



# کنترل ارتعاشات ارا به فرود شش درجه آزادی یک هواپیما با روش مدل مرجع و حداقل واریانس

عبدالمجید خوشنود<sup>1\*</sup>، سیامک افتخاری<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* تهران، 16765-3381، khoshnood@kntu.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 31 تیر 1394

پذیرش: 16 شهریور 1394

ارائه در سایت: 17 آبان 1394

کلید واژگان:

ارابه فرود هواپیما

کنترل تطبیقی ارتعاشات

کنترل کننده مدل مرجع تطبیقی

کنترل کننده حداقل واریانس

## چکیده

در این مقاله دو کنترل کننده تطبیقی برای کاهش ارتعاشات ارا به فرود هواپیما در لحظه فرود و هنگام حرکت روی باند (تاکسی) طراحی شده است. بدین منظور ابتدا مدل دینامیکی شش درجه آزادی حاکم بر ارا به فرود و سپس تابع تبدیل بین جابه جایی چرخ جلو و عملگر بدست آمده است. به دلیل پیچیدگی زیاد این مدل کاهش مرتبه داده شده و با یک خطای ناچیز نسبت به مدل اولیه، تابع تبدیل جدید استخراج گردیده است. در ادامه برای جذب ارتعاشات چرخ جلو در لحظه برخورد با زمین، با کمک روش لیاپانوف یک کنترل کننده مدل مرجع تطبیقی طراحی شده است. همچنین یک کنترل کننده بهینه حداقل واریانس تطبیقی نیز برای دفع اغتشاشات سطح در هنگام حرکت روی باند فرودگاه طراحی گردیده است. اغتشاشات سطح باند به کمک یک نویز رنگی با توزیع گوسی مدل شده و به منظور اعمال این کنترل کننده، پارامترهای سیستم و نویز با کمک روش حداقل مربعات توسعه یافته بازگشتی شناسایی شده اند. در نهایت با کمک شبیه سازی در محیط نرم افزار متلب-سیمولینک، کارایی کنترل کننده نسبت به ورودی های مختلف سنجیده شد. شبیه سازی ها نشان دهنده سرعت بالا و عملکرد مناسب کنترل کننده ها در جذب ارتعاشات در دو رژیم حرکتی هواپیما می باشد.

## Vibration control of 6 DOF airplane landing gear using model reference and minimum variance adaptive controllers

Abdol Majid Khoshnood\*, Siyamak Eftekhary

School of Aerospace Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technologies, Tehran, Iran

\* P.O.B. 16765-3381 Tehran, Iran, khoshnood@kntu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 22 July 2015

Accepted 07 September 2015

Available Online 08 November 2015

### Keywords:

Airplane Landing Gear

Adaptive Vibration Control

Model Reference Adaptive Control System

Minimum Variance Control System

### ABSTRACT

In this paper, in order to reduce landing gear vibration two adaptive control systems are designed considering the landing and taxi phases. For this purpose, 6 degree of freedom equations of motion of the landing gear and the related transfer functions are extracted. A reduced order model of the overall transfer functions are given as a result of complicated dynamic model. A Lyapunov based model reference adaptive control is designed to absorb the vibration of front wheel of the landing gear at touchdown. In addition, a minimum variance adaptive controller is designed and implemented on the system to reject the band level disturbances during the taxi phase. The band disturbances are modeled as a colored Gaussian noise and the system parameters as well as noise characteristics are estimated using extended least square approach. Both control systems are investigated to assess the best performance. Numerical simulations of the system in Matlab/Simulink environment show the preferences and satisfactory performances of the proposed vibration control systems. These results are calculated against various inputs including model reference adaptive control and minimum variance approaches.

### 1- مقدمه

بر ایجاد ناراحتی در مسافران، سبب وارد شدن آسیب های جدی به مجموعه می شود. ارتعاشات ارا به فرود هم ناشی از سیستم فربندی و جرم سیستم و هم به صورت خودبرانگیخته از نوع شیمی<sup>1</sup> می باشد. در گذشته به منظور کنترل این ارتعاشات از کنترل کننده های غیر تطبیقی استفاده شده است. اما از مشکلات اصلی این دیدگاه کنترلی، عدم توانایی این سیستم های کنترلی در تشخیص تغییرات در مجموعه به دلیل طراحی آن ها برای یک شرایط خاص می باشد [1]. ناسا [2] به معرفی مدل سازی ارا به فرود یک هواپیمای جنگی و

کنترل ارتعاشات همواره از دغدغه های اصلی محققان و طراحان سیستم های دینامیکی بوده است. در این زمینه بعضی از سیستم های مکانیکی از توجه بیشتری نسبت به سایرین برخوردار بوده اند. یکی از این سیستم های شناخته شده، ارا به فرود هواپیما می باشد. حساسیت بالای این وسیله به دلیل سر و کار داشتن دائمی آن با جان و راحتی انسان، همواره دقت نظر محققان را طلبیده است. به دلیل سرعت بالای هواپیما، ارتعاشات بدنه در لحظه فرود و زمان حرکت روی باند چالش اصلی این سیستم می باشد. این ارتعاشات علاوه

1- Shimmy

Please cite this article using:

A. Khoshnood, S. Eftekhary, Vibration control of 6 DOF airplane landing gear using model reference and minimum variance adaptive controllers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 351-358, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مدل تحلیلی ارتعاشی بدست آمده از نرم افزار متلب با نتایج شبیه سازی سیستم دینامیکی در محیط نرم افزار آدامز<sup>5</sup> مقایسه شده است.

در این مقاله برای جذب ارتعاشات یک هواپیما در دو رژیم حرکتی دو کنترل کننده تطبیقی متفاوت طراحی شده است. در هر دو کنترل کننده یک عملگر در چرخ جلو هواپیما به کار گرفته شده و تنها برنامه‌ی عملکرد آن برای اعمال به چرخ جلو متفاوت است. کنترل کننده اول وظیفه کنترل ارتعاشات را در لحظه فرود هواپیما و برخورد آن با باند را بر عهده دارد. این کنترل کننده تطبیقی به شکل مدل مرجع بوده و بر اساس قضیه پایدار لیاپانوف<sup>6</sup> استخراج شده است. همچنین به منظور جذب اغتشاشات باند، یک کنترل کننده بهینه تطبیقی به کار گرفته شده است. این کنترل کننده حداقل واریانس تطبیقی سعی در کمینه کردن واریانس جابه‌جایی چرخ جلو هواپیما دارد. بدین منظور ابتدا مدل ارتعاشی شش درجه آزادی سیستم بدست آمده است. سپس با خطایی ناچیز مرتبه سیستم از دوازده به شش کاهش داده شده و تابع تبدیل آن استخراج شده است. برای طراحی کنترل کننده حداقل واریانس، اغتشاشات جاده به شکل نویز رنگی با توزیع گوسی مدل شده و با کمک الگوریتم شناسایی حداقل مربعات بازگشتی<sup>7</sup> (ELS)، پارامترهای سیستم و نویز به شکل بازگشتی تخمین زده شده‌اند.

مقاله به شرح زیر مرتب شده است. در بخش 2 مدل سازی ارتعاشی شش درجه آزادی ارباه فرود آورده شده است. در بخش 3 و 4 به طراحی دو کنترل کننده مدل مرجع و حداقل واریانس تطبیقی پرداخته شده است. در قسمت 5 نیز کارایی کنترل کننده‌های طراحی شده مورد تجزیه تحلیل قرار گرفته است. در نهایت نتیجه‌گیری مقاله در بخش 6 آورده شده است.

## 2- مدل ارتعاشی ارباه فرود هواپیما

در این بخش مدل ارتعاشی شش درجه آزادی سیستم (شکل 1) به کمک معادلات نیوتون- اوپلر<sup>8</sup> استخراج می‌شود. معادلات ارتعاشی به شکل رابطه (1) بازنویسی شده‌اند [14].

$$[M][\ddot{X}] + [C][\dot{X}] + [K][X] = [F] \quad (1)$$

در رابطه فوق ماتریس‌های  $M$ ،  $C$  و  $K$  به ترتیب ماتریس جرم، میرایی و سختی می‌باشند و به شکل روابط (2) تعریف می‌شوند.

$$X = [x_1, x_2, x_3, x, \theta, \beta]^T \quad (2)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & -c_1 & 0 & c_1 L \\ 0 & c_2 & 0 & -c_2 & -c_2 r & -c_2 L' \\ 0 & 0 & c_3 & -c_3 & c_3 r & -c_3 L' \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 & c_1 + c_2 + c_3 & (c_2 - c_3)r & -c_1 L + (c_2 + c_3)L' \\ 0 & -c_2 r & c_3 r & (c_2 - c_3)r & (c_2 + c_3)r^2 & (c_2 - c_3)Lr \\ c_1 L & -c_2 L' & -c_3 L' & -c_1 L + (c_2 + c_3)L' & (c_2 - c_3)Lr & c_1 L^2 + (c_2 + c_3)(L)^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

طراحی کنترل کننده فعال برای آن پرداخته است. در این مقاله با کمک اصول کنترل کلاسیک و معیار پایداری نایکوئیست<sup>1</sup>، به دنبال کاهش ارتعاشات سیستم بودند. در [3،4] به طراحی کنترل کننده پیش‌بین مقاوم براساس مدل غیرخطی و با کمک قضیه لیاپانوف به منظور دفع ارتعاشات شیمی ارباه فرود پرداخته شده است. مدل خطی در پارامتر را با وجود نامعینی دینامیکی در نظر گرفته و با اعمال ورودی کنترلی مناسب، پایداری سیستم حلقه بسته را نیز تضمین کرده‌اند. مرجع [5] به طراحی یک کنترلگر بهینه به منظور کاهش ارتعاشات شیمی ارباه فرود پرداخته است. آن‌ها معادلات دینامیکی غیرخطی را خطی سازی کرده و برای معادلات فضای حالت آن، رویتنگر حالت بر اساس اصول کنترل مدرن طراحی کرده‌اند. به علت تطبیقی نبودن کنترلگر، نبود ارتعاشات شیمی در شرایط پیش‌بینی نشده، در طراحی ادعا نشده است. در [6] دو کنترلگر بهینه خطی و  $H_\infty$  به منظور کاهش ارتعاشات ارباه فرود بر اساس مدل سه درجه آزادی مورد تجزیه تحلیل قرار گرفته است. این کنترلگرها نیز به دلیل تطبیقی نبودن توانایی تضمین عملکرد مناسب در تمام شرایط کاری هواپیما را ندارند.

