌ها دارای توزیع نرمال یا گاوسی است تابع همبستگی خودکار سطح را می‌توان به صورت رابطه (8) نوشت.

$$R_{pq} = \begin{cases} \sigma^2 \left(1 - \frac{p}{n}\right) \left(1 - \frac{q}{m}\right) & \text{اگر } q \leq m \\ 0 & \text{اگر } p > n \text{ یا } q < m \end{cases} \quad (8)$$

برای سادگی، n و m به عنوان طول‌های همبستگی استاندارد شده پروفیل‌های x و y تعریف می‌شوند. طول همبستگی یک پروفیل، طولی است که در آن تابع همبستگی خودکار صفر شود. n و m از طریق رابطه (9) به نیمی از طول همبستگی مرتبط می‌شوند. نیمی از طول همبستگی $\lambda_{0.5}$ طولی است که در آن مقدار تابع همبستگی پروفیل، به 50 درصد مقدار آن در $\lambda=0$ کاهش می‌یابد.

$$\lambda_{0.5x} = \frac{n\Delta x}{2} \quad (9)$$

$$\lambda_{0.5y} = \frac{m\Delta y}{2}$$

1- Isotropic

2- Longitudinal

3- Transverse

می‌شوند. یک موج سطحی کوچک که یک آشفتگی را به سیستم اعمال می‌کند، در نظر گرفته می‌شود. موج سطحی در نظر گرفته شده، حتی بسیار کوچک، پروفیل سرعت در سیال و توزیع فشار و نیز تعادل حرارتی در فیلم روان کار را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در نتیجه، تمام میدان تغییر شکل تحت تأثیر قرار می‌گیرد. به کمک این روابط پیش‌بینی می‌شود که آیا در یک سرعت عملکردی، ترکیب این رشد تغییر شکل‌ها مسبب شکست می‌شود یا این که میرا می‌شوند.

2-3-1- تغییر شکل سطح ناشی از فشار هیدرودینامیکی

دو سطح صیقلی که به وسیله یک روان کار با ضخامت h_0 از یکدیگر جدا شده‌اند را در نظر بگیرید. یک موج سطحی کوچک (آشفتگی سینوسی) به صورت رابطه (12) که در جهت مثبت x و با سرعت c حرکت می‌کند بر سطح جسم رسانا تحمیل می‌شود [9].

$$h' = h_1 \sin \Omega(x - ct) + h_2 \cos \Omega(x - ct) \quad (12)$$

که Ω عدد موج است. پس ضخامت کلی فیلم به صورت رابطه (13) می‌شود.

$$h = h_0 + h' \quad (13)$$

برای در نظر گرفتن زبری سطح، یک توزیع ارتفاع گوسی فرض می‌شود. زبری بیشتر سطوح مهندسی را می‌توان به صورت توزیع گاوی در نظر گرفت. اگر ضخامت فیلم نامی بدون بعد باشد، فاصله میانگین h_T به صورت رابطه (14) می‌شود [13,12].

$$h_T = \frac{\sigma}{2} H \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{H}{\sqrt{2}} \right) \right] + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} H^2} \quad (14)$$

برای مشخص کردن تغییر شکل ناشی از فشار هیدرودینامیکی، توزیع فشار باید مشخص شود. پروفیل فشار با استفاده از شکل اصلاح شده معادله رینولدز محاسبه می‌شود که تأثیر زبری را در نظر می‌گیرد. براساس کار پتیر [10]، معادله رینولدز اصلاحی به صورت رابطه (15) می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Phi_p h^3}{12\mu} \frac{\partial p'_h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Phi_p h^3}{12\mu} \frac{\partial p'_h}{\partial z} \right) \\ = \frac{-U}{2} \left(\Phi_c \frac{\partial h}{\partial x} + \sigma \frac{\partial \Phi_s}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

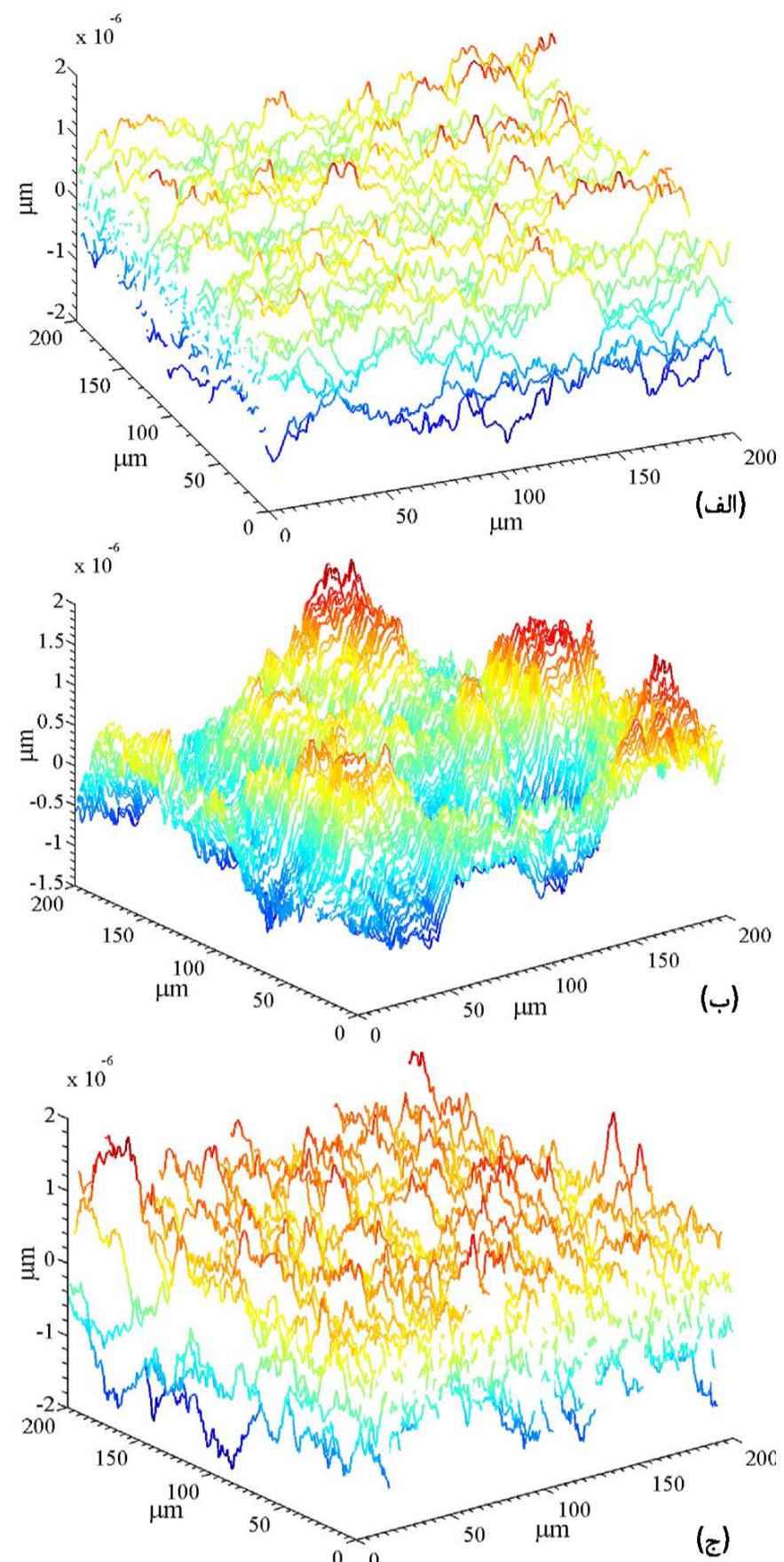
که در این معادله p'_h فشار هیدرودینامیکی ناشی از موج سطحی آشفته، μ ویسکوزیته و U سرعت لغزش است. Φ_p و Φ_c به ترتیب ضرایب جریان فشار، جریان برشی و تماس است. ضرایب جریان و تماس از رابطه (16) حاصل می‌شوند [9].

