



## مدلسازی شتابگیری شناور پلنینگ در حوزه زمان و کنترل بهینه آن برای رسیدن به سرعت نهایی در حداقل زمان ممکن

مرتضی عزیزی ینگجه<sup>1</sup>، حمید مهدیقلی<sup>2\*</sup>، محمد سعید سیف<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

3- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

\* تهران، صندوق پستی 11365-9567، mehdi@sharif.edu

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 05 خرداد 1394

پذیرش: 31 تیر 1394

ارائه در سایت: 10 آبان 1394

کلید واژگان:

شناور پلنینگ

تریم تب

کنترل بهینه

قاعده مینیمم پونترایگن

### چکیده

تنظیم درست زاویه تریم شناور پلنینگ در فاز شتابگیری برای عبور آسان از قله مقاومت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. افزون بر آن، در موارد خاصی مانند شناورهای مسابقه‌ای یا برخی کاربردهای نظامی، هدف رسیدن به سرعت نهایی در حداقل زمان ممکن است. این مقاله ضمن معرفی کاربرد جدیدی برای تئوری کنترل بهینه در حوزه کنترل شناورهای پلنینگ سعی دارد به این پرسش پاسخ دهد که در طول شتابگیری شناور پلنینگ زاویه اعمال شده به سیستم رانش یا یک المان کنترلی همچون تریم تب چگونه باید تغییر یابد تا زمان رسیدن به یک سرعت مشخص کمینه شود. برای پاسخ به این پرسش نیازمند یک مدل دینامیکی از شناور برای فاز شتابگیری آن هستیم. در این تحقیق چنین مدلی بر اساس روش‌های تئوری و تجربی موجود برای محاسبه نیروهای هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی، سیستم رانش و المان کنترلی بر بدنه ارائه می‌شود. کل مجموعه سیستم رانش شامل موتور، سیستم درایو و پروانه به نحو ساده‌شده‌ای مدل شده‌اند. در ادامه، مسئله کنترل بهینه معرفی و نحوه حل آن توضیح داده شده است. در نهایت نتایج حل مسئله برای یک شناور پلنینگ تک بدنه و یک کاتاماران مسابقه ای ارائه شده‌اند.

## Modeling the forward accelerated motion of planing craft and its optimal control to minimize the time to reach final speed

Mortaza Azizi Yengejeh, Hamid Mehdigholi\*, Mohammad Saeed Seif

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 11365-9567, Tehran, Iran, mehdi@sharif.edu

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 26 May 2015  
Accepted 22 July 2015  
Available Online 01 November 2015

#### Keywords:

planing craft  
trim tab  
optimal control  
Pontryagin Minimum Principle

### ABSTRACT

It is of crucial importance to adjust the trim angle properly during the forward acceleration of a planing craft in cases such as sport competitions and military missions. In these applications, the goal of trim adjustment is to reach the final cruising speed as soon as possible. Present study tries to answer this question: How should the angles of the drive system and/or a control element be changed during acceleration phase in order for the craft to reach its final speed in the minimum possible time? This is an optimal control problem with the drive and control element angles as its control variables. To solve such problem, a 3-DOF dynamic model is developed based on the theoretical and empirical methods. Both propeller operation and the engine are taken into account for the propulsion system. Then, the solution algorithm of time-optimal control problem is explained according to an indirect method. Results for a planing mono-hull with two different weight distributions show a similarity in trend between the optimal solution for control variables and the hull instantaneous trim angle. As the second case study, the solution for an aerodynamically alleviated racing catamaran is presented.

### 1- مقدمه

کنیم (چنانچه تا آخر این نوشته فرض شده است) نیرو و ممان‌های هیدرودینامیکی تابعی از سرعت، زاویه تریم و آب‌خور شناور خواهند بود. سویتسکی و براون [1] حرکت شناورهای پلنینگ معمول در فاز شتابگیری را در آب آرام بر حسب عدد فرود عرضی  $C_v = u/\sqrt{gB_T}$  ( $g$  شتاب گرانش و  $B_T$  عرض پاشنه در صفحه آب‌خور) چنین تقسیم‌بندی می‌کنند: 1- از حالت سکون تا عدد فرود عرضی  $0/5$  شناور پلنینگ همچون شناور جابجایی عمل می‌کند و می‌توان نیروی لیفت کل را برابر نیروی بویانسی در نظر گرفت. البته سویتسکی [2] نشان داد که در اعداد فرود عرضی کمتر از 1، نیروی لیفت

شکل خاص بدنه‌های پلنینگ<sup>1</sup> موجب می‌شود با افزایش سرعت شناور نیروی لیفت هیدرودینامیکی نسبت به نیروی بویانسی به طرز قابل توجهی افزایش یابد. افزایش نیرو و ممان هیدرودینامیکی به طور کلی منجر به افزایش تدریجی زاویه تریم شناور و کاهش آب‌خور می‌شود که سهم نیروهای بویانسی را بیش از پیش کاهش خواهد داد. اگر خود را تنها به درجات آزادی هیو<sup>2</sup> و پیچ<sup>3</sup> مقید

1- Planing  
2- Heave  
3- Pitch

Please cite this article using:

M. Azizi Yengejeh, H. Mehdigholi, M.S. Seif, Modeling the forward accelerated motion of planing craft and its optimal control to minimize the time to reach final speed, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 263-274, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

چنین مکانیزم‌هایی برای تغییر زاویه تریم، در شناورهای تندرو کوچک و متوسط مجهز به سیستم رانش پروانه مغروق، نیمه‌مغروق یا واترجت به وفور یافت می‌شوند. در سیستم رانشی که نیروی تراست<sup>5</sup> آن توسط پروانه تامین می‌شود چنین مکانیزمی برای کنترل مستقیم جهت نیروی تراست در چیدمان بیرونی<sup>6</sup> (شکل 1-الف) برای موتور، اغلب وجود دارد. برای چیدمان درونی موتور نیز اگر از یک سیستم درایو پاشنه‌ای<sup>7</sup> (شکل 1-ب) یا سطحی (شکل 1-ج) استفاده شود امکان تغییر زاویه نیروی تراست نسبت به افق فراهم خواهد بود. استفاده از مکانیزم‌های فوق برای تنظیم مستقیم زاویه نیروی تراست به تنهایی یا به همراه سایر المان‌های جانبی ذکر شده امکان کنترل بهتر فرایند پلنینگ و سپس رسیدن به سرعت بیشینه را توسط هدایتگر شناور فراهم می‌کنند. امروزه سیستم‌های کنترل اتوماتیک نیز برای تنظیم زاویه تریم با الگوی تعریف شده توسط کاربر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

نحوه کنترل مناسب زاویه تریم از شناوری به شناور دیگر و در یک شناور با تغییر شرایط (همچون افزایش یا کاهش بار و توزیع آن) متفاوت بوده و به صورت تجربی حاصل می‌شود. دستورالعمل کلی این است که قبل از پلنینگ باید زاویه تریم شناور را تا جای ممکن پایین آورد. چنین حالتی در زوایای مثبت تراست (جهت آن به سمت بالا) و در کنترل توسط المانی چون تریم-تب در زوایای انحراف<sup>8</sup> بالا اتفاق می‌افتد. پس از پلنینگ و عبور از قله مقاومت باید به تدریج زاویه تریم شناور را کاهش داد. برای این منظور زاویه نیروی تراست را باید کاهش داده و به مقادیر منفی (جهت نیروی تراست به سمت پایین) رساند یا از زوایای انحراف کمتر برای تریم‌تب استفاده کرد. در این صورت دماغه شناور بالا آمده و آبخور شناور به تدریج کمتر می‌شود تا سرعت به راحتی افزایش یابد. افزایش زاویه تریم شناور تا رسیدن به شروع حرکات پورپوینگ می‌تواند ادامه داشته باشد. چنانچه ذکر شد اگر کنترل زاویه تریم شناور به درستی انجام نگیرد علاوه بر اینکه رسیدن به پلنینگ و سرعت ماکزیمم ممکن است با مشکل مواجه شود کلاً در طول حرکت شناور کارایی پایین آمده و مصرف سوخت بالاتر خواهد رفت. تنظیم درست زاویه تریم شناور در موارد خاص مانند شناورهای مسابقه‌ای یا نظامی که سرعت عمل و زمان، نقش حیاتی دارند بیشتر اهمیت پیدا می‌کند. در چنین مواردی هدف از کنترل زاویه تریم چیزی فراتر از موارد فوق است: شتاب حداکثر یا رسیدن به سرعت ماکزیمم در حداقل زمان ممکن. در این راستا تحقیق حاضر سعی دارد به این پرسش پاسخ دهد که زوایای اعمال شده به سیستم رانش و تریم-تب شناور پلنینگ (به ترتیب  $\varphi_p$  و  $\varphi_r$ ) را در حین شتابگیری آن از حالت سکون چگونه باید تغییر داد تا در حداقل زمان ممکن به سرعت نهایی برسد و این زمان در حالت ایده‌آل چقدر است. در واقع ما با مطرح کردن این پرسش به دنبال جواب بهینه برای یک مسئله کنترلی با تابع هدف زمان می‌باشیم چیزی که موضوع دسته خاصی از مسائل در تئوری کنترل بهینه است. در این تحقیق سوال فوق‌الذکر برای اولین بار در چهارچوب یک مسئله کنترل بهینه طرح و فرموله شده و برای نمونه‌هایی از شناورهای پلنینگ تک بدنه و کاتاماران پاسخ داده می‌شود.

کاربرد دانش کنترل بهینه در حوزه کنترل حرکت شناورها به چند دهه قبل برمی‌گردد. فوزن در دو کتاب خود [4,5] کاربردهایی از تئوری کنترل بهینه در مانور و حفظ مسیر، کاهش حرکات رول و نیز تثبیت موقعیت

کل ممکن است حتی اندکی کمتر از نیروی بویانسی صرف (در همان زاویه تریم) باشد. در انتهای این مد پاشنه تخت کاملاً در معرض هواست [1].

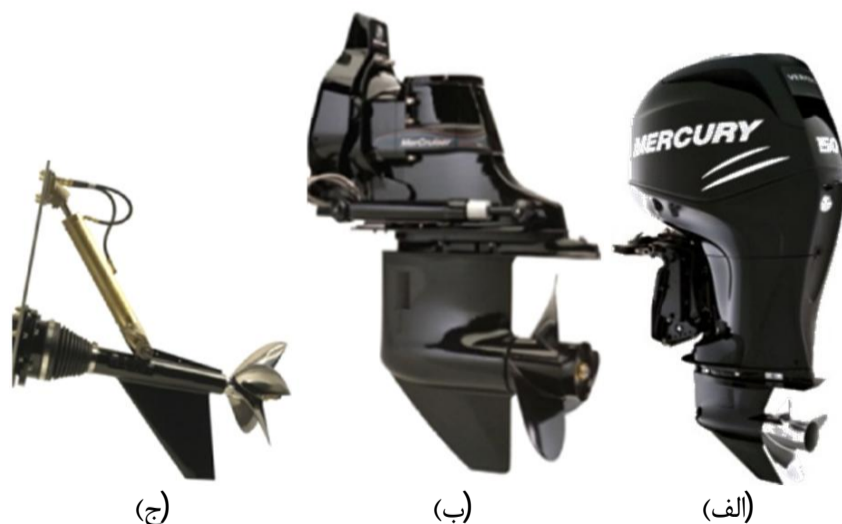
2- در اعداد فرود عرضی بین 0/5 و 1/5 نیروی لیفت هیدرودینامیکی به تدریج ظاهر شده و بخشی از وزن را تحمل می‌کند. در این حالت فرایند پلنینگ که همراه با کاهش آبخور و افزایش زاویه تریم است شروع می‌شود.

3- در اعداد فرود عرضی بالاتر از 1/5 نیروی لیفت هیدرودینامیکی و ممان آن به اندازه کافی بزرگ شده است به نحوی که برخاستگی مرکز جرم و افزایش زاویه تریم، دماغه را از آب خارج می‌کنند و جدایش کامل جریان در چنین مشاهده می‌شود. با افزایش کافی سرعت در این مد، زاویه تریم در عدد فرود عرضی حدوداً بین 2 و 3 معمولاً به مقدار بیشینه‌ای رسیده و دوباره کاهش پیدا می‌کند. شناور در این نقطه یک قله را در مقاومت تجربه می‌کند. عبور از این قله برای ادامه افزایش سرعت شناور حیاتی است. با افزایش بیشتر سرعت، مقاومت شناور دوباره روند صعودی خواهد داشت تا با توجه به نیروی رانش موجود سرعت شناور به یک سرعت ماکزیمم برسد.

باید توجه داشت ورود و خروج دماغه به آب در حین فرایند شتابگیری شناور پلنینگ شدیداً وابسته به زاویه تریم و آبخور اولیه شناور می‌باشد. معیاری که معمولاً برای اطمینان از خارج بودن دماغه از آب لحاظ می‌شود  $L_K < LWL$  یا در حالت محتاطانه‌تر  $L_K < 0.9LWL$ ، طول خیس شده کیل<sup>1</sup> و  $LWL$  آبخور اولیه است [1,3]. با معیار  $L_K < LWL$  مثلاً برای شناوری از سری 62 با نسبت طول به عرض 2 و زاویه دررایز<sup>2</sup>  $12/5$  در  $LCG$  کمتر از حدوداً 38%  $LWL$ ، دماغه هیچ‌گاه در آب فرو نرفته است اما برای همین شناور در  $LCG$  حدوداً 50%  $LWL$ ، دماغه غیر از محدوده باریکی اطراف عدد فرود حجمی 3 همواره در آب بوده است [1].

