



## بررسی اثرات فاز میانی بر رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت‌های چندفازی زمینه پلیمری

ابوالفضل درویشه<sup>1</sup>، رضا انصاری خلخالی<sup>2\*</sup>، محمدجواد محمودی<sup>3</sup>، محمدکاظم حسن‌زاده اقدم<sup>4</sup>

- 1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت  
 2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت  
 3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران  
 4- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت  
 \*رشت، صندوق پستی 3756، r\_ansari@guilan.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 13 مهر 1394  
 پذیرش: 05 آذر 1394  
 ارائه در سایت: 09 دی 1394  
 کلید واژگان:

کامپوزیت چندفازی  
 ویسکوالاستیک غیرخطی  
 کرنش خزش-بازیافت  
 فاز میانی  
 مدل‌سازی میکرومکانیکی

### چکیده

در این پژوهش، از یک مدل میکرومکانیکی تحلیلی بر مبنای روش سلول واحد جهت مطالعه اثرات فاز میانی بر پاسخ ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت‌های زمینه پلیمری چندفازی استفاده می‌شود. امان حجمی نماینده کامپوزیت از سه فاز شامل الیاف هم‌راستا، زمینه پلیمری و فاز میانی بین الیاف و زمینه تشکیل می‌شود. فرض اتصال کامل بین اجزای سازنده کامپوزیت منظور می‌شود. از معادله ساختاری ویسکوالاستیک شیپری برای مدل‌سازی رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی زمینه استفاده می‌شود. نتایج مدل میکرومکانیکی ارائه شده برای رفتار خزشی پلیمر و کامپوزیت دوفازی تطابق بسیار خوبی را با داده‌های تجربی موجود نشان می‌دهد. همچنین نتایج مدل حاضر برای خواص الاستیک کامپوزیت‌های سه‌فازی بسیار نزدیک به روش‌های عددی موجود می‌باشد. اثرات فاز میانی شامل مواد و ضخامت بر منحنی کرنش خزش - بازیافت کامپوزیت سه‌فازی بطور مفصل بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که خواص مواد تشکیل‌دهنده و ضخامت فاز میانی اثر بسیار مهمی بر پاسخ کرنش خزش - بازیافت کامپوزیت‌های سه‌فازی در بارگذاری عرضی دارد. همچنین، طبق نتایج مدل‌سازی میکرومکانیکی فهمیده شد که تاثیر فاز میانی بر رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت سه‌فازی تحت بارگذاری محوری ناچیز می‌باشد. به علاوه، اثرات سطوح مختلف تنش و تغییرات درصد حجمی الیاف بر منحنی کرنش خزش - بازیافت کامپوزیت زمینه پلیمری سه‌فازی بررسی می‌شود.

## Investigation of interphase effect on the non-linear viscoelastic behavior of multiphase polymer composites

Abolfazl Darvizeh<sup>1</sup>, Reza Ansari Khalkhali<sup>1\*</sup>, Mohammad Javad Mahmoodi<sup>2</sup>, Mohammad Kazem Hassanzadeh Aghdam<sup>1</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran.

2- Department of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 3756, Rasht, Iran, r\_ansari@guilan.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 05 October 2015  
 Accepted 26 November 2015  
 Available Online 30 December 2015

#### Keywords:

Multiphase composites  
 Non-linear viscoelastic  
 Creep-recovery strain  
 Interphase  
 Micromechanical modeling

### ABSTRACT

In this work, an analytical micromechanical model based on unit-cell approach is used to study the effect of interphase on the non-linear viscoelastic response of multiphase polymer composites. The representative volume element of composite consists of three phases including unidirectional fibers, polymer matrix and fiber/matrix interphase. Perfect bonding conditions are applied between the constituents of composites. The Schapery viscoelastic constitutive equation is used to model the nonlinear viscoelastic matrix. Prediction of the presented micromechanical model for the creep response of polymer material and two-phase composites shows good agreement with available experimental data. Furthermore, the predicted overall elastic behavior of three-phase composites demonstrates close agreement with other available numerical results. The effects of material and thickness of interphase on the creep-recovery strain curves of three-phase composites are studied in detail. Results show that the interphase thickness and material properties have significant effect on the creep-recovery strain responses of the three-phase composites under transverse loading. According to micromechanical modeling results, it is found that the interphase negligibly affects the nano-linear viscoelastic behavior of three-phase composites under axial loading. Effects of the different stress levels and the variation of fiber volume fraction on the creep-recovery strain curves of three-phase composites are also investigated.

Please cite this article using:

A. Darvizeh, R. Ansari Khalkhali, M. J. Mahmoodi, M. K. Hassanzadeh Aghdam, Investigation of interphase effect on the non-linear viscoelastic behavior of multiphase polymer composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 181-191, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Darvizeh, R. Ansari Khalkhali, M. J. Mahmoodi, M. K. Hassanzadeh Aghdam, Investigation of interphase effect on the non-linear viscoelastic behavior of multiphase polymer composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 181-191, 2016 (in Persian)

## 1- مقدمه

کامپوزیت‌های زمینه پلیمری تقویت شده با الیاف دارای کاربردهای گسترده‌ای در صنایع گوناگون هستند. بدلیل سبکی این مواد از آن‌ها بطور عمده در صنایع هوافضا، نظامی، خودروسازی و غیره استفاده می‌شود. تحت شرایط محیطی و مکانیکی پلیمر از خود رفتار ویسکوالاستیک نشان می‌دهد. بنابراین مدل‌سازی و تحلیل رفتار ویسکوالاستیک کامپوزیت‌های زمینه پلیمری بعنوان یک بخش از رفتار مکانیکی بلند مدت این مواد از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. چندین عامل بر پاسخ وابسته به زمان کامپوزیت‌های زمینه پلیمری تقویت شده با الیاف تاثیر می‌گذارند که از آن جمله می‌توان به دما، رطوبت و سطح تنش اشاره نمود. بطور مثال در سطوح تنش بالا رفتار ویسکوالاستیک مواد پیچیده و غیرخطی می‌شود.

