مجله مهندسی مکانیک مدرس، بهمن 1394، دوره 15، شماره 11، ص‌ص 253-262

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

استفاده از روش ترکیبی شبکه بولتزمن و حجم محدود برای شبیه‌سازی جریان خون و انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال در رگ

اعظم ترابی[1]، مینا علاف‌زاده[2]، ابراهیم شیرانی[3*]، مهدی نیلی احمدآبادی[4]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
3- استاد، مهندسی مکانیک، موسسه آموزش عالی صنعتی فولاد، فولادشهر، اصفهان
4- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
* اصفهان، صندوق پستی8415683111، eshirani@ictp.it

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 02 خرداد 1394
پذیرش: 24 شهریور 1394
ارائه در سایت: 10 آبان 1394

کلید واژگان:
روش شبکه بولتزمن
روش ترکیبی
ال‌دی‌ال
عدد اشمیت

چکیده

هدف از این مقاله بررسی انتقال جرم لیپوپروتئین‌های‌کم‌چگال‌پلاسما در دیواره رگ با استفاده از روش شبکه بولتزمن می‌باشد. بزرگ بودن عدد اشمیت ذرات چربی، منجر به واگرایی حل در روش شبکه بولتزمن می‌شود. به منظور رفع این مشکل، شبکه بولتزمن با روش حجم محدود ترکیب شده است. در این روش ترکیبی، میدان سرعت جریان خون توسط روش شبکه بولتزمن با مدل زمان آرامش منفرد و معادله غلظت لیپیدها با استفاده از حل عددی معادله دیفرانسیلی انتقال جرم به روش حجم محدود حل می‌شود. در روش شبکه بولتزمن برای حل مسئله انتقال جرم با عدد اشمیت در محدوده 3000-10، باید زمان آرامش چندگانه به کار گرفته شود که این خود زمان محاسبات را افزایش می‌دهد. برای اعداد اشمیت بزرگ‌تر از 3000 مدل زمان آرامش چندگانه نیز دیگر پاسخگو نیست و همگرایی حاصل نمی‌شود. این مقاله نشان می‌دهد روش ترکیبی اشاره شده توانایی حل مسئله انتقال جرم تا عدد اشمیت 107 را دارد. تطبیق مناسب بین شبیه‌سازی انجام شده به روش ترکیبی با نتایج محققان قبلی و کاهش قابل‌توجه زمان حل مسئله نسبت به روش شبکه بولتزمن بیانگر عملکرد خوب روش ترکیبی در حل مسائل جریان و انتقال جرم با عدد اشمیت بالا می‌باشد. بالاخره روش ترکیبی ارائه شده برای شبیه‌سازی انتقال جرم ذرات الدی‌ال به کار گرفته می‌شود و پارامترهای مؤثر بر افزایش غلظت سطحی، از جمله اندازه ذرات، سرعت مکشی روی جداره، تنش برشی دیواره، نوع سیال از نظر رفتار نیوتنی و غیرنیوتنی و تغییر ضخامت لایه‌مرزی غلظت با تغییر عدد اشمیت بررسی می‌شود.

Archive of SID

Combine Lattice Boltzmann and Finite Volume methods for simulating blood flow and LDL concentration in vessel

Azam Torabi[1], Mina Alafzadeh[2], Ebrahim Shirani[3*], Mahdi Nili-Ahmadabadi[4]

1,2,4- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
3- Foolad Institute of Technology, Fooladshahr, Isfahan, Iran.
* P.O.B. 8415683111, Isfahan, Iran, eshirani@ictp.it

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 May 2015
Accepted 15 September 2015
Available Online 01 November 2015

Keywords:
Lattice Boltzmann Method
Hybrid Method
LDL
Schmidt number

ABSTRACT

The aim of this paper is to investigate the Low-Density Lipoproteins (LDL) mass transfer in vessel walls using the Lattice Boltzmann Method (LBM). High Schmidt number of LDL leads to numerical instability of LBM. In order to solve this problem, LBM and finite volume method (FVM) are combined. In this hybrid method, the blood velocity field is solved by LBM using the single relaxation time, SRT, model and FVM has been used for LDL concentration equation. LBM is able to simulate flow and mass transfer for the Schmidt number, Sc, up to 3000 only if the time consuming multi relaxation time is used. However, the proposed hybrid method suggested in this article can be used to solve the problem for Sc as high as 107. Good agreement between our results obtained from the hybrid simulation and the available results in the literature and noticeable decrease in CPU time compared with when the LBM is used for both flow and mass transfer, indicates the ability of the hybrid method. Finally, the hybrid method is used to simulate the mass transfer of LDL particles and investigate the effective factors for increasing the surface concentration, such as the size of LDL particles, wall suction velocity, wall shear stress, Newtonian and non-Newtonian fluids behavior and change of concentration boundary layer with various Schmidt number.

Please cite this article using:

A. Torabi, M. Alafzadeh, E. Shirani, M. Nili-Ahmadabadi, Combine Lattice Boltzmann and Finite Volume methods for simulating blood flow and LDL concentration in vessel, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 11, pp. 253-262, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.SID.ir

1- مقدمه

امروزه بیماری‌های قلبی-عروقی و از جمله بیماری‌های شریانی به عنوان یکی از عمده‌ترین عوامل مرگ و میر در جوامع بشری شناخته می‌شوند و هیچ‌گونه محدودیت جغرافیایی، سنی، جنسی و یا محیطی-اجتماعی نمی‌شناسند. به عنوان نمونه، عامل بیش از 50% مرگ و میرها در جوامع غربی می‌باشد [1]. ضرورت شناخت و تلاش جهت کاهش ریسک فاکتورهای بیماری مدتی است که به عنوان هدف بسیاری از تحقیقات بین رشته‌ای و پژوهش‌های تحقیقاتی از سوی پژوهشگران رشته‌های مکانیک، برق، متالوژی، علوم پایه، فیزیولوژی و پزشکی قرار گرفته است. یکی از شایع‌ترین بیماری‌های قلب و عروق، آرترواسکلروزیس[1] (تصلب شرایین) می‌باشد. این بیماری مربوط به موارد مختلف تغییر خواص در دیوار رگ می‌باشد. رشد پلاک[2] چربی در شریان منجر به کاهش انعطاف‌پذیری جداره شریان (سرخرگ)[3] و بالا رفتن فشار پمپاژ قلب برای خون‌رسانی می‌شود. در مراحل پیشرفته‌تر این بیماری، ایجاد گرفتگی شریان، انسداد و اثرات لخته شدن خون باعث کاهش اکسیژن موردنیاز در بافت مورد تغذیه شریان و بروز سکته می‌شود. این شرایط در هر سرخرگ بدن می‌تواند پدید آید؛ اما بیشتر در شریان‌های متوسط و بزرگ مانند شریان‌های شکمی آئورت[4]، دوشاخه کاروتید[5]، کرونری[6] و شریان فمورال[7] پا رخ می‌دهد [2]. تاکنون مطالعات فراوانی برای توصیف و بررسی همودینامیک محلی و نقش آن‌ها بر شکل‌گیری و توسعه بیماری‌های شریانی و آترواسکلروزیس انجام گرفته است و با این وجود سوالات زیادی پیرامون آن بی‌جواب مانده است.

پلاک‌های چربی عمدتاً از ذرات لیپوپروتئین پلاسما نظیر لیپوپروتئین‌های کم‌چگال پلاسما (ال‌دی‌ال)[8] تشکیل شده‌اند، بر اساس پدیده غلظت دوقطبی، غلظت ذره در روی دیوار فیلترکننده بیشتر از غلظت ذره در توده سیال خواهد بود و یک پروفیل غلظت در مرز سیال-دیوار شکل خواهد گرفت. از طرفی، به خاطر تفاوت در سرعت محلی خون نزدیک دیوار، فشارخون و نفوذپذیری دیوار در موقعیت‌های مختلف سیستم رگی، غلظت سطحی لیپیدها[9] در سطح لومن[10] متفاوت است؛ بنابراین این فرضیه وجود دارد که اختلافات محلی در غلظت لیپید در سطح لومن رگ نیز، ممکن است در جای‌گیری بیماری تأثیر داشته باشد. از آن‌جا که مطالعات و انجام آزمایش‌ها در بدن انسان مشکل است، تحلیل جریان در شریان از طریق شبیه‌سازی عددی، ابزار مناسبی برای بررسی الگوی جریان خون در شریان‌های دارای گرفتگی و تعیین پارامترهای مربوط به جریان است. بررسی پارامترهای مؤثر بر انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال موردتوجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [3-7].