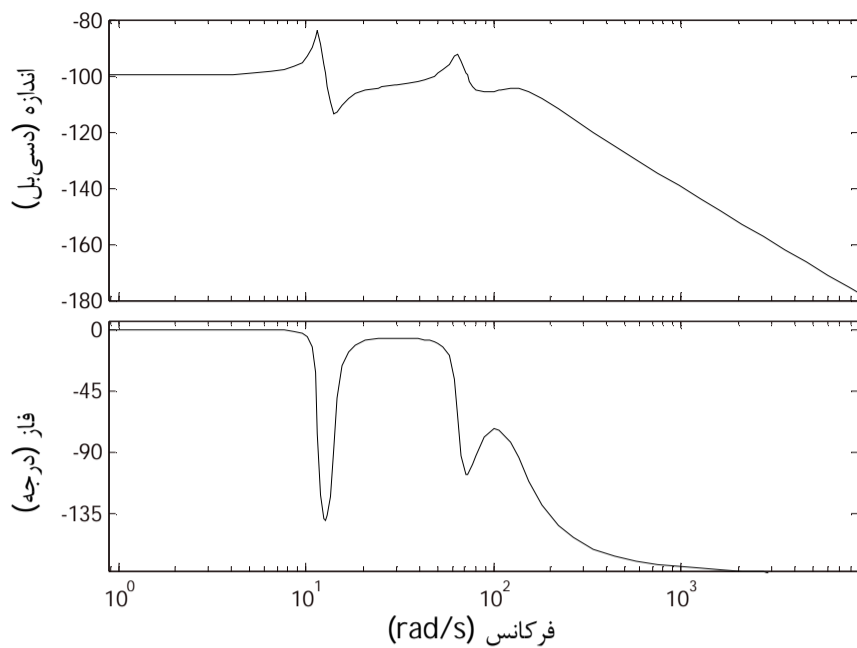
کارکرد هواپیما در محیطها با شرایط آب و هوایی مختلف (حتی در یک پرواز)، زمان معمولاً طولانی استفاده از آن‌ها، شرایط متفاوت باند فرودگاه‌ها و غیره، از جمله دلایل متغیر با زمان بودن مشخصات دینامیکی ارباه فرود هواپیما می‌باشد. بدین منظور کنترل کننده‌های تطبیقی (که رفتارشان متناسب با شرایط تغییرپذیر است) راه حلی مناسب می‌باشد. این کنترل کننده‌ها به دلیل تنظیم ورودی کنترلی در هر لحظه با توجه به دینامیک مجموعه، قابلیت درک تغییرات پارامترهای سیستم دینامیکی را دارد. در این حوزه، بخشی از محققان بر روی طراحی سیستم‌های کنترلی نیمه-فعال<sup>2</sup> و فعال با محوریت کار بر روی جاذب‌های ارتعاشی متمرکز شده‌اند. در [7] یک کنترلگر پس‌خوراند<sup>3</sup> منفی تطبیقی برای جذب ضربه دینامیکی در لحظه فرود هواپیما طراحی شده است. در این پژوهش مدل یک درجه آزادی ارتعاشی در نظر گرفته شده و با کمک یک میراگیر با سیال عامل مغناطیسی<sup>4</sup> MR، به کنترل ارتعاشات در لحظه فرود پرداخته شده است. مرجع [8] نیز با کنترل سیال عامل جاذب ارتعاشی، هدف کاهش ارتعاشات را دنبال کرده است. در این پژوهش استراتژی کنترل نیمه-فعال و فعال همزمان مورد بررسی قرار گرفته است. کنترلگر نیمه-فعال پیش‌بین بر اساس الگوریتم ژنتیک و فازی- PID به ترتیب در [9] و [10] مورد بررسی قرار گرفته است. در مطالعات قبلی بحثی در مورد کنترل ارتعاشات ارباه فرود در دو رژیم حرکتی مذکور به روش مدل مرجع و حداقل واریانس تطبیقی برای مدل شش درجه آزادی صورت نگرفته است. همین مسئله در این پژوهش مد نظر گرفته شده است.

از دیگر زمینه‌های کنترلی می‌توان به کاهش ارتعاشات ارباه فرود هواپیما با کمک کنترل سازه‌ای اجزای ارباه فرود اشاره کرد [11].

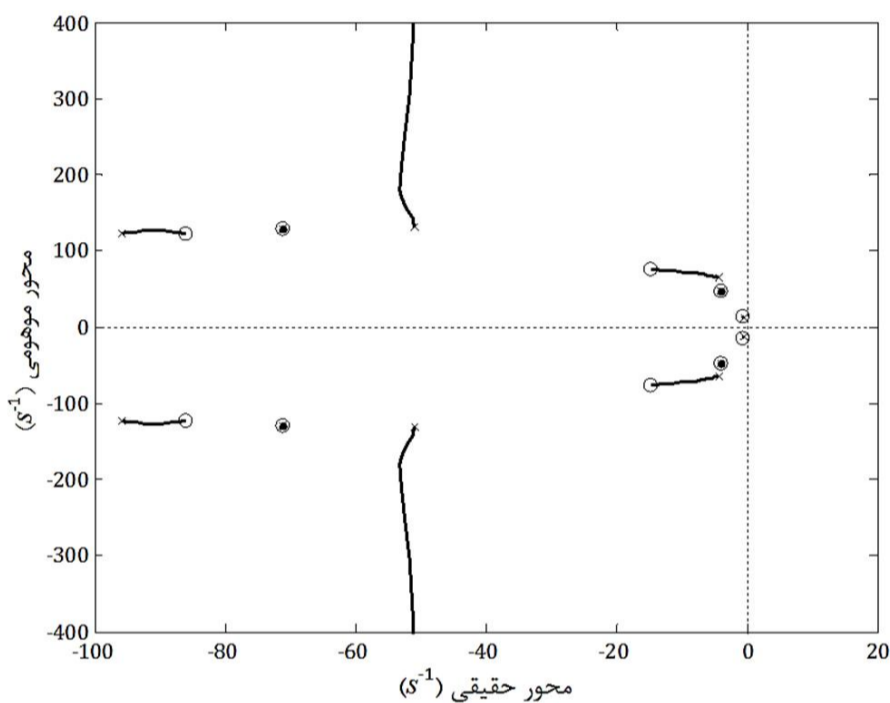
در بحث مدل سازی دینامیکی و ارتعاشی ارباه فرود که پایه و اساس طراحی کنترلگرها می‌باشد نیز پژوهش‌های زیادی صورت گرفته است [12]. ناسا [13] مروری بر مدل دینامیکی ارباه فرود و ارتعاشات آن کرده است. مرجع [14] نیز به ارائه مدل دینامیکی و ارتعاشی ارباه فرود پرداخته است. در این پژوهش معادلات ارتعاشی برای یک مدل شش درجه آزادی به روش تحلیلی استخراج شده است. در ادامه برای صحت‌سنجی مدل ارائه شده، پاسخ