مطالعات بسیاری شامل روش‌های آزمایشگاهی و تحلیلی و عددی در خصوص بررسی رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت‌های زمینه پلیمری انجام شده است. تاتل و برینسون [1] رفتار ویسکوالاستیک کامپوزیت گرافیت/اپوکسی را با روش آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. پاسریچا و همکاران [2] پاسخ خزشی کامپوزیت زمینه پلیمری را تحت بارگذاری ترمو-مکانیکی متناوب با روش آزمایشگاهی استخراج کردند. پانیکولو و همکاران [3] رفتار ویسکوالاستیک پلیمر تقویت شده با الیاف را به روش آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها کرنش خزش - بازیافت برحسب زمان را تحت سطوح مختلف تنش بدست آوردند. اثرات جهت الیاف بر پاسخ ویسکوالاستیک کامپوزیت زمینه پلیمری با روش آزمایشگاهی در [4] مورد مطالعه قرار گرفته است. شافر و آدام [5] با استفاده از مدل‌سازی میکرومکانیکی المان محدود رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی زمینه اپوکسی تقویت شده با الیاف تک‌جهته را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها در بارگذاری عرضی پاسخ کامپوزیت را تحت سطوح مختلف تنش پیش‌بینی نمودند. ابودی [6] با روش سلولی پاسخ ویسکوالاستیک کامپوزیت زمینه پلیمری را مورد مطالعه قرار داد. زمینه پلیمری با مدل ویسکوالاستیک غیرخطی شیپری [7] مدل شد. سادکین و ابودی [8] اثرات دما را بر پاسخ ویسکوالاستیک کامپوزیت تقویت شده با الیاف با روش سلولی بررسی کردند. در [9] با استفاده از روش المان محدود غیرخطی اثرات تنش پسماند اولیه بر رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت زمینه پلیمری بررسی شد. حاج‌علی و مولیانا [10] با روش سلولی اثرات جهت الیاف را بر پاسخ ویسکوالاستیک کامپوزیت گرافیت/اپوکسی مورد مطالعه قرار دادند. زمینه پلیمری بعنوان یک ماده ویسکوالاستیک غیرخطی و الیاف بعنوان یک ماده ایزوتروپ عرضی در نظر گرفته شدند. از مدل شیپری جهت بررسی رفتار زمینه استفاده شد. فلاحتگر و همکاران [11] با استفاده از مدل‌سازی میکرومکانیکی رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت زمینه پلیمری را تحت بارگذاری‌های عمودی، برشی و خارج از محوری مورد مطالعه قرار دادند. مدل ویسکوالاستیک شیپری برای بیان رفتار زمینه استفاده شد. روش المان محدود برای مطالعه رفتار ویسکوالاستیک کامپوزیت تقویت شده با الیاف در [12] به کار گرفته شد. برای نمایش ریزساختار کامپوزیت از یک سلول واحد تکراری با آرایش الیاف بصورت مربعی و شش‌گوش استفاده شد. زاتسوس و همکاران [13] اثرات پیش‌بار را بر رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت مطالعه کردند. نتایج نشان داد که در سطوح تنش بالا، پاسخ کامپوزیت کاملاً غیرخطی شده و جهت طراحی مطمئن و بهینه بایستی این رفتار در مدل‌سازی منظور شود. کیم و مولیانا [14] با استفاده از مدل‌سازی

میکرومکانیکی المان محدود و یک المان حجمی نماینده با چهار زیرسلول، رفتار غیرخطی کامپوزیت تقویت شده با ذرات را بررسی کردند. آن‌ها از مدل ویسکوالاستیک شیپری برای مدل‌سازی رفتار ویسکوالاستیک زمینه پلیمری استفاده نمودند. در [15] از روش انرژی و یک مدل میکرومکانیکی تحلیلی جهت مطالعه واماندگی خزشی برای کامپوزیت زمینه پلیمری در دمای بالا استفاده شده است. سیدموسوی و همکاران [16] با استفاده از شبیه‌سازی میکرومکانیکی اثرات بار حرارتی و مکانیکی را بر پاسخ ویسکوالاستیک کامپوزیت زمینه پلی‌آمید بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش دما رفتار ویسکوالاستیک کامپوزیت زمینه پلیمری تغییر می‌کند. رفتار خزشی بلند مدت کامپوزیت زمینه پلیمری در [17] مورد بررسی قرار گرفته است.

براساس تحقیقات انجام شده مطالعه‌ای درخصوص اثرات فاز میانی بر پاسخ ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت‌های چندفازی که شامل فاز تقویت، زمینه و فاز میانی می‌باشد، انجام نشده است. مطالعات نشان داده است که چندین عامل از جمله درصد حجمی فاز تقویت و رفتار اجزای سازنده بر خواص مکانیکی کامپوزیت‌ها اثر می‌گذارد [18، 19]. در این بین فازهای میانی بعنوان یکی از مهمترین عوامل موثر بر عملکرد کامپوزیت‌ها شناخته می‌شوند [20-22]. در طی فرآیند تولید کامپوزیت‌ها، واکنش‌های شیمیایی بین فاز تقویت و زمینه موجب تشکیل فاز میانی می‌شود [22، 23]. همچنین به علت استفاده از روکش‌های محافظ بر فاز تقویت در حین فرآیند تولید جهت اطمینان از اتصال مناسب بین فاز تقویت و زمینه از فاز سوم بین فاز تقویت و زمینه استفاده می‌شود [24]. شکل 1 فاز میانی را در کامپوزیت تقویت شده با الیاف نشان می‌دهد. در این شکل الیاف توسط فاز میانی با ضخامت مشخص و ثابتی الیاف را احاطه کرده‌اند. از آنجایی که فاز میانی متصل‌کننده‌ی فاز تقویت و زمینه می‌باشد، نقش بسیار مهمی در انتقال تنش از زمینه به فاز تقویت ایفا می‌کند. بنابراین جهت طراحی بهینه بایستی اثرات فاز میانی در مدل‌سازی کامپوزیت‌ها لحاظ گردد.

بایستی توجه نمود که توصیف رفتار خزشی کامپوزیت‌های تقویت شده‌ی الیافی با روش‌های آزمایشگاهی تحت شرایط مختلف دما و رطوبت دشوار و زمانبر بوده و از نظر اقتصادی بصره نمی‌باشد.

مدل‌های میکرومکانیکی روش‌های کارایی هستند که رفتار کلی مواد کامپوزیتی را از ریزساختارهای تشکیل‌دهنده‌ی آن پیش‌بینی می‌کنند. مدل‌های میکرومکانیکی شامل روش‌های المان محدود و تحلیلی می‌باشند. روش سلولی یکی از مدل‌های میکرومکانیکی تحلیلی براساس مفهوم المان حجمی نماینده می‌باشد که توسط ابودی [25] معرفی شد. در این مدل سطح مقطع الیاف چهارگوش در نظر گرفته می‌شود. مدل‌سازی با روش سلولی علی‌رغم پیش‌بینی مناسب رفتار کامپوزیت‌ها از نظر ریاضی بسیار پیچیده می‌باشد. مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده [16، 26، 27] شکل ساده شده‌ی روش سلولی می‌باشد که با حفظ دقت روش سلولی، دارای ریاضیات ساده‌تری می‌باشد.

در این پژوهش از مدل میکرومکانیکی تحلیلی سه‌بعدی سلول واحد ساده شده بمنظور بررسی اثرات فاز میانی بر پاسخ ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت سه‌فازی استفاده می‌شود. در مقاله حاضر که شامل بررسی رفتار میکرومکانیکی کامپوزیت زمینه پلیمری با الیاف بلند می‌باشد، دو شرط منظور می‌شود. شرط کرنش صفحه‌ای تعمیم یافته برای المان نماینده مدل میکرومکانیکی کامپوزیت تک‌جهته الیاف بلند اعمال می‌شود که منجر به