روش شبکه بولتزمن به عنوان یک روش مناسب در شبیه‌سازی جریان سیالات مطرح شده و به عنوان یک روش پربازده برای حل عددی معادلات ناویراستوکس در اعداد ماخ کوچک پیشرفت زیادی کرده است. استفاده از روش شبکه بولتزمن به عنوان حلگر سیال در مسائل برهم‌کنش سیال و سازه مورد توجه محققان قرار دارد. روش شبکه بولتزمن دارای سه ویژگی اصلی و مهم در مقایسه با سایر روش‌های معمول حل عددی می‌باشد: 1) عبارت غیرخطی مربوط به جابه‌جایی در معادلات ناویراستوکس، در فضای محاسباتی شبکه بولتزمن به صورت خطی می‌باشد. 2) روش شبکه بولتزمن در محدوده معادلات ناویراستوکس تراکم ناپذیر صدق می‌کند. 3) حداقل دستگاه سرعت، در فضای مکانی شبکه بولتزمن موردنیاز است. هم‌چنین می‌توان به اعمال ساده شرایط مرزی و داشتن الگوریتم حل کاملاً موازی اشاره نمود. از طرفی به‌خوبی قابلیت موازی شدن را داراست. شبیه‌سازی جریان خون از مواردی می‌باشد که به واسطه چند ذره‌ای بودن و عبور جریان نوسانی از رگ‌هایی با هندسه پیچیده و انعطاف‌پذیر، با استفاده از شبکه بولتزمن امکان‌پذیر است. اولین مطالعه جریان خون به روش شبکه بولتزمن توسط کرازفیک و همکارانش [8] از سال 1998 در زمینه شبیه‌سازی جریان عبوری از داخل دریچه قلب شروع شد. فانگ و همکارانش [9] با در نظر گرفتن خاصیت الاستیک دیواره رگ، از روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی مرز متحرک و انعطاف‌پذیر استفاده کردند. بوید و همکاران [10] با استفاده از روش شبکه بولتزمن، جریان نوسانی و خاصیت غیرنیوتونی خون را تحلیل کردند. برنس دورفا و همکاران [11] به شبیه‌سازی لخته شدن خون بر اساس مدل زمان اقامت در یک شریان دارای گرفتگی پرداختند. در مطالعات صورت گرفته، تطبیق خوب روش شبکه بولتزمن با نتایج قبلی گزارش شده است. استفاده از روش شبکه بولتزمن برای بررسی جریان‌هایی با معادلات ادوکشن-دیفیوژن مانند انتقال حرارت و انتقال جرم نیز، از دیگر مسائل مورد توجه پژوهشگران می‌باشد. فیلیپوویک و همکاران [12] مسئله انباشتگی سطحی ذرات ال‌دی‌ال را به صورت تجربی و همچنین شبیه‌سازی عددی با روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. در پژوهش آن‌ها به‌جای حل معادله غلظت در روش شبکه بولتزمن، تجمع و چسبندگی ذرات ال‌دی‌ال به صورت اضافه کردن یک ترم نیرویی در معادلات بولتزمن شبیه‌سازی شد و مقدار این نیرو در آزمایشگاه محاسبه گردید. یوشینو و همکاران [13] پدیده انتقال در مخلوط دوتایی سیال در محیط متخلخل را با روش شبکه بولتزمن در محدوده عدد رینولدز 200 و عدد اشمیت برابر با 1 مورد مطالعه قرار دادند. حسین و همکاران [14] جریان سیال و انتقال جرم حول استوانه را با مدل زمان آرامش چندگانه شبکه بولتزمن در محدوده عدد رینولدز 0/1 و عدد اشمیت 1000 بررسی کردند. علاف زاده و همکاران [15] پدیده انتقال جرم در مویرگ را از طریق مدل زمان آرامش چندگانه در شبکه بولتزمن شبیه‌سازی نمودند. در مطالعه آنان عدد رینولدز برابر 0/001 و عدد اشمیت در محدوده 2000 در نظر گرفته شده است. شبکه بولتزمن برای حل برخی معادلات ادوکشن-دیفیوژن [16] با چالش مواجه می‌شود. به خصوص در اعداد پرانتل و یا اعداد اشمیت بزرگ، باعث ناپایداری حل مسئله می‌شود. عدد اشمیت در مسائل انتقال جرم بررسی شده توسط محققین به روش شبکه بولتزمن، کوچک‌تر از 3000 می‌باشد. ضمن این‌که حل این‌گونه مسائل در شبکه بولتزمن مستلزم صرف زمان و هزینه محاسباتی زیادی می‌باشد. در این مقاله، مسئله انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال با استفاده از ترکیب روش‌های شبکه بولتزمن و حجم محدود بررسی شده است. مشاهده می‌شود که این کار زمان محاسبات را به مقدار قابل‌توجهی نسبت به روش شبکه بولتزمن کاهش می‌دهد. هم‌چنین شبیه‌سازی تا محدوده 10^7 عدد اشمیت و عدد رینولدز بین 150 تا 330 صورت گرفته است؛ بنابراین عدد پکلت که حاصل‌ضرب عدد اشمیت در رینولدز است، از مرتبه 10^8 می‌باشد. شبیه‌سازی مسئله انتقال جرم در این محدوده از عدد پکلت، با استفاده از روش شبکه بولتزمن برای اولین بار است که انجام می‌شود. در واقع حل چنین مسئله‌ای با استفاده از روش شبکه

1- Atherosclerosis
2- plaque
3- Artery
4- Aortic
5- Carotid artery
6- Coronary artery
7- Femoral
8- Low Density Lipoprotein (LDL)
9- Lipid
10- Lumen

Archive of SID
www.SID.ir

بولتزمن امکان‌پذیر نمی‌باشد و باعث واگرایی در حل می‌شود. از طریق روش ترکیبی پیشنهادی در این مقاله ضمن برطرف کردن مشکل واگرایی، می‌توان زمان و هزینه‌های محاسباتی را به‌طور قابل‌توجهی کاهش داده و تا مقادیر بالای عدد پکلت را شبیه‌سازی نمود. در این روش، معادلات جریان برای سیال خون با استفاده از روش شبکه بولتزمن و معادلات انتقال جرم برای ذرات ال‌دی‌ال به روش حجم محدود حل می‌شود. برای هر معادله یک شبکه متناسب با فیزیک مسئله در نظر گرفته می‌شود و انتقال اطلاعات بین دو شبکه از طریق میانیابی صورت می‌پذیرد.

در این مقاله ابتدا ضرورت استفاده از روش ترکیبی شبکه بولتزمن و حجم محدود در انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال عنوان می‌شود. سپس با حل مسئله انتقال جرم بین دو صفحه تخت با استفاده از دو روش شبکه بولتزمن با زمان آرامش چندگانه و روش ترکیبی، نتایج و عملکرد دو روش مقایسه شده و سپس پارامترهای مختلف مؤثر بر انتقال جرم این ذرات در رگ با هندسه استوانه با استفاده از روش ترکیبی شبکه بولتزمن و حجم محدود بررسی می‌شود.

2- روش حل مسئله

برای ایجاد ارتباط بین دو پارامتر لزجت سینماتیکی (ν) و ضریب دیفیوژن (D) می‌توان از عدد اشمیت استفاده کرد:

$$\mathrm{Sc} = \frac{\nu}{D} \quad (1)$$

به خاطر کوچک بودن ضریب نفوذپذیری ذرات ال‌دی‌ال، عدد اشمیت آن بسیار بزرگ (در محدوده 10^5 تا 10^8) می‌باشد؛ بنابراین انتقال مومنتوم و انتقال جرم رفتار کاملاً متفاوتی نسبت به هم از خود نشان می‌دهند. در صورتی که از روش شبکه بولتزمن برای حل مسائل انتقال جرم استفاده شود، توجه به دو ضریب انتقال مومنتوم و انتقال جرم ضروری می‌باشد؛ بنابراین نیاز به تعریف دو زمان آسودگی مرتبط با این دو ضریب انتقال می‌باشد:

$$\nu = \frac{1}{3}\left(\tau_A - \frac{1}{2}\right) \quad (2)$$

$$D = \frac{2}{3}\left(\tau_B - \frac{1}{2}\right) \quad (3)$$

با توجه به ارتباط ضریب نفوذپذیری با زمان آسودگی در غلظت، این زمان از 0/51 نمی‌تواند کمتر شود (همیشه زمان آسودگی باید بزرگ‌تر از 0/5 باشد تا جواب پایدار به دست آید)؛ بنابراین با توجه به کمترین مقدار انتخابی برای زمان آسودگی غلظت، زمان آسودگی جریان افزایش می‌یابد که این امر باعث ناپایداری جریان در روش زمان آسودگی منفرد می‌شود. جهت پایداری باید شبکه محاسباتی را ریز کرد که مقرون‌به‌صرفه نمی‌باشد و زمان زیادی جهت انجام برنامه نیاز است؛ بنابراین ترجیح داده می‌شود برای عدد اشمیت بالا از روش زمان آسودگی چندگانه استفاده شود که با شبکه‌بندی کمتر بتوان جواب پایدار به دست آورد. ولی در عددهای اشمیت بالا هم زمان آسودگی چندگانه همانند زمان آسودگی منفرد، نیاز به ریز کردن شبکه محاسباتی دارد که مقرون‌به‌صرفه نیست. به‌علاوه در عددهای اشمیت خیلی بزرگ حتی با ریز کردن شبکه هم نمی‌توان به جواب پایدار دست یافت؛ بنابراین به نظر می‌رسد یکی از بهترین راه‌های ممکن برای غلبه بر محدودیت شبکه بولتزمن در حل مسائل انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال و اصلاح همگرایی آن، استفاده از روش ترکیبی باشد که در آن جریان سیال و انتقال مومنتوم با استفاده از روش شبکه بولتزمن و معادله غلظت با استفاده از روش حجم محدود مورد بررسی قرار گیرد. در این صورت تنها با یک زمان آسودگی سروکار خواهیم داشت. کاهش قابل‌توجه در هزینه و زمان محاسباتی نسبت به روش شبکه بولتزمن، از دیگر مزایای آن به شمار می‌رود.

در پژوهش حاضر، با حل معادله بولتزمن برای جریان سیال (خون) و کوپل با معادله انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال که به روش حجم محدود حل عددی می‌شود، میدان‌های سرعت و غلظت به‌دست می‌آیند. بنابراین به طورکلی می‌توان معادلات بدون بعد حاکم بر مسئله را به دو دسته معادلات جریان و انتقال جرم تقسیم‌بندی کرد. جریان در حالت پایا بررسی شده و معادلات حاکم به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\nabla . u = 0 \quad (4)$$

$$(u.\nabla)u = -\nabla P + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 u \quad (5)$$

$$u.\nabla C = \frac{1}{\mathrm{Pe}}\nabla^2 C \quad (6)$$

که در آن u سرعت، C غلظت و Pe عدد بدون بعد پکلت می‌باشد. جریان به‌صورت تقارن محوری در نظر گرفته می‌شود. به جای معادلات ناویراستوکس، معادله بولتزمن حل می‌شود. مقادیر سرعت در هر گره شبکه بولتزمن محاسبه می‌شود. با قرار دادن این سرعت‌ها در معادله انتقال جرم و حل آن، نمودار توزیع غلظت به دست می‌آید. شبکه‌بندی هندسه برای جریان (روش شبکه بولتزمن) به صورت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. اما شبکه‌بندی هندسه مذکور برای گسسته سازی معادله انتقال جرم، باید غیریکنواخت باشد؛ زیرا با توجه به لایه‌مرزی انتقال جرم باریکی که تشکیل می‌شود، نیاز به ریز کردن مش در نزدیکی دیواره می‌باشد. شبکه‌های موردنظر در شکل 1 به طور همزمان نمایش داده شده‌اند که چگونگی بر روی هم قرار گرفتن دو شبکه و موقعیت آن‌ها نسبت به هم قابل مشاهده است. شبکه ریزتر، شبکه حل میدان غلظت می‌باشد و شبکه خط‌چین، شبکه سرعت (شبکه بولتزمن) می‌باشد. برای کوپل کردن اطلاعات بین این دو شبکه ناهمسان، نیاز به درونیابی می‌باشد که در اینجا از روش درونیابی دوخطی استفاده شده است. بنابراین به طور کلی می‌توان روند حل مسئله را به سه مرحله تقسیم‌بندی نمود:

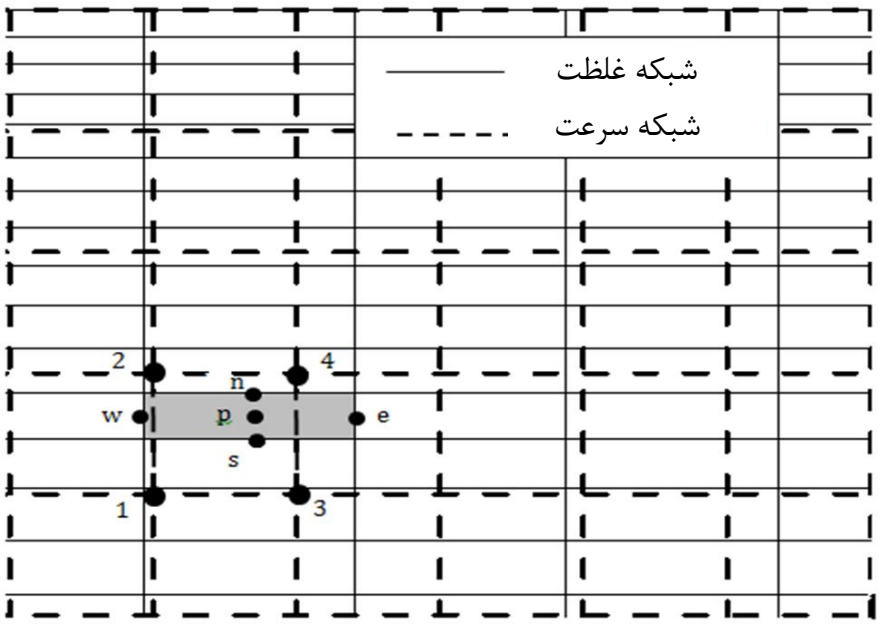
1. حل معادله بولتزمن به منظور محاسبه مقدار سرعت محوری و عمودی در هر گره شبکه بولتزمن
2. انتقال سرعت‌های شبکه بولتزمن به شبکه غیریکنواخت غلظت (انتقال جرم) از طریق میانیابی یا برونیابی
3. حل معادله انتقال جرم به روش حجم محدود با استفاده از سرعت‌های میانیابی شده و در نهایت محاسبه مقدار اسکالر غلظت در مراکز حجم کنترل شبکه غلظت

شایان ذکر است که ابتدا معادله بولتزمن به طور کامل حل می‌شود و پس از آن، سرعت‌ها به شبکه غلظت انتقال داده شده و معادله غلظت حل عددی می‌شود. گسسته سازی معادله بولتزمن با استفاده از روش شبکه بولتزمن صورت می‌پذیرد که در قسمت بعد توضیح داده خواهد شد. برای گسسته سازی معادله غلظت به روش حجم محدود، از روش بالادست[1] با دقت مرتبه دوم استفاده می‌شود.

در گسسته‌سازی از نام‌گذاری مرسوم سلول‌ها به‌صورت حجم کنترل مشخص شده در شکل 1 استفاده می‌شود. حجم کنترل موردنظر با سطح محدود کننده Γ و بردار قائم بر سطح $\hat{n}$ در نظر گرفته شده و فرم انتگرالی معادلات به صورت زیر بیان می‌شود:

1- Upwind

Archive of SID
www.SID.ir



شکل 1 نحوه شبکه‌بندی دامنه حل (شبکه‌های سرعت و غلظت)

$$\int_{\Gamma}^{1} C(\rho\vec{V}.\hat{n})d\Gamma = \int_{\Gamma}^{1} \rho D(\vec{\nabla}C.\hat{n})d\Gamma \quad (7)$$

در رابطه فوق، عبارت سمت چپ، جمله جابه‌جایی و عبارت سمت راست جمله دیفیوژن می‌باشد که این جملات به ترتیب به صورت زیر گسسته می‌شوند:

$$\int_{\Gamma}^{1} C(\rho\vec{V}.\hat{n})d\Gamma \approx \sum_{i=nf}^{1} (\rho\vec{V}C)_i.\hat{n}\Delta\Gamma_i \quad ,nf \in \{e,w,n,s\} \quad (8)$$

$$\int_{\Gamma}^{1} \rho D(\vec{\nabla}C.\hat{n})d\Gamma \approx \sum_{i=nf}^{1} \left(\rho D\frac{\partial C}{\partial n}\right)_i \Delta\Gamma_i \quad ,nf \in \{e,w,n,s\} \quad (9)$$

که $\left(\frac{\partial C}{\partial n}\right)_i$، گرادیان قائم بر وجه i می‌باشد. در این معادلات برای به دست آوردن توزیع غلظت، تنها عبارت مجهول در معادلات، مقدار سرعت می‌باشد. اما از آنجا که سرعت به صورت مجزا در شبکه بولتزمن محاسبه شده است، کافی است که با میانیابی به شبکه غلظت انتقال داده شود. برای مثال برای محاسبه مقدار سرعت بر روی مرز بالایی (نقطه n) در حجم کنترل مشخص شده در شبکه غلظت در شکل 1، مقدار سرعت از چهار نقطه مجاور آن در شبکه سرعت (نقاط 1 تا 4 در شکل 1) میانیابی می‌شود که روابط ریاضی آن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$V = b_1V_1 + b_2V_2 + b_3V_3 + b_4V_4 \quad (10)$$

که ضرایب b_i از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 \\ 1 & x_1 & y_2 & x_1y_2 \\ 1 & x_2 & y_1 & x_2y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2y_2 \end{bmatrix}^{-1} \right)^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ xy \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در آن x و y طول و عرض مرکز وجه موردنظر (نقطه n)، x_1 طول نقاط 1 و 2، x_2، طول نقاط 3 و 4، y_1 عرض نقاط 1 و 3 و y_2 عرض نقاط 2 و 4 می‌باشد. از آنجا که هر دو معادله سرعت و غلظت را به صورت بدون بعد در نظر می‌گیریم، انتقال داده‌ها بین دو شبکه مطابق معادلات فوق، به سادگی و بدون نیاز به معادلات اضافی صورت می‌پذیرد.

3- معادلات جریان در روش شبکه بولتزمن

معادله شبکه بولتزمن می‌تواند مستقیماً از معادله انتقال بولتزمن به دست آید. موضوع مورد بحث در شبکه بولتزمن، تابع توزیع ذرات می‌باشد. معادله توصیف تغییرات تابع توزیع عبارت است از [17]:

$$\partial_t f + (\xi.\nabla)f = \Omega(f) \quad (12)$$

که در آن $f(x,\xi,t)$، تابع توزیع تک ذره، ξ، میدان سرعت و Ω، جمله بیانگر برخورد بین ذرات می‌باشد. در عبارت برخورد می‌توان از دو مدل برای تعریف زمان آرامش استفاده کرد. 1) زمان آرامش منفرد که همه مومنت‌ها با نرخ یکسان محاسبه می‌شوند. 2) زمان آرامش چندگانه که مومنت‌های مختلف تابع توزیع با نرخ‌های مختلفی تخفیف داده می‌شوند [18].

تابع توزیع همان نشان دهنده احتمال حضور ذرات با سرعت (مومنتوم) و مکان مشخص، در یک زمان خاص می‌باشد. برای گسسته‌سازی معادلات، شبکه D_2Q_9 [17] به کار گرفته شده است. در واقع برای کاهش محاسبات به‌جای استفاده از شبکه سه‌بعدی از مدل تقارن محوری استفاده می‌شود. مدل تقارن محوری همانند روش بولتزمن در حالت دوبعدی است با این تفاوت که با اضافه کردن یک جمله تابع سرعت در قسمت برخورد، معادلات ناویراستوکس در مختصات قطبی متقارن، بازیابی می‌شوند [19]. ایده فوق توسط محققان دیگر [21,20] نیز بررسی شده است و مشاهده می‌شود که این مدل به خوبی قابلیت بازیابی معادلات ناویراستوکس در مختصات قطبی متقارن را داراست.

در این مقاله برای مدل‌سازی جریان غیرنیوتونی در شبکه بولتزمن، از روش نرخ کرنش استفاده شده است که نسبت به روش گردیان سرعت از پایداری بیشتری برخوردار است [22]. رابطه کلی میان تنش (σ) و نرخ برش (S) در معادلات ناویراستوکس عبارت است از:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\nu S_{ij} \quad (13)$$

که در آن p فشار و δ_{ij} دلتای کرونکر می‌باشد. رابطه بین تنش و کرنش در شبکه بولتزمن به صورت زیر در می‌آید:

$$f_a^{(1)} = f_i - f_i^{\mathrm{eq}} \quad (14)$$

که $f_a^{(1)}$ همان f_i^{neq} است که به صورت زیر تعریف می‌شود [23]:

$$\sigma_{ij} = -\rho c_s^2\delta_{ij} - \left(1-\frac{1}{2\tau}\right)\sum_a f_a^{(1)}e_{ai}e_{aj} \quad (15)$$

با استفاده از معادله حالت در شبکه بولتزمن رابطه زیر حاصل خواهد شد [22]:

$$2\nu S_{ij} = -\left(1-\frac{1}{2\tau}\right)\sum_a f_a^{(1)}e_{ai}e_{aj} \quad (16)$$

معادله فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$S_{ij} = -\frac{3}{2\tau\rho}\sum_a f_a^{(1)}e_{ai}e_{aj} \quad (17)$$

نرخ تنش γ برابر است با:

$$\gamma = 2\sqrt{D_\Pi} \quad (18)$$

که D_Π، ناوردای دوم تانسور نرخ کرنش می‌باشد و طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$D_\Pi = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} S_{ij}\,S_{ij} \quad (19)$$

که برای مدل تقارن محوری، n=2 می‌باشد. به این ترتیب با محاسبه نرخ تنش سیال در هر گام زمانی، لزجت دینامیکی با استفاده از معادله ساختاری سیال غیرنیوتونی به دست می‌آید. سپس زمان آرامش در آن گام زمانی با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\tau = 3\frac{\mu}{\rho} + \frac{1}{2} \quad (20)$$

در واقع در روش بولتزمن مراحل حل جریان نیوتونی و غیرنیوتونی کاملاً یکسان است و تنها تفاوت آن‌ها در این است که زمان آرامش در سیال

Archive of SID

www.SID.ir

نیوتونی مقدار ثابتی بوده اما در سیال غیرنیوتونی در هر گام زمانی، مطابق مراحل فوق محاسبه می‌شود.

4- پارامترها و شرایط مرزی مسئله

هندسه به صورت یک استوانه بوده و مشخصات سیالاتی برای تحلیل مسئله، در جدول 1 آورده شده است [3].