5- ADAMS  
6- Lyapunov  
7- Extended Least Square  
8- Newton- Euler

1- Nyquist  
2- Semi-Active  
3- Feedback  
4- Magneto-Rheological

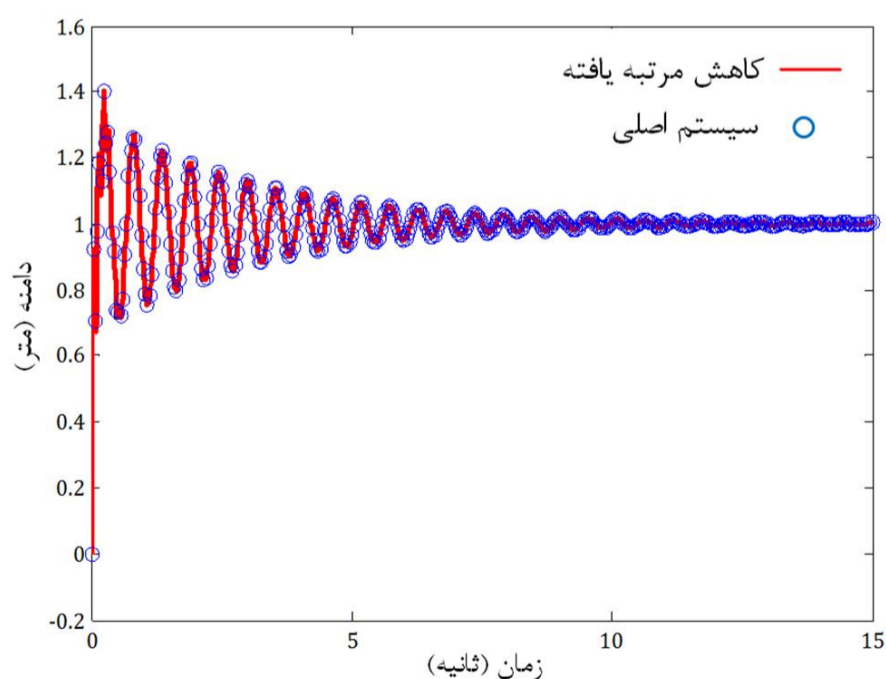


شکل 2 نمودار بود تابع تبدیل بین ورودی و خروجی جابجایی دماغه هواپیما



شکل 3 نمودار مکان هندسی ریشه‌های تابع تبدیل

به همین دلیل با کمک یکی از روش‌های مرسوم [15] رسته سیستم از دوازده به شش کاهش داده شده است. در شکل 4 پاسخ پله سیستم اصلی و کاهش مرتبه یافته ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل نیز مشخص است، نورم دو خطا بین این دو پاسخ کمتر از 0/01% می‌باشد که با توجه به کاهش رسته سیستم و حجم محاسبات بسیار مناسب است.



شکل 4 پاسخ پله سیستم اصلی (دایره) و کاهش مرتبه یافته (خط)

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_4 & 0 & 0 & k_4 & 0 & k_4 L \\ 0 & k_2 + k_5 & 0 & k_5 & -k_5 r & -k_5 L' \\ 0 & 0 & k_3 + k_6 & k_6 & k_6 r & -k_6 L' \\ -k_4 & -k_5 & -k_6 & k_4 + k_5 + k_6 & (k_5 - k_6)r & -k_4 L + (k_5 + k_6)L \\ 0 & -k_5 r & k_6 r & (k_5 - k_6)r & (k_5 + k_6)r^2 & (k_5 - k_6)Lr \\ k_4 L & -k_5 L' & -k_6 L' & -k_4 L + (k_5 + k_6)L & (k_5 - k_6)Lr & k_4 L^2 + (k_5 + k_6)L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F = [u_1, 0, 0, 0, 0, 0] \quad (6)$$

در رابطه (2) جابه‌جایی عمودی بدنه،  $x_1$  جابه‌جایی عمودی چرخ جلو،  $x_2$  و  $x_3$  جابه‌جایی عمودی ارباه فرود چپ و راست،  $\beta$  زاویه رول و  $\theta$  زاویه پیچ می‌باشد. همچنین در رابطه (3)  $m$ ،  $m_1$ ،  $m_2$  و  $m_3$  به ترتیب جرم بدنه هواپیما، جرم دماغه و جرم‌های ارباه فرود اصلی می‌باشند. همچنین  $I_y$  و  $I_z$  به ترتیب ممان اینرسی جرمی بدنه حول محورهای  $Y$  و  $Z$  می‌باشد. در رابطه (4)  $k_1$ ،  $k_2$ ،  $k_3$  و  $k_4$ ،  $k_5$ ،  $k_6$  به ترتیب خاصیت فنری تایرها و جاذب‌های ارتعاشی را نشان می‌دهد. همچنین میرایی جاذب ارتعاشی با  $c_1$ ،  $c_2$ ،  $c_3$  در معادله (5) مدل شده است. متغیرهای  $L$ ،  $L'$  و  $r$  به ترتیب فاصله طولی ارباه فرود اصلی از مرکز جرم بدنه، فاصله طولی چرخ جلو از مرکز جرم بدنه و فاصله عرضی ارباه فرود اصلی از مرکز جرم بدنه می‌باشد. در معادله (6) متغیر  $u_1$  در واقع نیروی وارده از طرف عملگر<sup>1</sup> کنترلی می‌باشد.

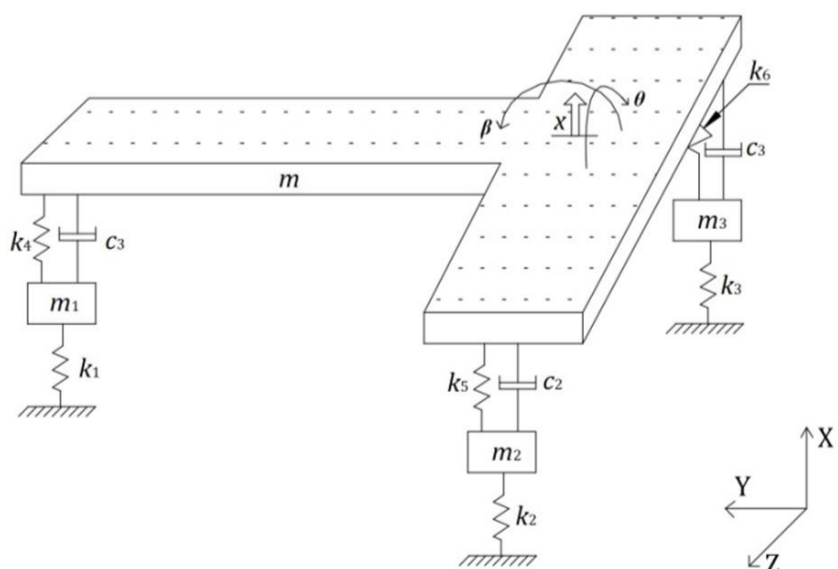
برای بدست آوردن تابع تبدیل سیستم، ابتدا معادلات فضای حالت استخراج می‌شوند. بدین منظور با در نظر گرفتن دوازده متغیر حالت شامل مشتقات اول و دوم متغیرهای مستقل در رابطه (2)، معادله (1) به شکل (7) بازنویسی می‌شود.

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$Y = C'X \quad (7)$$

با کمک معادلات فوق، تابع تبدیل بین عملگر نصب شده روی چرخ جلو و جابه‌جایی عمودی همان چرخ بدست می‌آید. در شکل 2 نمودار بود<sup>2</sup> تابع تبدیل بدست آمده، نمایش داده شده است.

نکته قابل توجه اینست که این سیستم دارای چند درجه کنترل ناپذیری است، اما درجات کنترل ناپذیری آن پایدار باقی می‌ماند. به دلیل اینکه بعضی از قطب‌های دور از مبدا تأثیر چندانی روی خروجی سیستم ندارند، با در نظر گرفتن قطب‌های نزدیک به مبدا یا همان قطب‌های غالب می‌توان بدون از دست رفتن دقت، رسته سیستم را کاهش داد. برای این کار کافی است منحنی روت-لوکاس<sup>3</sup> تابع تبدیل سیستم در شکل 3 رسم شده است.



شکل 1 مدل ارتعاشی شش درجه آزادی ارباه فرود هواپیما [14]

- 1- Actuator
- 2- Bode
- 3- Root- Locus

شود. باید قانون کنترلی را به گونه‌ای انتخاب کرد تا تضمینی برای برقراری این شرط باشد. با اعمال قانون کنترلی ذکر شده در معادله (9) و محاسبه مشتق تابع منتخب لیاپانوف، معادله‌ی تنظیم پارامترهای کنترلی (قانون تطابق<sup>2</sup>) به صورت رابطه (12) بدست می‌آید.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\gamma}{2} (\dot{e}^T P e + e^T P \dot{e}) + (\theta - \theta_0) \frac{d\theta}{dt} = -\frac{\gamma}{2} \dot{e}^T Q e + (\theta - \theta_0) \left( \frac{d\theta}{dt} + \gamma u_C^T B^T P e \right) \quad (12)$$

برای منفی معین شدن رابطه (12)، قانون تطابق باید به شکل (13) باشد.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma u_C^T B^T P e \quad (13)$$

با توجه به رابطه فوق، ضرایب ورودی کنترلی با کمک یک رابطه دیفرانسیلی تنظیم می‌گردد. در واقع مقدار این ضرایب از یک شرایط اولیه به مقدار مطلوب خود با کمک قانون تطابق همگرا می‌شود.