تنظیم مناسب زاویه تریم شناور نقش بسزایی در فرایند فوق از شروع حرکت تا رسیدن به سرعت ماکزیمم دارد. زاویه تریم نامناسب که در ساده‌ترین حالت ممکن است در اثر تغییرات موقت میزان بار و توزیع آن بر روی شناور اتفاق بیفتد ممکن است امکان پلنینگ و افزایش سرعت یا حتی عبور از قله مقاومت را از شناور سلب کند و در سرعت‌های بالاتر منجر به ناپایداری‌هایی مانند پورپوینگ<sup>3</sup> شود.

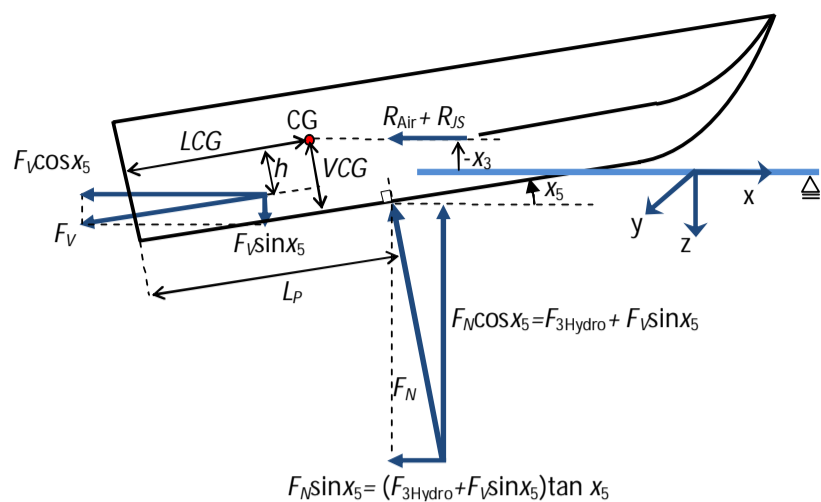
اما زاویه تریم شناور چگونه کنترل می‌شود؟ برای تنظیم زاویه تریم شناور ممان مورد نیاز را، می‌توان به وسیله تغییر مستقیم زاویه نیروی رانش نسبت به افق یا به صورت غیرمستقیم توسط یک المان جانبی مانند تریم‌تب، هیدروفویل یا اینترسپتور<sup>4</sup> ایجاد کرد.



شکل 1 انواع درایوهای موجود برای قایق‌های تندرو با قابلیت تغییر زاویه نسبت به افق

5- Thrust  
6- Outboard  
7- Sterndrive  
8- Deflection

1- Keel  
2- Deadrise  
3- Porpoising  
4- Interceptor



شکل 2 دستگاه مختصات مورد استفاده، برخی تعاریف هندسی و مولفه‌های نیرویی وارد از طرف سیال آب به بدنه

$$F_{3Hydro} = 0.5 C_{L\beta} \rho u^2 B_T^2 \quad (2)$$

$$C_{L\beta} = C_{L0} - 0.0065\beta C_{L0}^{0.6} \quad (3)$$

$$C_{L0} = \left( \frac{180x_5}{\pi} \right)^{1.1} (0.012\lambda_m^{0.5} + 0.0055 \frac{\lambda_m^{2.5}}{C_v^2}) \quad (4)$$

$$\lambda_m = \frac{0.5(L_K + L_C)}{B_T} + 0.03 \quad (5)$$

$$L_P = \lambda_m B_T \left[ 0.75 - (5.21 \frac{C_v^2}{\lambda_m^2} + 2.39)^{-1} \right] \quad (6)$$

در این روابط ضریب لیفت،  $\rho$  چگالی آب،  $u$  سرعت شناور،  $C_{L0}$  ضریب لیفت برای زاویه ددرایز صفر،  $\beta$  زاویه ددرایز بر حسب درجه،  $\lambda_m$  نسبت طول خیس شده متوسط به عرض شناور،  $L_C$  طول خیس شده چاین،  $LCG$  فاصله مرکز جرم تا پاشنه در راستای خط کیل،  $VCG$  فاصله مرکز جرم تا خط کیل و پارامتری بر حسب  $\beta$  می‌باشند.  $\lambda_m$  بر حسب  $L_C$  و  $L_K$  تعریف می‌شود اما می‌توان آن را بر حسب  $x_3$  و  $x_5$  به صورت زیر تخمین زد [14].

$$L_K = LCG + \frac{VCG}{\tan x_5} + \frac{x_3}{\sin x_5} \quad (7)$$

$$L_C = L_K - \frac{0.5 B_T \tan \beta}{\left[ x_5 \left( 1 + \frac{z_{max}}{V_t} \right) \right]} \quad (8)$$

$$\frac{z_{max}}{V_t} = -2 \times 10^{-6} \beta^3 - 7 \times 10^{-5} \beta^2 - 10^{-3} \beta + 0.575 \quad (9)$$

روابط سویتسکی در محدوده زاویه تریم 2 تا 15 درجه و  $\lambda_m < 4$  اعتبار دارند. از طرف دیگر این روابط اگر چه در محدوده وسیعی از عدد فرود عرضی ( $0/6 \leq C_v \leq 13$ ) کاربرد دارند اما با فرض خارج بودن کامل دماغه از آب به دست آمده‌اند. بر مبنای این روابط سویتسکی در سال 1964 روش مشخصی را برای محاسبه توان مورد نیاز و کارایی شناور ارائه داده است.

سویتسکی و همکاران در تحقیق اخیر خود [3] اثر درگ ویسکوز ناشی از جت اسپری را همچون مقاومت هوا بر روی مقاومت کل شناور لحاظ کردند و دقت مقادیر محاسبه شده برای مقاومت شناور پلنینگ-که غالباً کمتر از مقادیر اندازه‌گیری شده توسط آزمایش‌های متعدد بود- را بهبود دادند. ایشان با محاسبه مقاومت از روش جدید بر روی شناورهای مختلف که داده‌های تجربی آنها موجود بود نشان دادند در سرعت‌های بالاتر مجموع سهم مولفه مقاومتی ناشی از جت اسپری  $R_{JS}$  و مقاومت هوا  $R_{Air}$  ممکن است تا حدود 20% مقاومت کل نیز افزایش یابد. در تحقیق حاضر اثر جت اسپری و مقاومت هوا همچون مرجع [3] لحاظ شده است. با محاسبه درگ ویسکوز  $F_V$  در ناحیه فشار از روابط تجربی موجود مانند ITTC-57 نیروی مقاومت و ممان پیچ حول مرکز جرم با توجه به شکل 2 از روابط زیر به دست خواهند آمد.  $h_V$  بازوی نیروی ویسکوز  $F_V$  می‌باشد و می‌توان آن را با  $h_V = VCG - 0.25 \frac{B_T}{\tan \beta}$  تخمین زد. در اینجا ممانی برای  $R_{JS} + R_{Air}$  لحاظ نشده است.

$$F_{1Hydro} = -[F_V \cos x_5 + (F_{3Hydro} + F_V \sin x_5) \tan x_5 + R_{Air} + R_{JS}] \quad (10)$$

دینامیکی کشتی‌ها و سازه‌های دریایی را ذکر کرده است. در مورد شناورهای تندرو افرادی همچون کیم و یاماتو [6,7] و بای و کیم [8] از این تئوری برای کنترل حرکات شناورهای مجهز به هیدروفویل مغروق استفاده کرده‌اند. افرادی دیگری مانند السوانوس و همکاران [9] و میلاندی [10] از این تئوری برای مینیمم کردن حرکات هیو و پیچ یک کاتاماران پرسرعت با کنترل فعال دو هیدروفویل جلو و عقب در امواج بهره برده‌اند. سالاریه و قربانی [11] یک روش کنترل بهینه مستقیم را برای بهینه کردن مسیر حرکت یک شناور پلنینگ در صفحه عرضی به کار برده‌اند. ژی و سان [12] از کنترل بهینه تریم‌تب برای بهبود خواص پایداری شناور پلنینگ استفاده کرده‌اند. کریمی و همکاران [13] از کنترل بهینه پیاده شده بر روی اینرسی‌تور برای کاهش حرکات قائم شناور پلنینگ در آب آرام و موج منظم استفاده کرده‌اند.

چنانچه از تحقیقات فوق مشخص می‌شود کاربرد کنترل بهینه به مسائل مشخص و استاندارد در حوزه مانور و دریامانی شناورها محدود می‌شود. تحقیق حاضر در واقع گامی است در جهت معرفی کاربرد جدیدی از تئوری کنترل بهینه که در حوزه بهبود عملکرد شناورهای تندرو طرح می‌شود. پرورش بیشتر چنین ایده‌ای نهایتاً می‌تواند در عمل به طراحی و ساخت یک سیستم کنترلی هوشمند برای تنظیم بهینه موقعیت حرکتی شناورهای پلنینگ با اهداف تعریف شده از ابتدای شروع به حرکت تا رسیدن به سرعت مورد نظر و پس از آن، در شرایط مختلف بارگذاری و محیطی منجر شود. بار عمده حل مسئله، تهیه یک مدل وابسته به زمان برای فاز شتاب‌گیری شناور است. در ادامه به این مدل می‌پردازیم.

## 2- تهیه مدل دینامیکی

رسالت اصلی ما در این بخش، ارائه مدل‌هایی برای محاسبه نیروها و ممان وارد از طرف سیال آب، هوا، سیستم رانش و المان کنترلی به بدنه است. با داشتن این مدل‌ها از روی قانون دوم نیوتن می‌توان معادلات حرکت را در سه درجه آزادی مورد مطالعه به دست آورد. گام بعدی حل این معادلات دیفرانسیل غیرخطی در حوزه زمان است که در این بخش به آن نیز اشاره خواهد شد.

### 2-1- مدل نیروها و ممان هیدرودینامیکی وارد بر بدنه

در اینجا سهم هیدرودینامیکی نیروها و ممان از روش سویتسکی حساب می‌شود و سهم آیرودینامیکی که خود شامل بخش وارد بر قسمت فوقانی شناور و بخش ناشی از جریان هوا زیر بدنه‌های کاتاماران است به صورت مجزا لحاظ خواهد شد.

محور مختصات را مطابق شکل 2 در سطح آب آرام و متصل به زمین در نظر می‌گیریم. کلیه کمیت‌ها و معادلات در این دستگاه مختصات اینرسی بیان می‌شوند. در این قسمت نیروها و ممان هیدرودینامیکی که شامل مقاومت  $F_{1Hydro}$ ، لیفت  $F_{3Hydro}$  و ممان پیچ  $F_{5Hydro}$  حول مرکز جرم می‌باشند به صورت توابعی به شکل رابطه (1) در نظر گرفته می‌شوند.

$$F_{iHydro} = f_{iHydro}(u, x_3, x_5) \quad i = 1, 3, 5 \quad (1)$$

در ورودی این توابع چنانچه در شکل 2 نشان داده شده است  $x_3$  مختصات قائم مرکز جرم شناور از سطح آب آرام،  $x_5$  زاویه تریم لحظه‌ای شناور بر حسب رادیان و  $u$  سرعت پیشروی شناور در جهت  $x$  می‌باشند.

در سرعت پیشروی ثابت  $u$ ، سویتسکی [2] برای محاسبه نیروی لیفت وارد از طرف آب بر بدنه منشوری (با زاویه ددرایز ثابت) و فاصله طولی مرکز فشار تا پاشنه  $L_P$  روابط تجربی زیر را ارائه کرده است.



شناورهای پلنینگ تک بدنه وجود دارد. در مورد کاتاماران‌های پلنینگ به دلیل امکان جریان هوا از تونل میان نیم‌بدنه‌ها و فشار مثبت آیرودینامیکی در این تونل نقش نیروهای آیرودینامیکی افزون‌تر می‌شود. به طور خاص در کاتاماران‌های فوق سریع و مسابقه‌ای (شکل 3) با بهینه‌سازی شکل آیرودینامیکی سازه فوقانی و تونل میان دو نیم‌بدنه از اثر باله نزدیک سطح<sup>2</sup> برای ایجاد لیفت اضافه استفاده می‌شود. در چنین شناورهایی، با اتخاذ چنین تدابیری سهم نیروی لیفت آیرودینامیکی حتی از لیفت هیدرودینامیکی ممکن است فراتر رود و در سرعت نامی، 30 تا 80 درصد وزن کل شناور توسط نیروی آیرودینامیکی تحمل می‌شود [18].