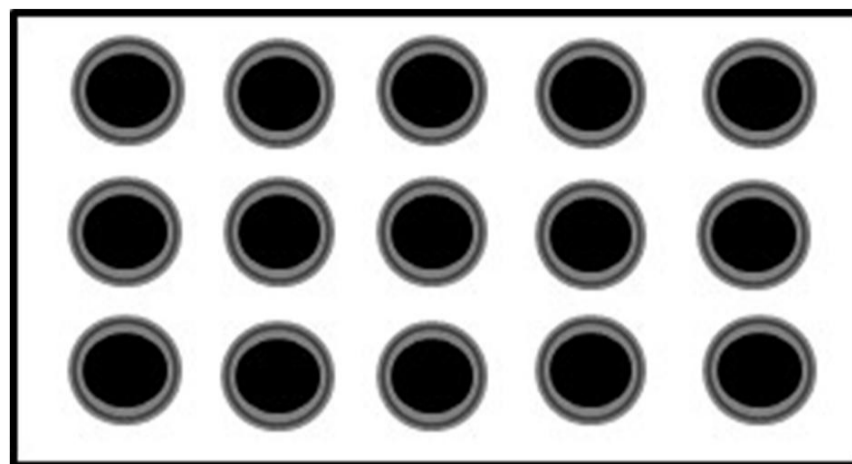


Fig. 1 Interphase in aligned fiber-reinforced composites

شکل 1 فاز میانی در کامپوزیت تقویت شده با الیاف همراستا

یکسان بودن کرنش اجزاء کامپوزیت در راستای الیاف می‌گردد. اعمال این وضعیت کرنش در مطالعات میکرومکانیکی تحلیلی و عددی پیشین شامل مراجع [25، 15، 16، 10، 11، 31] مشاهده می‌شود. همچنین جدایش اتصال بین الیاف بلند و زمینه پلیمری در مدل حاضر مشابه مراجع [10، 11، 15، 16] و همچنین در واقعیت تجربی [32] وجود ندارد. زمینه‌ی پلیمری بعنوان یک ماده ویسکوالاستیک غیرخطی و الیاف بعنوان یک ماده الاستیک خطی در نظر گرفته می‌شوند. از اینرو، در بخش 2 مدل ویسکوالاستیک غیرخطی شیپری که از آن برای مدل‌سازی زمینه استفاده می‌شود، معرفی می‌گردد. در بخش 3 یک المان حجمی نماینده از کامپوزیت چندفازی ارائه می‌گردد. در بخش 4 معادلات میکرومکانیکی مدل سلول واحد ساده شده برای ماده مرکب سه‌فازی استخراج می‌شود. در بخش 5 ابتدا یک اعتبارسنجی به منظور بررسی صحت مدل ارائه شده برای پاسخ ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت دوفازی و خواص الاستیک کامپوزیت سه‌فازی انجام می‌گیرد. سپس اثرات فاز میانی، سطح تنش بارگذاری و درصد حجمی الیاف بر رفتار خزش - بازیافت کامپوزیت سه‌فازی با مدل میکرومکانیکی حاضر بررسی می‌گردد.

## 2- معادله ساختاری ویسکوالاستیک غیر خطی

تحت شرایط هم‌دما و بارگذاری تک‌محوری برای مدل‌سازی رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی زمینه‌ی پلیمری، از معادله ساختاری شیپری به صورت زیر استفاده می‌شود [33].

$$\varepsilon(t) = g_0^{\sigma(t)} D_0 \sigma(t) + g_1^{\sigma(t)} \int_0^t \Delta D(\psi^t - \psi^\tau) \frac{\partial g_2^{\sigma(t)} \sigma(t)}{\partial \tau} d\tau \quad (1)$$

که  $D_0$  مقدار نرمی آنی در زمان صفر ( $t = 0$ ) می‌باشد. در معادله (1) دو پارامتر  $\psi^t$  و  $\psi^\tau$  بصورت زیر داده می‌شوند

$$\psi^t = \int_0^t \frac{ds}{a_\sigma^{\sigma(s)}}, \quad \psi^\tau = \int_0^\tau \frac{ds}{a_\sigma^{\sigma(s)}} \quad (2)$$

همچنین  $\Delta D(t)$  مولفه‌ی نرمی وابسته به زمان بوده که از تابع نمایی

سری پرونی با  $N$  جمله برای توصیف آن بصورت زیر استفاده می‌شود

$$\Delta D(\psi^t) = \sum_{n=1}^N D_n [1 - \exp(-\lambda_n \psi^t)] \quad (3)$$

که  $D_n$ ،  $n$ مین ضریب سری پرونی و  $\lambda_n$  زمان تاخیر می‌باشد. بایستی توجه نمود که این دو پارامتر مستقل از تنش می‌باشند.  $a_\sigma$ ،  $g_2$ ،  $g_1$ ،  $g_0$  پارامترهای مستقل از زمان ولی وابسته به تنش هستند. در واقع اثرات غیرخطی رفتار ویسکوالاستیک پلیمر با این 4 پارامتر تعریف می‌شود.

با جای‌گذاری معادله (4) در معادله (1) یک شکل بازگشتی برای قسمت انتگرالی معادله بدست می‌آید. بنابراین، کرنش کل در زمان حاضر بصورت زیر

داده می‌شود

$$\varepsilon(t) = \left( g_0^t D_0 + g_1^t g_2^t \sum_{n=1}^N D_n \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-\lambda_n \Delta \psi^t)}{\lambda_n \Delta \psi^t} \right] \right) \sigma(t) - g_1^t \sum_{n=1}^N D_n \left( \exp(-\lambda_n \Delta \psi^t) q_n^{t-\Delta t} - \frac{1 - \exp(-\lambda_n \Delta \psi^t)}{\lambda_n \Delta \psi^t} g_2^{t-\Delta t} \sigma(t - \Delta t) \right) \quad (4)$$

که انتگرال هردیتاری برای هر بخش از سری پرونی در انتهای زمان حاضر ( $q_n^t$ ) بصورت زیر تعریف می‌شود

$$q_n^t = \exp(-\lambda_n \Delta \psi^t) q_n^{t-\Delta t} - \frac{1 - \exp(-\lambda_n \Delta \psi^t)}{\lambda_n \Delta \psi^t} \left( g_2^t \sigma(t) - g_2^{t-\Delta t} \sigma(t - \Delta t) \right) \quad (5)$$

در این رابطه  $\Delta \psi^t$  بصورت زیر داده می‌شود

$$\Delta \psi^t = \int_{t-\Delta t}^t \frac{ds}{a_\sigma^{\sigma(s)}} \quad (6)$$

به منظور استخراج رابطه تنش - کرنش برای حالت چند محوری فرض می‌شود که مولفه‌های کرنش توابعی خطی از تنش هستند [16]. مطابق الاستیسیته سه‌بعدی روابط تنش - کرنش بصورت زیر نوشته می‌شوند.

$$\varepsilon_{ij}(t) = (1 + \nu_m) S(t) \sigma_{ij}(t) - \nu_m S(t) \sigma_{kk}(t) \delta_{ij} + (1 + \nu_m) R_{ij}(t) - \nu_m R_{kk}(t) \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (7)$$

که  $\varepsilon_{ij}$  و  $\sigma_{ij}$  مولفه‌های تنش و کرنش در زمان  $t$  هستند. در این رابطه نسبت پواسون زمینه ( $\nu_m$ ) مستقل از زمان فرض می‌شود. ماتریس نرمی ( $S$ ) نیز بصورت زیر نوشته می‌شود

$$S(t) = g_0^t D_0 + g_1^t g_2^t \sum_{n=1}^N D_n \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-\lambda_n \Delta \psi^t)}{\lambda_n \Delta \psi^t} \right] \quad (8)$$