#### 4- طراحی کنترل کننده حداقل واریانس تطبیقی

در این بخش هدف طراحی کنترل کننده‌ای است که بتواند به بهترین شکل ممکن اغتشاشات وارد شده از سطح باند به هواپیما در حالت حرکت تاکسی جذب کند. بدین منظور ابتدا باید اغتشاشات سطح باند را به خوبی مدل کرد. یکی از مرسوم‌ترین روش‌ها برای مدل کردن این اغتشاشات، یک تابع اتفاقی با توزیع گوسی میانگین صفر و با واریانس مشخص (نویز سفید) می‌باشد [17]. در اینجا از نویز رنگی برای مدل کردن این اغتشاشات استفاده شده است. گرچه این مدل بسیار کامل‌تر از نویز سفید بوده اما فرایند شناسایی سیستم را با مشکل مواجه می‌کند. نویز رنگی برخلاف نوع سفید به شکل حافظه‌دار می‌باشد. در واقع این نویز گذشته خود را به یاد دارد و ضریب خودهمبستگی<sup>3</sup> آن یک است. این ضریب برای نویز سفید صفر است. به هر نحو نویز رنگی به حالت سفید به دلیل کامل‌تر بودن ترجیح داده شده است. برای طراحی این کنترل کننده که از نوع بهینه تطبیقی می‌باشد، برخلاف حالت قبل که از توصیف فضای حالت معادلات استفاده شد، از تابع تبدیل سود برده می‌شود. بدین منظور ابتدا باید این تابع تبدیل پیوسته را با زمان نمونه برداری مناسب گسسته‌سازی کرد. لازم به ذکر است که در این بخش نیز از تابع تبدیل کاهش یافته برای طراحی کنترل کننده استفاده می‌شود. حال معادلات سیستم به شکل رابطه (14) بازنویسی می‌شوند [18,1].

$$Y(\xi)y(\kappa) = U(\xi)u(\kappa) + E(\xi)e(\kappa) \quad (14)$$

که در آن رابطه (15) برقرار است:

$$Y(\xi) = 1 + \alpha_1 \xi^{-1} + \alpha_2 \xi^{-2} + \dots + \alpha_{ny} \xi^{-ny}$$

$$U(\xi) = 1 + \beta_1 \xi^{-1} + \beta_2 \xi^{-2} + \dots + \beta_{nu} \xi^{-nu}$$

$$E(\xi) = 1 + \delta_1 \xi^{-1} + \delta_2 \xi^{-2} + \dots + \delta_{ne} \xi^{-ne} \quad (15)$$

در معادله (15)  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\delta$  ضرایب چندجمله‌ای،  $ny$ ،  $nu$  و  $ne$  به ترتیب مرتبه چندجمله‌ای خروجی، ورودی و نویز می‌باشند. همچنین  $\xi^{-1}$  عملگر انتقال زمانی پیشرو و پسرو به ترتیب می‌باشند. مسئله مهمی که در طراحی این کنترل کننده باید در نظر گرفت، غیرحداقل فاز بودن سیستم است. بدین منظور چند جمله‌ای  $U(\xi)$  به صفرهای قابل حذف با زیروند "+" و صفرهای

#### 3- طراحی کنترل کننده تطبیقی مدل مرجع با روش لیاپانوف

در این قسمت یک کنترل کننده تطبیقی بر مبنای قضیه لیاپانوف به منظور جذب ارتعاشات ارباه فرود هواپیما در لحظه فرود و برخورد با باند طراحی می‌شود [1]. استفاده از قضیه لیاپانوف در استخراج قانون تطابق کنترلی موجب تضمین پایداری سیستم حلقه بسته نیز می‌شود. در این حالت خطا توسط یک معادله تفاضلی تعریف می‌گردد. سپس میبایست یک تابع منتخب لیاپانوف و یک مکانیزم تطابق به گونه‌ای طراحی گردد که خطا به سمت صفر میل نماید. با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف برای سیستم‌های تطبیقی متوجه می‌شویم که در اکثر مواقع مشتق این تابع تنها نیمه-منفی معین است. در این حالت برای تضمین پایداری سیستم، از منطق باربالات<sup>1</sup> کمک گرفته شده به نحوی که تابع لیاپانوف و تابع خطا دارای مشتق دوم محدود باشند [16]. با داشتن سیستم کاهش مرتبه یافته نهایی، به طراحی این کنترل کننده با روش لیاپانوف پرداخته می‌شود.

ابتدا مدل مرجع مناسبی هم رسته با تابع تبدیل سیستم کاهش یافته انتخاب شده است. پاسخ پله مدل مرجع در شکل 5 نشان داده شده است.

حال برای طراحی ورودی کنترلی مناسب بر اساس قضیه لیاپانوف، روند زیر طی خواهد شد. اگر  $y$  جابه‌جایی چرخ جلو هواپیما و  $y_m$  پاسخ مدل باشد، آنگاه با تشکیل معادله خطا و مشتقات آن می‌توان رابطه (8) را نوشت:

$$e = y - y_m \quad (8)$$

ورودی کنترلی با رابطه (9) در نظر گرفته می‌شود.

$$u(t) = f u_c(t) - q_0 \dot{y}(t) - q_1 y(t) \quad (9)$$

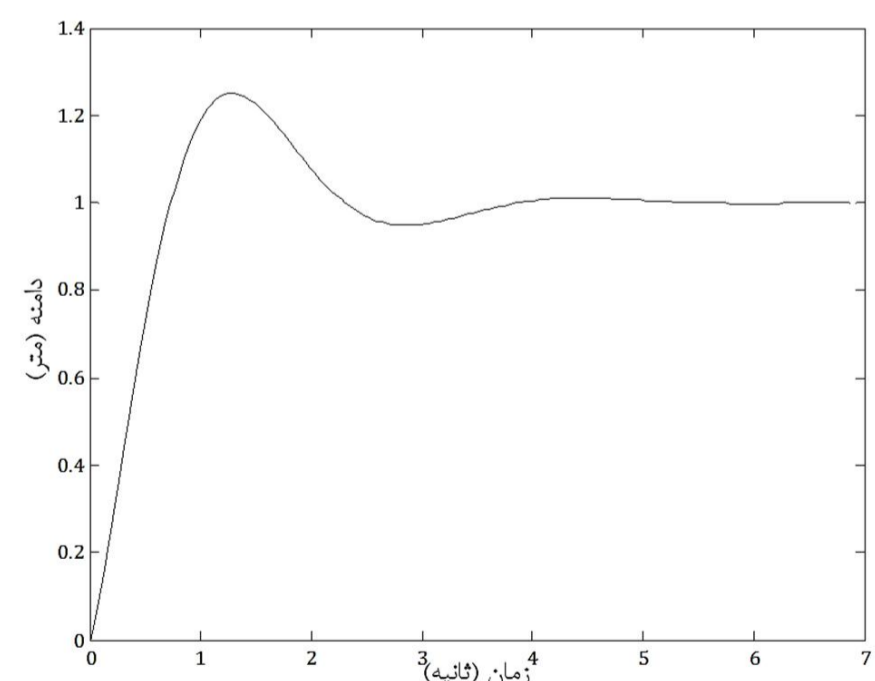
چون سیستم به شکل خطی مدل شده است، تابع منتخب لیاپانوف (10) را برای سیستم انتخاب می‌شود.

$$V(e, \theta) = \frac{1}{2} \{ \gamma e^T P e + (\theta - \theta_0)^T (\theta - \theta_0) \} \quad (10)$$

که در رابطه فوق،  $\theta$  ماتریس ضرایب ورودی کنترلی،  $\theta_0$  مقادیر اولیه آن و  $\gamma$  یک عدد مثبت می‌باشد. همچنین ماتریس  $P$  به گونه‌ای تعریف می‌شود که در رابطه (11) صدق کند.

$$A^T P - P A = -Q < 0 \quad (11)$$

در معادله (11)،  $Q$  یک ماتریس مثبت معین می‌باشد. مشتق تابع  $V$  باید یک مقدار منفی باشد تا این تابع به عنوان یک تابع با شرایط لیاپانوف پذیرفته



شکل 5 پاسخ پله مدل مرجع

2- Adjustable rule  
3- Autocorrelation

1- Barbalat

غیرقابل حذف با زیروند "-" تجزیه می شود.

$$U(\xi) = U^+(\xi)U^-(\xi) \quad (16)$$

در این روش برای بدست آوردن قانون کنترلی، ابتدا باید پارامترهای سیستم و نویز شناسایی گردند. الگوریتم حداقل مربعات توسعه یافته بازگشتی (ELS) بدلیل توانایی شناسایی پارامترهای نویز  $(E(\xi))$  به همراه پارامترهای سیستم، گزینه‌ی مناسبی به حساب می آید [19]. بایاس داشتن تخمین پارامترها به دلیل رنگی بودن نویز اعمالی به سیستم دور از انتظار نیست. حال الگوریتم نحوه استخراج قانون کنترلی مورد بحث قرار می گیرد. بدین منظور ابتدا فزونی قطب به شکل رابطه (17) تعریف می شود.

$$d = ny - nu \quad (17)$$

با ضرب  $d$  در طرفین معادله (14)، رابطه (18) بدست می آید:

$$Y(\xi)y(\kappa + d) = U(\xi)u(\kappa + d) + E(\xi)e(\kappa + d) \quad (18)$$

با تقسیم طرفین معادله (18) بر چندجمله‌ای ضریب خروجی رابطه (19) حاصل می شود.

$$y(\kappa + d) = \frac{U(\xi)}{Y(\xi)}u(\kappa + d) + \frac{E(\xi)}{Y(\xi)}e(\kappa + d) \quad (19)$$

اگر ضریب نویز در معادله فوق ساده شود، معادله (19) به شکل (20) بازنویسی می شود.