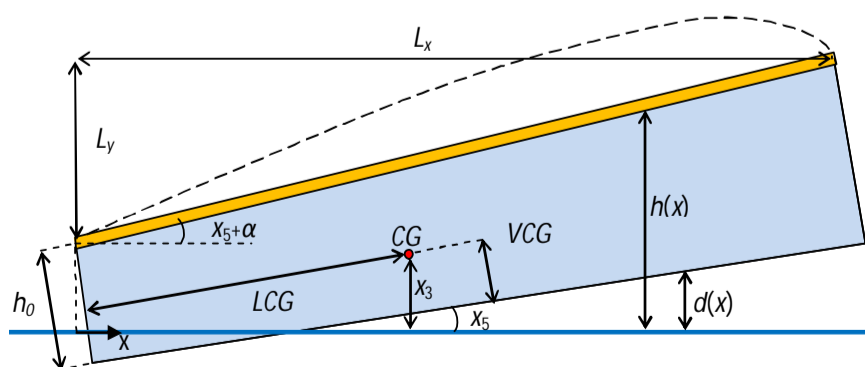
نیروها و ممان آیرودینامیکی وارد بر قسمت خارج از آب بدنه بستگی به شکل دماغه و سازه فوقانی دارد. این بخش از نیروها و ممان آیرودینامیکی در اینجا به صورت ساده با محاسبه تقریبی سطح خشک بدنه از روی وضعیت حرکتی شناور و در نظر گرفتن ضرایب لیفت و درگ و ممان مناسب برای این قسمت‌ها محاسبه می‌شود. برای بخش مربوط به فشار آیرودینامیکی در تونل کاتاماران‌ها از مدلی یک بعدی مبتنی بر یک تئوری اثر سطحی [19] که در ادامه به آن اشاره می‌کنیم استفاده شده است. در نهایت برآیند نیروها و ممان به صورت توابعی به شکل رابطه (14) در نظر گرفته می‌شوند.

$$F_{iAero} = f_{iAero}(u, x_3, x_5) \quad i = 1, 3, 5 \quad (14)$$

با لحاظ فرض شبه‌پایا چنانکه در مورد نیروهای هیدرودینامیکی نیز وجود داشت در هر گام زمانی باید جریان به صورت پایا حل شود. در این حالت معادله پیوستگی برای جریان زیر باله تخت با صفحات کناری (شکل 4) به صورت رابطه (15) خواهد بود و می‌توان از حل این معادله، سرعت جریان پایا زیر باله را بر حسب فاصله طولی،  $u_s(x)$  به دست آورد. زیرنویس  $s$  برای کمیت‌ها به مقدار پایا اشاره دارد. سپس از رابطه برنولی (16) می‌توان توزیع فشار نسبی زیر باله را حساب کرد. در رابطه (15) تابع  $\text{sign}$  به منظور اعمال جهت صحیح جریان ناشی از زیر تونل به بیرون یا از بیرون به داخل زمانی که به ترتیب فشار زیر تونل بیشتر یا کمتر از فشار اطراف است اضافه شده است. در این روابط  $\rho_a$  چگالی هوا،  $U_s$  سرعت شبه‌پایای شناور و  $L_s$  عرض باله است. محور مختصات برای این معادلات و سایر توابع و کمیت‌های هندسی طبق شکل 4 است. فرض می‌شود سطح اولیه آب بدون تغییر باقی بماند.



شکل 3 کاربرد کاتاماران‌های پلنینگ در شناورهای مسابقه‌ای



شکل 4 تعاریف هندسی مربوط به مدل آیرودینامیکی

$$F_{5Hydro} = \frac{(F_{3Hydro} + F_V \sin x_5)}{\cos x_5} \times (L_P - LCG) - F_V h_V \quad (11)$$

برای حالتی که دماغه هنوز کاملاً از آب خارج نشده سویتسکی و براون [1] رابطه‌ای رگراسیونی برای محاسبه مقاومت در محدوده فرود حجمی 1 تا 2 ارائه کرده‌اند. استفاده از این رابطه در اینجا (برای شناورهای مورد بررسی) موجب ناپیوستگی در مقاومت و وضعیت حرکتی<sup>1</sup> شناور هنگام تبدیل به روش سویتسکی [2] برای  $L_K < LWL$  می‌شد لذا در این تحقیق از آن استفاده نشده و فرض شده است طول شناور و موقعیت  $LCG$  به گونه‌ای است که در زمان شتابگیری، دماغه همواره بیرون از آب می‌باشد.

باید توجه داشت روش سویتسکی که در اینجا به کار رفته است بیشتر به عنوان روشی برای استفاده در حالت پلنینگ با چاین خیس شناخته می‌شود اما در اینجا با لحاظ تغییرات عرض خیس شده برای حالت چاین خشک نیز استفاده شده است. در مقایسه‌ای که پابن [15] در مورد رابطه سویتسکی برای لیفت دینامیکی در حالت چاین خشک (با لحاظ تغییرات عرض خیس شده) با تئوری خود - که آن در توافق رضایت‌بخشی با برخی داده تجربی محدود بوده - انجام داده به طور کلی اختلاف، قابل توجه بوده است اما برای زاویه دراز 10 تا 15 و زاویه تریم 4 تا 10 درجه این اختلاف به حداقل رسیده و حدوداً کمتر از 15% است.

در مورد کاتاماران‌های پلنینگ مستقیماً نمی‌توان از روابط تجربی فوق استفاده کرد. در این راستا لئو و وانگ [16] با وارد کردن پارامتر  $A_i$  به معادلات سویتسکی اثر هیدرودینامیکی نیم‌بدنه‌ها بر هم را لحاظ کردند تا با استفاده از همان عرض آب‌خور واقعی  $B_T$  (شامل عرض تونل میان نیم‌بدنه‌ها) بتوان از شکل عمومی‌تر معادلات (4) و (6) به صورت زیر استفاده کرد. بنابراین در استفاده از این روابط  $\lambda_m$  و  $C_v$  بر اساس  $B_T$  و نیروی لیفت از همان رابطه (2) محاسبه می‌شوند.

$$C_{L0} = \left(180 \frac{x_5}{\pi}\right)^{1.1} r_i^{1.5} \left(0.012 \frac{\lambda_m^{0.5}}{A_i} + 0.0055 \frac{A_i \lambda_m^{2.5}}{C_v^2 r_i}\right) \quad (12)$$

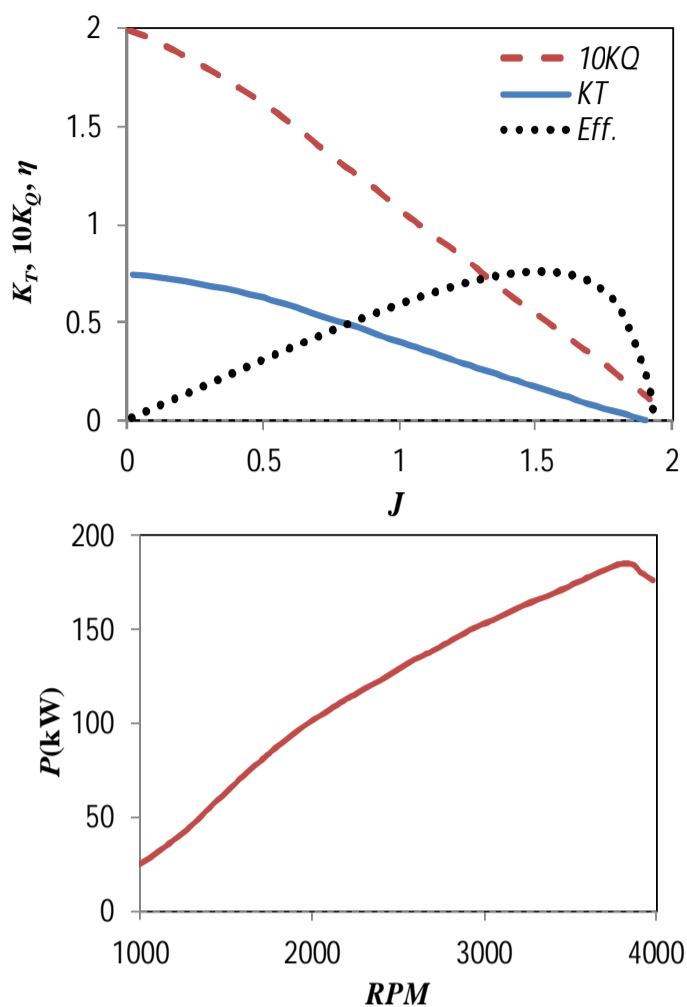
$$L_P = \lambda_m B_T \left\{0.75 - \left[5.21 \frac{C_v^2 r_i}{(A_i \lambda_m)^2} + 2.39\right]^{-1}\right\} \quad (13)$$

$r_i$  نسبت مجموع عرض دو نیم‌بدنه به عرض واقعی شناور است.  $A_i$  که در حالت تئوری عددی بین 1 و 1/4 است به عواملی چون سرعت، زاویه تریم و طول خیس شده وابسته است.

در مدل هیدرودینامیکی و محاسبه نیروهای وارد از طرف سیال از ترم-های نیرویی ناشی از شتاب و سرعت شناور در درجات آزادی هیو و پیچ به دلیل اهمیت کم برای مقصدمان صرف نظر کرده‌ایم. در این تحقیق همچنین حرکت شتابدار تنها در جهت پیشروی شناور در نظر گرفته شده و جرم افزوده در اثر شتاب در این راستا ( $a_{11}$ ) در معادلات لحاظ شده می‌شود. در مورد فوق، جرم افزوده از نسبت مقاومت افزوده (نسبت به حالت سرعت ثابت) به شتاب جسم در آن سرعت به دست می‌آید و معیاری از بزرگی اثرات شتاب از این جهت است. مقدار محاسبه شده برای این کمیت در تحقیق تجربی کاتایاما و ایکدا [17] برای بدنه پلنینگ مورد آزمایش حدوداً 0/06 جرم آن بوده است که در اینجا نیز از این عدد استفاده شده است.

## 2-2- مدل نیروها و ممان آیرودینامیکی وارد بر بدنه

در شناورهای پلنینگ به دلیل افزایش سرعت که توام با کاهش سطح آب‌خور و ایجاد زاویه تریم هست سهم نیروهای آیرودینامیکی به طرز قابل توجهی ممکن است بالاتر رود. بخشی از این نیروها به قسمت خارج از آب بدنه شامل دماغه و سینه خشک و همچنین سازه فوقانی مربوط می‌شود که در



شکل 5 منحنی‌های عملکردی یک نمونه پروانه و موتور در حالت بار کامل

از تاثیر تغییرات زاویه محور پروانه بر عملکرد آن در اینجا صرف نظر می‌شود. برای محاسبه نیروی تراست از منحنی گشتاور تحویلی از طرف موتور و منحنی‌های عملکردی آب باز پروانه (با اعمال تصحیحات مربوطه برای لحاظ کردن اثر ویک بدنه) استفاده شده است. لازم به ذکر است که دور پروانه در حین شتابگیری شناور ثابت نبوده و در ضمن الگوریتم محاسبه تراست تعیین می‌شود.

باید توجه داشت زمانی که سیستم رانش کار می‌کند به خاطر تغییر توزیع فشار در عقب بدنه، معمولاً شناور مقاومت بیشتری را تجربه می‌کند [14]. این اثر با ضریبی به نام کسر تراست  $t_p$  بیان می‌شود. در این تحقیق به دلیل شتاب رو به جلوی شناور این ضریب با تقسیم  $F_{1Hydro}$  به  $(1 - t_p)$  اعمال شده است.  $t_p$  در اینجا 0/08 انتخاب شده است [20].

الگوریتم محاسبه نیروی تراست در زیر آمده است.

1- ابتدا منحنی گشتاور ورودی به پروانه بر حسب دور با اعمال نسبت تبدیل گیربکس به منحنی گشتاور موتور و لحاظ یک بازده مکانیکی برای درایو  $\eta_E$  (در اینجا برابر 95%) به دست آمده است. فرض شده است در طول شتابگیری قایق، موتور در حالت درجه سوخت کاملاً باز کار می‌کند.

2- منحنی گشتاور مورد نیاز پروانه از روی منحنی  $K_Q$  آن (شکل 5) به دست آمده است. در واقع در هر دور، ضریب پیشروی از رابطه (21) محاسبه و مقدار  $K_Q$  معادل در منحنی عملکردی آب باز پروانه از رابطه (22) به گشتاور تبدیل شده است. در این روابط  $D_{prop}$  قطر پروانه و  $n$  دور لحظه‌ای آن بر ثانیه است. ضریب  $\bar{\omega}$  کسر ویک متوسط<sup>4</sup> بدنه در صفحه پروانه است که مقدار تقریبی آن در اینجا 0/04 لحاظ شده است [20].  $\eta_R$  نیز بازده چرخشی است که به دلیل عدم یکنواخت بودن جریان ورودی به پروانه (نسبت به شرایط آب باز) به کار می‌رود. مقدار  $\eta_R$  در اینجا 1/05 انتخاب شده است [14].

3- محل تقاطع دو منحنی به دست آمده در مرحله 1 و 2 برای محاسبه دور پروانه در آن سرعت پیشروی شناور به کار رفته است.

$$\frac{d}{dx} [h_s(x)u_s(x)] + \frac{2d_s(x)}{L_s} \text{sign}(U_s^2 - u_s^2(x)) \sqrt{U_s^2 - u_s^2(x)} = 0, u_s(0) = -U_s \quad (15)$$

$$p_s(x) = \frac{1}{2} \rho_a \times [U_s^2 - u_s^2(x)] \quad (16)$$

با محاسبه درگ فشاری و مرکز اثر آن از طریق انتگرال گیری از توزیع فشار زیر باله (در اینجا سقف تونل) و لحاظ ضریب درگ اصطکاکی از روابط تجربی می‌توان ضرایب درگ  $C_x$ ، لیفت  $C_y$  و ممان آیرودینامیکی  $M_z$  را به دست آورد. سپس نیروها و ممان آیرودینامیکی از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$F_{1Aero} = -0.5 \rho_a U_s^2 (S_w C_x + S_{xa,hull} C_{xa,hull}) \quad (17)$$

$$F_{3Aero} = 0.5 \rho_a U_s^2 (S_w C_y + S_{ya,hull} C_{ya,hull}) \quad (18)$$

$$F_{5Aero} = 0.5 \rho_a U_s^2 L_x (S_w M_z + S_{za,hull} M_{za,hull}) \quad (19)$$

$S_w = L_x L_x$  در معادلات فوق سطح موثر باله است. جمله دوم در سمت راست روابط فوق برای وارد کردن سهم قسمت بیرون از آب شناور شامل دماغه و سازه فوقانی از نیروها و ممان آیرودینامیکی و کلاً اثراتی که در جمله اول دیده نشده اضافه شده است. برای مثال در این جمله  $S_{xa,hull}$  سطح موثر و  $C_{xa,hull}$  ضریب درگ برای محاسبه مقاومت هوا بدین منظور است.