در رابطه (7) مقدار کرنش خزشی هردیتاری ( $R_{ij}$ ) بصورت زیر بیان می‌شود

$$R_{ij}(t) = -g_1^t \sum_{n=1}^N D_n \left( \exp(-\lambda_n \Delta \psi^t) q_{n,ij}^{t-\Delta t} - \frac{1 - \exp(-\lambda_n \Delta \psi^t)}{\lambda_n \Delta \psi^t} g_2^{t-\Delta t} \sigma_{ij}(t - \Delta t) \right) \quad (9)$$

## 3- المان حجمی نماینده کامپوزیت سه‌فازی

در مدل‌های میکرومکانیکی، یک ناحیه‌ی تکراری کوچک از مقطع کامپوزیت بعنوان المان حجمی نماینده در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود که خواص موثر کامپوزیت مورد نظر با خواص موثر این المان حجمی برابر باشد. شکل 2 یک المان حجمی برای کامپوزیت سه‌فازی را با آرایه مربعی نشان می‌دهد. این المان حجمی از الیاف بعنوان فاز تقویت، زمینه پلیمری و فاز میانی که احاطه‌کننده‌ی الیاف می‌باشد، تشکیل شده است. مطابق شکل 2، مقطع الیاف بصورت چهارگوش ( $a \times a$ ) فرض می‌شود. الیاف در جهت محور  $Z$  همراستا هستند.

ضخامت فاز میانی با  $t$  و ضخامت موثر با  $t/a$  مشخص می‌شود. بنابراین جهت راستای محوری و جهات  $x$  و  $y$  راستای عرضی کامپوزیت مورد نظر می‌باشد. ابعاد المان حجمی در سه راستای  $x$ ،  $y$  و  $Z$  واحد فرض می‌شود. این

$$\begin{aligned} a\varepsilon_{xx}^1 + t\varepsilon_{xx}^2 + b\varepsilon_{xx}^3 &= a\varepsilon_{xx}^4 + t\varepsilon_{xx}^5 + b\varepsilon_{xx}^6 \\ &= a\varepsilon_{xx}^7 + t\varepsilon_{xx}^8 + b\varepsilon_{xx}^9 = (a+t+b)\bar{\varepsilon}_{xx} \\ a\varepsilon_{yy}^1 + t\varepsilon_{yy}^4 + b\varepsilon_{yy}^7 &= a\varepsilon_{yy}^2 + t\varepsilon_{yy}^5 + b\varepsilon_{yy}^8 \\ &= a\varepsilon_{yy}^3 + t\varepsilon_{yy}^6 + b\varepsilon_{yy}^9 = (a+t+b)\bar{\varepsilon}_{yy} \end{aligned} \quad (12)$$

که  $\bar{\varepsilon}_{ll}$  کرنش ماکرو در جهت  $l$  و  $\varepsilon_{ll}^k$  کرنش میکرو در زیرسلول  $k$  می‌باشد.

معادله ساختاری الاستیسیته‌ی سه‌بعدی با فرض رفتار الاستیک خطی برای زیرسلول 1 که شامل الیاف می‌باشد، بصورت زیر نوشته می‌شود

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \end{Bmatrix}^1 = \begin{bmatrix} \bar{S}_{zz} & \bar{S}_{zx} & \bar{S}_{zy} \\ \bar{S}_{xz} & \bar{S}_{xx} & \bar{S}_{xy} \\ \bar{S}_{yz} & \bar{S}_{yx} & \bar{S}_{yy} \end{bmatrix}^1 \begin{Bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \end{Bmatrix}^1 \quad (13)$$

که  $\bar{S}$  ماتریس نرمی الاستیک برای الیاف می‌باشد.

برای زیرسلول‌های 3، 6، 7، 8 و 9 که شامل فاز زمینه می‌باشد، مطابق رابطه (7) می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \end{Bmatrix}^p &= S^p \begin{bmatrix} 1 & -v_m & -v_m \\ -v_m & 1 & -v_m \\ -v_m & -v_m & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \end{Bmatrix}^p \\ &+ \begin{bmatrix} 1 & -v_m & -v_m \\ -v_m & 1 & -v_m \\ -v_m & -v_m & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{zz} \\ R_{xx} \\ R_{yy} \end{Bmatrix}^p, p \\ &= 3, 6, 7, 8, 9 \end{aligned} \quad (14)$$

که  $S^p$  از رابطه‌ی (8) بدست می‌آید.

برای زیرسلول‌های 2، 4 و 5 که شامل فاز میانی می‌باشد، دو حالت را می‌توان در نظر گرفت. اگر فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک خطی منظور گردد، مطابق معادله ساختاری الاستیسیته‌ی سه‌بعدی می‌توان نوشت

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \end{Bmatrix}^q = \begin{bmatrix} \bar{S}_{i,zz} & \bar{S}_{i,zx} & \bar{S}_{i,zy} \\ \bar{S}_{i,xz} & \bar{S}_{i,xx} & \bar{S}_{i,xy} \\ \bar{S}_{i,yz} & \bar{S}_{i,yx} & \bar{S}_{i,yy} \end{bmatrix}^q \begin{Bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \end{Bmatrix}^q, q=2, 4, 5 \quad (15\text{-الف})$$

که  $\bar{S}_i$  ماتریس نرمی الاستیک برای فاز میانی می‌باشد. حالت دوم، اگر فاز میانی بعنوان یک ماده ویسکوالاستیک غیرخطی در نظر گرفته شود، مطابق رابطه (7) می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \end{Bmatrix}^q &= S^q \begin{bmatrix} 1 & -v_i & -v_i \\ -v_i & 1 & -v_i \\ -v_i & -v_i & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \end{Bmatrix}^q \\ &+ \begin{bmatrix} 1 & -v_i & -v_i \\ -v_i & 1 & -v_i \\ -v_i & -v_i & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{zz} \\ R_{xx} \\ R_{yy} \end{Bmatrix}^q, q = 2, 4, 5 \end{aligned} \quad (15\text{-ب})$$

که  $v_i$  نسبت پواسون فاز میانی می‌باشد. با جایگزینی معادلات (13-15) در معادله (13)، و با استفاده از معادلات (10-11)، یک دستگاه معادلات، 15 معادله با همین تعداد مجهول، بصورت زیر می‌توان نوشت

$$[A]_{15 \times 15} \{\sigma\}_{15 \times 1} = \{F\}_{15 \times 1} + \{H\}_{15 \times 1} \quad (16)$$

که ماتریس  $A$  شامل ضرایب هندسی و پارامترهای مواد سازنده کامپوزیت، بردار  $\sigma$  شامل تنش‌های میکرو در زیرسلول‌ها، بردار  $F$  شامل نیروی خارجی وارده بر المان حجمی نماینده و بردار  $H$  انتگرال هردیتاری می‌باشد. با حل دستگاه فوق در هر لحظه از زمان مقدار تنش‌های میکرو در هر زیرسلول بدست می‌آید. با جای‌گذاری این تنش‌ها در معادلات (13-15)، کرنش‌های میکرو متناظر بدست می‌آید. سپس با جای‌گذاری این کرنش‌های میکرو در معادله‌ی (12) کرنش ماکرو در لحظه‌ی مورد نظر بدست می‌آید.