$$\frac{E(\xi)}{Y(\xi)}\xi^{d-1} = F(\xi) + \frac{G(\xi)}{Y(\xi)} \Rightarrow \xi^{d-1}E(\xi) = Y(\xi)F(\xi) + G(\xi) \quad (20)$$

در معادله فوق رابطه (21) را می توان نوشت:

$$F(\xi) = \xi^{d-1} + f_1\xi^{d-2} + \dots + f_{d-1} \quad (21)$$

$$G(\xi) = g_0\xi^{ny-1} + g_1\xi^{ny-2} + \dots + g_{ny-1}$$

با جایگذاری معادله (20) در (19)، این معادله به شکل (22) بدست می آید.

$$y(\kappa + d) = \frac{U(\xi)}{Y(\xi)}u(\kappa + d) + \left\{F(\xi) + \frac{G(\xi)}{Y(\xi)}\right\}e(\kappa + 1) \quad (22)$$

در نهایت پس از ساده سازی معادله فوق به رابطه (23) تبدیل می شود.

$$y(\kappa + d) = F(\xi)e(\kappa + 1) + \hat{y}(\kappa + d | \kappa) \quad (23)$$

که در این رابطه می توان رابطه (24) را نوشت:

$$\hat{y}(\kappa + d | \kappa) = \frac{G(\xi)}{E(\xi)}\xi y(\kappa) + \frac{U(\xi)F(\xi)}{E(\xi)}\xi u(\kappa) \quad (24)$$

برای حداقل واریانس شدن خروجی در معادله (23)، شرط (25) باید برقرار باشد.

$$\text{var}\{\hat{y}(\kappa + d | \kappa)\} = 0 \quad (25)$$

که در رابطه (25) عملگر  $\text{var}$  به معنی واریانس می باشد. با کمک رابطه مذکور، قانون کنترلی به شکل (26) استخراج می گردد.

$$u(\kappa) = -\frac{G(\xi)}{U(\xi)F(\xi)}y(\kappa) = -\frac{S(\xi)}{R(\xi)}y(\kappa) \quad (26)$$

در رابطه (26) چندجمله‌ای  $R(\xi)$  و  $S(\xi)$  با حل معادله (27) (که به معادله دیوفانتین<sup>1</sup> معروف است) بدست می آید. این معادله با ضرب  $U(\xi)$  در طرفین رابطه (20) حاصل می شود.

$$\xi^{d-1}\hat{U}^+(\xi)\hat{U}^{-*}(\xi)\hat{E}(\xi) = \hat{Y}(\xi)R(\xi) + \hat{U}(\xi)S(\xi) \quad (27)$$

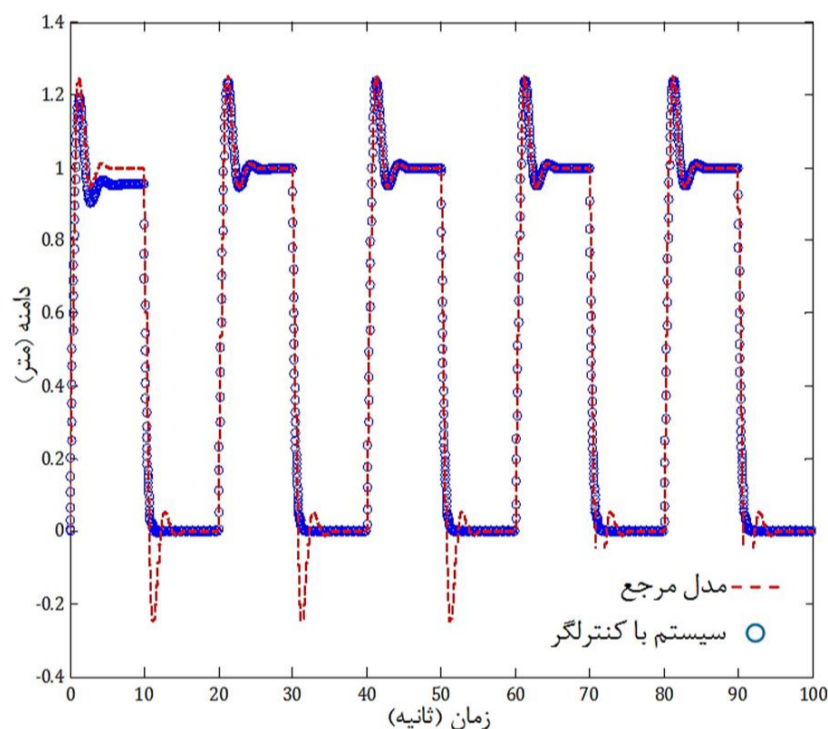
در معادله فوق علامت " $\wedge$ " و " $*$ " به ترتیب بیانگر چندجمله‌ای تخمین زده شده و معکوس می باشد. با حل معادله فوق به روش ماتریس سیلوستر<sup>2</sup>

ورودی کنترلی بدست می آید. لازم به ذکر است برای اینکه معادله (27) جواب داشته باشد، درجه چند جمله‌ای‌های  $E(\xi)$  و  $Y(\xi)$  یکسان باشند. این مسأله رنگی بودن نویز اعمالی را نیز نشان می دهد.

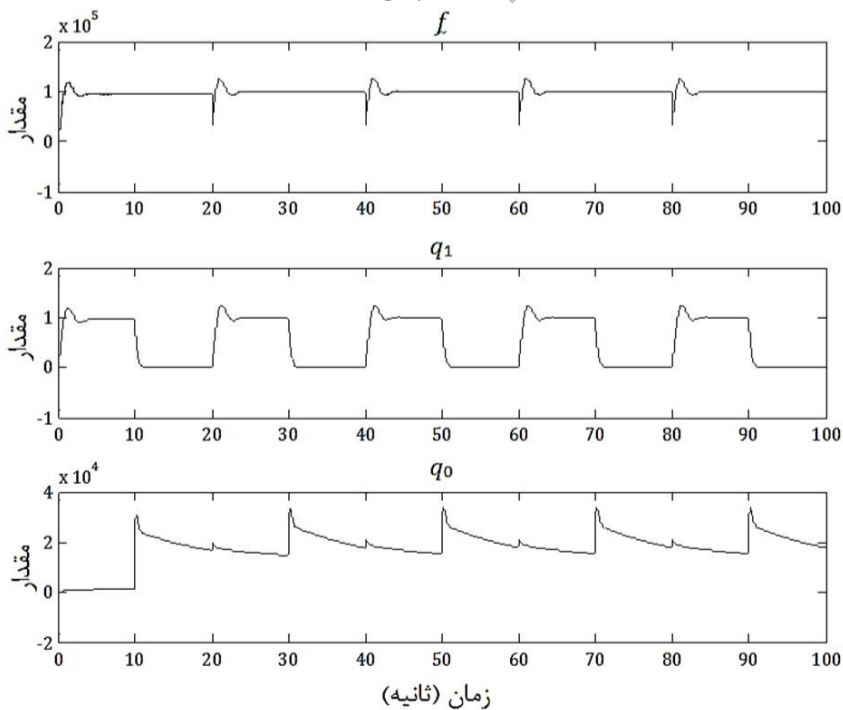
## 5- شبیه سازی

### 5-1- کنترل کننده مدل مرجع

در این قسمت برای بررسی کارایی این کنترل کننده، ورودی مرجع پله و سینوسی را به سیستم اعمال کرده و ردیابی این سیگنال مطلوب مورد بررسی قرار می گیرد. برای این شبیه سازی زمان نمونه برداری 0/01 ثانیه در نظر گرفته شده و در فاصله زمانی 0 تا 10 ثانیه به صورت تناوبی شبیه سازی انجام شده است. همچنین مشخصات دینامیکی و تابع تبدیل سیستم کاهش مرتبه یافته در پیوست مقاله ذکر شده است. سرعت هواپیما در زمان فرود 70 m/s در نظر گرفته شده است [5]. برای ورودی مطلوب پله، خروجی سیستم کنترل شده در شکل 6 ترسیم شده است. همچنین به منظور بررسی کارایی کنترل کننده، نحوه تغییرات ضرایب ورودی کنترلی در معادله (9) در شکل 7 نیز ترسیم شده است. مشاهده همزمان شکل های 6 و 7 برای تحلیل رفتار کنترلگر اهمیت بسزایی دارد. همان طور که در بخش 3 ذکر شد، مقدار



شکل 6 خروجی سیستم با کنترلگر (دایره) و خروجی مدل مرجع به ورودی پله (خط چین)