در این شبیه‌سازی تنها حالت پایا بررسی شده است. در این حالت، توزیع سرعت سهموی با قرار دادن سرعت متوسط محاسبه شده ورودی در معادله آن، مورد استفاده قرار می‌گیرد که مقدار آن بستگی به نوع رگ دارد:

$$u = 2 \times U_0 \left[1 - \left(\frac{y}{R}\right)^2\right] \quad (21)$$

در خروجی شریان، فشار، ثابت در نظر گرفته می‌شود و بدین منظور طول باید به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود تا توزیع سرعت توسعه‌یافته در خروجی پدید آید که در این‌جا طول شریان 30 برابر شعاع انتخاب شده است. در روی دیوار، شرط عدم لغزش و هم‌چنین سرعت مکشی شعاعی با مقدار ثابت در نظر گرفته می‌شود. اندازه سرعت مکشی بسته به مقدار فشار خون بین 10^{-7} تا 10^{-8}(m/s) متغیر است [3] که در این مقاله مقادیر $2/31\times10^{-8}$(m/s) (در فشار 70mmHg)، $3/95\times10^{-8}$(m/s) (در فشار 100mmHg) و $5/26\times10^{-8}$(m/s) (در فشار 120mmHg) [24] در نظر گرفته شده است. شرط‌های مرزی در دیواره و هم‌چنین ورودی و خروجی با استفاده از روش زو-هی اعمال شده است. توزیع غلظت در ورودی (C_0)، به صورت یکنواخت (شرط دیریکله) اعمال می‌شود [25]. در خروجی، مقدار شار غلظت صفر در نظر گرفته می‌شود (شرط نیومن) [25]. برای انتخاب شرط مرزی غلظت از بالانس انتقال جرم دیفیوژن و جابه‌جایی روی دیواره استفاده می‌شود. با توجه به این‌که ذرات ال‌دی‌ال در حالت عادی قابلیت عبور از دیواره‌ی رگ را ندارند و می‌توان شار عبوری این ذرات را بسیار ناچیز و یا صفر در نظر گرفت [26]، به رابطه زیر می‌رسیم:

$$D\left(\frac{\partial C}{\partial n}\right)_{y=R} = C_w V_w \quad (22)$$

که C_w، غلظت و V_w سرعت مکشی بر روی جداره شریان می‌باشد. جهت اعمال شرط مرزی در انتقال جرم بر روی سطح صاف توسط روش شبکه بولتزمن، می‌توان از روش ارائه شده توسط ونگ و همکارانش [27] استفاده کرد. در شکل 2 تصویری از هندسه و شرایط مرزی مسئله نمایش داده شده است.

شبیه‌سازی سیال خون، در دو حالت نیوتونی و غیر نیوتونی انجام شده است که برای حالت غیرنیوتونی خون از مدل کیسون استفاده می‌شود؛ زیرا این مدل در محدوده وسیعی از تنش برشی برای توصیف رفتار خون مناسب است. مزیت این مدل، در نظر گرفتن تنش تسلیم خون می‌باشد [28] و رابطه آن برای تعیین ویسکوزیته به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mu = \left(\sqrt{\frac{\tau_y}{\gamma}} + \sqrt{\mu_c}\right)^2 \quad (23)$$

جدول 1 پارامترهای حل مسئله

چگالی خون	1050 (kg/m³)
ویسکوزیته (نیوتونی) خون	0/0035 (kg/m.s)
محدوه ضریب دیفیوژن ذرات ال‌دی‌ال	5×10^{-12} -2×10^{-11} (m²/s)
محدوده عدد اشمیت ذرات ال‌دی‌ال	$1/6\times10^{5}$ -$6/6\times10^{5}$

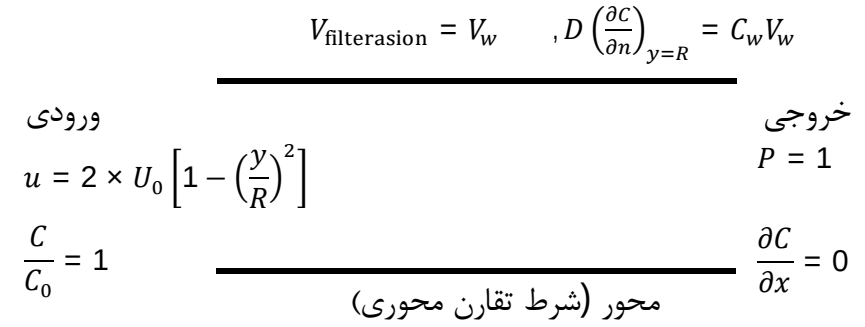
که ویسکوزیته دینامیکی (μ_c)، برابر با مقدار آن در حالت نیوتونی سیال خون (جدول 1) در نظر گرفته می‌شود. برای تنش تسلیم (τ_y)، از نمودار فانگ [28]، استفاده می‌شود. بر اساس نمودار فانگ، تنش تسلیم برای هماتوکریت 45%، برابر 0/01pa خواهد بود.

همان‌طور که ذکر شد، این عارضه بیشتر در شریان‌های متوسط و بزرگ مانند کاروتید، کرونری و فمورال رخ می‌دهد که ابعاد این شریان‌ها با هم متفاوت است؛ بنابراین سرعت و عدد رینولدز جریان نیز در آن‌ها با هم تفاوت دارد. در جدول 2 نوع شریان، قطر و عدد رینولدز مربوط به آن نمایش داده شده است [29].

5- نتایج و بحث

به منظور اطمینان از صحت روش عددی، معادلات جریان و انتقال جرم برای شریان کاروتید مطابق با آنچه که نعمت‌اللهی و همکاران [30] انجام داده‌اند، حل شده است. آن‌ها شریان کاروتید به شعاع 7mm با عدد رینولدز 250 را در دو حالت بدون گرفتگی و باگرفتگی برای دو مدل سیال نیوتونی و غیرنیوتونی در حالت پایا با استفاده از روش حجم محدود شبیه‌سازی نمودند. در این مقاله، مشابه پژوهش آن‌ها با استفاده از روش ترکیبی و با هدف برطرف کردن ضعف‌های موجود در روش شبکه بولتزمن صورت گرفته است. در شکل‌های 3 و 4 نتایج حل عددی حاضر، تطابق خوبی را با حل تحلیلی جانسون [31] برای سیال نیوتونی و نتایج نعمت‌اللهی [30] در دو حالت نیوتونی و غیرنیوتونی برای عدد اشمیت $6/6\times10^{5}$ نشان می‌دهد. اختلاف نتایج روش ترکیبی و روش حجم محدود کمتر از 0/4% می‌باشد.

یکی از مزایای روش ترکیبی موردنظر این پژوهش، کاهش قابل‌توجه زمان محاسبات و حافظه کامپیوتری موردنیاز نسبت به روش شبکه بولتزمن می‌باشد. هم‌چنین پایداری حل در این روش بسیار بالاست. در حالتی که زمان آرامش $\tau = 1$ باشد، بیش‌ترین عدد پکلت که روش شبکه بولتزمن می‌تواند پوشش دهد برابر با 10 می‌باشد. با استفاده از روش آرامش چندگانه می‌توان تا محدوده عدد اشمیت 3000 را نیز شبیه‌سازی نمود. با افزایش عدد اشمیت حتی استفاده از روش آرامش چندگانه در روش شبکه بولتزمن نیز دیگر پاسخ‌گو نیست و باعث واگرایی در حل می‌شود. از طرفی در اعداد اشمیت کوچک‌تر و اعداد رینولدز بزرگ‌تر نیز پایداری دچار مشکل می‌شود. از آن‌جا که در بسیاری مواقع با این نوع مسائل روبه‌رو هستیم، نیاز به ارائه



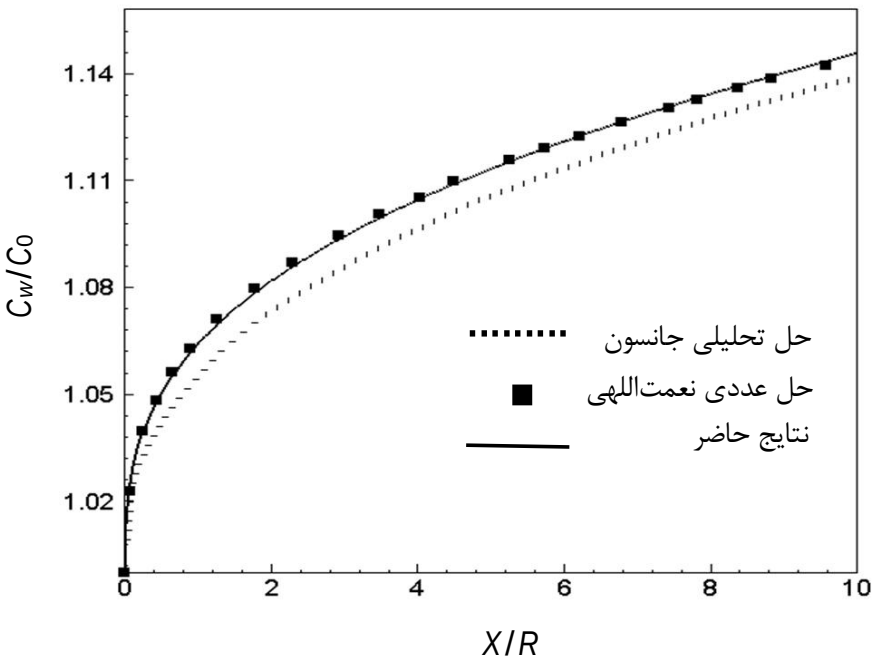
شکل 2 تصویری از هندسه مسئله

جدول 2 مقدار عدد رینولدز در شریان‌های بدن انسان

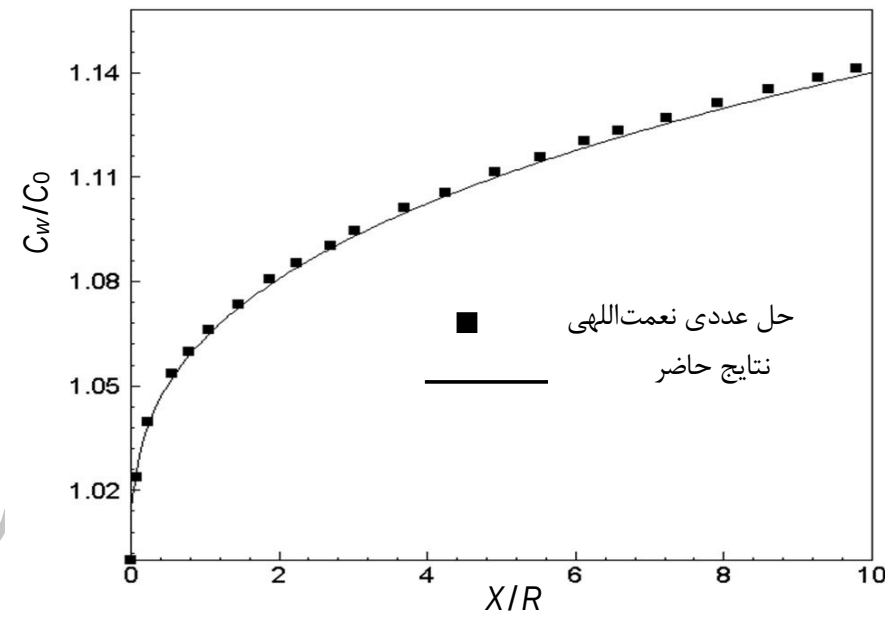
نوع شریان	قطرشریان (mm)	عدد رینولدز
فمورال	5/0	280
کاروتید مشترک	5/9	330
کاروتید داخلی	6/1	220
شریان کرونری اصلی چپ	4/0	240
کرونری راست	3/4	150

Archive of SID

www.SID.ir



شکل 3 نمودار غلظت سطحی برای سیال نیوتونی و مقایسه با حل عددی نعمت‌اللهی [30] و نتایج تحلیلی جانسون [31]



شکل 4 نمودار غلظت سطحی برای سیال غیر نیوتونی و حل عددی نعمت‌اللهی [30]

راه‌حلی جهت رفع این مشکل ضروری به نظر می‌رسد.