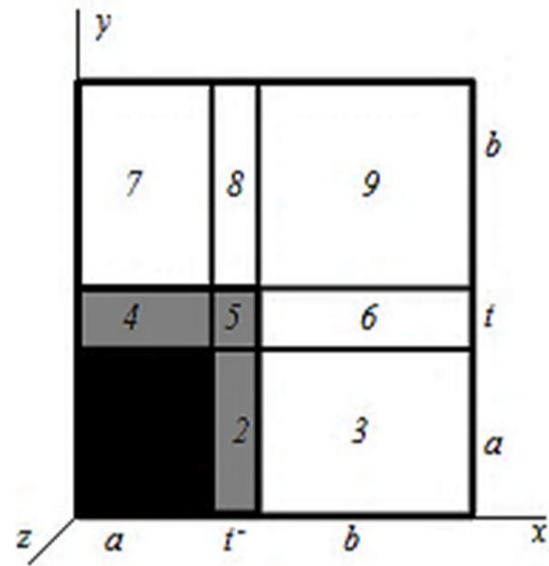


Fig. 2 Representative volume element of the three-phase composites with square array

شکل 2 المان حجمی نماینده کامپوزیت سه‌فازی با آرایه‌ی مربعی

المان حجمی در راستای محورهای  $x$  و  $y$  به سه قسمت تقسیم می‌شود. المان حجمی دارای  $3 \times 3$  زیرسلول بوده که ابعاد هر یک از این زیرسلول‌ها در شکل 2 نشان داده شده است. با توجه به شکل 2، زیرسلول 1 الیاف، زیرسلول 2، 4 و 5 فاز میانی و زیرسلول 3، 6، 7، 8 و 9 شامل زمینه می‌باشد.

#### 4- معادلات میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده برای کامپوزیت سه‌فازی

جهت استخراج روابط میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده برای کامپوزیت سه‌فازی، فرض می‌شود که مولفه‌های جابجایی توابعی خطی بوده که منجر به حالت تنش و کرنش ثابت در هر زیر سلول می‌شود. مطالعات قبلی نشان داده که چنین فرضی از دقت کافی برای مدل‌سازی کامپوزیت‌ها برخوردار می‌باشد [25-28]. همچنین فرض می‌شود که تنش‌های عمودی باعث ایجاد تنش‌های برشی در زیرسلول‌ها نشود.

با اعمال تنش ماکرو  $\bar{\sigma}_{ll}$  که  $l$  می‌تواند جهت  $x$ ،  $y$  یا  $z$  باشد، بر المان حجمی نماینده معادلات تعادل المان حجمی نماینده بصورت زیر نوشته می‌شود

$$\begin{aligned} a^2 \sigma_{zz}^1 + a t \sigma_{zz}^2 + a b \sigma_{zz}^3 + a t \sigma_{zz}^4 + t^2 \sigma_{zz}^5 + b t \sigma_{zz}^6 + a b \sigma_{zz}^7 \\ + b t \sigma_{zz}^8 + b^2 \sigma_{zz}^9 = (a+t+b)^2 \bar{\sigma}_{zz} \\ a \sigma_{xx}^1 + t \sigma_{xx}^4 + b \sigma_{xx}^7 = (a+t+b) \bar{\sigma}_{xx} \\ a \sigma_{yy}^1 + t \sigma_{yy}^2 + b \sigma_{yy}^3 = (a+t+b) \bar{\sigma}_{yy} \end{aligned} \quad (10)$$

که در این رابطه  $\sigma_{ll}^k$  ( $k = 1, 2, \dots, 9$ ) بعنوان تنش میکرو در جهت  $l$  در زیرسلول  $k$  می‌باشد.  $a$ ،  $b$  و  $t$  بعنوان پارامترهای هندسی زیرسلول‌ها می‌باشند.

از روابط تعادل تنش‌های میکرو در سطوح مشترک هر دو سلول مجاور می‌توان رابطه‌ی زیر را در جهات  $x$  و  $y$  نوشت

$$\begin{aligned} \begin{cases} \sigma_{xx}^1 = \sigma_{xx}^2 = \sigma_{xx}^3 \\ \sigma_{xx}^4 = \sigma_{xx}^5 = \sigma_{xx}^6 \\ \sigma_{xx}^7 = \sigma_{xx}^8 = \sigma_{xx}^9 \end{cases} \\ \begin{cases} \sigma_{yy}^1 = \sigma_{yy}^4 = \sigma_{yy}^7 \\ \sigma_{yy}^2 = \sigma_{yy}^5 = \sigma_{yy}^8 \\ \sigma_{yy}^3 = \sigma_{yy}^6 = \sigma_{yy}^9 \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

با فرض اتصال کامل در لایه‌های میانی، شرایط سازگاری جابجایی‌ها ایجاد می‌کند که

$$\varepsilon_{zz}^1 = \varepsilon_{zz}^2 = \varepsilon_{zz}^3 = \varepsilon_{zz}^4 = \varepsilon_{zz}^5 = \varepsilon_{zz}^6 = \varepsilon_{zz}^7 = \varepsilon_{zz}^8 = \varepsilon_{zz}^9 = \bar{\varepsilon}_{zz}$$

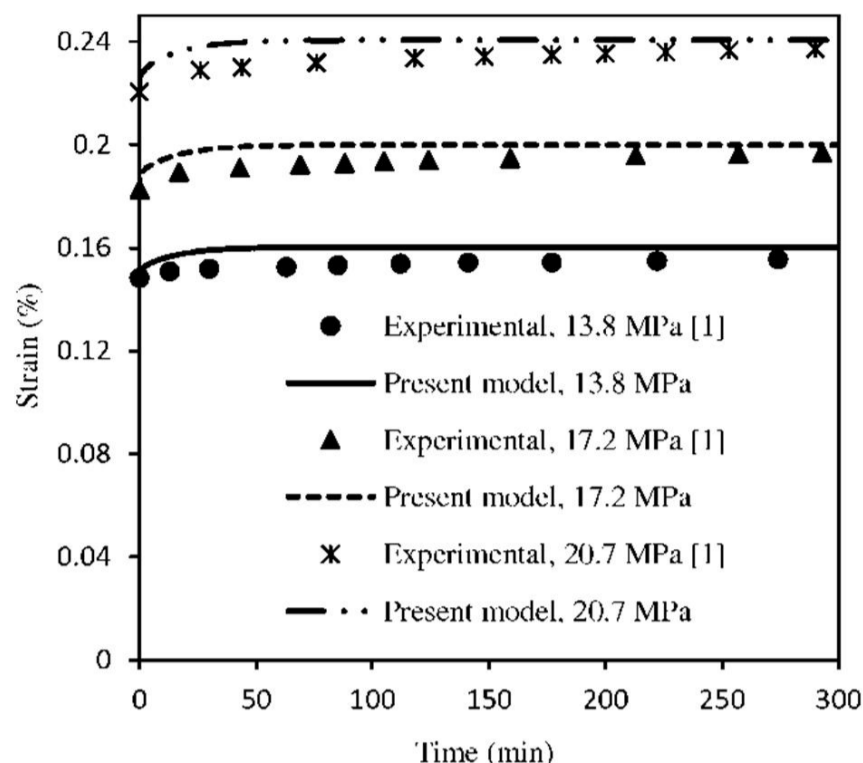


Fig. 3 Creep strain of graphite/epoxy under three different stress levels  
شکل 3 کرنش خزشی گرافیت/اپوکسی تحت سه سطح مختلف تنش

جدول 2 خواص الاستیک اجزای سازنده کامپوزیت سه‌فازی [34]

Table 2 Elastic properties of constituents of three-phase composite [34]