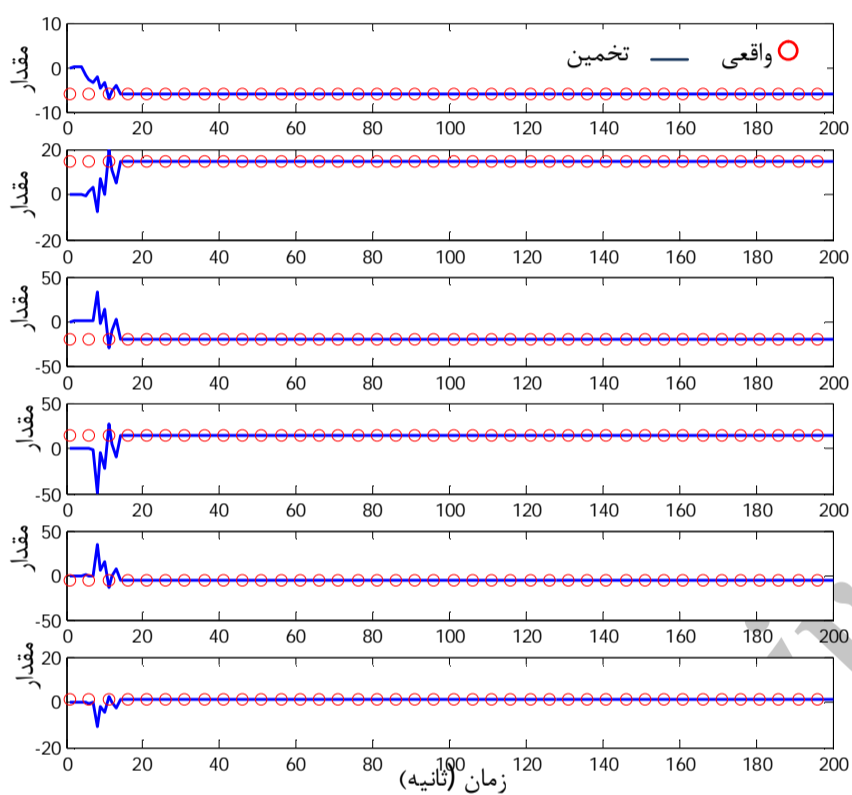


شکل 7 تغییرات ضرایب ورودی کنترلی (بدون بعد<sup>3</sup>) با ورودی مرجع پله

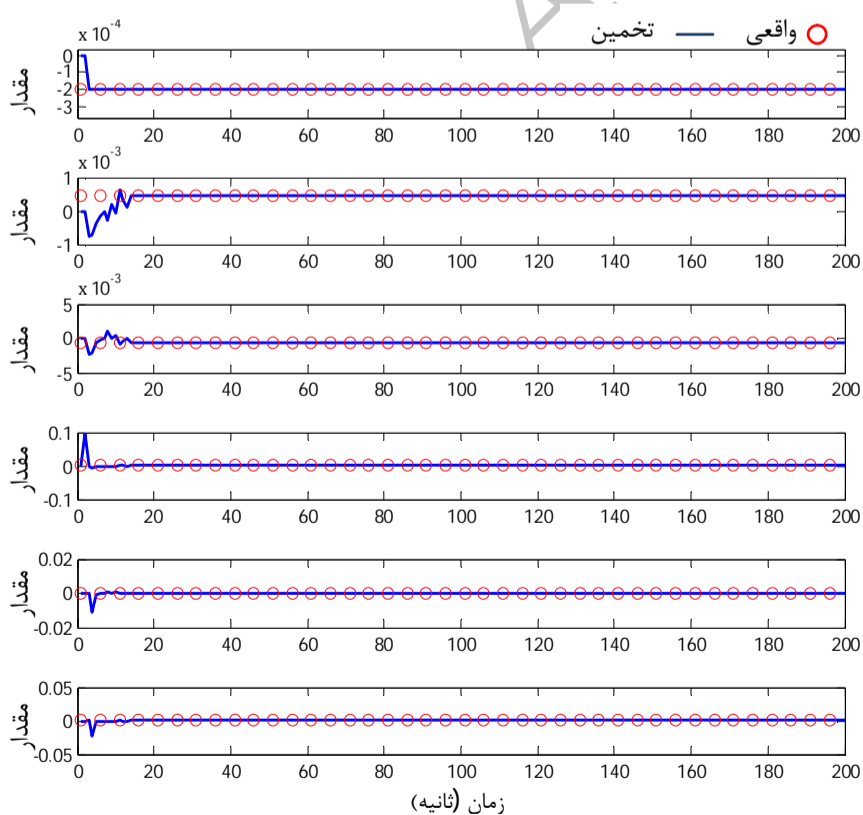
برخوردار بوده و پاسخ گذرای آن به سرعت به مقدار مدل مرجع همگرا می‌شود.

## 5-2- کنترل کننده حداقل واریانس

در این بخش کارایی کنترل کننده حداقل واریانس در کاهش اغتشاشات سطح باند فرودگاه در هنگام حرکت هواپیما بر روی آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. به منظور انجام این شبیه‌سازی، سرعت هواپیما ثابت و مشابه بخش قبل  $70 \text{ m/s}$  فرض شده است. دلیل این انتخاب اینست که فاز حرکتی مذکور هم شامل قبل از برخاستن و هم پس از فرود هواپیما می‌باشد، پس سرعت آن ثابت و نزدیک به حالت بیشینه فرض شده است. همان‌طور که ذکر شد، این کنترل کننده ابتدا نیازمند تخمین پارامترهای سیستم و نویز می‌باشد. مقدار اصلی این پارامترها در پیوست مقاله بیان شده‌اند. در شکل‌های 10 تا 12 نرخ همگرایی پارامترهای معادله (14) نشان داده شده است.



شکل 10 همگرایی ضرایب چندجمله‌ای بدون بعد  $\gamma(\xi)$  (خط) به مقدار واقعی (دایره)



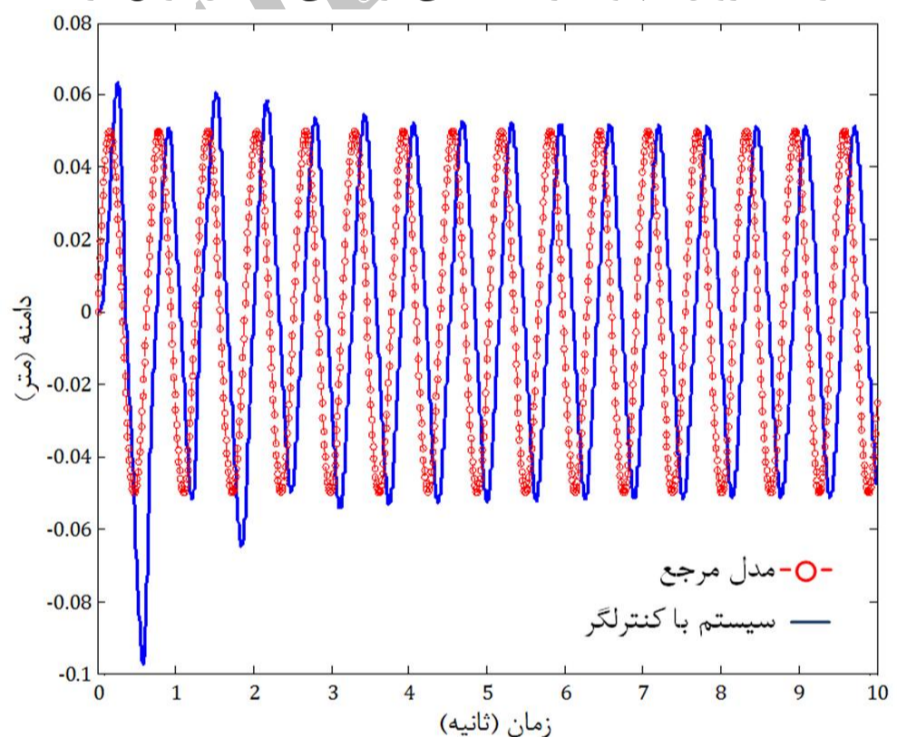
شکل 11 همگرایی ضرایب چندجمله‌ای بدون بعد  $U(\xi)$  (خط) به مقدار واقعی (دایره)

هر کدام از ضرایب معادله (9) از یک شرایط اولیه مشخص آغاز شده و بر مبنای معادله تطابق و میزان خطای ردیابی که در شکل 6 نیز قابل مشاهده می‌باشد، به سمت مقدار مطلوب در حال تغییر است.

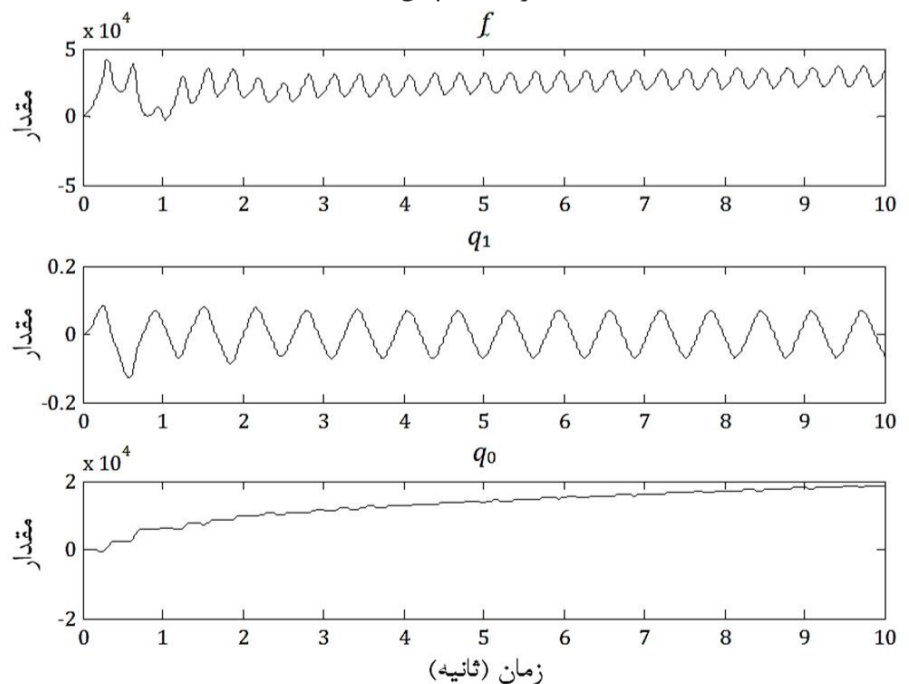
همان‌طور که از نتایج مشخص شده، کارایی کنترل کننده بالا بوده و سیستم به خوبی سیگنال مرجع را دنبال می‌کند. نکته مهم اینست که در ابتدا به دلیل همگرا نشدن پارامترهای کنترل کننده در شکل 7، پاسخ سیستم با مدل اختلاف ناچیزی دارد اما با گذر زمان اندک، سیستم به خوبی مدل مرجع را ردیابی می‌کند. همچنین فراجاهش سیستم کمتر از مدل مرجع بوده و زمان نشست آن مناسب می‌باشد.