$$\begin{aligned} \Phi_p &= 1 - 0.9 e^{-0.56H} \quad \text{برای } H > 0.5 \\ \Phi_s &= \begin{cases} 1.89 H^{0.98} e^{-0.92H+0.05H^2} & \text{برای } 0.5 < H \leq 5 \\ 1.126 e^{-0.25H} & \text{برای } H > 5 \end{cases} \\ \Phi_c &= \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{H}{\sqrt{2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

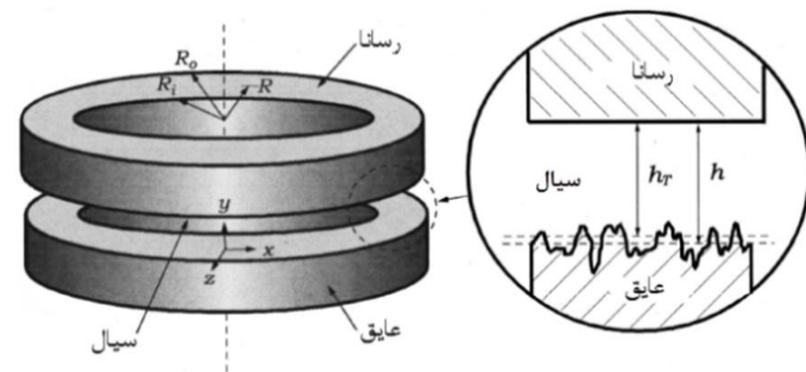
آشفتگی موج سطحی سبب تغییر در ضرایب جریان می‌شود. صرف نظر از جملات مرتبه بالا، ضرایب جریان و تماس آشفته شده در نتیجه یک موج سطحی کوچک، عبارتند از رابطه (17) [9].

$$\begin{aligned} \Phi_p &= \Phi_{p0} + \Phi_p' \frac{h'}{h_0} \\ \Phi_s &= \Phi_{s0} + \Phi_s' \frac{h'}{h_0} \\ \Phi_c &= \Phi_{c0} + \Phi_c' \frac{h'}{h_0} \end{aligned} \quad (17)$$

معادله (15) که تحت آشفتگی موج سطحی قرار دارد، با نادیده گرفتن نشت جانبی حل می‌شود. در این حالت از ترم دوم معادله رینولدز (15) صرف نظر می‌شود. این مورد برای سطوحی که عرض محوری بسیار بزرگ‌تر از طول آن



شکل 4 الگوهای سطح تولیدشده: (الف) - عرضی با مقادیر ورودی $n=1, m=50, N=200$. (ب) - همسان‌گرد با مقادیر ورودی $n=50, m=50, N=200, M=200$. (ج) - طولی با مقادیر ورودی $n=50, m=1, N=200, M=200$.



شکل 5 شماتیکی از مدل [9]

تغییر شکل مکانیکی شامل دو جزء است: تغییر شکل ناشی از فشار هیدرودینامیکی δ_h و تغییر شکل ناشی از فشار تماسی ناهمواری‌ها δ_c . تغییر شکل گرمایی δ_{th} حاصل از انبساط حرارتی جسم رساناست. در بسط تئوری که در ادامه می‌آید، هر کدام از این اجزاء تغییر شکل، مشخص

$$\nabla^2 \psi = (1+\nu) \alpha T' \quad (27)$$

که T' دمای آشفته شده در جسم رساناست. راه حل برای T' به صورت روابط (29.28) است [3]:

$$T' = T_0 e^{\beta t} e^{-\xi y} \sin(\Omega x + ay - \Omega ct) \quad (28)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{\kappa} + \Omega^2 \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\beta}{\kappa} + \Omega^2 \right)^2 + \frac{\Omega^2 c^2}{\kappa^2}}} \quad (29)$$

از آنجایی که $\beta > 0$ است، a و c همیشه علامت مخالف یکدیگر دارند. β نمایی رشد موج دما بر حسب زمان است که در بخش‌های بعدی شرایط مختلف آن بررسی می‌شود. با استفاده از جابه‌جایی نرمال صفر سطح، پتانسیل جابه‌جایی ψ که معادله (27) را ارضاء کند، به صورت روابط (31.30) می‌شود [8].

$$\psi = e^{\beta t} [e^{-\Omega y} (C \cos X_s + D \sin X_s) + e^{-\xi y} (P \cos X_s + Q \sin X_s)] \quad (30)$$

$$P = \frac{(1+\nu) \alpha T_0 \kappa \Omega C}{\beta^2 + \Omega^2 C^2}, \quad Q = \frac{(1+\nu) \alpha T_0 \kappa \beta}{\beta^2 + \Omega^2 C^2}, \quad C = \frac{1}{\Omega} (-\xi P + a Q),$$

$$D = -\frac{1}{\Omega} (a P + \xi Q) \quad (31)$$

با استفاده از قانون هوک، تنش گرمایی سطح به صورت رابطه (32) می‌شود [8].