خواص اجزای سازنده	الیاف	زمینه
مدول الاستیک (گیگاپاسکال)	84	4
نسبت پوآسون	0.22	0.34

جدول 3 مقایسه مدول الاستیک عرضی (گیگاپاسکال) کامپوزیت سه‌فازی

Table 3 Comparison of transverse elastic modulus (GPa) of three-phase composite

روش المان محدود [34]	مدول الاستیک فاز میانی (گیگاپاسکال)			
	12	8	6	4
روش المان محدود [34]	15.11	14.68	13.71	12.25
روش المان مرزی [34]	15.04	13.97	13.18	11.61
مدل حاضر	15.01	14.13	13.44	12.34

کامپوزیت سه‌فازی شیشه/اپوکسی که خواص مکانیکی آن در جدول 4 آمده [34]، به منظور بررسی اثرات ضخامت فاز میانی بر مدول الاستیک عرضی کامپوزیت در نظر گرفته می‌شود. نتایج مدل میکرومکانیکی با روش المان مرزی [34] در جدول 5 مقایسه شده است. درصد حجمی الیاف شیشه 65% در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که جدول 5 نشان می‌دهد نتایج مدل حاضر به داده‌های روش المان مرزی نزدیک می‌باشد. اختلاف بین نتایج مدل ارائه شده و روش المان مرزی به ازای ضخامت‌های موثر فاز میانی شامل 0.01 و 0.03، حدود 1.4 و 0.75% می‌باشد. با توجه به داده‌های جدول 5 با افزایش ضخامت فاز میانی، مدول الاستیک کامپوزیت سه‌فازی افزایش می‌یابد.

اثرات فاز میانی شامل مواد و ضخامت، سطح تنش وارده و درصد حجمی الیاف بر منحنی کرنش-بازیافت در مقابل زمان، از 0 تا 240 دقیقه کرنش خزشی و از 240 تا 320 دقیقه کرنش بازیافت، برای کامپوزیت شیشه/اپوکسی مطالعه می‌شود. کامپوزیت سه‌فازی شیشه/اپوکسی که خواص الاستیک اجزای سازنده آن در جدول 4 آمده، در نظر گرفته می‌شود. ضرایب سری پرونی برای اپوکسی در جدول 1 آمده است. ضرایب  $g_0, g_1, g_2$  و  $a_\sigma$  برای اپوکسی از رابطه‌ی (17) بدست می‌آید. برای این ماده حد تنش موثر 25 مگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود [10]. بایستی توجه نمود که ضرایب

## 5- نتایج و بحث

در ابتدا بمنظور صحت‌سنجی مدل میکرومکانیکی حاضر، مقایسه‌ای بین نتایج تجربی و مدل میکرومکانیکی حاضر برای پاسخ ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت دوفازی انجام می‌گیرد. کامپوزیت زمینه اپوکسی که با گرافیت 65% حجمی تقویت شده در نظر گرفته می‌شود. ضرایب سری پرونی برای اپوکسی در جدول 1 آمده است. برای اپوکسی نسبت پوآسون و نرمی الاستیک آنی به ترتیب برابر 0.35 و  $0.2174 \text{ (GPa}^{-1}\text{)}$  منظور می‌شود [10].

ضرایب  $g_0, g_1, g_2$  و  $a_\sigma$  بصورت زیر تعریف می‌شوند [33]

$$g_i = \begin{cases} 1 & \sigma_{eq} \leq \sigma_0 \\ 1 + \sum_{n=1}^{N_{g_i}} \alpha_{i_n} \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0} - 1 \right) & \sigma_{eq} > \sigma_0 \end{cases}, i = 0, 1, 2$$

$$a_\sigma = \begin{cases} 1 & \sigma_{eq} \leq \sigma_0 \\ 1 + \sum_{n=1}^{N_{a_\sigma}} \beta_n \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0} - 1 \right) & \sigma_{eq} > \sigma_0 \end{cases}, i = 0, 1, 2 \quad (17)$$

در این رابطه  $\sigma_{eq}$  تنش معادل است.  $\sigma_0$  حد تنش موثر می‌باشد که از آزمایش کشش بدست آمده و ماده مورد نظر در بالاتر از این مقدار رفتار غیرخطی از خود نشان می‌دهند.  $\alpha_{i_n}$  و  $\beta_n$  پارامترهایی هستند که از نتایج آزمایشگاهی بدست می‌آید. برای اپوکسی حد تنش موثر 25 مگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود [10]. گرافیت نیز بعنوان یک ماده ایزوتروپ عرضی مدل می‌شود. مدول الاستیک طولی و عرضی برای گرافیت بترتیب برابر 200 و 13 گیگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود. همچنین نسبت پوآسون طولی و عرضی برای این ماده بترتیب برابر 0.39 و 0.4 می‌باشد [10].

در شکل 3 برای رفتار خزشی، مقایسه‌ای بین نتایج مدل میکرومکانیکی ارائه شده با داده‌های روش تجربی [1] برای کامپوزیت گرافیت/اپوکسی تحت سه سطح تنش عرضی مختلف، 13.8، 17.2 و 20.7 مگاپاسکال، ارائه شده است. با توجه به شکل 3 نتایج مدل میکرومکانیکی حاضر نزدیک به داده‌های تجربی می‌باشد.

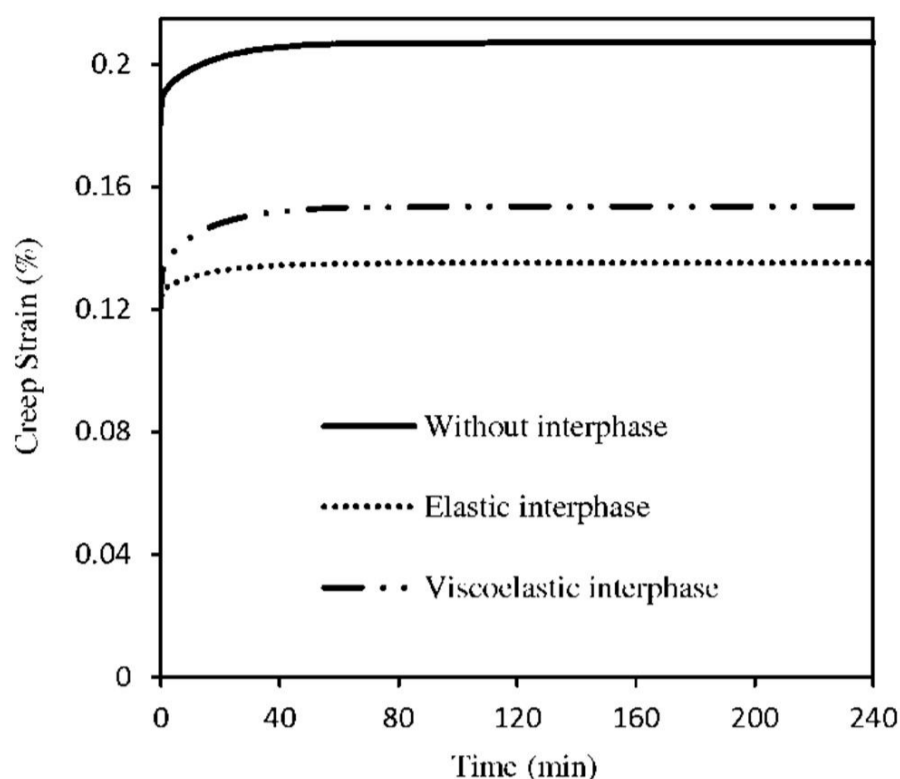
اعتبارسنجی دیگر بررسی اثرات خواص الاستیک و ضخامت فاز میانی بر مدول الاستیک کامپوزیت سه‌فازی می‌باشد. بمنظور مطالعه اثرات خواص الاستیک فاز میانی، کامپوزیت سه‌فازی که خواص الاستیک آن در جدول 2 آمده [34]، در نظر گرفته می‌شود. نسبت پوآسون و ضخامت موثر فاز میانی  $(t/a)$  بترتیب برابر 0.34 و 0.1176 [34] در نظر گرفته می‌شود. درصد حجمی الیاف 50% منظور می‌شود.