به منظور مقایسه عملکرد روش ترکیبی و روش شبکه بولتزمن برای حل معادلات جریان و انتقال جرم، دو صفحه تخت با نسبت طول به عرض 3، عدد رینولدز 0/001 و اعداد اشمیت 1000 و 3000 (اعداد پکلت برابر با 1 و 3) بررسی شده است. به دلیل متقارن بودن هندسه می‌توان به حل برای نصف صفحه اکتفا کرد. روش شبکه بولتزمن با ضریب آرامش چندگانه برای حل معادله انتقال جرم به کار رفته است. در روش ترکیبی، از روش شبکه بولتزمن با زمان آرامش منفرد برای حل جریان سیال و روش حجم محدود برای معادله غلظت ذرات ال‌دی‌ال استفاده شده است. هم‌چنین مسئله با استفاده از روش حجم محدود در نرم‌افزار آدینا نیز شبیه‌سازی شد. همان‌طور که در شکل 5 مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از روش‌های ترکیبی و نرم‌افزار آدینا کاملاً برهم منطبق بوده و با نتایج روش شبکه بولتزمن هم‌خوانی قابل قبولی دارد که حداکثر اختلاف آن‌ها برابر با 0/16% می‌باشد.

در جدول 3 زمان حل در روش شبکه بولتزمن و روش ترکیبی برای دو عدد اشمیت مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که روش ترکیبی به مقدار قابل‌توجهی زمان محاسبات را کاهش می‌دهد که در این مسئله زمان حل برای روش شبکه بولتزمن، 6 برابر بیشتر از زمان موردنیاز برای حل مسئله با روش شبکه ترکیبی می‌باشد. قابل ذکر است که در اعداد اشمیت بالاتر، در روش شبکه بولتزمن، همگرایی حاصل نمی‌شود. از طرفی با توجه به این‌که در دقت حل یکسان (خطای عددی یکسان برای همگرایی)، زمان حل در روش ترکیبی کمتر از روش شبکه بولتزمن می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که روند همگرایی روش ترکیبی نسبت به روش شبکه بولتزمن سریع‌تر می‌باشد. چنانچه شبیه‌سازی برای سیال غیرنیوتنی انجام پذیرد زمان حل و احتمال واگرایی در روش شبکه بولتزمن افزایش می‌یابد. برای مثال در این مسئله، زمان حل برای جریان سیال غیرنیوتونی 1/43 برابر بیشتر از زمان حل برای سیال نیوتونی می‌باشد که این امر موجب کندتر شدن روند همگرایی می‌شود که با افزایش عدد اشمیت ناپایداری‌های عددی افزایش می‌یابد. اما روش ترکیبی قادر به شبیه‌سازی انتقال جرم ذرات در سیال نیوتونی و غیرنیوتونی تا عدد اشمیت 10^7 می‌باشد. نتیجه برای این عدد اشمیت و عدد رینولدز 150 (مقدار بالای عدد پکلت) در شکل 6 نمایش داده شده است.

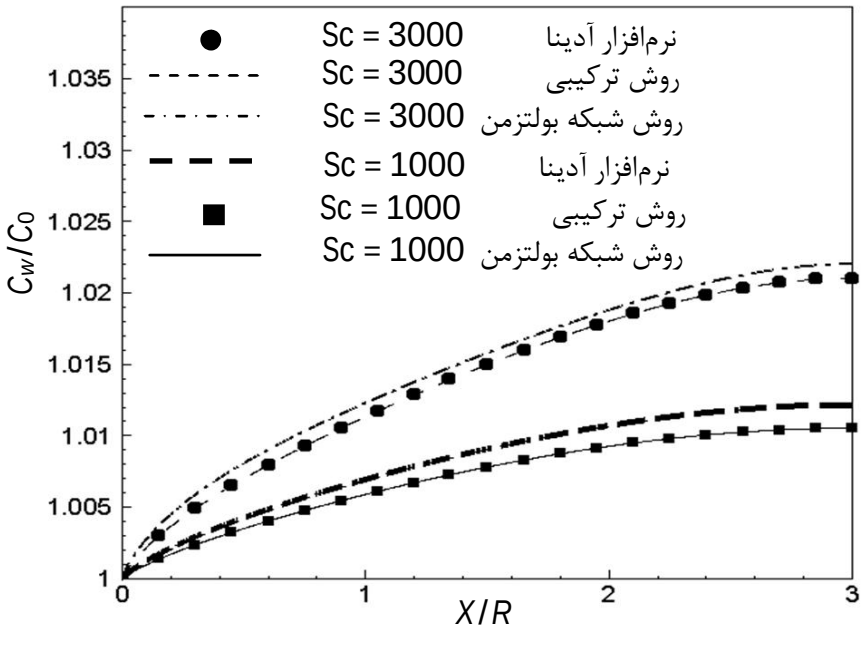
در ادامه تأثیر عوامل مختلف بر انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال در رگ شامل اثر نوع سیال، تنش برشی، اندازه ذرات ال‌دی‌ال، سرعت مکشی و نوع رگ، با استفاده از روش ترکیبی شبکه بولتزمن و حجم محدود بررسی می‌شود.

به منظور بررسی اثر نوع سیال در انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال، انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال برای سیال نیوتونی و غیرنیوتونی، در رگ کرونری راست و سه عدد اشمیت مختلف شبیه‌سازی شد که غلظت سطحی ذرات در شکل 7 با هم مقایسه شده است. مقادیر غلظت برای اعداد اشمیت $1/6\times10^5$، $3/3\times10^5$ و $6/6\times10^5$ برای سیال نیوتونی به ترتیب 2/24%، 3/7% و 5/94% و در سیال غیرنیوتونی برابر با 2/1%، 3/6% و 5/88% بیشتر از مقدار آن در مرکز رگ می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، میزان غلظت سطحی در سیال نیوتونی بیشتر از سیال غیرنیوتونی است و این به علت تخت‌تر بودن نمودار توزیع سرعت برای سیال غیرنیوتونی در مقایسه با سیال نیوتونی می‌باشد (سرعت در نزدیکی جداره رگ، برای سیال غیرنیوتنی، بیشتر از سیال نیوتنی است) که باعث می‌شود، زمان اسقرار ذرات روی جداره رگ کم شده و در مقایسه با سیال نیوتنی، ذرات، کمتر روی جداره انباشته شوند.

با افزایش سرعت متوسط در ورودی، دبی ورودی افزایش می‌یابد که موجب افزایش عدد رینولدز می‌شود. در شکل 8 اثر تغییر سه عدد رینولدز 150، 200 و 250 بر غلظت سطحی، در رگ کرونری راست نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش عدد رینولدز جریان، غلظت در نزدیک جداره کاهش می‌یابد. علت آن است که با افزایش سرعت ورودی یا افزایش عدد رینولدز، زمان استقرار ذرات روی جداره، کمتر شده و این امر موجب کاهش غلظت سطحی ذرات ال‌دی‌ال می‌شود. نسبت تغییر غلظت سطحی در طول x=10، از عدد رینولدز 150 به 200 برابر با 0/162% و از عدد رینولدز 200 به 250 برابر 0/13% در سیال نیوتونی می‌باشد. همین تغییر غلظت برای سیال غیرنیوتونی به ترتیب برابر با 0/159% و 0/13% می‌باشد.

با تغییر دبی در ورودی، نرخ برش سیال نیز تغییر می‌یابد. با افزایش سرعت ورودی و عدد رینولدز، تنش برشی جداره در هر دو نوع سیال نیوتونی و غیرنیوتونی به صورت خطی افزایش می‌یابد (شکل 9). تنش برشی برحسب مقدار آن برای جریان سیال با عدد رینولدز 150 بدون بعد شده است. به دلیل این‌که ویسکوزیته ظاهری و گرادیان سرعت روی دیواره برای سیال غیرنیوتونی بیشتر از سیال نیوتونی می‌باشد، بنابراین تنش برشی در جریان سیال غیرنیوتونی، بیشتر از سیال نیوتونی است. مقدار اختلاف تنش برشی سیال نیوتونی و غیرنیوتونی برحسب عدد رینولدز در جدول 4 گزارش شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز، مقدار این اختلاف به میزان