$$\tau_{yy|y=0} = \frac{E \alpha \kappa \Omega}{\beta^2 + \Omega^2 C^2} T_0 e^{\beta t} \times [\{a\beta + c\Omega(\Omega - \xi)\} \cos X_s + \{(\Omega - \xi)\beta - ac\Omega\} \sin X_s] \quad (32)$$

تغییر شکل الاستیک ناشی از تنش ترمولاستیک روی مرز به صورت رابطه (33) است [8].

$$\delta'_{th} = \frac{2\tau_{yy|y=0}}{E\Omega} = \frac{2\alpha\kappa}{\beta^2 + \Omega^2 C^2} T_0 e^{\beta t} \times [\{a\beta + c\Omega(\Omega - \xi)\} \cos X_s + \{(\Omega - \xi)\beta - ac\Omega\} \sin X_s] \quad (33)$$

3-3-3- تغییر شکل کلی

جمع تغییر شکل مکانیکی و تغییر شکل گرمایی به صورت رابطه (34) می‌شود.

$$\delta' = \delta'_E + \delta'_{th} \quad (34)$$

با استفاده از معادلات (25) و (33) نتیجه به صورت رابطه (35) می‌شود.

$$\delta' = [-A_1 h_1 - A_2 h_2 + A_3 A_4] \sin X_s + [A_2 h_1 - A_1 h_2 + A_3, A_4] \cos X_s$$

$$A_1 = \frac{2\chi\varphi_c}{E\Omega h_0}, \quad A_2 = \frac{12m\mu U\varphi_h}{E\Omega^2 h_0^3}, \quad A_3 = \frac{2\alpha\kappa}{\beta^2 + \Omega^2 C^2}$$

$$, \quad A_4 = \{(\Omega - \xi)\beta - ac\Omega\} T_0 e^{\beta t} \quad (35)$$

که h_1 و h_2 دامنه موج سطحی هستند. این دو پارامتر نامعین هستند و باید مشخص شوند. ارزیابی و تعیین این دو پارامتر نیازمند در نظر گرفتن گرمای تولیدی اصطکاکی در فیلم سیال است که در ادامه می‌آید.

توزیع سرعت در فیلم سیال که معادله رینولدز برای سطح زبر را ارضاء کند عبارت است از رابطه (36) [9].

$$u = \left(\frac{h}{h_T} \right)^3 \frac{\Phi_p}{2\mu} \frac{dP'_h}{dx} + U \frac{y}{h_T} \quad (36)$$

با وارد کردن معادله (13) و (18) در معادله (36) و صرف نظر از ترم‌های مرتبه بالا، معادله زیر برای گرمایی که در اثر اتلاف ناشی از ویسکوز در سیال به وجود می‌آید به صورت رابطه (37) به دست می‌آید.

$$q'_h = \mu \int_0^{h_T} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 \right] dy = -\frac{\sigma\mu U^2 \varphi_{th}}{h_{0T}^2 h_0} h' \quad (37)$$

که u_0 توزیع سرعت آشفته نشده در فیلم سیال است. در نتیجه، معادله (34) گرمای ویسکوز آشفته شده ناشی از آشفتگی را بیان می‌کند. پارامتر φ_{th} به صورت رابطه (38) است.

است. صحیح است که تحت عنوان فرض یاتاقان با عرض بینهایت شناخته می‌شود. با وارد کردن معادله‌های (13)، (16) و (17) در معادله (15) و در نظر گرفتن جملات مرتبه اول و حل معادله حاصل بر حسب فشار، معادله (18) و (19) به دست می‌آید [9].

$$p'_h = \frac{6\mu U\varphi_h}{\Omega^2 h_0^3} \frac{dh'}{dx} \quad (18)$$

$$\varphi_h = \frac{H_0 \varphi_{c0} + \varphi_s}{H_0 \varphi_{p0}} \quad (19)$$

که $H_0 = h_0/\sigma$ است. معادله (18) فشار هیدرودینامیکی ناشی از موج سطحی آشفته شده و تغییر در ضرایب جریان را نشان می‌دهد. پس از به دست آوردن فشار هیدرودینامیکی آشفته شده، می‌توان تغییر شکل الاستیک را با استفاده از عبارت (20) محاسبه کرد [4].

$$\delta'_h = \frac{2p'_h}{E\Omega} = \frac{12\mu U\varphi_h}{E\Omega^3 h_0^3} \frac{dh'}{dx} \quad (20)$$

حال در ادامه به محاسبه تغییر شکل سطح ناشی از فشار تماسی پرداخته می‌شود. فشار متوسط ناشی از فشار تماسی P_c مستقیماً با نسبت سطح تماس واقعی به سطح تماس نامی، متناسب است. برای در نظر گرفتن این تأثیر از ضریب تناسب E_c استفاده می‌شود. این پارامتر که مدول الاستیک برای تماس نامیده می‌شود، با مساحت واقعی تماس به صورت $P_c = E_c (A_r / A_n) = E_c A_c$ مرتبط می‌شود که A_r و A_n مساحت واقعی و مساحت نامی تماس و مساحت واقعی تماس در واحد مساحت نامی است. مقدار E_c باید از طریق تجربی به دست آید. سطح واقعی تماس در واحد سطح نامی با استفاده از تئوری گرین‌وود و ویلیامسون به دست می‌آید [16] که نتیجه آن به صورت رابطه (21) است.

$$A_c = \pi \eta \gamma \sigma \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(1)}{2} H^2} + \frac{1}{2} \left(\text{erf} \left(\frac{H}{\sqrt{2}} \right) - 1 \right) \right] \quad (21)$$

معادله یادشده برای سطح واقعی تماس یک میانگین آماری از توزیع گوسی ناهمواری‌ها در واحد سطح نامی می‌دهد. سطح واقعی آشفته شده تماس، A'_c به وسیله وارد کردن معادله (13) در (21) و صرف نظر کردن از جملات مرتبه بالا به صورت روابط (23.22) به دست می‌آید.

$$A'_c = -\pi \eta \gamma \sigma \varphi_c \frac{h'}{h_0} \quad (22)$$

$$\varphi_c = \frac{H_0^2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(1)}{2} H_0^2} - \frac{1}{2} H_0 \left[\text{erf} \left(\frac{H_0}{\sqrt{2}} \right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i!} \left(\frac{H_0}{\sqrt{2}} \right)^{2i+1} - 1 \right] \quad (23)$$