حال به منظور بررسی کارایی کنترلگر در ردیابی ورودی‌های مطلوب دیگر، یک ورودی سینوسی با فرکانس بالا به سیستم اعمال کرده و کارایی و سرعت کنترل کننده با این ورودی مرجع نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد (شکل 8). لازم به ذکر است که این ورودی تنها به منظور بررسی قابلیت‌های کنترلگر می‌باشد و چنین رفتاری در واقعیت برای فرود یک هواپیما متصور نمی‌شود.

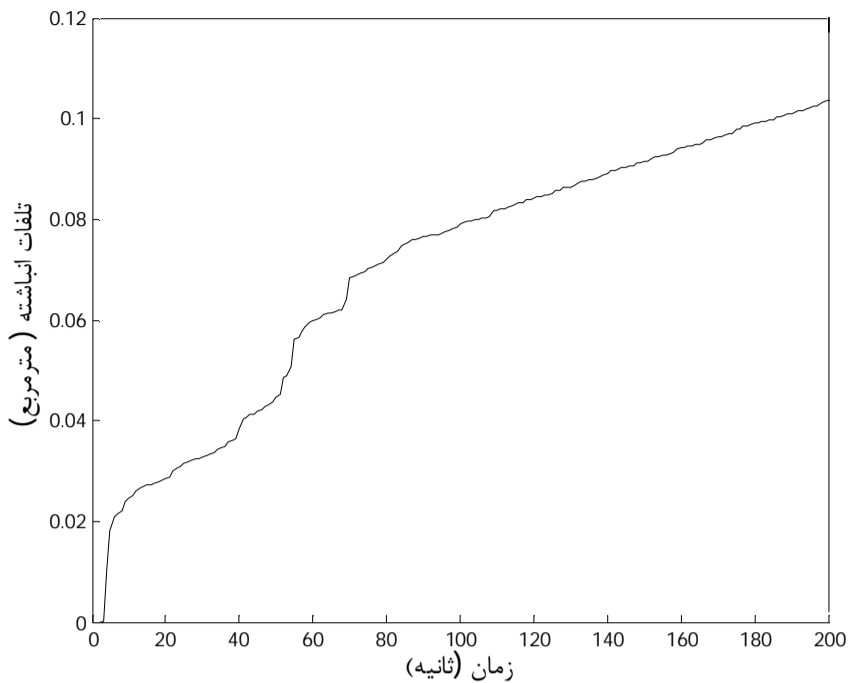
این نتایج (شکل‌های 8 و 9) سرعت بالای این کنترل کننده را نشان می‌دهد. از روی نتایج بدست آمده می‌توان دریافت که این کنترل کننده طراحی شده بر مبنای روش لیاپانوف، از دقت بالایی در ردیابی سیگنال مرجع نیز



شکل 8 خروجی سیستم با کنترلگر (خط) و خروجی مدل مرجع به ورودی سینوسی (دایره - خط چین)



شکل 9 تغییرات ضرایب ورودی کنترلی (بدون بعد) با ورودی مرجع سینوسی



شکل 14 نمودار تلفات انباشته خروجی کنترل شده

اغتاشات جاده، کاملاً واضح است که در هر بار اجرای برنامه خروجی یکسان نخواهد بود و اندکی تفاوت خواهد داشت. تلفات انباشته (مجموع مربعات) خروجی نیز در شکل 14 نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل 14 نیز ملاحظه می‌گردد، در لحظات ابتدایی شیب خط بیشتر بوده که این مسأله به دلیل دامنه خروجی بزرگتر می‌باشد. اما با همگرا شدن پارامترهای سیستم و کاهش دامنه ارتعاشات، شیب خط تلفات انباشته نیز کاهش یافته است. توصیفات انجام شده بیانگر توانایی بالای این کنترل‌کننده در کاهش ارتعاشات چرخ جلو هواپیما و سرعت بالای آن در این مهم می‌باشد.

#### 6- پیوست

مقادیر پارامترهای سیستم اصلی به شکل زیر می‌باشند. لازم به ذکر است که روش‌های ارائه شده مستقل از مقادیر سیستم بوده و قابلیت تطابق با شرایط مختلف را دارند.

$$m = 30000 \text{ kg}, m_1 = m_2 = m_3 = 900 \text{ kg}$$

$$I_y = 6/78 \times 10^4 \text{ kg m}^2$$

$$I_z = 5/16 \times 10^5 \text{ kg m}^2$$

$$L = 10 \text{ m}$$

$$\dot{L} = 3 \text{ m}$$

$$r = 4 \text{ m}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = 25 \times 10^7 \text{ N/m}, k_4 = k_5 = k_6 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$c_1 = c_2 = c_3 = 1 \times 10^5 \text{ Ns/m}$$

تابع تبدیل سیستم کاهش مرتبه یافته نیز به شکل زیر است.

$$g(s) = \frac{0.09s^4 + 2.97s^3 + 593.10s^2 + 1406.00s + 1.14e^5}{s^6 + 119.90s^5 + 2.61e^4s^4 + 6.69e^5s^3 + 8.97e^6s^2 + 1.40e^8s + 1.14e^{10}}$$

مشخصات سه چندجمله‌ای معادله (14):

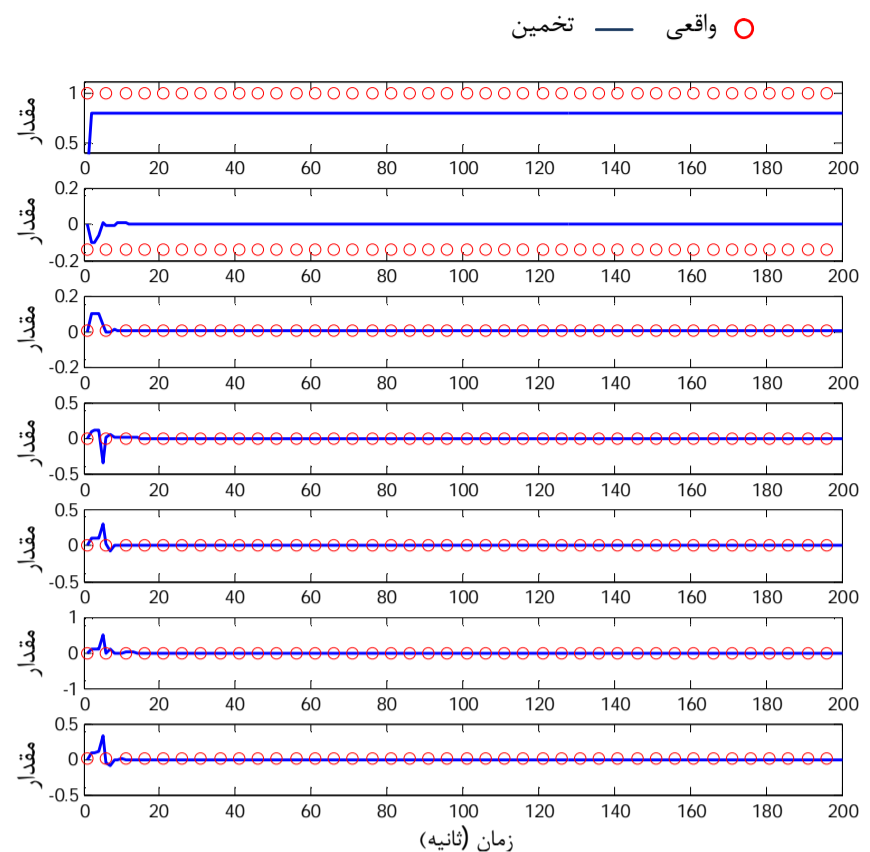
$$Y(\xi) = [1, -5.98, 14.89, -19.77, 14.77, -5.89, 0.98]$$

$$U(\xi) = 1e^{-4} \times [-1.96, 4.72, -6.05, 4.36, -1.67, 0.03]$$

$$C(\xi) = [1, -0.14, 7.87e^{-3}, -2.27e^{-4}, 3.55e^{-6}, -2.84e^{-8}, 9e^{-11}]$$