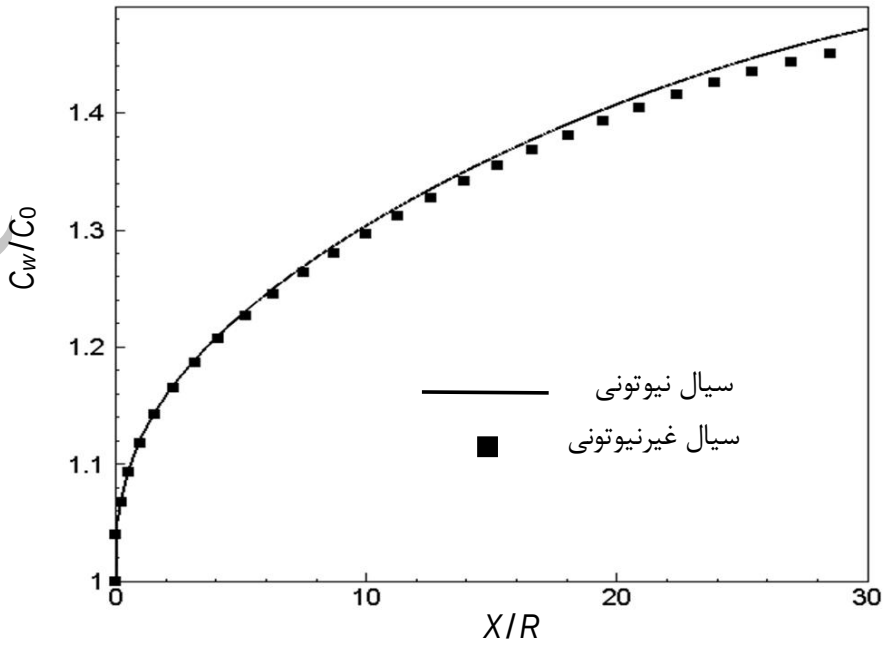
Archive
www.SID.ir



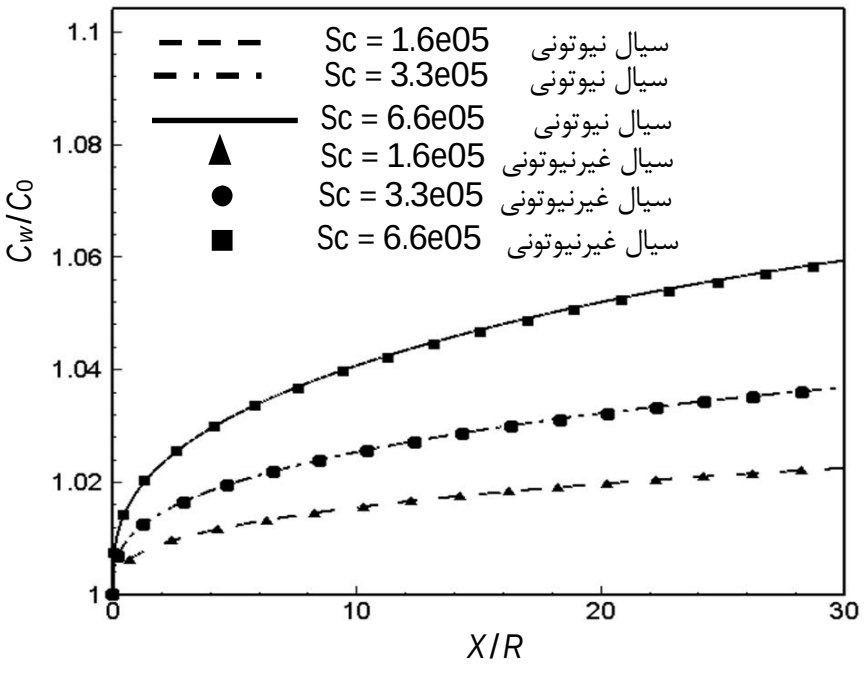
شکل 5 مقایسه بین غلظت سطحی با استفاده از روش‌های عددی شبکه بولتزمن، ترکیبی و نرم‌افزار آدینا در اعداد اشمیت 1000 و 3000

جدول 3 مقایسه زمان حل مسئله انتقال جرم بین دو صفحه تخت در روش شبکه بولتزمن و روش ترکیبی

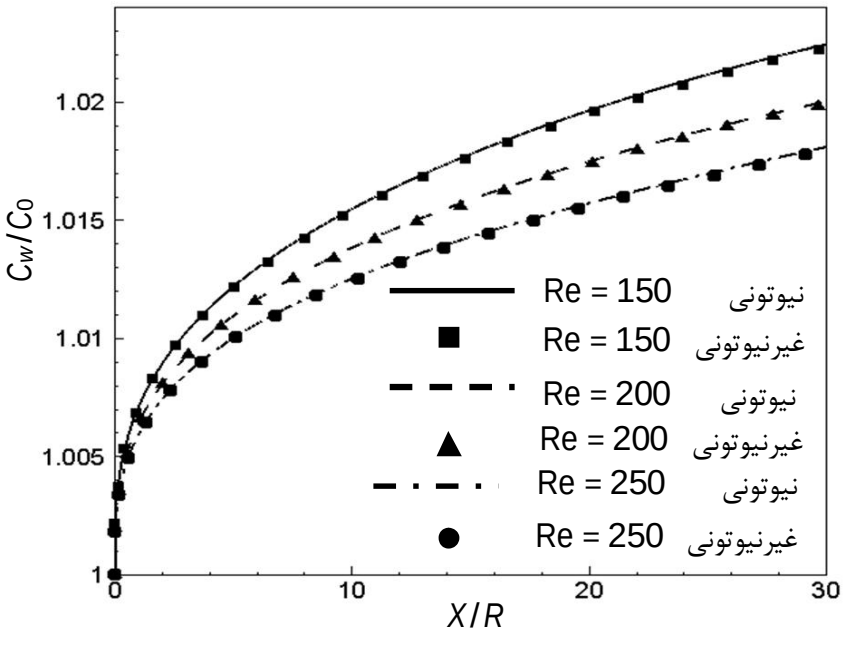
عدد اشمیت	1000	3000
زمان حل در روش ترکیبی (s)	269/432	270/58
زمان حل در روش شبکه بولتزمن (s)	16200/1	16221/23



شکل 6 توانایی روش ترکیبی در حل معادله غلظت در اعداد اشمیت بزرگ



شکل 7 مقایسه اثر نوع سیال در غلظت سطحی ذرات ال‌دی‌ال

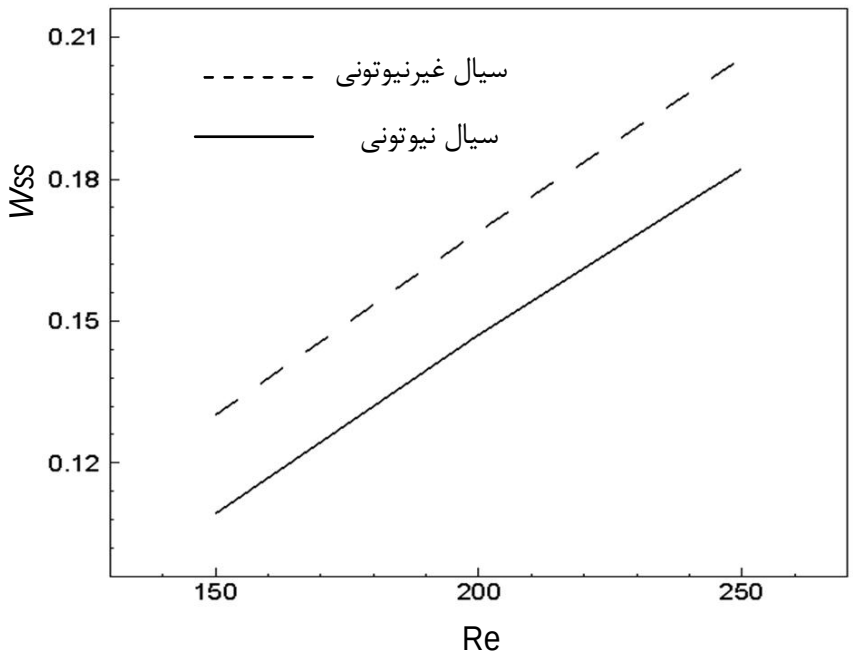


شکل 8 غلظت سطحی ذرات برحسب طول رگ در دبی‌های مختلف

کمی افزایش یافته است.

نتایج محققان حاکی از آن است که مهم‌ترین عامل همودینامیکی در شکل‌گیری بیماری تصلب شرایین، تنش برشی دیواره می‌باشد. در مکان‌هایی که نرخ برش دیواره کم باشد، فواصل بین سلولی کم و نفوذپذیری سلول‌های اندوتلیال بیشتر می‌شود؛ بنابراین غلظت سطحی ذرات ال‌دی‌ال در مکان‌های با سرعت بیشتر و نرخ برش کمتر افزایش می‌یابد [32]. در شکل 10 غلظت سطحی ذرات ال‌دی‌ال برحسب تنش برشی در طول x=10 برای سیال نیوتونی و غیرنیوتونی نمایش داده شده است. به‌خوبی مشهود است که با افزایش تنش برشی دیواره، غلظت سطحی ذرات ال‌دی‌ال روی جداره رگ، کاهش می‌یابد که در توافق با یافته‌های دیگران است.

ذرات ال‌دی‌ال اندازه‌های متفاوتی دارند. عدد اشمیت مقیاسی از ضریب مومنتوم به ضریب دیفیوژن ذرات می‌باشد. هر چه ذره بزرگ‌تر باشد، ضریب دیفیوژن آن کمتر و در نتیجه عدد اشمیت آن بیشتر است. با افزایش عدد اشمیت، ضخامت لایه‌مرزی غلظت نیز کاهش می‌یابد که باعث افزایش گرادیان غلظت روی جداره رگ شده و تمرکز ذرات را روی جداره بیشتر و در نتیجه غلظت سطحی را افزایش می‌دهد. در شکل 11 نمودار توزیع غلظت در راستای شعاعی در طول x=10 برای سیال نیوتونی در اعداد مختلف اشمیت ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش عدد اشمیت، ضخامت کاهش ضخامت لایه‌مرزی را در پی دارد. عدد اشمیت، خود معیاری برای مقایسه ضخامت لایه‌مرزی سرعت، در برابر ضخامت لایه‌مرزی غلظت می‌باشد.

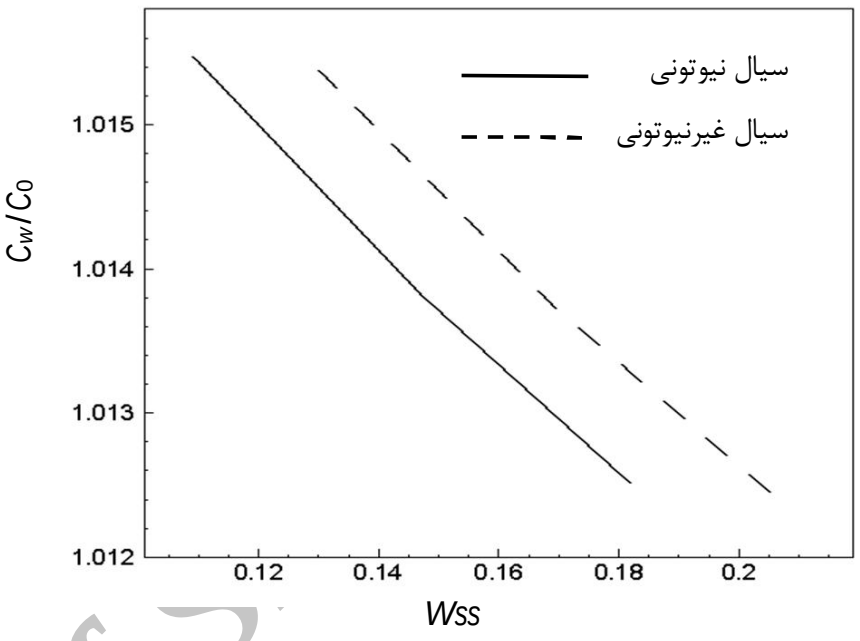


شکل 9 نمودار تغییر تنش برشی دیواره، با تغییر عدد رینولدز ورودی در سیال نیوتونی و غیرنیوتونی