تغییر شکل الاستیک ناشی از فشار تماسی بر اثر تغییر در ضخامت فیلم سطحی به صورت رابطه (24) است [16].

$$\delta'_c = \frac{2p'_c}{E\Omega} = -\frac{2\pi \eta \gamma \sigma E_c \varphi_c}{E\Omega h_0} h' \quad (24)$$

دو جزء تغییر شکل وجود دارد. یکی ناشی از عملکرد فشار هیدرودینامیکی آشفته شده δ'_h و دیگری ناشی از فشار تماسی ناهمواری‌های توزیع شده در سطح تماس نامی δ'_c . تغییر شکل کلی به صورت روابط (26.25) است.

$$\delta'_E = \delta'_h + \delta'_c = -\left[\frac{2\chi\varphi_c}{E\Omega h_0} h_1 + \frac{12m\mu U\varphi_h}{E\Omega^2 h_0^3} h_2 \right] \sin X_s + \left[\frac{12m\mu U\varphi_h}{E\Omega^2 h_0^3} h_1 - \frac{2\chi\varphi_c}{E\Omega h_0} h_2 \right] \cos X_s \quad (25)$$

$$\chi = \pi \eta \gamma \sigma E_c, \quad X_s = \Omega(x - ct) \quad (26)$$

3-3-2- تغییر شکل سطحی گرمایی

تغییر شکل ترمولاستیک سطح ناشی از آشفتگی سطحی به وسیله حل معادله ترمولاستیک برای تنش صفحه‌ای به صورت رابطه (27) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= 2 \frac{\alpha \sigma \mu k^2}{k_s h_0 h_{0T}^2} \varphi_{th}, \quad \vartheta_2 = \frac{2 f \alpha \kappa \chi}{\Omega h_0 k_s} \varphi_c \\ \vartheta_3 &= \frac{12 m \mu k}{E h_0^3 \Omega} \varphi_h, \quad \vartheta_4 = \frac{2 \chi}{E \Omega h_0} \varphi_c \end{aligned} \quad (46)$$

که ϑ_1 و ϑ_2 به ترتیب مربوط به تغییر شکل گرمایی ناشی از برش ویسکوز و فشار تماسی ناهمواری هاست به صورت مشابه ϑ_3 و ϑ_4 به ترتیب مربوط به تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی و فشار تماسی ناهمواری هاست. معادلات (45) دو معادله بر حسب U و C می دهند. با توجه به طبیعت پیچیده این معادلات، برای حل آنها از تعدادی فرض های ساده سازی پاسخ موج ساکن استفاده می شود. موج ساکن ($C=0$) یعنی موج آشفتگی با سرعتی برابر با سرعت جسم رسانا حرکت می کند. سرعت بحرانی بی بعد برای موج ثابت ساکن، به صورت رابطه (47) می شود [9].

$$U_{cr} = -\frac{\vartheta_2}{2\vartheta_1} + \sqrt{\left(\frac{\vartheta_2}{2\vartheta_1}\right)^2 + \frac{2(1+\vartheta_4)}{\vartheta_1}} \quad (47)$$

و در صورتی که از تأثیر زبری صرف نظر شود ($\vartheta_2=\vartheta_4=0$ زیرا $\chi=0$)، سرعت بحرانی برای موج به صورت رابطه (48) ثابت می شود.

$$U_{cr} = \sqrt{\frac{2}{\vartheta_1}} = \frac{h_0}{\kappa} \sqrt{\frac{k_s}{\alpha \mu}} \quad (48)$$

در هنگام بررسی هندسه های دور که تناوب وجود دارد، مناسب تر این است که از تعداد اختلالات در سیستم n' به جای عدد موج Ω استفاده شود. رابطه بین n' و Ω به صورت $R\Omega = Rn'$ است.

3- نتایج

در این قسمت ابتدا به محاسبه سرعت بحرانی پرداخته می شود و سپس سرعت بحرانی برای پرداخت سطح های مختلف بدست می آید. همانگونه که از معادله (47) مشخص است، موج ساکن مستقل از تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی است، زیرا در این معادله ϑ_3 که ضریبی مرتبط با تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی است، حضور ندارد. جدول 2 حاوی اطلاعات مرتبط با مشخصات روان کار، جسم رسانا و جسم عایق استفاده شده جهت ترسیم نمودارها در این تحقیق است. با وارد کردن این اطلاعات در معادلات (47) و (48)، سرعت بحرانی U_{cr} به عنوان تابعی از ضخامت فیلم h_0 مبتنی بر موج ساکن به دست می آید. شکل 6 تغییر سرعت بحرانی U_{cr} به عنوان تابعی از ضخامت فیلم h_0 مبتنی بر موج ساکن را نشان می دهد.

خط چین ها نشان دهنده پیش بینی سرعت بحرانی برای سیستمی با جسم عایق زبر (معادله (47)) و خطوط پر نشان دهنده سرعت بحرانی برای سیستمی با جسم عایق صیقلی (معادله (48)) است.

جدول 2 اطلاعات ورودی [9]

مقدار	روان کار، جسم رسانا و عایق	واحد	نماد
0/36	μ		ویسکوزیته
68/949	GPa	E	مدول یانگ
0/000022	K^{-1}	A	ضریب انبساط جسم رسانا
85/8	mm^2/s	K	ضریب پخش گرمایی
230/14	W/mK	K_s	ضریب انتقال حرارت
0/055	μm	R	شعاع دیسک
6	μm	σ	زبری جسم عایق (rms)
500	μm	r_p	شعاع قله ناهمواری
30	mm^{-2}	η	تراکم ناهمواری
31	MPa	E_c	مدول الاستیک تماس
0/14	-	F	ضریب اصطکاک

$$\varphi_{th} = -\varphi_c + H_0 \quad (38)$$

گرمای اصطکاکی آشفته شده ناشی از فشار تماسی ناهمواری ها در یک سطح تماس نامی به صورت رابطه (39) است [9].

$$q'_c = f P'_c = \frac{f \chi U \varphi_c}{h_0} h' \quad (39)$$

که f ضریب اصطکاک تماس زبری هاست. تولید گرمای کلی، ترکیبی از اتلاف ناشی از لزجت سیال و گرمای اصطکاکی ناشی از تماس ناهمواری هاست. اگر فرض شود که تمام گرمای آشفته شده تولیدی به جسم رسانا منتقل شود، شرایط زیر باید در سطح جسم رسانا $y=0$ به صورت رابطه (40) برقرار شود.