در صورتی که قسمت پشتی باله با سطح آب تماس پیدا کند (برخورد سقف تونل بین دو نیم بدنه با سطح آب) به دلیل انسداد جریان هوا از دیدگاه سیالاتی حالت سکون<sup>1</sup> پیش می‌آید و سرعت هوا نسبت به شناور در طول کانال صفر خواهد شد. در این حالت نیروی هیدروینامیکی وارد بر بخش خیس باله همانند بدنه‌ای با زاویه ددرایز صفر و طول خیس شده آن طبق مرجع [2] محاسبه می‌شود. برای قسمت خشک باله در حالت انسداد جریان، سرعت جریان هوا در طول کانال صفر و فشار هوا برابر فشار سکون خواهد بود.

### 2-3- مدل نیروها و ممان وارد از طرف سیستم رانش به بدنه

سعی شده است در این قسمت کل مجموعه سیستم رانش شامل موتور، درایو و پروانه به نحو ساده‌شده‌ای مدل شوند. منحنی‌های عملکردی آب باز<sup>2</sup> پروانه شامل ضریب تراست  $K_T$ ، ضریب گشتاور  $K_Q$  و بازده  $\eta$  بر حسب ضریب پیشروی  $J$  و همچنین منحنی توان موتور بر حسب دور آن در بار کامل در شکل 5 نشان داده شده‌اند. از یک درایو پاشنه‌ای با قابلیت تغییر زاویه نیروی تراست نسبت به افق برای انتقال قدرت موتور به پروانه استفاده شده است.

هدف ما در این قسمت به دست آوردن توابع  $f_{ip}$  در رابطه (20) بر حسب متغیرهای  $u, x_3, x_5, \varphi_p$  می‌باشد.  $F_{1P}, F_{3P}, F_{5P}$  به ترتیب نیروی افقی، نیروی قائم و ممان پیچ وارد از طرف سیستم رانش به بدنه هستند. علاوه بر نیروی تراست ناشی از پروانه، نیروی وارد بر درایو نیز در نظر گرفته شده است. نیروی  $F_{1P}$  شامل مولفه افقی نیروی تراست پروانه منتهای مقاومت قسمت زیر آب از درایو، نیروی  $F_{3P}$  شامل مجموع مولفه قائم نیروی تراست پروانه و نیروی لیفت وارد از طرف آب به درایو در اثر اعمال زاویه به آن و  $F_{5P}$  ممان تمام این نیروها حول مرکز جرم شناور می‌باشد.  $N_p$  تعداد مجموعه موتور و درایو به کار رفته به عنوان سیستم رانش شناور است.

$$N_p F_{ip} = f_{ip}(u, x_3, x_5, \varphi_p) \quad i = 1, 3, 5 \quad (20)$$

$\varphi_p$  زاویه کنترلی اعمال شده به درایو سیستم رانش نسبت به بدنه (مثبت در خلاف جهت عقربه ساعت) است. در اینجا از تاثیر عمق آب بر عملکرد پروانه صرف نظر می‌شود لذا کمیت  $x_3$  که به آب‌خور شناور مرتبط می‌شود در محاسبات وارد نمی‌شود و  $\varphi_p + x_5$  به عنوان زاویه محور پروانه (یا راستای اثر نیروی تراست) نسبت به جهت پیشروی شناور برای به دست آوردن مولفه‌های افقی و قائم نیروی تراست به کار می‌رود.

3- Thrust Deduction  
4- Average Wake Fraction

1- Stagnation  
2- Open Water



نسبت به جریان حساب می‌شوند. محل اثر بر این نیروها نیز در اینجا نقطه  $C_2$  در شکل 6 (مرکز محفظه شافت پروانه) در نظر گرفته شده است. اگر مولفه افقی و قائم نیروی وارد شده را با  $F_{1A}$  و  $F_{3A}$  نشان دهیم در نهایت داریم:

$$F_{1P} = T_P \cos(\varphi_P + \chi_5) - F_{1A} \quad (24)$$

$$F_{3P} = F_{3A} + T_P \sin(\varphi_P + \chi_5) \quad (25)$$

$$F_{5P} = T_P \cos(\varphi_P + \chi_5) L_{ZP} - F_{3A} L_{XA} - T_P \sin(\varphi_P + \chi_5) L_{XP} - F_{1A} L_{ZA} \quad (26)$$

در رابطه فوق  $L_{XA}$ ،  $L_{XP}$  و  $L_{ZA}$  مطابق شکل 6 می‌باشند که با توجه به زاویه تریم شناور و زاویه اعمال شده به درایو در هر لحظه تعیین می‌شوند.

#### 2-4- مدل نیروها و ممان وارد از طرف المان کنترلی به بدنه

برای مثال اگر تریم تب به عنوان المان کنترلی انتخاب شود از روابط تجربی براون [23] که برای محاسبه درگ  $F_{1T}$ ، لیفت  $F_{3T}$  و نیز ممان  $F_{5T}$  اضافه شده بر بدنه منشوری (نسبت به حالت بدون تریم تب) در سرعت و زاویه انحراف ثابت  $\varphi_T$  ارائه شده‌اند می‌توان استفاده کرد. در این صورت مدل نیرویی المان کنترلی توابعی به صورت رابطه (27) می‌باشد.

$$N_T F_{iT} = f_{iT}(u, \chi_5, \varphi_T) \quad i = 1, 3, 5 \quad (27)$$

در رابطه فوق  $N_T$  تعداد تریم تب به کار رفته است.  $F_{1T}$ ،  $F_{3T}$  و  $F_{5T}$  پس از تبدیل واحد به سیستم SI از روابط (28) تا (30) به دست می‌آیند. در این روابط  $B$  عرض صفحه برا یا  $0.5 \frac{B_T}{\cos \beta}$ ،  $L_T$  طول تریم تب در راستای طولی شناور (شکل 6) و  $\sigma$  نسبت عرض تریم تب به عرض صفحه برا می‌باشند. این روابط که برای  $L_T$  تا 10% طول خیس شده متوسط، زوایای  $\varphi_T$  و  $\chi_5$  صفر تا به ترتیب 15 و 10 درجه و اعداد فرود عرضی 2 تا 7 اعتبارسنجی شده‌اند در اینجا با تقریب برای اعداد فرود پایین تر نیز به کار رفته‌اند.

$$F_{3T} = 0.5 \times (1.94 \times 10^{-3} \rho) \times (0.046 \varphi_T) \times L_T \sigma B \times (3.28u)^2 = 0.00048 \rho \varphi_T L_T \sigma B u^2 \quad (28)$$

$$F_{1T} = -0.0052 \times F_{3T} \times \frac{180}{\pi} \times (\chi_5 + \varphi_T) = 0.298 F_{3T} (\chi_5 + \varphi_T) \quad (29)$$

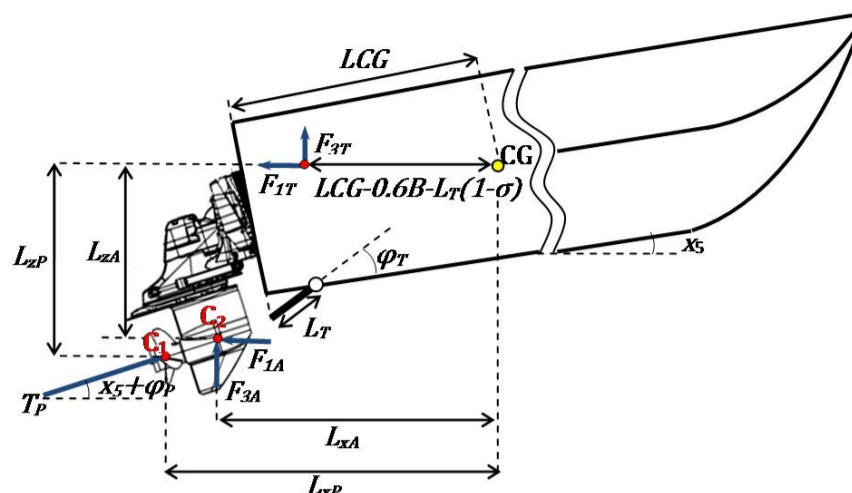
$$F_{5T} = -F_{3T} \times [LCG - 0.6B - L_T(1 - \sigma)] \quad (30)$$

#### 2-5- الگوریتم حل مدل دینامیکی در حوزه زمان

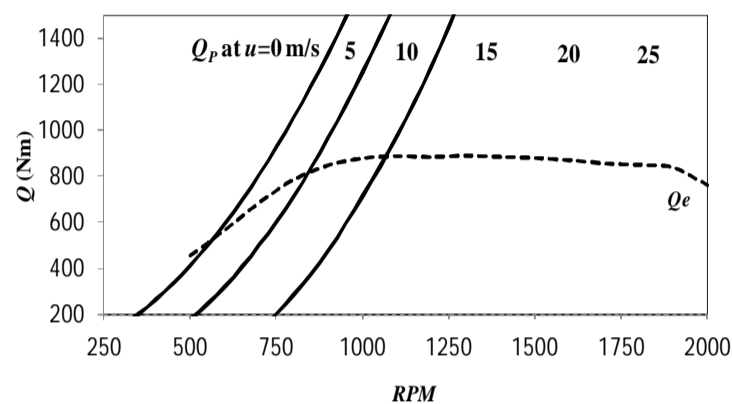
با داشتن نیروها و ممان‌های به دست آمده از بخش‌های قبل می‌توان معادلات حرکت جسم صلب برای بدنه را با یک رویکرد شبه پایا در حوزه زمان حل کرده و از روی قانون دوم نیوتن در سه درجه آزادی مورد مطالعه شتاب، سرعت و جابجایی‌ها را به دست آورد. شبه پایا بدین معنی که در هر گام زمانی وضعیت بدنه را پایا و سرعت پیشروی آن را ثابت در نظر می‌گیریم تا بتوانیم از مدل‌های مذکور نیروها را حساب کنیم. زیرا چنانچه ذکر شد کلیه مدل‌های نیرویی در شرایط پایا به دست آمده‌اند. به عبارت دیگر اگرچه حرکات شناور وابسته به زمان بوده و به وسیله حل معادلات حرکت در حوزه زمان تعیین می‌شوند اما در هر گام زمانی کوچک وضعیت پایا است. به عنوان فرض مهم دیگر، به دلیل تغییرات آهسته تریم و آب‌خور و ناچیز بودن اثرات شتاب در درجات آزادی هیو و پیچ، معادله حرکت شتابدار تنها در راستای حرکت شناور در نظر گرفته شده و در دو درجه آزادی دیگر تنها تعادل استاتیکی در هر لحظه اعمال می‌شود. پس در هر گام زمانی سه مجهول  $u$ ،  $\chi_3$  و  $\chi_5$  و سه معادله زیر را داریم:

$$(m + a_{11})\dot{u} = f_{1Hydro}(u, \chi_3, \chi_5) + f_{1Aero}(u, \chi_3, \chi_5) + f_{1P}(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_P) + f_{1T}(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_T) = \bar{f}_1(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_P, \varphi_T) \quad (31)$$

$$0 = f_{3Hydro}(u, \chi_3, \chi_5) + f_{3Aero}(u, \chi_3, \chi_5) + f_{3P}(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_P) + f_{3T}(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_T) - mg = \bar{f}_3(u, \chi_3, \chi_5, \varphi_P, \varphi_T) \quad (32)$$



شکل 6 محل اثر نیروهای ناشی از سیستم رانش و تریم تب و تعاریف هندسی



شکل 7 منحنی گشتاور تحویلی به پروانه از طرف موتور و گیربکس به همراه منحنی گشتاور مورد نیاز پروانه در سرعت‌های مختلف شناور

4- با فرض معادل بودن تراست  $T_P$  [21]<sup>1</sup>، ضریب پیشروی از رابطه (21) و نیروی تراست  $T_P$  (پس از به دست آوردن  $K_T$  پروانه از روی نمودار عملکرد آب باز آن) از رابطه (23) محاسبه شده‌اند. جهت نیروی تراست در راستای محور پروانه و محل اثر آن مرکز پروانه (نقطه  $C_1$  در شکل 6) در نظر گرفته شده‌اند که با تغییر زاویه درایو با توجه به هندسه موجود تغییر می‌کنند.

$$J = \frac{(1 - \bar{\omega})u}{nD_{prop}} \quad (21)$$

$$Q_p = \frac{\rho n^2 D_{prop}^5 K_Q}{\eta_R} \quad (22)$$

$$T_P = \rho n^2 D_{prop}^4 K_T \quad (23)$$

در شکل 7 برای نمونه منحنی گشتاور تحویلی  $Q_e$  به یک پروانه از طرف موتور و گیربکس بر حسب دور پروانه به همراه منحنی‌های گشتاور مورد نیاز پروانه در سرعت‌های مختلف شناور رسم شده است. چنانچه ذکر شد محل تقاطع این منحنی‌ها با منحنی  $Q_e$  دور پروانه را در آن سرعت پیشروی به دست می‌دهد. چنین روشی برای پیدا کردن دور پروانه در طول شتابگیری شناور با فرض چشم‌پوشی از اثرات دینامیکی در سیستم رانش بوده است یعنی فرض شده است ممان اینرسی موجود در مجموعه سیستم رانش به اندازه کافی کوچک هست تا دور پروانه بلافاصله به مقدار شبه پایا به دست آمده از روش فوق برسد.