در جدول 3 به ازای مقادیر مختلف مدول الاستیک فاز میانی، مقایسه‌ای بین نتایج مدل میکرومکانیکی حاضر با روش المان محدود و روش المان مرزی [34] برای مدول الاستیک عرضی کامپوزیت سه‌فازی انجام شده است. همان‌طور که از جدول 3 مشاهده می‌شود نتایج مدل میکرومکانیکی حاضر بسیار نزدیک به روش‌های المان محدود و المان مرزی می‌باشد. با افزایش مدول الاستیک فاز میانی از 4 به 12 مگاپاسکال، مدول الاستیک عرضی ماده مرکب سه‌فازی افزایش می‌یابد.

جدول 1 ضرایب سری پرونی برای ماده اپوکسی [10]

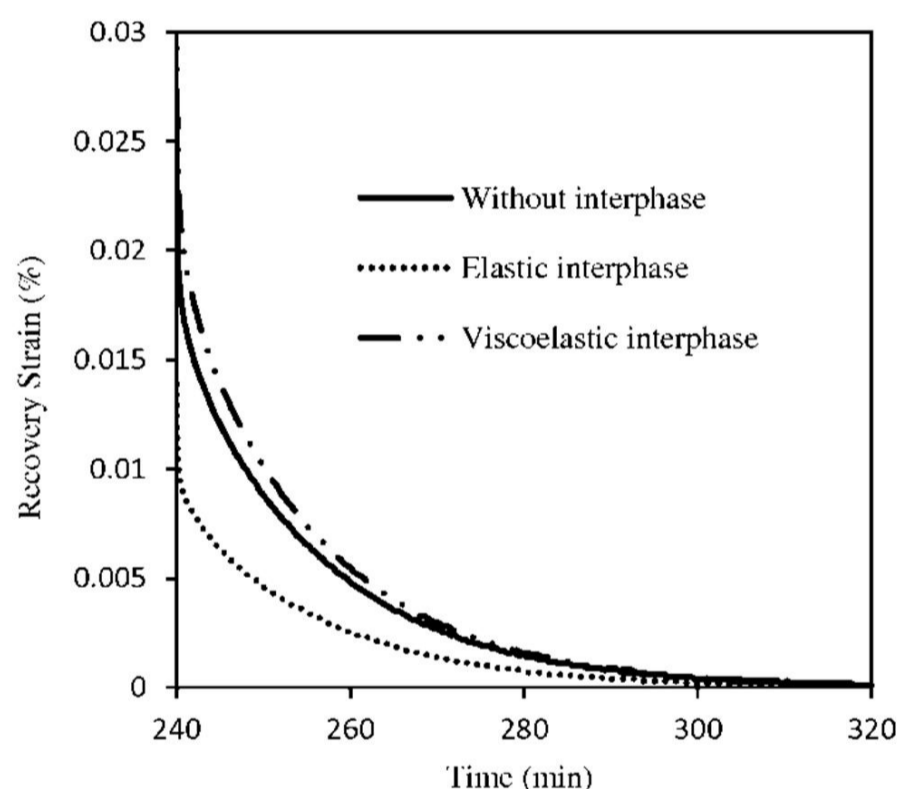
Table 1 Prony series coefficients for epoxy [10]

$D_n \times 10^{-6} \text{ (MPa}^{-1}\text{)}$	$\lambda_n \text{ (s}^{-1}\text{)}$
نرمی خزشی	زمان تاخیر
8.5	1
8.36	0.1
5.5	0.01
33.8	0.001



**Fig. 4** Effects of interphase materials on the creep strain of the glass/epoxy composite under transverse loading, applied stress equals to 30 MPa

شکل 4 اثرات مواد فاز میانی بر کرنش خزشی کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری عرضی، تنش وارده 30 مگاپاسکال



**Fig. 5** Effects of interphase materials on the recovery strain of the glass/epoxy composite under transverse loading, applied stress equals to 30 MPa

شکل 5 اثرات مواد فاز میانی بر کرنش بازیافت کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری عرضی، تنش وارده 30 مگاپاسکال

می‌دهند. با توجه به اشکال 6 و 7 تغییر مواد فاز میانی اثر جزئی بر رفتار کامپوزیت سه‌فازی مورد نظر دارد. همان‌طور که شکل 6 نشان می‌دهد، در زمان  $t = 0$  مقدار کرنش خزشی این ماده برای سه حالت بدون فاز میانی و فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک و ویسکوالاستیک به ترتیب 0.0621، 0.057 و 0.057% می‌باشد. همچنین در زمان  $t=240$  دقیقه مقدار کرنش خزشی این ماده برای سه حالت بدون فاز میانی و فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک و ویسکوالاستیک به ترتیب 0.0624، 0.057 و 0.0608% می‌باشد.

اثرات ضخامت موثر فاز میانی ( $t/a$ ) بر کرنش خزشی و بازیافت در بارگذاری عرضی بر رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت شیشه/اپوکسی

سری پرونی فاز میانی برابر ضرایب سری پرونی زمینه در نظر گرفته می‌شود. در اشکال 4 و 5 اثرات مواد فاز میانی بترتیب بر پاسخ کرنش خزشی (تنش وارده 30 مگاپاسکال) و کرنش بازیافت در بارگذاری عرضی مشاهده می‌شود. درصد حجمی الیاف و ضخامت موثر فاز میانی بترتیب برابر 65% و 0.1 منظور می‌شود.

با توجه به شکل 4، کرنش خزشی بیشترین مقدار را برای حالت بدون اثرات فاز میانی اختیار می‌کند. در نظر گرفتن فاز میانی در بارگذاری عرضی، بصورت یک ماده الاستیک یا ویسکوالاستیک غیرخطی، میزان نرمی خزشی را به میزان قابل توجهی کاهش می‌دهد. با در نظر گرفتن فاز میانی به‌عنوان یک ماده الاستیک یا ویسکوالاستیک غیرخطی در زمان  $t = 0$  مقدار نرمی برای کامپوزیت سه‌فازی یکسان می‌باشد. اما با گذشت زمان میزان نرمی خزشی برای کامپوزیت با در نظر گرفتن فاز میانی بعنوان یک ماده ویسکوالاستیک غیرخطی افزایش می‌یابد.

با توجه به شکل 4، در زمان  $t = 0$  مقدار کرنش خزشی این ماده برای سه حالت بدون فاز میانی و فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک و ویسکوالاستیک بترتیب 0.1804، 0.121 و 0.121% می‌باشد. همچنین در زمان  $t=240$  دقیقه مقدار کرنش خزشی این ماده برای سه حالت بدون فاز میانی و فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک و ویسکوالاستیک بترتیب 0.2071، 0.1351 و 0.1535% می‌باشد.