$$q'_h + q'_c = -k_s \frac{\partial T'}{\partial x} \Big|_{y=0} \quad (40)$$

و در نهایت با وارد کردن معادلات (37) و (39) در معادله (40) و استفاده از معادله (28)، رابطه (42.41) حاصل می شود:

$$h_1 = -R \xi T_0 e^{\beta t}, \quad h_2 = Ra T_0 e^{\beta t} \quad (41)$$

$$R = \frac{k_s}{\frac{\sigma \mu U^2 \varphi_{th}}{h_0 h_{0T}^2} + \frac{f \chi U \varphi_c}{h_0}} \quad (42)$$

4-3-2- شرط ناپایداری ترمومالاستیک

همان طور که گفته شد، موج سطحی اعمال شده h' مسبب سه تغییر شکل هیدرودینامیکی h' ، تماسی δ و انبساط گرمایی δ_{th} می شود. در نتیجه سیستم در صورتی می تواند آشفتگی اعمال شده را تحمل کند که رابطه (43) برقرار شود [9].

$$h = \delta = \delta_h + \delta_c + \delta_{th} \quad (43)$$

در صورتی که جمع تغییر شکل ها در سمت راست کمتر از ضخامت فیلم آشفته شده h' باشد، سیستم می تواند موج سطحی آشفته شده را تحمل کند. اختلال از بین می رود و سیستم از نظر ترمومالاستیک پایدار است.

در صورتی که تغییر شکل کل، بیشتر از ضخامت فیلم آشفته شده باشد، ناپایداری ترمومالاستیک به وجود می آید. از نظر ریاضی، بدین معناست که پارامتر پایداری $\beta > 0$ باشد که براساس معادله (28) بدین معناست که ناپایداری بدون مرز، همراه با زمان رشد کند و ناپایداری ترمومالاستیک حتمی است.

آستانه ناپایداری (سرعت بحرانی) با حل معادله (43) و با شرط $\beta=0$ به دست می آید. تحت شرایط لغزش خشک، اثر هیدرودینامیکی بر سیستم وجود ندارد. در نتیجه معادله $h = \delta_c + \delta_{th}$ برای آستانه ناپایداری حل می شود. در مورد اصطکاک خشک که شامل یک رساناست که بر یک عایق زبر لغزش دارد، یک فاصله جداسازی بین دو سطح وجود دارد. این فاصله (ضخامت فیلم برای سیستم اصطکاکی تر) تابعی از بار اعمال شده است. سرعت بحرانی برای سیستم خشک تابعی از فاصله جداسازی و در نتیجه تابعی از بار اعمالی است.

با استفاده از معادلات (35) و (41)، و قرار دادن $\beta=0$ ، معادله بی بعد رابطه (44) استخراج می شود.

$$\bar{C} = \frac{C}{\Omega \kappa}, \quad \bar{U} = \frac{U}{\Omega \kappa}, \quad \bar{a} = \pm \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \bar{C}^2}}, \quad \bar{\xi} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \bar{C}^2}} \quad (44)$$

معادله بی بعد نهایی که برای مشخص کردن سرعت بحرانی باید حل شود، به صورت روابط (46.45) است [9].

$$\begin{aligned} \vartheta_1 \bar{a} \bar{U}_{cr}^2 + [\vartheta_2 \bar{a} + \vartheta_3 \bar{a} \bar{C}] \bar{U}_{cr} - [1 + \vartheta_4] \bar{\xi} \bar{C} &= 0 \\ \vartheta_1 (1 - \bar{\xi}) \bar{U}_{cr}^2 + [\vartheta_2 (1 - \bar{\xi}) - \vartheta_3 \bar{\xi} \bar{C}] \bar{U}_{cr} - [1 + \vartheta_4] \bar{a} \bar{C} &= 0 \end{aligned} \quad (45)$$

شکل 7 تغییر سرعت بحرانی U_0 را به عنوان تابعی از ضخامت فیلم h_0 برای سه اختلال موج ($n=3$) نشان می‌دهد. پاسخ‌ها براساس پاسخ کامل برای موج متحرک (رابطه (45)) محاسبه شده‌اند. در شکل 7 پاسخ موج متحرک با پاسخ موج ساکن (خط چین‌ها) مقایسه شده‌اند. در موج متحرک پارامتر مرتبط با تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی در فرمول‌ها ظاهر می‌شود. در نتیجه نسبت منظری A به عنوان یک پارامتر در طول سرعت بحرانی موج ساکن کاهش می‌یابد. کاهش بیشتر ضخامت فیلم باعث می‌شود که مرز پایینی پاسخ موج متحرک از پاسخ موج ساکن منحرف شود. زیرا هنگامی که ضخامت فیلم کاهش می‌یابد، فشار هیدرودینامیکی نقش مهمی را بازی می‌کند. در نتیجه تغییر شکل مکانیکی بزرگ می‌شود.

متغیر m معرف پارامتر عرض است که به صورت $m = \frac{1}{3} A^2 n^2$ تعریف می‌شود. برای سیستمی با عرض محدود ($m \neq 1$) و در فیلم حالت نازک، به دلیل وجود فشار هیدرودینامیکی بالا، در صورتی که تعداد زیادی ناپایداری در سیستم اتفاق بیافتد، سیستم برای TEI مهیا نیست. در صورتی که در سیستم با عرض بینهایت ($m=1$) این روند عکس است.

تغییر شکل مکانیکی بزرگ سبب کاهش احتمال ناپایداری ترمولاستیک می‌شود. تئوری پیش‌بینی می‌کند که هنگامی که ضخامت فیلم به اندازه کافی کوچک شود به نحوی که تأثیر فشار هیدرودینامیکی بر تغییر شکل مکانیکی غالب شود، ناپایداری ترمولاستیک ناپدید می‌شود. پاسخ موج متحرک به شدت تحت تأثیر نسبت منظری است. هنگامی که A افزایش می‌یابد، سیستم از نظر ترمولاستیکی در ضخامت‌های فیلم زیاد پایدارتر است زیرا تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی بزرگ می‌شود.