نیروی وارد از طرف آب به سیستم درایو که در متون دریاپی بیشتر با عنوان مقاومت ملحقات شناخته می‌شود از روش ارائه شده در مرجع [22] محاسبه شده است. در این مرجع روشی برای محاسبه نیروی افقی و قائم وارد از طرف آب به سیستم درایو مشابهی بر حسب سرعت شناور و زاویه اعمال شده به درایو ارائه و نتایج توسط آزمایش‌هایی با مقیاس کامل صحنه‌گذاری شده است. در این روش درگ پوسته‌ای برای قسمت‌های مختلف درایو به طور مجزا حساب شده و با هم جمع می‌شوند. درگ فشاری و نیروی لیفت تنها برای قسمت برجسته پشت پروانه با توجه به زاویه لحظه‌ای آن  $(\varphi_P + \chi_5)$

1- Thrust Identity

جدول 1 مشخصات کاتاماران مسابقه ای مورد مطالعه

2x0/96m	عرض آبخور موثر در پاشنه
10/36m	طول کل
2/29m	LCG
0/85m	VCG
5361/6kg	جرم کل
13 درجه	زاویه ددرایز بیرونی
0/419m	قطر پروانه
7/77 m	طول سازه فوقانی باله ای شکل
2/27 m	عرض سازه فوقانی باله ای شکل
0/32 m	فاصله لبه پشتی باله تا خط کیل در پاشنه
5 درجه	زاویه حمله سازه باله نسبت به خط کیل بدنه ها

جدول 2 مقایسه نتایج مدل حاضر با داده های تجربی مرجع [24]

سرعت (نات)	مرجع	زاویه تریم (درجه)	$L_K$ (m)	$d_0$ (m)
61	مطالعه حاضر	4/1	2/5	0/14
	مرجع [24]	3/7	3/41	0/1
69	مطالعه حاضر	3/9	2/2	0/17
	مرجع [24]	4/6	2/13	0/15
78	مطالعه حاضر	4/2	1/7	0/19
	مرجع [24]	5/1	1/37	0/2

مثلاً در مسئله ما حالت اولیه از روی زاویه تریم و آبخور شناور در یک سرعت اولیه تعیین می شود و برای نقطه نهایی تنها قید بر روی سرعت شناور است که باید به مقدار ماکزیمم معلوم برسد و متغیرهای  $x_3$  و  $x_5$  در این نقطه آزاد هستند. در اینجا متغیرهای کنترلی  $\varphi_P(t)$  و  $\varphi_T(t)$  می باشند که به صورت یکجا با بردار  $U(t) = [\varphi_P(t) \varphi_T(t)]^T$  نشان داده می شوند. قید فیزیکی هم مربوط به محدوده تغییرات این متغیرهای کنترلی با توجه به مکانیزم های مربوطه  $(\varphi_{T,\min} \leq \varphi_T(t) \leq \varphi_{T,\max}, \varphi_{P,\min} \leq \varphi_P(t) \leq \varphi_{P,\max})$  است. تابع هزینه یا شاخص کارایی  $PI^1$  در حالت کلی به شکل زیر در نظر گرفته می شود:

$$PI = S(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} V(X(t), U(t), t) dt \quad (35)$$

در این رابطه ترم اول تابع هزینه نهایی و ترم دوم ترم انتگرالی نامیده می شود. هدف ما مینیمم کردن زمان از یک حالت اولیه برای شناور پلینگ تا رسیدن آن به حالت نهایی است. در مسائل کنترلی زمان بهینه مانند این، معمولاً توابع کرا صفر و  $V$  را ثابت و برابر 1 در نظر می گیرند (همچون مورد ما). اگر چه بعضاً تابع  $S$  را برابر  $t_f$  و  $V$  را برابر صفر گرفته اند [25].

در بخش های قبلی مقاله مدل دینامیکی غیرخطی یا پلنت<sup>2</sup> این مسئله - که در نهایت منجر به دستگاه معادلات (31) تا (33) شد - به روشنی توصیف شد. نهایتاً می توان آن را به صورت رابطه زیر بیان کرد.

$$\begin{aligned} [\dot{u}(t) \ 0 \ 0]^T &= f(X(t), U(t), t) \\ &= \frac{1}{(m + a_{11})} \begin{bmatrix} \bar{f}_1(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \\ \bar{f}_3(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \\ \bar{f}_5(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} f_1(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \\ f_3(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \\ f_5(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (36)$$

توابع  $\bar{f}_1$ ،  $\bar{f}_3$  و  $\bar{f}_5$  در روابط (31) تا (33) تعریف شده اند. اگر چه با توجه به معادلات ارائه شده برای مدل دینامیکی،  $f$  در رابطه فوق مستقیماً تابعی از

$$\begin{aligned} 0 &= f_{5\text{Hydro}}(u, x_3, x_5) + f_{5\text{Aero}}(u, x_3, x_5) + f_{5P}(u, x_3, x_5, \varphi_P) \\ &\quad + f_{5T}(u, x_3, x_5, \varphi_T) \\ &= f_5(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \end{aligned} \quad (33)$$

تعاریف انجام شده برای توابع  $\bar{f}_i(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T)$  بعداً مورد استفاده قرار می گیرند. باید توجه داشت که در روابط فوق  $\varphi_P$  و  $\varphi_T$  پارامترهای کنترلی ما می باشند که در هر گام زمانی از روی قانون کنترلی تعیین می شوند. بنابراین می توان آنها را در هر گام زمانی، معلوم در نظر گرفت. در گام زمانی نخست حل مسئله با یک مقدار اولیه برای  $u$  آغاز می شود. با نوشتن ترم مشتق در معادله (31) به صورت تفاضل محدود به معادله (34) می رسیم.  $u^i$  و  $u^{i+1}$  به ترتیب سرعت شناور در ابتدا و انتهای گام زمانی  $i$  می باشند.  $u^i$  از شرط اولیه یا گام زمانی قبل معلوم است. حال اگر در معادلات (32) و (33) برای سرعت و جابجایی ها  $u^{i+1}$ ،  $x_3^{i+1}$  و  $x_5^{i+1}$  قرار دهیم یک دستگاه معادلات جبری با سه معادله غیرخطی برای این متغیرها به دست می آید که می توان آن را از روشی مثل نیوتن حل کرد. رویه فوق در گام های زمانی بعد تکرار می شود.

$$\begin{aligned} u^{i+1} - u^i &= \Delta t / (m + a_{11}) [f_{1\text{Hydro}}(u^{i+1}, x_3^{i+1}, x_5^{i+1}) \\ &\quad + f_{1\text{Aero}}(u^{i+1}, x_3^{i+1}, x_5^{i+1}) \\ &\quad + f_{1P}(u^{i+1}, x_3^{i+1}, x_5^{i+1}, \varphi_P) \\ &\quad + f_{1T}(u^{i+1}, x_3^{i+1}, x_5^{i+1}, \varphi_T)] \end{aligned} \quad (34)$$

### 2-6- مقایسه نتایج مدل با داده های تجربی

در این قسمت برای اینکه هم مدل هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی مورد ارزیابی قرار گیرند از اندازه گیری های وارد و همکاران [24] بر روی یک کاتاماران مسابقه ای در ابعاد واقعی با مشخصات ارائه شده در جدول 1 استفاده شده است. در این مرجع نتایج اندازه گیری ها بر روی وضعیت حرکتی در آب آرام و سه سرعت ثابت ارائه شده است. در جدول 2 مقایسه ای میان نتایج حاصل از مدل حاضر و نتایج این مرجع با همان نیرهای وارد از طرف سیستم رانش صورت گرفته است. چنانچه ملاحظه می شود اگر چه به طور کلی همخوانی بین نتایج وجود دارد اما در برخی حالت ها اختلاف نتایج قابل توجه است که با توجه به استفاده از مدل های ساده شده و در نظر نگرفتن جزئیات هندسه واقعی شناور در این محاسبات، دور از انتظار نیست. البته شیوه اندازه گیری و خطاهای مربوطه را نیز به خصوص اینکه در محیط آزمایشگاه انجام نگرفته نباید از نظر دور داشت. در خود مرجع [24] نیز به مشکل بودن اندازه گیری زاویه تریم و طول خیس شده و تغییرات زیاد در طول خیس شده در اثر تغییرات کوچک در زاویه تریم اشاره شده است. به هر حال این داده ها جزء معدود داده های تجربی قابل دسترس و استفاده برای این کاتاماران ها می باشند و در صورت وجود داده های تجربی بیشتر ارزیابی دقیق تری می توان انجام داد.

### 3- مسئله کنترل بهینه و رویه حل آن

با توجه به توضیحات ارائه شده در مقدمه مقاله در واقع مسئله ما یک مسئله کنترل بهینه است. در این شاخه از علم کنترل، هدف، کنترل یک یا چند متغیر کنترلی در یک مدل دینامیکی از یک وضعیت یا حالت اولیه تا رسیدن به حالت نهایی است به نحوی که ضمن ارضاء بعضی قیود فیزیکی، یک شاخص یا تابع هزینه مینیمم شود. حالت مدل دینامیکی توسط متغیرهای حالت که در اینجا  $u(t)$ ،  $x_3(t)$  و  $x_5(t)$  هستند مشخص می شود. بنابراین مرتبه مدل یا تعداد متغیرهای حالت در اینجا 3 است. ما این متغیرها را به صورت یکجا با بردار حالت  $X(t) = [u(t) \ x_3(t) \ x_5(t)]^T$  نشان می دهیم. در این بخش بالانویس T علامت ترانهاده است. قیدها ممکن است بر روی متغیرهای حالت یا متغیرهای کنترلی اعمال شوند. لازم نیست حالت شناور در نقطه ابتدایی و انتهایی یا همان شرایط مرزی مدل دینامیکی به صورت کامل مشخص شوند.

1- Performance Index  
2- Plant

1- تشکیل توابع لاگرانژین  $L$  و همیلتونین  $H$  به صورت زیر:

$$L(X, U, \lambda, t) = 1 + \lambda^T (f(X, U, t) - [\dot{u} \ 0 \ 0]) \\ = 1 - \lambda_1 \dot{u} + \sum_{i=1,3,5} \lambda_i f_i(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \quad (38)$$

$$H(X, U, \lambda, t) = L(X, U, t) + \lambda^T \dot{X} \\ = 1 + \sum_{i=1,3,5} \lambda_i f_i(u, x_3, x_5, \varphi_P, \varphi_T) \quad (39)$$

$\lambda_i$  ها مولفه‌های بردار هم‌حالت به صورت  $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_3 \ \lambda_5]$  هستند.

2- یافتن  $U^*(t)$  برحسب  $X^*(t)$  و  $\lambda^*(t)$  به نحوی که تابع همیلتونین فوق با لحاظ قیود فیزیکی مسئله، مینیمم شود به عبارت دیگر همیلتونین را تنها تابعی از  $U$  گرفته و به جای  $X$  و  $\lambda$  به ترتیب  $X^*$  و  $\lambda^*$  قرار می‌دهیم سپس مقدار  $U^*$  مینیمم‌کننده همیلتونین را با لحاظ قیود فیزیکی مسئله حساب می‌کنیم. در واقع مقدار این تابع به ازای  $U^*$  از تمام مقادیر ممکن به ازای سایر  $U$  ها در محدوده قابل قبول برای آنها کوچک‌تر است. یا:

$$H(X^*(t), U^*(t), \lambda^*(t), t) \leq H(X^*(t), U(t), \lambda^*(t), t) \\ \rightarrow \sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_i(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) \leq \sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_i(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P, \varphi_T) \quad (40)$$

این همان قاعده مینیمم پونترایگن است که قانون کنترلی بهینه را در اختیار ما قرار می‌دهد. ممکن است مقدار مینیمم فوق در هر لحظه در مقادیر مرزی تعیین شده در قید فیزیکی برای  $U(t)$  اتفاق بیفتد. به خصوص زمانی که همیلتونین تابعی خطی از متغیر کنترلی  $U(t)$  باشد مقدار بهینه متغیر کنترلی  $U^*(t)$  تنها در حد بالا و پایین مشخص شده در قید فیزیکی برای آن اتفاق می‌افتد و ما به اصطلاح یک کنترل بنگ - بنگ<sup>7</sup> داریم که متغیر کنترلی روی مقدار ماکزیمم و مینیمم تعیین شده سوئیچ می‌شود.

3- حل معادلات حالت و هم‌حالت که از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$(\partial L / \partial \lambda)_* - \frac{d}{dt} (\partial L / \partial \dot{\lambda})_* = 0 \quad (41)$$

$$(\partial L / \partial X)_* - \frac{d}{dt} (\partial L / \partial \dot{X})_* = 0 \quad (42)$$

که منجر به معادلات حالت:

$$f_1(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) - \dot{u}^* = 0 \quad (43)$$

$$f_3(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) = 0 \quad (44)$$

$$f_5(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) = 0 \quad (45)$$

و هم حالت زیر می‌شوند:

$$\sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_{iu}(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) + \dot{\lambda}_1^* = 0 \quad (46)$$

$$\sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_{ix_3}(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) = 0 \quad (47)$$

$$\sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_{ix_5}(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) = 0 \quad (48)$$

و شرط اولیه زیر:

$$[u^* \ x_3^* \ x_5^*]^T|_{t_0} = [u_0 \ x_{03} \ x_{05}]^T, [\varphi_P^* \ \varphi_T^*]^T|_{t_0} = [\varphi_{P0} \ \varphi_{T0}]^T \quad (49)$$

در نقطه نهایی نیز باید همیلتونین صفر شود لذا:

$$\left[ 1 + \sum_{i=1,3,5} \lambda_i^* f_i(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*) \right]_{t_f} = 0, u^*|_{t_f} = u_{\max} \quad (50)$$

در روابط فوق منظور از علامت \* به مقادیر بهینه اشاره دارد. مثلاً در رابطه (41) و (42) یعنی پس از انجام عملیات ریاضی به جای  $U(t)$ ،  $X(t)$  و  $\lambda(t)$  باید از  $U^*(t)$ ،  $X^*(t)$  و  $\lambda^*(t)$  استفاده شود تا معادلات تماماً بر حسب مقادیر ستاره‌دار - که مجهول مسئله‌اند - درآیند.