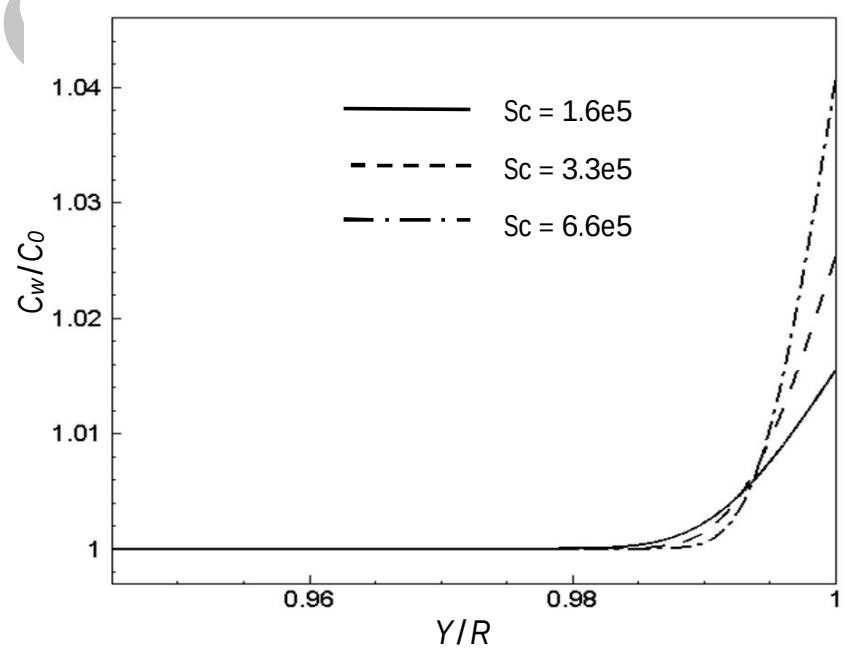
Archive of SID
www.SID.ir

جدول 4 اثر تغییرات عدد رینولدز بر تنش برشی بدون‌بعد جداره

عدد رینولدز	150	200	250
تنش برشی سیال نیوتونی	0/109189	0/147091	0/182046
تنش برشی سیال غیرنیوتونی	0/130025	0/168911	0/205655
مقدار اختلاف تنش برشی دو نوع سیال	0/020836	0/02128	0/023609



شکل 10 نمودار غلظت سطحی برحسب تنش برشی دیواره در x=10



شکل 11 نمودار غلظت سطحی در راستای شعاعی در x=10 برای اعداد اشمیت مختلف

لایه‌مرزی تشکیل شده بسیار باریک می‌باشد به‌طوری‌که در فاصله تقریباً Y/R=0/98 از مرکز رگ قابل مشاهده است. به همین خاطر معیار اندازه‌گیری ضخامت لایه‌مرزی را رسیدن به غلظتی برابر با 0/00001 قرار می‌دهیم. اندازه ضخامت لایه‌مرزی به صورت بدون بعد، برای سه عدد اشمیت مختلف در طول x=10، در جدول 5 گزارش شده است.

از دیدگاه پزشکی، یکی از فاکتورهای مهم در شکل‌گیری بیماری تصلب شرایین، افزایش فشارخون می‌باشد. افزایش فشارخون، باعث افزایش فشار اسمزی می‌شود که افزایش نرخ فیلتراسیون دیواره اندوتلیال رگ را به همراه دارد. در شکل 12 نتایج برای سرعت‌های مکشی $2/31\times10^{-8}$(m/s) (در فشار 70mmHg) و $5/26\times10^{-8}$(m/s) (در فشار 120mmHg) [24] با هم مقایسه شده است. با افزایش نرخ فیلتراسون، غلظت سطحی ذرات ال‌دی‌ال افزایش می‌یابد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، غلظت سطحی به مقدار سرعت مکشی جداره بسیار حساس می‌باشد. در طول x=10 از رگ، درصد تغییر غلظت سطحی در سیال نیوتونی برابر با 1/98% و در سیال غیرنیوتونی 1/96% مقدار می‌باشد. این مقدار در انتهای رگ به ترتیب برای سیال نیوتونی و غیرنیوتونی برابر 2/88% و 2/85% است.

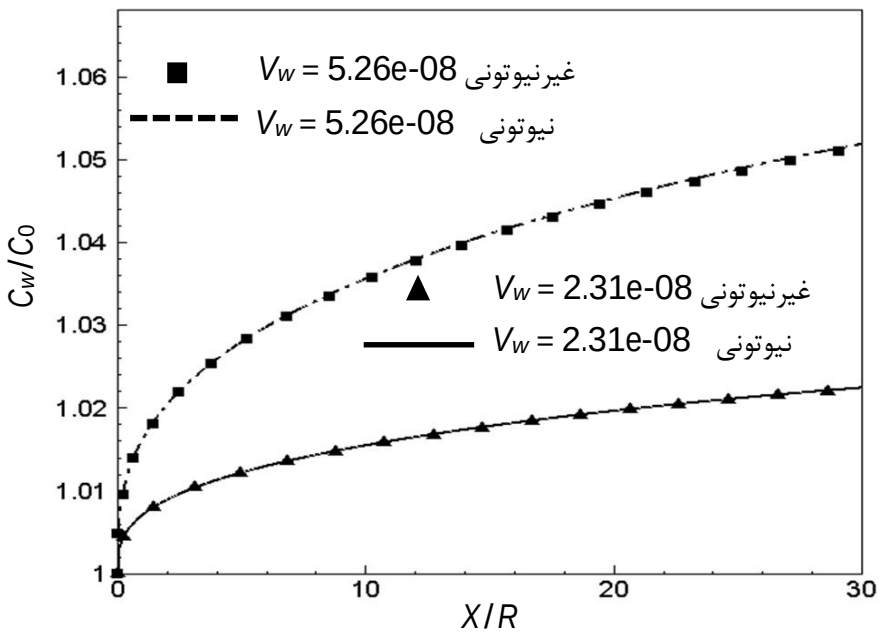
در انتها میزان غلظت سطحی ذرات ال‌دی‌ال در شریان‌های بدن بر اساس پارامترهای جدول 2 با یکدیگر مقایسه شده است. نتیجه ارائه شده در شکل 13 نشان می‌دهد که مقادیر غلظت سطحی در انواع شریان‌ها با یکدیگر متفاوت می‌باشد. در شریان کاروتید داخلی بیشترین غلظت و در شریان کرونری چپ، میزان غلظت، کمتر از سایرین به‌دست آمده است. سرعت مکشی بر روی دیواره در همه شریان‌ها برابر با $3/95\times10^{-8}$(m/s) در نظر گرفته شده است؛ اما این، یک فرض ساده شونده است. با افزایش فاصله هر شریان از قلب، فشارخون کاهش می‌یابد که باعث کاهش سرعت مکشی جداره می‌شود. هم‌چنین متفاوت بودن مشخصات هر رگ و منحصربفرد بودن این پارامترها برای هر شخص، از جمله عوامل تفاوت سرعت مکشی در انواع شریان می‌باشد. از آن‌جا که میزان غلظت سطحی به سرعت مکشی جداره و مشخصات جداره بسیار حساس می‌باشد، بنابراین نتایج شکل 13 را نمی‌توان عمومیت داد. پیشنهاد می‌شود برای دست‌یابی به توزیع دقیق غلظت سطحی در هر رگ و مقایسه میزان غلظت در شریان‌ها، شبیه‌سازی با مشخصات دقیق مربوط به همان رگ انجام شود.

6- نتیجه‌گیری

زمانی که عدد اشمیت مسئله بزرگ باشد، روش شبکه بولتزمن برای حل مسائل ادوکشن-دیفیوژن انتقال جرم با محدودیت روبه‌روست. در این مقاله برای رفع این مشکل روش ترکیبی شبکه بولتزمن و حجم محدود ارائه شد. در این روش، میدان جریان سیال با استفاده از روش شبکه بولتزمن و معادله غلظت به روش حجم محدود حل شده است. سپس دو معادله با هم کوپل

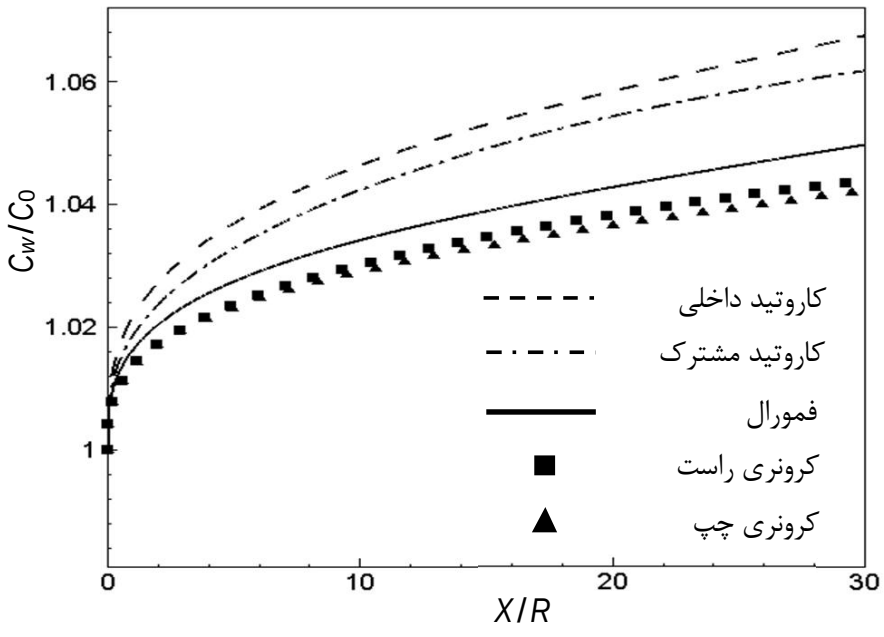
جدول 5 اندازه ضخامت لایه‌مرزی غلظت، برحسب عدد اشمیت ذرات ال‌دی‌ال

عدد اشمیت	$1/6\times10^5$	$3/3\times10^5$	$6/6\times10^5$
فاصله مرکز رگ تا لایه‌مرزی در انتهای رگ به صورت بدون‌بعد	0/97929	0/98308	0/98618
ضخامت لایه‌مرزی بدون‌بعد غلظت	0/02071	0/01692	0/01381