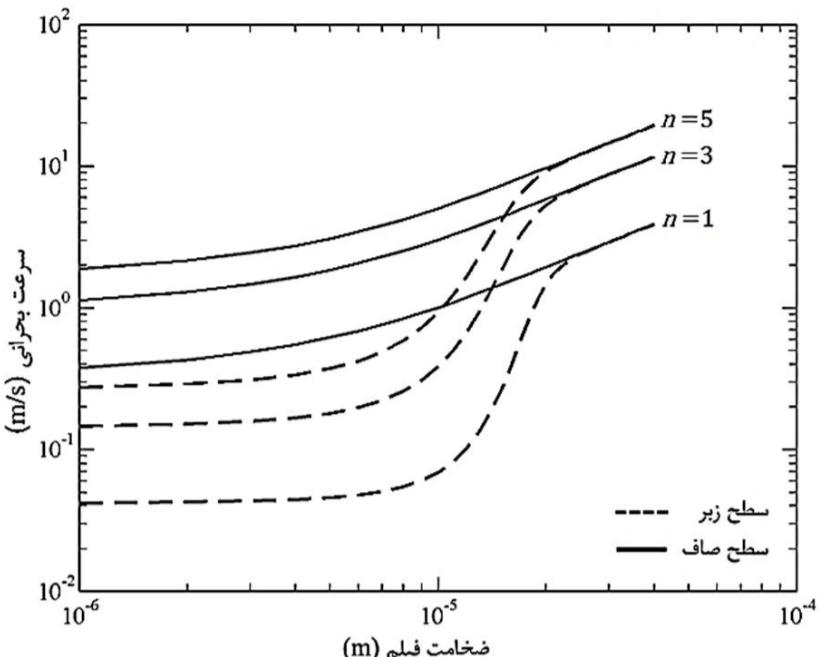
3-1-3- اثر الگوی سطح بر ناپایداری ترمولاستیک

در این قسمت، هدف تحقیق که بررسی اثر جهت‌گیری زبری‌ها بر ناپایداری ترمولاستیک است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. هنگامی که ترم‌های معادله (43) مورد بررسی قرار می‌گیرد، مشخص می‌شود که تنها θ_0^5 یعنی تغییر شکل ناشی از فشار هیدرودینامیکی است که تابعی از جهت‌گیری زبری‌هاست و تغییر شکل‌های ناشی از فشار تماسی و گرما مستقل از جهت‌گیری زبری‌هاست. این استقلال را با بررسی پارامترهای دخیل در دو معادله (24) و (33) می‌توان دریافت. اما هنگامی که پارامترهای معادله (20) بررسی می‌شود، تنها φ_0 است که وابسته به جهت‌گیری زبری‌هاست. این وابستگی را با توجه به رابطه‌های (16) و (19) می‌توان دریافت. زیرا ضرایب جریان φ_0 و φ_1 با تغییر الگوی بافت سطح تغییر می‌کنند.

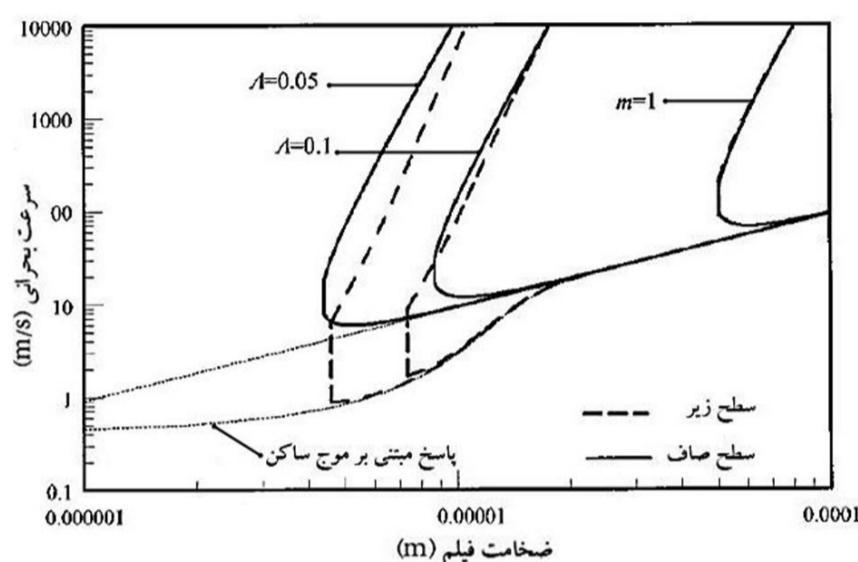
φ_0 تأثیر خود را بر ضریب θ_0 در معادله (46) می‌گذارد. θ_0 نیز به تبع آن بر سرعت‌های بحرانی در معادله (45) تأثیرگذار است.

در رابطه (47)، که سرعت بحرانی برای حالت موج ساکن است، θ_0 تأثیری در سرعت بحرانی ندارد. پس می‌توان نتیجه گرفت که جهت‌گیری زبری‌ها در حالت موج ساکن اثری بر سرعت بحرانی نمی‌گذارد. در نتیجه برای بررسی اثر جهت‌گیری زبری بر سرعت بحرانی آستانه ناپایداری ترمولاستیک، باید حالت کلی مسئله یعنی حالت موج متحرک در معادله (45) مورد بررسی قرار گیرد.

نمودارهای سرعت بحرانی بر حسب ضخامت فیلم روان کار برای $n=1$ و $n=10$ های مختلف و برای سه دسته جهت‌گیری زبری در شکل‌های 8، 9 و 10 ترسیم گردیده است. همان‌گونه که در این نمودارها مشاهده می‌شود، صرف‌نظر از مقدار n و A محدوده سرعت بحرانی برای جهت‌گیری زبری طولی بالاتر از همسان‌گرد و همسان‌گرد بالاتر از حالت عرضی است.



شکل 6 تغییر سرعت بحرانی به عنوان تابعی از ضخامت فیلم مبتنی بر موج ساکن



شکل 7 تغییر سرعت بحرانی به عنوان تابعی از ضخامت فیلم مبتنی بر موج متحرک برای $n=3$.

پاسخ موج ساکن نقشه‌ی پایداری را به دو قسمت مجزا تقسیم می‌کند. تمام سرعت‌های کمتر از مرز نشان داده شده از نظر ترمولاستیکی پایدار هستند و سرعتی بیشتر از مقدار بحرانی باعث افزایش ناپایداری ترمولاستیکی پایدار می‌شود. بنابراین بنابر پاسخ موج ساکن، در یک ضخامت فیلم داده شده صرف نظر از اندازه آن، تنها یک سرعت بحرانی وجود دارد که فراتر از آن ناپایداری ترمولاستیک اتفاق می‌افتد. هرچند در واقعیت، در ضخامت‌های فیلم بسیار بالا احتمال رخ دادن ناپایداری ترمولاستیک وجود ندارد، زیرا تئوری بر این فرض بنا شده است که جریان سیال کاملاً توسعه یافته است و انتقال گرما در جهت شعاعی وجود ندارد.