در رابطه (46)  $f_{iu}(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*)$  به معنی مقدار مشتق پاره‌ای تابع  $f_i$  نسبت به متغیر  $u$  در نقطه  $(u^*, x_3^*, x_5^*, \varphi_P^*, \varphi_T^*)$  می‌باشد.  $f_{ix_3}$  و  $f_{ix_5}$  نیز

زمان نیست اما ممکن است در شرایط دیگری، زمان، مستقیماً در معادلات ظاهر شود. مثلاً اگر مسئله کنترل بهینه در موج هارمونیک حل شود نیروهای وارد از سیال مستقیماً تابعی از زمان خواهند بود.  $t$  به این دلیل جزو آرگومان‌های تابع  $f$  آورده شده است. نهایتاً، مسئله را می‌توان به صورت رابطه زیر بیان کرد:

$$PI = \int_{t_0}^{t_f} dt = t_f - t_0 \quad \text{یافتن مینیمم} \\ [\dot{u}(t) \ 0 \ 0]^T = f(X(t), U(t), t) \quad \text{مدل دینامیکی} \\ X_0(t_0) = [u_0 \ x_{03} \ x_{05}]^T \quad \text{شرایط مرزی} \\ X_f(t_f) = [u_f \ x_{3f} \ x_{5f}]^T \\ \text{آزاد: } x_{3f}, x_{5f}, t_f \\ \varphi_{P,\min} \leq \varphi_P(t) \leq \varphi_{P,\max}, \varphi_{T,\min} \leq \varphi_T(t) \leq \varphi_{T,\max} \quad (37)$$

مجهول مسئله فوق بردار  $U(t)$  و  $X(t)$  می‌باشند که باید در طول بازه زمانی حل مسئله از  $t_0$  تا  $t_f$  تعیین شوند. در صورتی که کنترل تنها روی یکی از متغیرهای  $\varphi_P$  یا  $\varphi_T$  انجام گیرد متغیر دیگر با یک عبارت تساوی قید می‌خورد.

### 3-1- الگوریتم حل مسئله کنترل بهینه زمان

برای حل مسئله فوق روش‌های متنوعی در کنترل بهینه توسعه یافته است. از آن جمله روش‌های غیرمستقیم<sup>1</sup> می‌باشند که بر مبنای حساب تغییرات<sup>2</sup> و فرمولاسیون لاگرانژین<sup>3</sup> یا همیلتونین<sup>4</sup> دستگاه معادلات دیفرانسیلی شامل معادلات حالت و هم‌حالت<sup>5</sup> در آنها تشکیل داده و مسئله کنترل بهینه را به حل این دستگاه معادله دیفرانسیل در قالب یک مسئله مقدار مرزی تبدیل می‌کنند. معادلات هم‌حالت برای پیدا کردن متغیرهای هم‌حالت که در نقش ضرایب لاگرانژ هستند اضافه می‌شوند. در روش‌های مستقیم با نحوی گسسته‌سازی و تخمین سیگنال کنترلی یا حالت سیستم در مسیر بهینه به صورت پارامتریزه شده (با یک سری پارامتر محدود)، مسئله کنترلی به حل یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی تبدیل می‌شود. در اینجا از روشی غیرمستقیم طبق مرجع [26] استفاده شده است. این روش ضمن ارائه یک قانون کنترلی بهینه  $U^*(t)$  چنانچه ذکر شد منجر به یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای خواهد شد. دستگاه معادلات حاصل در کل شامل  $N$  (تعداد متغیرهای حالت) معادله مربوط به مدل دینامیکی و  $N$  معادله مربوط به متغیرهای هم‌حالت خواهد بود. در اینجا با توجه به زیاد نبودن تعداد متغیرهایی که باید شرایط مرزی را ارضا کنند از روشی ساده برای حل مسئله مقدار مرزی استفاده شده است.

### 3-2- حل مسئله کنترل بهینه از روش حساب تغییرات

دستورالعمل زیر بر قاعده مینیمم پونترایگن<sup>6</sup> و معادله اوایلر-لاگرانژ در حساب تغییرات استوار است که شرط لازم برای جواب مسائل کنترل بهینه را در اختیار ما قرار داده و رویه‌ای برای حل این مسائل و یافتن مقادیر بهینه متغیرهای برداری،  $U^*(t)$ ،  $X^*(t)$  و  $\lambda^*(t)$  ارائه می‌کنند. ما در اینجا این رویه را برای استخراج معادلات مربوط به مسئله خود به کار می‌گیریم. با مدل دینامیکی و قیود فیزیکی مطرح شده متغیرهای حالت، هم‌حالت و کنترلی در واقع توابعی از زمانند اما در اینجا برای اختصار این وابستگی نشان داده نمی‌شود.

1- Indirect Methods  
2- Variational Calculus  
3- Lagrangian  
4- Hamiltonian  
5- Costate  
6- Pontryagin Minimum Principle



بدون تریم تب به همراه تغییرات مقاومت کل و زاویه تریم شناور در دو  $LCG$   $2/7$  و  $3/2$  متر تا رسیدن به سرعت  $50\text{kn}$  نشان داده شده‌اند. در مورد مقاومت باید به محور مختصات قائم در سمت راست نمودارها مراجعه کرد. چنانچه مشاهده می‌شود اقتضای مسئله زمان بهینه، نگه داشتن زاویه سیستم رانش در ابتدای حرکت شناور در مقدار ماکزیمم  $+5$  درجه و سپس کاهش تدریجی آن تا  $-2$  درجه می‌باشد.

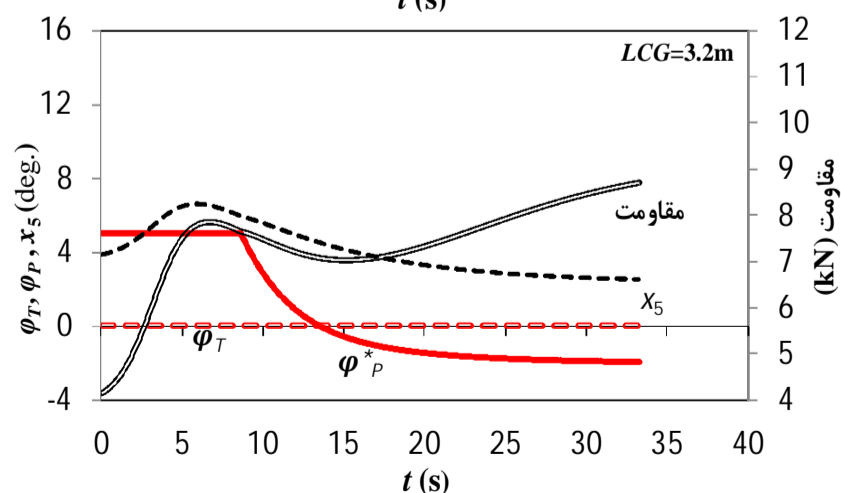
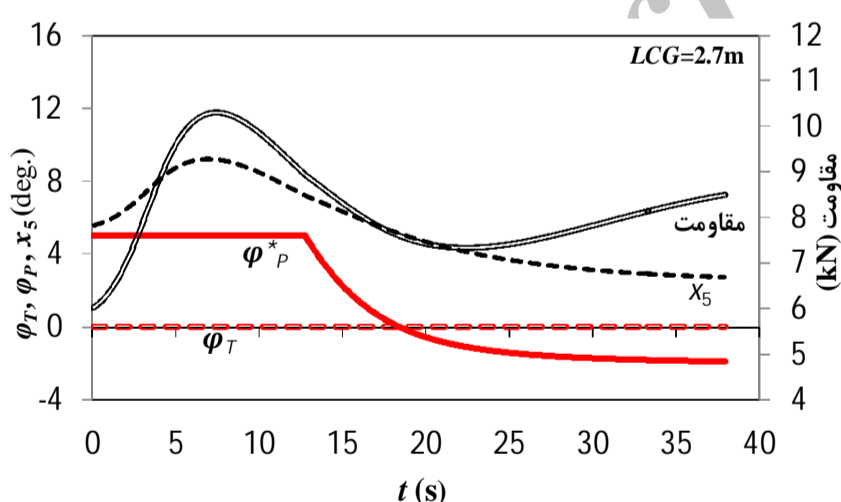
زمان لازم برای نگه داشتن زاویه سیستم رانش در مقدار ماکزیمم  $+5$  درجه بستگی به قله مقاومت و زاویه تریم دارد. قله مقاومت و زاویه تریم تقریباً همزمان اتفاق می‌افتند. با  $LCG$  بیشتر شناور قله را سریع‌تر رد کرده است لذا کاهش زاویه بهینه برای سیستم رانش زودتر آغاز شده است. از طرف دیگر افزایش  $LCG$  باعث کاهش مقاومت قله و زاویه تریم قله شده و شناور در مدت زمان کمتری به سرعت  $50\text{kn}$  رسیده است. در  $LCG$   $2/7$  و  $3/2$  متر شناور به ترتیب در  $37/95$  و  $33/25$  ثانیه به سرعت  $50\text{kn}$  رسیده است.

### 3-3-2- نتایج کنترل دو متغیره روی متغیرهای $\varphi_T$ و $\varphi_P$

در این قسمت شناور دارای سیستم رانشی با قابلیت کنترل زاویه تراست و همچنین المان کنترلی تریم تب بوده و کنترل همزمان روی هر دو زاویه مربوطه انجام شده است.

جدول 3 مشخصات شناور پلنینگ تک بدنه مورد استفاده برای مطالعه موردی

2/4 m	عرض بدنه در سطح آب‌خور
11 m	طول کل
2/7 m و 3/2 m	$LCG$
0/93m	$VCG$
6000 kg	جرم کل
16/5°	زاویه ددرایز
0/475 m	قطر پروانه
0/25	نسبت عرض تریم تب به عرض صفحه برآ
0/5 m	طول کورد تریم تب



شکل 8 تغییرات زمانی زاویه بهینه سیستم رانش در حالت بدون تریم تب به همراه تغییرات مقاومت کل و زاویه تریم شناور در دو  $LCG$   $2/7$  و  $3/2$

در روابط بعدی مشتقات پاره‌ای نسبت به  $x_3$  و  $x_5$  هستند. این مشتقات به صورت عددی حساب می‌شوند. از مجموع معادلات حالت و هم‌حالت (43) تا (48) دو معادله (43) و (46)، معادله دیفرانسیل مرتبه اول برای متغیرهای  $u^*$  و  $\lambda_1^*$  و بقیه معادله جبری غیرخطی هستند. مجموعه این معادلات به همراه شروط مرزی (49) و (50) یک مسئله مقدار مرزی را تعریف می‌کنند اما مسئله اساسی وجود  $\varphi_P^*$  و  $\varphi_T^*$  مجهول در این معادلات است. با توجه به توصیف توابع  $f_i$  در بخش تهیه مدل دینامیکی نمی‌توان  $\varphi_P^*$  و  $\varphi_T^*$  ارضاء‌کننده شرط (40) را به طور صریح برحسب  $u^*$ ,  $x_3^*$ ,  $x_5^*$ ,  $\lambda_1^*$ ,  $\lambda_3^*$  و  $\lambda_5^*$  به دست آورد لذا معادلات حالت و هم‌حالت باید به صورت همزمان با شرط (40) با یک رویه عددی حل شوند. در زیر به این رویه عددی اشاره می‌شود.

برای حل مسئله مقدار مرزی فوق از روش پرتاب یگانه<sup>1</sup> استفاده شده است. به این ترتیب که مسئله با شرط مرزی (49) در نقطه ابتدایی و یک حدس اولیه برای  $\lambda_1^*$  در ابتدای گام زمانی اول شروع می‌شود. سپس  $\lambda_3^*$  و  $\lambda_5^*$  از حل دستگاه معادلات (47) و (48) که بر حسب این متغیرها خطی است محاسبه می‌شوند. این مقادیر  $\lambda_i^*$  با توجه به رابطه (40) برای محاسبه  $\varphi_P^*$  و  $\varphi_T^*$  که همیلتونین را در این گام زمانی با لحاظ قیود فیزیکی مینیمم - کنند به کار می‌روند. برای محاسبه مینیمم از الگوریتم مجموعه فعال<sup>2</sup> در نرم افزار متلب<sup>3</sup> استفاده شده است. مقادیر محاسبه شده برای  $\varphi_P^*$  و  $\varphi_T^*$  در این گام زمانی برای حل معادلات حالت و یافتن  $u^*$ ,  $x_3^*$  و  $x_5^*$  در انتهای این گام زمانی به کار می‌روند. در نهایت صورت گسسته شده‌ای از معادله (46) به همراه مقادیر به روز شده متغیرهای کنترلی و حالت به منظور یافتن  $\lambda_1^*$  برای گام زمانی بعد و تکرار رویه فوق در آن، مورد استفاده قرار می‌گیرد. مسئله تا رسیدن به سرعت ماکزیمم تعیین شده ( $u^* = u_{\max}$ ) ادامه پیدا می‌کند. اگر در این نقطه شرط دیگر در معادله (50) با خطای قابل قبول ارضا نشد کل مسئله از اول با مقدار اولیه دیگری برای  $\lambda_1^*$  تکرار می‌شود تا در نهایت این شرط مرزی ارضاء شود. در این هنگام حل مسئله به اتمام رسیده و مقادیر محاسبه شده برای متغیرهای کنترلی و حالت بر حسب زمان مقادیر بهینه می‌باشند. در حدس اولیه برای تکرار جدید می‌توان از الگوریتم های پیدا کردن ریشه، برای همگرایی سریع‌تر استفاده کرد. گام زمانی مسئله  $0/05$  ثانیه در نظر گرفته شده و کاهش بیشتر آن تاثیر قابل توجهی در جواب‌ها نداشته است.