شکل 12 نمایش تأثیر سرعت مکشی بر غلظت سطحی در طول رگ

Archive of SID
www.SID.ir



شکل 13 مقایسه غلظت سطحی در انواع شریان‌ها

شده و اطلاعات بین این دو روش با استفاده از میانیابی انتقال یافت، به‌این‌ترتیب مشکل عدم همگرایی در روش شبکه بولتزمن برطرف می‌شود. به منظور بررسی عملکرد و توانایی این روش، یک جریان بین دو صفحه تخت با استفاده از دو روش شبکه بولتزمن با زمان آرامش چندگانه برای جریان سیال و انتقال جرم و نیز روش ترکیبی شبیه‌سازی شد. نتیجه در هر دو روش تطبیق قابل قبولی با یکدیگر داشت و زمان موردنیاز برای حل در روش ترکیبی بسیار کمتر از روش شبکه بولتزمن است. با استفاده از روش ترکیبی، شبیه‌سازی برای عدد اشمیت تا محدوده 10^7 قابل دست‌یابی است. هم‌چنین مسئله انتقال جرم ذرات ال‌دی‌ال توسط روش ترکیبی شبیه‌سازی و پارامترهای مؤثر بر افزایش غلظت سطحی، از جمله اندازه ذرات، سرعت مکشی روی جداره، تنش برشی دیواره و نوع سیال از نظر رفتار نیوتنی و غیرنیوتنی، تغییر ضخامت لایه‌مرزی غلظت با تغییر عدد اشمیت بررسی شد. مشاهده شد که با افزایش عدد اشمیت غلظت سطحی ذرات ال‌دی‌ال نیز افزایش می‌یابد. سرعت مکشی که ناشی از افزایش فشار جریان خون است، نیز عامل دیگری برای افزایش غلظت سطحی می‌باشد. با افزایش سرعت ورودی و در نتیجه افزایش عدد رینولدز، تنش برشی کاهش می‌یابد که این عامل باعث کاهش غلظت می‌شود. مقدار غلظت در سیال نیوتونی بیش از سیال غیرنیوتونی به دست می‌آید. هر چه اندازه ذره بزرگ‌تر باشد، عدد اشمیت آن بیشتر، ضخامت لایه‌مرزی غلظت کمتر، گرادیان غلظت روی جداره بیشتر و در نتیجه، غلظت سطحی بیشتر می‌شود. هم‌چنین میزان افزایش غلظت در نزدیک جداره انواع رگ با هم متفاوت است. تطبیق نتایج حاصل از شبیه‌سازی انجام شده به روش ترکیبی با نتایج محققان قبلی، قابلیت روش ترکیبی در حل مسائل انتقال جرم با عدد اشمیت بالا را نشان می‌دهد. درعین‌حال زمان حل مسئله به مقدار قابل‌توجهی نسبت به روش شبکه بولتزمن کاهش می‌یابد. هم‌چنین یک روش توانمند برای حل مسائلی به شمار می‌رود که جدا کردن میدان‌های حل و معادلات حاکم بر مسئله، مؤثر واقع می‌شود.

7- فهرست علائم

c	سرعت صوت (ms^{-1})
C	غلظت (kgm^{-3})
D	ضریب دیفیوژن (m^2s^{-1})
f	تابع توزیع ذره در شبکه بولتزمن
H	عرض (m)
n	بردار نرمال بر سطح
P	فشار (Pa)
Pe	عدد پکلت
R	شعاع (m)
Re	عدد رینولدز
S	نرخ کرنش (s^{-1})
Sc	عدد اشمیت
t	زمان (s)
u	سرعت (ms^{-1})
x	طول (m)
y	عرض (m)

علائم یونانی

Γ	سطح محدودکننده حجم کنترل (m^2)
γ	نرخ تنش (s^{-1})
μ	لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
ν	لزجت سینماتیکی (m^2s^{-1})
ξ	میدان سرعت در شبکه بولتزمن
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ	تنش (Pa)
τ	زمان آرامش
Ω	عبارت برخورد

بالانویس‌ها

eq	تعادلی
neq	غیرتعادلی

زیرنویس‌ها

A	انتقال ممنتوم
B	انتقال جرم
c	نیوتونی
s	شبکه بولتزمن
y	تنش تسلیم
w	بر روی جداره
0	متوسط ورودی

8- مراجع

[1] Q. Xu, *Future Directions of Atherosclerosis Research and Translation into Clinical Application*, pp.613-625 : Springer, 2012.
[2] A. Fortier, V. Gullapalli, R. A. Mirshams, Review of biomechanical studies of arteries and their effect on stent performance, *IJC Heart & Vessels,* Vol. 4, pp. 12-18, 2014.
[3] N. Fatouraee, X. Deng, A. Champlain, R. Guidoin, Concentration Polarization of Low Density Lipoproteins (LDL) in the Arterial Systema, 858 PHD Thesis, *Annals of the New York Academy of Sciences,* 1998.
[4] S. Fazli, E. Shirani, M. Sadeghi, Numerical simulation of LDL mass transfer in a common carotid artery under pulsatile flows, *Journal of biomechanics,* Vol. 44, No. 1, pp. 68-76, 2011.
[5] P. Hoskins, P. Fish, W. McDicken, C. Moran, Developments in cardiovascular ultrasound. Part 2: arterial applications, *Medical and Biological Engineering and Computing,* Vol. 36, No. 3, pp. 259-269, 1998.
[6] A. Nematollahi, E. Shirani, I. Mirzaee, M. Sadeghi, Numerical simulation of LDL particles mass transport in human carotid artery under steady state conditions, *Scientia Iranica,* Vol. 19, No. 3, pp. 519-524, 2012.
[7] G. Wang, X. Deng, R. Guidoin, Concentration polarization of macromolecules in canine carotid arteries and its implication for the localization of atherogenesis, *Journal of biomechanics,* Vol. 36, No. 1, pp. 45-51, 2003.
[8] M. Krafczyk, M. Cerrolaza, M. Schulz, E. Rank, Analysis of 3D transient blood flow passing through an artificial aortic valve by Lattice–Boltzmann methods, *Journal of Biomechanics,* Vol. 31, No. 5, pp. 453-462, 1998.

Archive of SID

www.SID.ir

[9] H. Fang, Z. Wang, Z. Lin, M. Liu, Lattice Boltzmann method for simulating the viscous flow in large distensible blood vessels, *Physical Review E,* Vol. 65, No. 5, pp. 051925, 2002.
[10] J. Boyd, J. Buick, S. Green, Application of the Lattice Boltzmann Method to non-Newtonian flow in a carotid artery model, *in Proceeding of conference Australian Institute of Physics 17th National Congress,* 2006.
[11] J. Bernsdorf, S. E. Harrison, S. M. Smith, P. V. Lawford, D. R. Hose, Applying the lattice Boltzmann technique to biofluids: A novel approach to simulate blood coagulation, *Computers & Mathematics with Applications,* Vol. 55, No. 7, pp. 1408-1414, 2008.
[12] N. Filipovic, M. Zivic, M. Obradovic, T. Djukic, Z. Markovic, M. Rosic, Numerical and experimental LDL transport through arterial wall, *Microfluidics and nanofluidics,* Vol. 16, No. 3, pp. 455-464, 2014.
[13] M. Yoshino, T. Inamuro, Lattice Boltzmann simulations for flow and heat/mass transfer problems in a three‐dimensional porous structure, *International Journal for Numerical Methods in Fluids,* Vol. 43, No. 2, pp. 183-198, 2003.
[14] M. S. Hossain, X. Chen, D. Bergstrom, Fluid flow and mass transfer over circular strands using the lattice Boltzmann method, *Heat and Mass Transfer,* Vol.15, pp. 1-12, 2015.
[15] M. Alafzadeh, E. Shirani, E. Yahaghi, M. Rahmani, N. Fatouraee, Analysis of the effective parameters on mass transfer in brain capillaries using lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 4, pp. 151-158, 2015(In Persian).
[16] A. Mezrhab, M. h. Bouzidi, P. Lallemand, Hybrid lattice-Boltzmann finite-difference simulation of convective flows, *Computers & Fluids,* Vol. 33, No. 4, pp. 623-641, 2004.
[17] M. Sukop, DT Thorne, Jr. *Lattice Boltzmann Modeling Lattice Boltzmann Modeling,* First Edittion , pp. 31-66, New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
[18] J. Wang, D. Wang, P. Lallemand, L.-S. Luo, Lattice Boltzmann simulations of thermal convective flows in two dimensions, *Computers & Mathematics with Applications,* Vol. 65, No. 2, pp. 262-286, 2013.
[19] I. Halliday, L. Hammond, C. Care, K. Good, A. Stevens, Lattice Boltzmann equation hydrodynamics, *Physical review E,* Vol. 64, No. 1, pp. 011208, 2001.
[20] S. Khali, R. Nebbali, D. Ameziani, K. Bouhadef, Numerical investigation of non-Newtonian fluids in annular ducts with finite aspect ratio using lattice Boltzmann method, *Physical Review E,* Vol. 87, No. 5, pp. 053002, 2013.
[21] T. Lee, H. Huang, C. Shu, An axisymmetric incompressible lattice BGK model for simulation of the pulsatile flow in a circular pipe, *International journal for numerical methods in fluids,* Vol. 49, No. 1, pp. 99-116, 2005.
[22] A. Artoli, *Mesoscopic computational haemodynamics,* Phd Thesis, University of Ponsen en Looijen, Wageningen, 2003.
[23] D. Wang, J. Bernsdorf, Lattice Boltzmann simulation of steady non-Newtonian blood flow in a 3D generic stenosis case, *Computers & Mathematics with Applications,* Vol. 58, No. 5, pp. 1030-1034, 2009.
[24] N. Yang, K. Vafai, Modeling of low-density lipoprotein (LDL) transport in the artery—effects of hypertension, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 49, No. 5, pp. 850-867, 2006.
[25] C. R. Ethier, Computational modeling of mass transfer and links to atherosclerosis, *Annals of biomedical engineering,* Vol. 30, No. 4, pp. 461-471, 2002.
[26] X. Deng, Y. Marois, M. W. King, R. Guidoin, Uptake of 3H-7-cholesterol along the arterial wall at an area of stenosis, *Asaio journal,* Vol. 40, No. 2, pp. 186-191, 1994.
[27] J. Wang, M. Wang, Z. Li, A lattice Boltzmann algorithm for fluid–solid conjugate heat transfer, *International journal of thermal sciences,* Vol. 46, No. 3, pp. 228-234, 2007.
[28] Y. Fung, *Biomechanics: mechanical properties of living tissues,* Second Edittion, pp. 321-391, New York: Springer-Verlag, 1993.
[29] A. S. Shuib, P. R. Hoskins, W. J. Easson, Flow Visualization and Characterization of an Artery Model with Stenosis, *World Academy of Science, Engineering and Technology (WASET),* pp. 56-59, 2011.
[30] A. Nematollahi, Effect of shear-dependent transport propperties on lumen surface concentration of LDL particles in stenosed carotid artery, *Mecanica,* pp. 1733-1746, 2015.
[31] J. S. Johnson, L. Dresner, K. A. Kraus, Hyperfiltration (reverse osmosis), *Principles of Desalination,* K. S Spiegler. Academia press, New york, pp. 345-439, 1966.
[32] X. Deng, Y. Marois, T. How, Y. Merhi, M. King, R. Guidoin, Luminal surface concentration of lipoprotein (LDL) and its effect on the wall uptake of cholesterol by canine carotid arteries, *Journal of vascular surgery,* Vol. 21, No. 1, pp. 135-145, 1995.

Archive of SID

www.SID.ir