پاسخ موج ساکن نشان می‌دهد که سرعت بحرانی با افزایش ضخامت فیلم افزایش می‌یابد. از نظر فیزیکی افزایش ضخامت فیلم باعث کاهش حرارت اصطکاکی و در نتیجه انسباط حرارتی کمتر جسم رسانا می‌شود. در حضور فیلم روان کار، تغییرات سرعت بسیار بیشتر از حالتی است که فیلم نازک است. این اتفاق منجر به مقدار بیشتر تولید حرارت در روان کار می‌شود. بر عکس با افزایش ضخامت فیلم، میزان اتلاف ویسکوز کاهش می‌یابد؛ بنابراین فشار تماسی هنگامی که ضخامت فیلم زیاد باشد، کاهش می‌یابد.

سرعت بحرانی برای سطح زبر بسیار کمتر از سطح صیقلی است زیرا حرارت اصطکاکی بیشتری در فیلم تولید می‌شود. تئوری پیش‌بینی می‌کند که هرچه سطح زبرتر باشد، احتماً وقوع ناپایداری ترمولاستیک بیشتر است. با افزایش ضخامت فیلم، تأثیر زبری کاهش می‌یابد و فراتر از $h_0=35$ تأثیر زبری از بین می‌رود به نحوی که پاسخ‌های سطوح صیقلی و زبر بر هم منطبق می‌شوند.

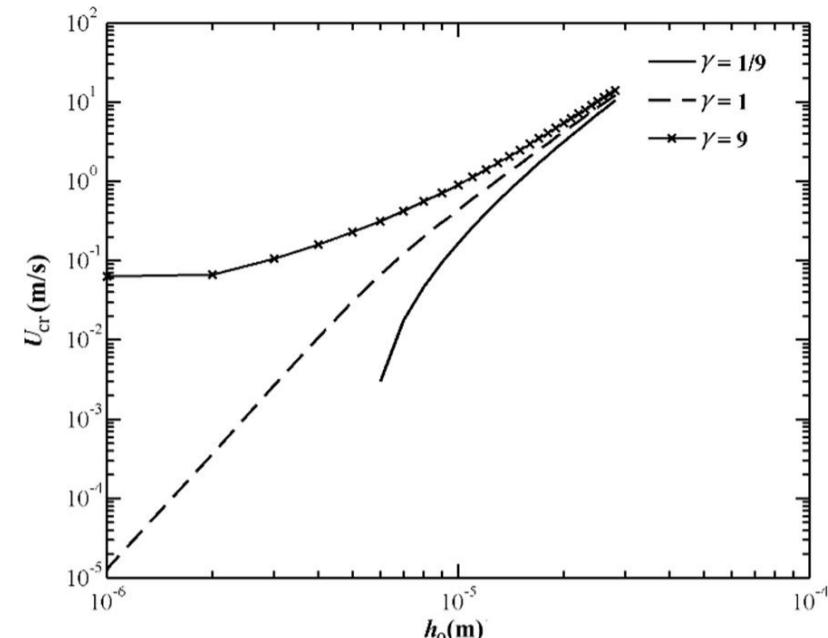
ارتفاع زبری‌ها R_a در دو سطح شیپینگ شده و فرز انگشت شده، در حالت جهت‌گیری طولی زبری‌ها نسبت به حالت‌هایی که عرضی است، بسیار کمتر است [17]. با کاهش ارتفاع زبری‌ها، گرمای اصطکاکی و ضریب اصطکاک نیز کاهش می‌یابد و در نتیجه پدیده داغ دیدگی سطح در سرعت بالاتری اتفاق می‌افتد و آستانه سرعت بحرانی افزایش می‌یابد، همچنین در سطح سندبلاست شده ارتفاع زبری‌ها در تمام جهت‌ها تقریباً یکسان است [17] و در نتیجه سرعت وابسته به جهت کاربرد قطعه نیست.

4- جمع‌بندی

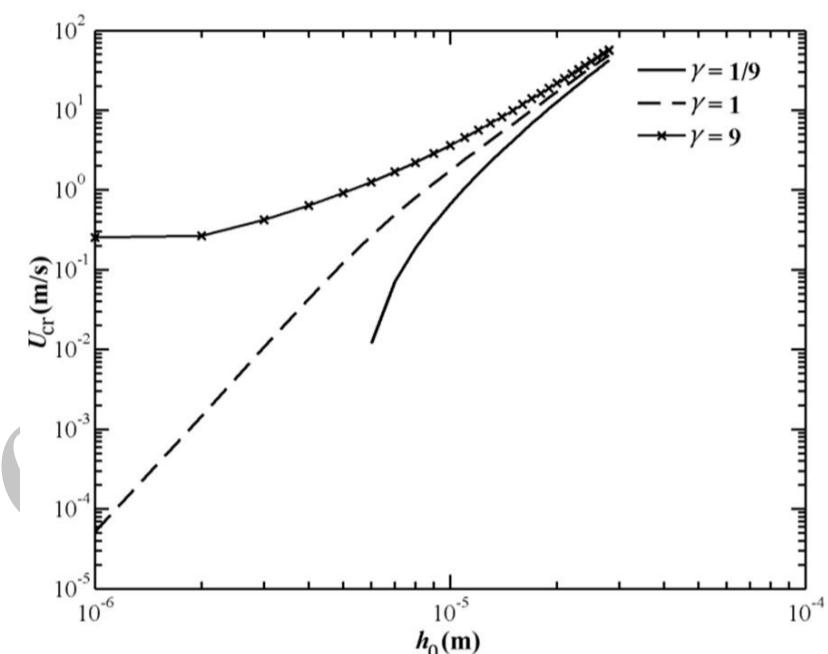
آن‌چه که در این پژوهش بدان پرداخته شد، لحاظ کردن بافت سطح در بررسی آستانه سرعت لغزشی است که از آن سرعت به بعد، ناپایداری ترموموادسیک اتفاق افتاده و منجر به بروز نقاط داغ‌دیده روی سطح می‌گردد. بدین‌منظور از مدلی که شامل یک سطح صیقلی با رسانایی حرارتی بالا و یک سطح زبر با رسانایی حرارتی بسیار پایین است، استفاده شد و سپس به کمک ضرایب جریان تأثیر بافت سطح بر ناپایداری ترموموادسیک لحاظ شد. جهت تحقق این امر از الگوریتمی استفاده شد که نتایج حاصل از آن نشان می‌دهند که الگوی سطح طولی، سرعت بحرانی بالاتری را نسبت به الگوی سطح همسان‌گرد و عرضی ایجاد خواهد کرد. درنتیجه در کابردهای سطوح لغزشی باید به جهت قرارگیری بافت سطح در مقابل یکدیگر تا حد امکان توجه کرد.