### 3-3-3- حل مسئله کنترل بهینه برای یک شناور تک بدنه

در اینجا مسئله کنترل بهینه زمان را برای یک شناور پلنینگ تک بدنه که مشخصات بدنه منشوری آن طبق جدول 3 است حل می‌کنیم. برای سیستم رانش یک جفت مجموعه موتور و درایو پاشنه‌ای با مشخصات عملکردی مطابق شکل 5 در نظر گرفته شده است. نسبت تبدیل جعبه دنده داخل درایو  $2:1$  می‌باشد. قطر پروانه و مشخصات تریم تب نیز در جدول 3 آمده است.  $\varphi_P$  بین  $-10$  و  $5$  و  $\varphi_T$  بین  $0$  و  $15$  درجه قابل تغییرند.

مسئله در دو حالت کنترل تک‌متغیره روی متغیر  $\varphi_P$  و یا دو متغیره بر روی هر دو متغیر  $\varphi_P$  و  $\varphi_T$  حل شده است. در هر یک از حالت‌ها دو  $LCG$   $2/7$  و  $3/2$  متر در نظر گرفته شده تا اثر توزیع وزن نیز مورد مطالعه قرار گیرد.

### 3-3-1- نتایج کنترل تک متغیره روی متغیر $\varphi_P$

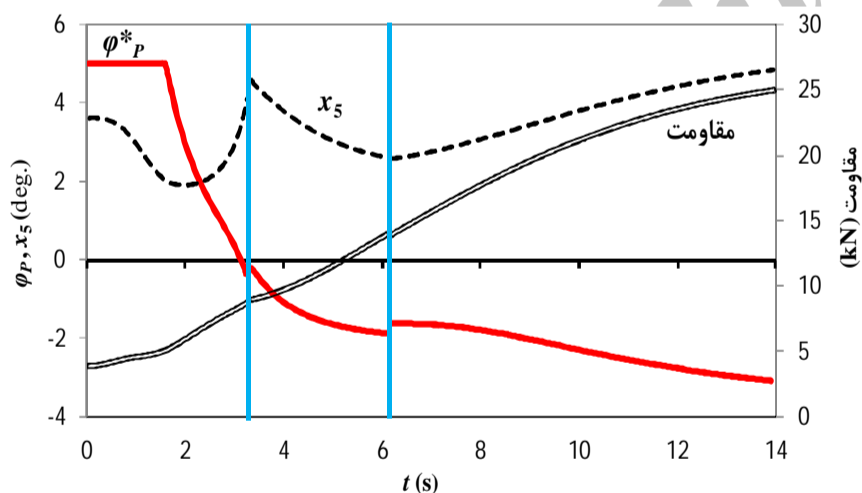
در شکل 8 جواب مسئله برای تغییرات زاویه بهینه سیستم رانش در حالت

1- Single Shooting Method  
2- Active set  
3- MATLAB

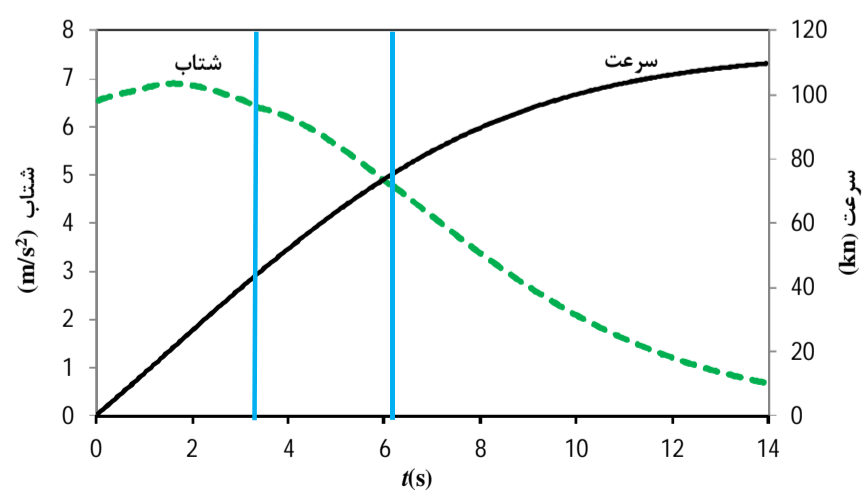
در شکل 10 نتیجه به دست آمده بدین ترتیب برای قانون کنترلی بهینه برای متغیر کنترلی  $\varphi_p$  به همراه تغییرات زاویه تریم و مقاومت شناور نشان داده شده است. در واقع اگر بخواهیم شناور در حداقل زمان ممکن به سرعت 110 نات برسد زاویه نیروی تراست باید طبق الگوی نشان داده شده برای  $\varphi_p^*$  تغییر یابد. سه بازه مذکور با خطوط قائم در شکل مشخص شده‌اند. سقف تونل در ثانیه 3/3 از آب جدا شده و چاین خشک در ثانیه 6/15 اتفاق افتاده است.  $\varphi_p^*$  تا ثانیه 1/6 اندکی قبل از زاویه تریم مینیمم در حد ماکزیمم ثابت مانده سپس سیر نزولی سریعی داشته است. جواب بهینه برای متغیر کنترلی در مرز اول و دوم بازه‌های فوق به خاطر ناپیوستگی مشتقات در دو طرف پرش‌هایی داشته و هر بار روند نزولی آن کندتر شده است.  $\varphi_p^*$  در کل حدود 8 درجه کاهش می‌یابد. زاویه تریم روند تغییرات پیچیده‌تری را نسبت به شناورهای معمول طی کرده و در لحظه جدا شدن سقف تونل از آب و وقوع چاین خشک یک قله و قعر را تجربه کرده است. مقاومت کل که با محور قائم در سمت راست شکل نشان داده شده روندی کاملاً صعودی داشته است. نمودارها حاکی از رفتار متفاوت این شناورها نسبت به شناورهای پلینگ تک بدنه است.

در شکل 11 سرعت و شتاب رو به جلوی شناور به ترتیب با محور قائم سمت راست و چپ نشان داده شده‌اند. شناور شتاب بالایی را (چند برابر شناور تک بدنه) در ابتدای حرکت تجربه و پس از یک قله به اندازه  $7\text{m/s}^2$  همزمان با کاهش  $\varphi_p^*$  و افزایش سریع‌تر مقاومت روندی نزولی را طی کرده است. شتاب متوسط تا رسیدن به سرعت نهایی  $4/05\text{m/s}^2$  بوده است.

در شکل 12 نیروی لیفت هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی نسبت به وزن شناور نشان داده شده‌اند. سهم لیفت هیدرودینامیکی در سرعت نهایی به 46% وزن و سهم لیفت آیرودینامیکی 45% وزن رسیده و سهم لیفت ناشی از سیستم رانش 9% وزن بوده است.



شکل 10 جواب مسئله کنترلی بهینه برای متغیر کنترلی به همراه تغییرات زاویه تریم و مقاومت شناور کاتاماران



شکل 11 تغییرات سرعت و شتاب شناور کاتاماران

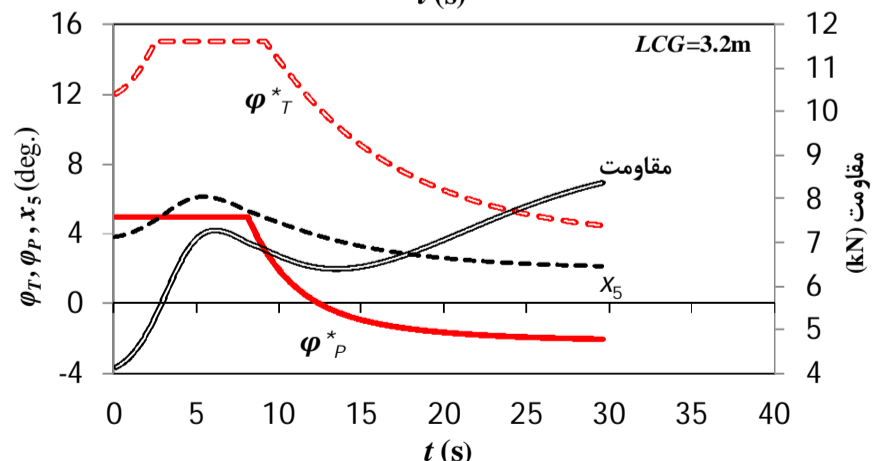
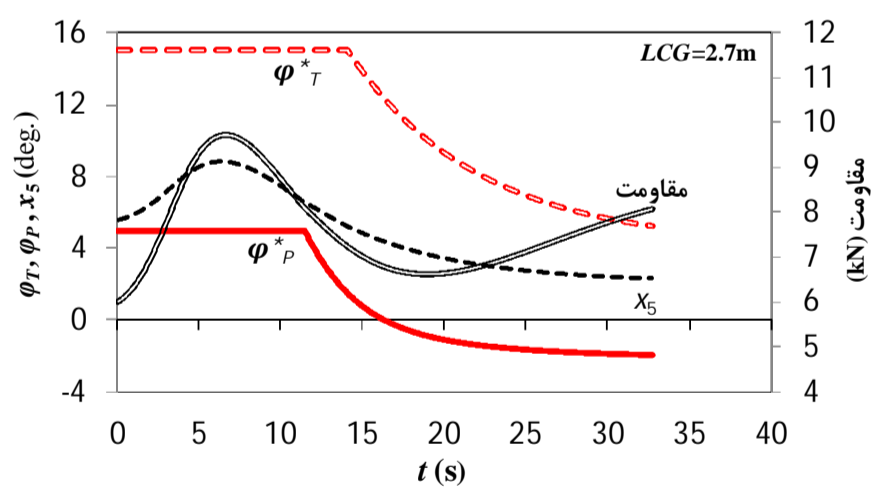
در شکل 9 جواب مسئله شامل تغییرات زمانی زاویه بهینه سیستم رانش و تریم تب به همراه زاویه تریم شناور و مقاومت کل آن در طول شتابگیری شناور تا رسیدن به سرعت 50kn در همان دو LCG نشان داده شده است. سعی شده است نمودارها با قالب، مقیاس و محدوده یکسانی با نمودارهای شکل 8 رسم شوند تا کار مقایسه راحت‌تر باشد. اضافه شدن تریم تب روند تغییرات بهینه زاویه نیروی رانش را تقریباً تغییر نداده است. در این شکل روند نزولی زاویه بهینه تریم تب اندکی بعد از زاویه نیروی رانش آغاز شده و تا 5 درجه ادامه داشته است. با کنترل دومتغیره، زمان رسیدن به سرعت 50kn در LCG 2/7 و 3/2 متر به ترتیب تا 32/7 و 29/6 ثانیه رسیده است.

#### 3-4- حل مسئله کنترلی بهینه برای یک شناور کاتاماران مسابقه‌ای

در این بخش شناور کاتاماران مسابقه‌ای مورد استفاده در مرجع [24] به عنوان مطالعه موردی برای حالت حضور لیفت آیرودینامیکی در نظر گرفته می‌شود و فاز شتابگیری آن با امکان کنترل بهینه زاویه تراست  $\varphi_p$  جهت مینیمم کردن زمان رسیدن تا 110 نات بررسی و قانون کنترلی بهینه برای این متغیر کنترلی تعیین می‌شود. قید فیزیکی متغیر کنترلی به صورت  $5^\circ \leq \varphi_p \leq 10^\circ$  می‌باشد. مشخصات شناور طبق جدول 1 است.

بررسی معادلات نشان می‌دهد که مشتق نیروهای هیدرودینامیکی در دو نقطه جدا شدن سقف تونل از سطح آب و خشک شدن چاین در طول شتابگیری ناپیوسته است. در چنین مواردی طبق قاعده بهینگی<sup>1</sup> در کنترل بهینه [26] می‌توان مسئله را به چند مسئله کوچکتر شکست و جواب بهینه را جدا جدا به دست آورد. جواب به دست آمده همان جواب مسئله اصلی خواهد بود. بدین ترتیب در اینجا حل مسئله را به سه بازه زیر تقسیم می‌کنیم:

- 1- از ابتدای شروع حرکت تا جدا شدن سقف تونل از سطح آب
- 2- از لحظه جدا شدن سقف تونل از سطح آب تا خشک شدن چاین
- 3- از لحظه خشک شدن چاین تا رسیدن به سرعت نهایی

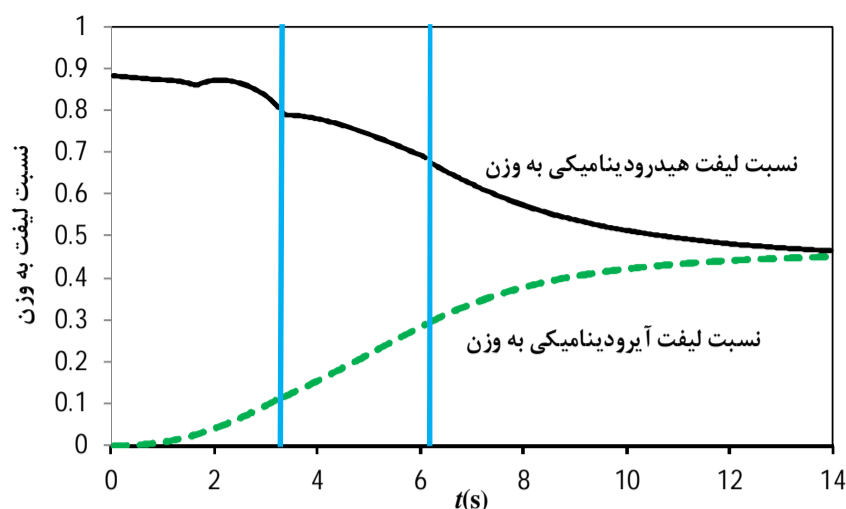


شکل 9 تغییرات زمانی زاویه بهینه سیستم رانش و تریم تب در کنترل بهینه دو متغیره و تغییرات مقاومت کل و زاویه تریم شناور در دو LCG 2/7 و 3/2

همخوانی دارد که برای شتابگیری سریع‌تر قبل از پلن کردن شناور زاویه سیستم رانش و تریم تب را در بیشترین مقدار ممکن قرار می‌دهند و با عبور از قله مقاومت و پلن کردن شناور به تدریج آن را کاهش می‌دهند [27].