#### 7- نتیجه گیری

در این مقاله به منظور کنترل ارتعاشات ارباه فرود هواپیما در لحظه برخورد با زمین و حرکت روی سطح باند فرودگاه، دو کنترل‌کننده تطبیقی مدل مرجع بر مبنای قضیه لیاپانوف و تطبیقی حداقل واریانس طراحی شده است. بدین منظور ابتدا مدل‌سازی دینامیکی شش درجه آزادی سیستم انجام شده و

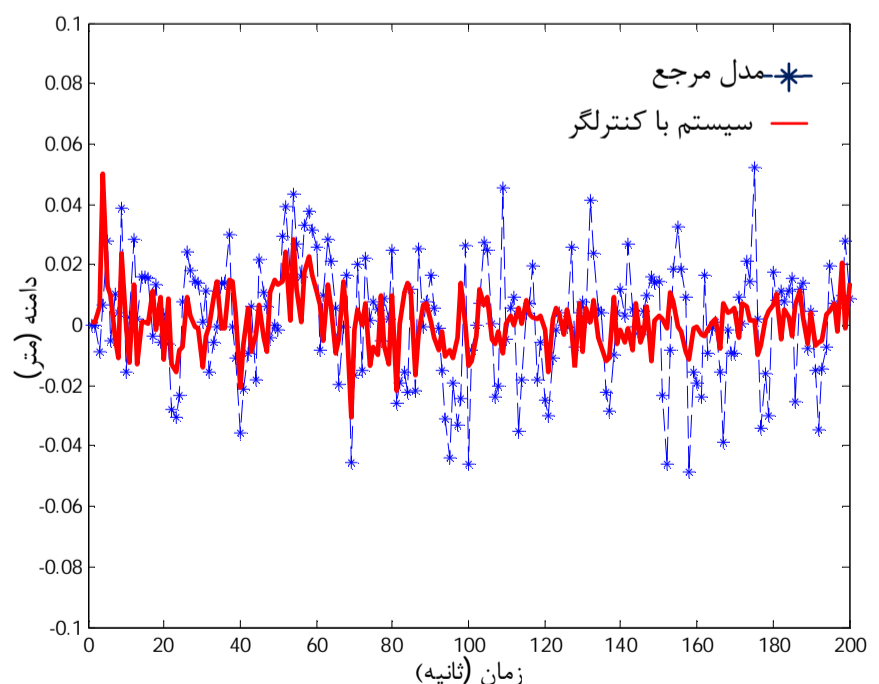
شکل 12 همگرایی ضرایب چندجمله‌ای بدون بعد  $E(\xi)$  (خط) به مقدار واقعی (دایره)

با توجه با شکل‌های فوق، بیشتر پارامترها با دقت مناسبی تخمین زده شده‌اند. همان‌طور که در بخش 4 ذکر شد، به علت وجود نویز رنگی بایاس داشتن این تخمین‌ها قابل انتظار است [1].

در شکل زیر اغتاشات باند را که به صورت یک نویز رنگی مدل شده بود، در برابر خروجی کنترل شده سیستم به تصویر کشیده شده است.

همان‌طور که در شکل 13 ملاحظه می‌شود، کنترل‌کننده به خوبی اغتاشات باند را جذب کرده و دامنه ارتعاشات را به شکل قابل توجهی کاهش داده است. با توجه به اینکه این کنترل‌کننده از نوع بهینه و تطبیقی می‌باشد، ورودی کنترلی را به گونه‌ای تنظیم می‌کند تا کمترین میزان واریانس ممکن برای خروجی حاصل شود. در شکل فوق در لحظات ابتدایی دامنه ارتعاشات تا حدودی بیشتر از بقیه زمان‌ها بوده که این مسئله به دلیل عدم همگرایی پارامترهای شناسایی شده در ابتدای تخمین می‌باشد.

همچنین میانگین قدر مطلق خروجی در این حالت برابر 0/00635 متر می‌باشد که رقم قابل قبول و در خور توجهی است. به دلیل تصادفی بودن



شکل 13 اغتاشات سطح باند (ستاره - خط چین) در برابر خروجی کنترل شده سیستم (خط)

- [4] A. Hajiloo, W. F. Xie. The stochastic robust model predictive control of shimmy vibration in aircraft landing gears. *Asian Journal of Control*, Vol. 17, 2015.
- [5] H. Tourajizadeh, S. Zare. Optimal control of shimmy oscillation in aircraft nose landing gear. *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 99, 2015 (In Persian).
- [6] A. A. Gharapurkar, A. F. Jahromi, R. B. Bhat, W. Xie. Semi-active control of aircraft landing gear systems using H-infinity control approach. *Int. Conf. on Connected Vehicles and Expo (ICCVE)*, Las Vegas, 2013.
- [7] G. M. Mikułowski, J. Holnicki-Szulc. Adaptive landing gear concept-feedback control validation. *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, 2007.
- [8] G. M. Mikułowski, L. Jankowski. Adaptive landing gear: optimum control strategy and potential for improvement. *Shock and Vibration*, Vol. 16, 2009.
- [9] W. Dong-su, G. Hong-bin, L. Hui. GA-based model predictive control of semi-active landing gear. *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 20, 2007.
- [10] L. Hua-lin, C. Yong, H. Qi, L. Jian. Fuzzy PID control for landing gear based on magneto-rheological (MR) damper. *Int. Conf. on Apperceiving Computing and Intelligence Analysis*, Chengdu, 2009.
- [11] S. Kwak, G. Washington, R. K. Yedavalli. Acceleration feedback-based active and passive vibration control of landing gear components. *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 15, 2002.
- [12] W. Krüger, I. Besselink, D. Cowling, D. B. Doan, W. Kortüm, W. Krabacher. Aircraft landing gear dynamics: simulation and control. *Vehicle System Dynamics*, Vol. 28, 1997.
- [13] J. I. Pritchard. An overview of landing gear dynamics. *NASA Langley Research Center*, 1999.
- [14] M. Vaezinejad, S. M. Moghadas, S. Rahmati. Shock suspension system review and analysis of airplane during landing. *Int. Journal of Advanced Design and Manufacturing*, Vol. 1, 2008 (In Persian).
- [15] A. Varga. Balancing free square-root algorithm for computing singular perturbation approximations. *Proceeding of the 30th Conf. on Decision and Control*, Brighton, 1991.
- [16] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, Third Edition, Prentice Hall, usa, pp. 320-360, 2002.
- [17] J. Cao, H. Liu, P. Li, D. Brown. Adaptive fuzzy logic controller for vehicle active suspensions with interval type-2 fuzzy membership functions. *Int. Conf. on Fuzzy Systems*, Hong Kong, 2008.
- [18] G. C. Goodwin, K. S. Sin, *Adaptive filter prediction and control*, First Edition, Dover Publications, usa, pp. 30-40, 1984.
- [19] T. Soderstrom, P. Stoica, *System identification*, First Edition, Prentice Hall, usa, pp. 150-200, 1989.

معادلات فضای حالت آن بدست آمده‌اند. برای کاهش رسته سیستم، قطب‌های غالب را به کمک نمودار روت-لوکاس و نمایش جردن بدست آورده و رسته سیستم با خطای ناچیز از دوازده به شش کاهش داده شد. سپس با استفاده از قضیه پایداری لیاپانوف یک کنترل‌کننده مدل مرجع تطبیقی برای لحظه فرود هواپیما طراحی شده و ورودی کنترلی با هدف ردیابی سیگنال مرجع استخراج شد. همچنین پایداری سیستم حلقه بسته به دلیل استفاده از قضیه لیاپانوف در بدست آوردن این ورودی کنترلی تضمین شده است. در ادامه برای جذب اغتشاشات سطح باند در دیگر رژیم حرکتی هواپیما، کنترل‌کننده بهینه حداقل واریانس تطبیقی طراحی شد. اغتشاشات سطح باند با یک نویز رنگی مدل و تمام پارامترهای سیستم و نویز با کمک الگوریتم شناسایی ELS تخمین زده شد. در نهایت ورودی کنترلی به نحوی تنظیم گردید تا واریانس خروجی به حداقل مقدار خود برسد. برای بررسی کارایی این کنترل‌کننده‌ها، ابتدا ردیابی ورودی‌های مطلوب مختلف برای کنترلگر مدل مرجع و در ادامه جذب اغتشاشات سطح باند برای کنترلگر حداقل واریانس با کمک نرم‌افزار متلب-سیمولینک مورد بررسی قرار گرفته شد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان‌دهنده توانایی بالای کنترل‌کننده‌ها در ردیابی و جذب اغتشاشات با سرعت همگرایی بالا می‌باشد.

#### 8- مراجع

- [1] K. J. Åström, B. Wittenmark, *Adaptive control*, Second Edition, Dover Publications, Sweden, pp. 200-250, 2008.
- [2] L. G. Horta, R. H. Daugherty, V. J. Martinson. Modeling and validation of a navy A6-Intruder actively controlled landing gear system. *NASA Langley Research Center*, 1999.
- [3] M. S. Fallah, S. H. Long, W. F. Xie and R. Bhat. Robust model predictive control of shimmy vibration in aircraft landing gears. *Journal of Aircraft*, Vol. 45, 2008.