5- مراجع

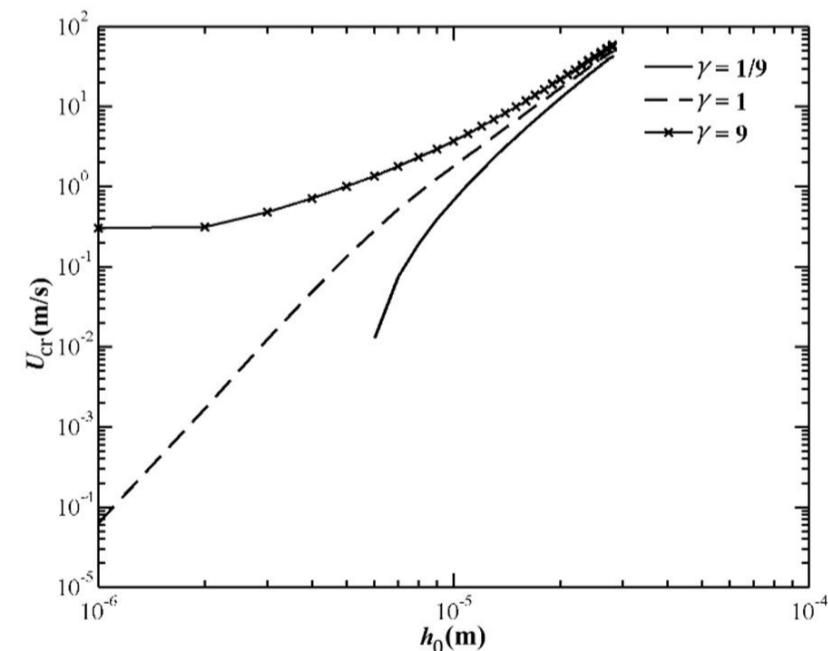
- [1] J.Y. Jang, M.M. Khonsari, *A generalized thermoelastic instability analysis*, Proc. R. Soc. London, Vol. 459, pp. 309-329, 2003.
- [2] K. Lee, J. R. Barber, Frictionally-Excited thermoelastic instability in Automotive Disk Brakes, *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 115, pp. 607-614, 1993.
- [3] Z. C. Peng, M. M. Khonsari, M. D. Pascovici, On the Thermoelastic Instability of a Thin-Film-Lubricated Sliding Contact. *Journal of Engineering Tribology*, 217, 2003.
- [4] B. N. Banerjee, R. A. Burton, An Instability for Parallel Sliding of Solid Surfaces Separated by a Viscous Liquid Film. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 98, pp. 157-166, 1976.
- [5] J. R. Barber, Thermoelastic instabilities in the sliding of conforming solids. Proc. R. Soc. London, 322, pp. 381-394, 1969.
- [6] T. A. Dow, R. A. Burton, Thermoelastic instability of sliding contact in the absence of wear, *Wear*, Vol. 19, pp. 315-328, 1972.
- [7] R. A. Burton, V. Nerlikar, S. R. Kilaparti, Thermoelastic Instability in a Seal-Like Configuration, *Wear*, Vol. 24, pp. 177-188, 1973.
- [8] J. Y. Jang, M. M. Khonsari, Thermoelastic instability Including Surface Roughness Effects. *ASME Journal of Tribology*, Vol. 121, pp. 648-654, 1999.
- [9] J. Y. Jang, M. M. Khonsari, Thermoelastic Instability With Consideration of Surface Roughness and Hydrodynamic Lubrication. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 122, pp. 725-732, 2000.
- [10] N. Patir, *Effects of Surface Roughness on Partial Film Lubrication Using an Average Flow Model Based on Numerical Simulation*. Northwestern University, 1978.
- [11] A. Ebrahimi, S. Akbarzadeh, A. Vaezpour, effect of surface roughness pattern on the tribological performance of helical gears, *Journal of surface science and engineering*, Vol. 21, pp. 87-100, 2014. (In Persian)
- [12] N. Patir, H. S. Cheng, Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, pp. 220-229, 1979.
- [13] N. Patir, H. S. Cheng, An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication, *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 100, pp. 12-17, 1978.
- [14] N. Patir, H. S. Cheng, Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, pp. 220-229, 1979.
- [15] J. Zhao, B. Ma, H. Li, Y. Yi, The Effect of Lubrication Film Thickness on Thermoelastic Instability under Fluid Lubricating Condition, *Wear*, Vol. 303, pp. 146-153, 2013.
- [16] J.A. Greenwood, J.B.P. Williamson, *Contact of nominally flat surfaces*, Proc. R. Soc. London Ser. A 295, pp. 300-319, 1966.
- [17] B. Griffiths, *Manufacturing Surface Technology*, London, Penton, 2001.



شکل 8 نمودار سرعت بحرانی بر حسب ضخامت فیلم برای $n=9$ و $A=0.1$ و برای جهت‌گیری‌های زبری طولی، همسان‌گرد و عرضی



شکل 9 نمودار سرعت بحرانی بر حسب ضخامت فیلم برای $n=9$ و $A=0.05$ و برای جهت‌گیری‌های زبری طولی، همسان‌گرد و عرضی



شکل 10 نمودار سرعت بحرانی بر حسب ضخامت فیلم برای $n=3$ و $A=0.05$ و برای جهت‌گیری‌های زبری طولی، همسان‌گرد و عرضی

هنگامی که لغزش دو سطح بر یکدیگر مورد بررسی قرار می‌گیرد، حالت بهینه آن است که تا جایی که مقدور است دو سطح در راستای طولی جهت‌گیری زبری‌ها با یکدیگر درگیر شوند. بدین‌منظور می‌توان به نوع جهت‌گیری زبری که هر فرآیند (برای نمونه سطوح شیپینگ شده، فرز انگشتی شده و سندبلاست شده) ایجاد می‌کند، توجه کرد [17].