#### 5- فهرست علائم

ضریب تداخل هیدرودینامیکی	$A_i$
جرم افزوده در جهت حرکت شناور (kg)	$a_{11}$
عرض شناور در صفحه آب‌خور (m)	$B_T$
عرض شناور (m)	$B$
ضریب لیفت هیدرودینامیکی در زاویه ددرایز صفر	$C_{L0}$
ضریب لیفت هیدرودینامیکی در زاویه ددرایز $\beta$	$C_{L\beta}$
ضریب سرعت	$C_v$
ضریب درگ آیرودینامیکی تونل کاتاماران	$C_x$
ضریب درگ آیرودینامیکی بدنه کاتاماران	$C_{x,a,hull}$
ضریب لیفت آیرودینامیکی تونل کاتاماران	$C_y$
فاصله هوایی از سطح آب در انتهای تونل کاتاماران	$d_0$
قطر پروانه (m)	$D_{prop}$
برایند نیروهای وارد بر درایو (N)	$F_{iA}$
برایند نیروهای آیرودینامیکی (N)	$F_{iAero}$
برایند نیروهای هیدرودینامیکی (N)	$F_{iHydro}$
برایند نیروها از طرف سیستم رانش (N)	$F_{iP}$
برایند نیروها از طرف تریم تب (N)	$F_{iT}$
نیروی ویسکوز هیدرودینامیکی (N)	$F_v$
شتاب گرانشی ( $m/s^2$ )	$g$
ارتفاع تونل کاتاماران در پاشنه (m)	$h_0$
بازوی گشتاور نیروی ویسکوز حول مرکز جرم (m)	$h_v$
ارتفاع سقف تونل کاتاماران از سطح آب (m)	$h_s$
ضریب گشتاور پروانه در حالت آب آزاد	$K_0$
ضریب تراست پروانه در حالت آب آزاد	$K_T$
طول خیس شده چاین (m)	$L_C$
طول خیس شده کیل (m)	$L_K$
فاصله مرکز فشار هیدرو دینامیکی از پاشنه (m)	$L_P$
طول تریم تب (m)	$L_T$
عرض تونل کاتاماران (m)	$L_s$
طول تونل کاتاماران (m)	$L_x$
فاصله طولی مرکز جرم تا پاشنه (m)	$LCG$
طول خیس شده آب‌خور (m)	$LWL$
گشتاور پیچ آیرودینامیکی تونل حول مرکز جرم	$M_z$
دور پروانه در ثانیه ( $1/s$ )	$N$
تعداد پروانه	$N_p$
تعداد تریم تب	$N_T$
شاخص کارایی مسئله کنترل بهینه	$PI$
گشتاور موتور (Nm)	$Q_e$
نسبت مجموع عرض دو نیم‌بدنه به عرض کاتاماران	$r_i$
مقاومت هوا روی بدنه مونهال (N)	$R_{Air}$
مقاومت ناشی از اسپری (N)	$R_{JS}$
سطح سقف تونل کاتاماران ( $m^2$ )	$S_w$



شکل 12 تغییرات نسبت نیروی لیفت هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی به وزن برای شناور کاتاماران

#### 4- نتیجه گیری

هدف این مطالعه ارائه قوانین کنترلی برای زوایای اعمال شده به سیستم رانش و المان کنترلی همچون تریم تب به منظور مینیمم کردن زمان لازم برای رسیدن به یک سرعت مشخص برای شناور پلینگ بود. برای این منظور مدلی بر اساس ترکیبی از روش‌های تئوری و تجربی برای محاسبه نیروهای هیدرودینامیکی و آیرودینامیکی وارد بر بدنه، سیستم رانش و المان کنترلی ارائه شد تا حرکات شناور در فاز شتابگیری مدل شود. سپس الگوریتم حل مسئله کنترل بهینه از روشی مبتنی بر قاعده مینیمم پونترایگن تشریح شد.

به عنوان مطالعه موردی، مسئله کنترلی فوق ابتدا برای یک شناور تک بدنه با سرعت نهایی 50 نات حل شد. برای این شناور کنترل در حالت‌های تک‌متغیره (زاویه نیروی تراست) و دو متغیره (زاویه نیروی تراست و زاویه تریم تب) و با دو  $LCG$  متفاوت انجام شد. جواب‌های به دست آمده در مورد این شناور نشان داد زاویه بهینه سیستم رانش یا تریم تب تا زمانی که قیود فیزیکی تعریف شده اجازه می‌دهند روند مشابهی را با زاویه تریم شناور دنبال می‌کند. یعنی حدوداً زمانی که زاویه تریم ماکزیمم می‌شود زاویه اعمالی به سیستم رانش و تریم تب نیز باید ماکزیمم باشد. با توجه به وجود حد بالا برای زوایای کنترلی به دلیل قید فیزیکی، این زوایا باید در یک محدوده زمانی اطراف زاویه تریم ماکزیمم (معمولاً از نقطه شروع حرکت) در مقدار بیشینه مجاز ثابت بمانند. سپس با کاهش زاویه تریم در سرعت‌های بالاتر این زوایای کنترلی نیز به تدریج کاهش یابند. آهنگ کاهش این زوایا و مقدار نهایی آنها بستگی به شرایط مسئله دارد.

جواب بهینه برای متغیرهای کنترلی در حالت کنترل تک‌متغیره و دو متغیره برای زاویه نیروی رانش تفاوت چندانی نشان نداد. تاثیر  $LCG$  بر روی مشخصه‌های عملکردی شناور (مانند زاویه تریم و مقاومت قله) قابل توجه بود و در  $LCG$  بزرگ‌تر زمان رسیدن شناور به سرعت ماکزیمم، کمتر بود.

در ادامه، مسئله کنترلی برای یک کاتاماران مسابقه‌ای با لیفت آیرودینامیکی حل و سیگنال کنترلی بهینه برای متغیر کنترلی زاویه نیروی تراست به منظور رسیدن شناور به سرعت 110 نات در حداقل زمان ممکن تعیین شد. این مسئله در بازه‌های سه گانه در طول شتاب‌گیری شامل قبل از جدا شدن سقف تونل از سطح آب، قبل از وقوع چاین خشک و قبل از رسیدن به سرعت نهایی حل شد و نتایج حاکی از متفاوت بودن تغییرات مشخصه‌های عملکردی مانند زاویه تریم و مقاومت نسبت به شناورهای پلینگ معمول بود.

روند اشاره شده برای تغییر بهینه زوایای اعمال شده به سیستم رانش و تریم تب برای شناورهای فوق با تجربه به دست آمده توسط هدایتگر شناورها



- [6] S.H. Kim, H. Yamoto, An Experimental Study of the Longitudinal Motion Control of a Fully Submerged Hydrofoil Model in Following Seas, *OceanEngineering*, Vol. 31, pp. 523 -537, 2004.
- [7] S.H. Kim, H. Yamoto, On the Design of a Longitudinal Motion Control System of a Fully- Submerged Hydrofoil craft based on the Optimal Preview System, *Ocean Engineering*, Vol. 31, pp. 1637 -1657, 2004.
- [8] J. Bai, Y. Kim, Control of the vertical motion of a hydrofoil vessel, *Ships and Offshore Structures*, Vol. 5, No. 3, pp.189-198, 2010.
- [9] P.D.S. Clavounos, B. Thomas, T. Ulusoy, Optimal Ship Maneuvering and Seakeeping by Linear Quadratic Gaussian Regulatros, *26th Symposium on Naval Hydrodynamics Rome, Italy*, 2006.
- [10] G.S. Milandri , *Seakeeping Control of HYSUCATs*, Masters Thesis, University of Stellenbosch, Stellenbosch, South Africa, 2006.
- [11] H. Salarieh, M.T. Ghorbani, Trajectory optimization for a high speed planing boat based on Gauss pseudospectral method, *2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA)*, pp.195-200, Shiraz, Iran, 2011.
- [12] H. Xi, J. Sun, Feedback stabilization of high-speed planing vessels by a controllable transom flap, *IEEE Journal of Oceanic Engineering* , Vol.31, No. 2, pp. 421-431, 2006.
- [13] M.H. Karimi, M.S. Seif, M.A. Abbaspoor, study on vertical motions of high-speed planing boats with automatically controlled stern interceptors in calm water and head waves, *Ships and Offshore Structures*, Vol. 10, No. 3, pp. 335-348 , 2015.
- [14] O. M. Faltinsen, *Hydrodynamics of high-speed marine vehicles*, Cambridge University Press, New York , pp. 342-383, 2005.
- [15] P.R. Payne, Contribution to planing Theory, *Ocean Engineering*, Vol. 22, No. 7, pp. 699-729,1995.
- [16] C.Y. Liu, C.T. Wang, Interference effect of catamaran planing hulls, *Journal of Hydronautics*, Vol.13, No. 1, pp. 31-32, 1979.
- [17] T. Katayama, Y. Ikeda, Characteristics of hydrodynamic forces acting on rapidly accelerated planing craft from rest, *Proceedings of the Fourth International Conference on Hydrodynamics*, Vol. 1, pp. 235-240, Yokohama, Japan, 2000.
- [18] M. Collu , Dynamics of marine vehicles with aerodynamic surfaces, PhD Thesis, Cranfield University, 2008.
- [19] K.V. Rozhdestvensky, *Aerodynamics of a lifting system in extreme ground effect*, Springer Science & Business Media, pp. 95-112, 2000.
- [20] D. L. Blount, D. L. Fox, Small-craft power prediction, *Marine Technology*, Vol. 13, No. 1, pp. 14-45, 1976.
- [21] ITTC (International Towing Tank Conference), Recommended Procedures and Guidelines, *1978 ITTC Performance Prediction Method*, Report No.7.5- 02-03- 01.4, 2011.
- [22] J.O. Scherer, S. K. R. Patil, Hydrodynamics of Surface-Piercing Outboard and Sterndrive Propulsion Systems, *11th International Conference on Fast Sea Transportation FAST 2011*, Honolulu, Hawaii, USA, 2011.
- [23] P. W. Brown, An experimental and theoretical study of planing surfaces with trim flaps, *Davidson Laboratory Letter Report 1463*, 1971.
- [24] T.M. Ward, H.F. Goelzer, P.M. Cook, Design and performance of the ram wing planing craft KUDU II, *AIAA/SNAME Advanced Marine Vehicles Conference*, San Diego, California, USA, 1978.
- [25] D. G. Stechert, On the use of the calculus of variations in trajectory optimization problems, *united states air force project RAND*, RM-3793-PR, 1963.
- [26] D. S. Naidu, *Optimal control systems*, CRC Press, pp. 249-288, 2003.
- [27] W. Steptoe, Trim your boat, *Club Marine magazine*, Vol. 19, No. 2, pp. 51-60, 2004.

سطح بدنه کاتاماران در معرض هوا در جهت $x$ ( $m^2$ )	$S_{xa,hull}$
ضریب کسر تراست	$t_p$
تراست پروانه (N)	$T_p$
سرعت پایای شناور در مدل آیرودینامیکی (m/s)	$U_s$
سرعت پیشروی شناور (m/s)	$u$
سرعت پایای جریان در مدل آیرودینامیکی (m/s)	$u_s$
بردار متغیرهای کنترلی	$U$
ارتفاع مرکز جرم از خط کیل (m)	$VCG$
ارتفاع مرکز جرم شناور از سطح آب (m)	$x_3$
زاویه تریم لحظه‌ای (rad)	$x_5$
بردار حالت	$X$
پارامتر مورد نیاز برای محاسبه طول خیس چاین	$z_{max}/V_t$

#### علائم یونانی

زاویه سقف تونل کاتاماران نسبت به خط کیل (deg)	$\alpha$
زاویه ددرایز (deg)	$\beta$
بازده آب باز پروانه	$\eta$
بازده مکانیکی برای درایو	$\eta_E$
بازده چرخشی پروانه	$\eta_R$
نسبت طول خیس شده متوسط	$\lambda_m$
ضرایب هم‌حالت	$\lambda_i$
بردار هم‌حالت	$\lambda$
چگالی آب ( $kg/m^3$ )	$\rho$
چگالی هوا ( $kg/m^3$ )	$\rho_a$
نسبت عرض تریم تب به عرض صفحه پلنینگ	$\sigma$
زاویه کنترلی درایو (deg)	$\varphi_P$
زاویه کنترلی تریم تب (deg)	$\varphi_T$
ضریب کسر ویک متوسط	$\bar{\omega}$

#### بالانویس‌ها

\* مقدار بهینه کمیت

#### 6- مراجع

- [1] D. Savitsky, P. W. Brown, , Procedures for hydrodynamic evaluation of planing hulls in smooth and rough water, *Marine Technology*, Vol.13, No. 4, pp. 381-400,1976.
- [2] D. Savitsky, Hydrodynamic design of planing hulls, *Marine Technology*, Vol.1, No. 1, pp.71-95, 1964.
- [3] D. Savitsky, M. F. Delorme, and R. Datla, Inclusion of whisker spray drag in performance prediction method for high-speed planing hulls, *Marine Technology*, Vol. 44, No. 1,, pp. 35-56, 2007.
- [4] T.I. Fossen, Guidance and Control of Ocean Vehicles, John Wiley & Sons Ltd, ISBN 0-471-94113-1, 1994.
- [5] T.I. Fossen, Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control. John Wiley & Sons, 2011.