با توجه به شکل 5 پس از باربرداری (از 240 دقیقه به بعد)، کرنش بازیافت برای کامپوزیت مورد نظر بیشترین مقدار را برای حالت فاز میانی بعنوان یک ماده ویسکوالاستیک غیرخطی اختیار می‌کند. بعبارت دیگر در بارگذاری عرضی اگر رفتار فاز میانی بصورت یک ماده ویسکوالاستیک غیرخطی باشد، مدت زمان بیشتری لازم است تا کرنش بازیافت به صفر میل کند. بالعکس، اگر رفتار فاز میانی بصورت یک ماده الاستیک باشد، مدت زمان کمتری لازم است تا کرنش بازیافت به صفر میل کند. با توجه به شکل 5، در زمان  $t=240.001$  دقیقه مقدار کرنش بازیافت کامپوزیت سه‌فازی شیشه/اپوکسی برای سه حالت بدون فاز میانی و فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک و ویسکوالاستیک بترتیب 0.0264، 0.0139 و 0.032% می‌باشد.

اشکال 6 و 7 اثرات مواد فاز میانی را بترتیب بر پاسخ کرنش خزشی (تنش وارده 30 مگاپاسکال) و کرنش بازیافت در بارگذاری طولی نشان

جدول 4 خواص اجزای سازنده کامپوزیت سه‌فازی شیشه/اپوکسی [34]

**Table 4** Elastic properties of constituents of three-phase glass/epoxy composite [34]

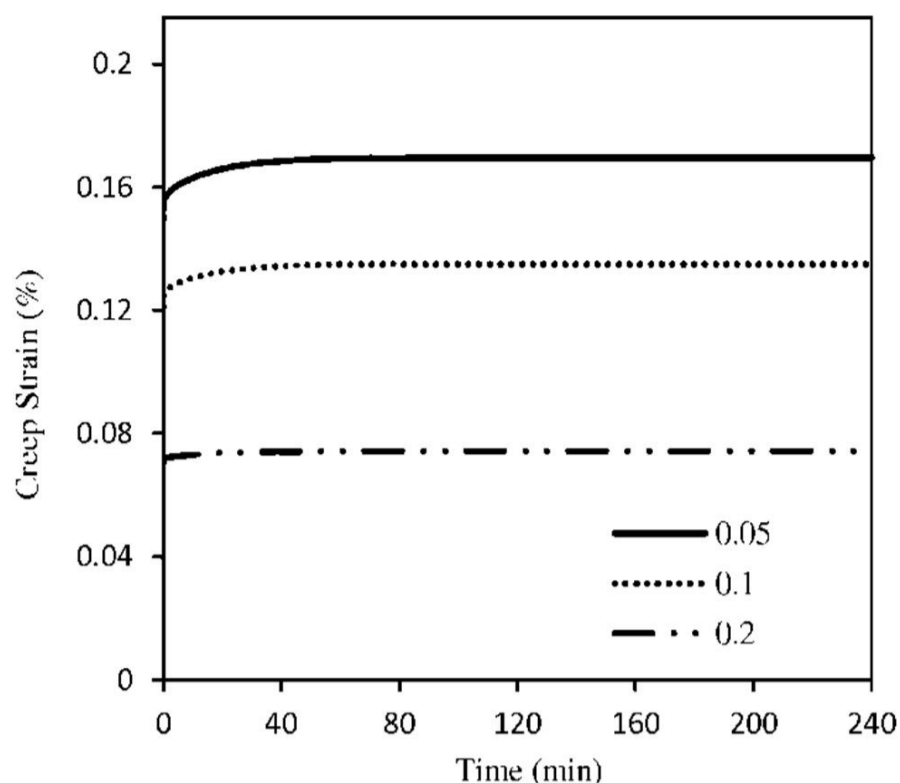
خواص اجزای سازنده	الیاف (شیشه)	زمینه (اپوکسی)	فاز میانی
مدول الاستیک (گیگاپاسکال)	72.4	3.45	36.2
نسبت پوآسون	0.22	0.35	0.3

جدول 5 مقایسه مدول الاستیک عرضی نسبت به مدول الاستیک زمینه برای

کامپوزیت سه‌فازی شیشه/اپوکسی برای ضخامت‌های مختلف فاز میانی

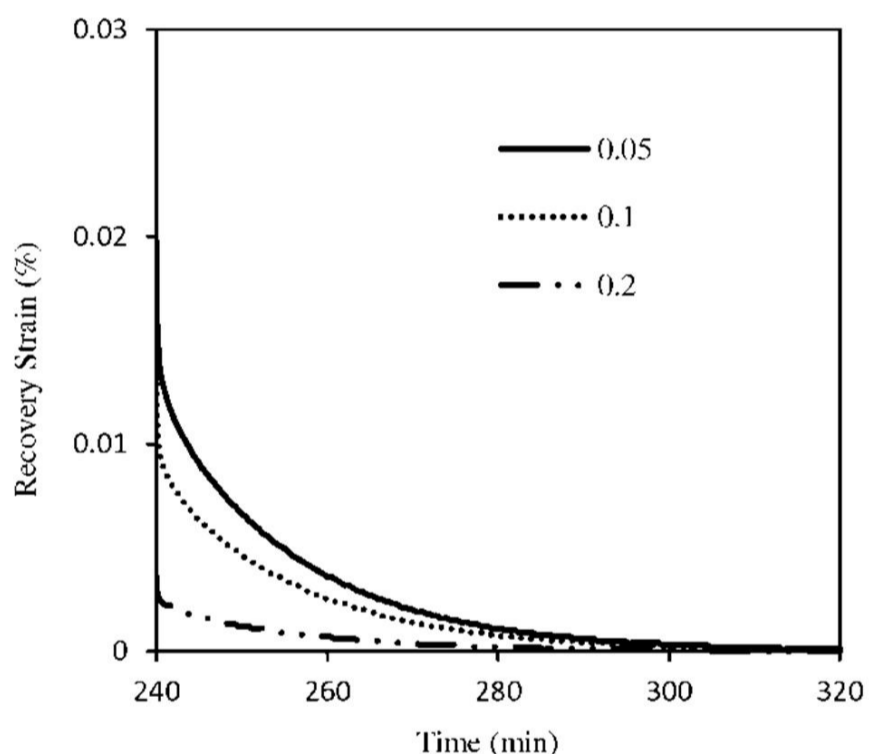
**Table 5** Comparison of transverse elastic modulus with respect to elastic modulus of matrix for three-phase glass/epoxy composite with different interphase thicknesses

ضخامت موثر فاز میانی	0	0.01	0.03
روش المان مرزی [29]	4.6	4.83	5.34
مدل حاضر	4.8	4.9	5.38



**Fig. 8** Effects of effective interphase thickness on the creep strain of the glass/epoxy composite under transverse loading, applied stress equals to 30 MPa

شکل 8 اثرات ضخامت موثر فاز میانی بر کرنش خزشی کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری عرضی، تنش وارده 30 مگاپاسکال



**Fig. 9** Effects of effective interphase thickness on the recovery strain of the glass/epoxy composite under transverse loading, applied stress equals to 30 MPa

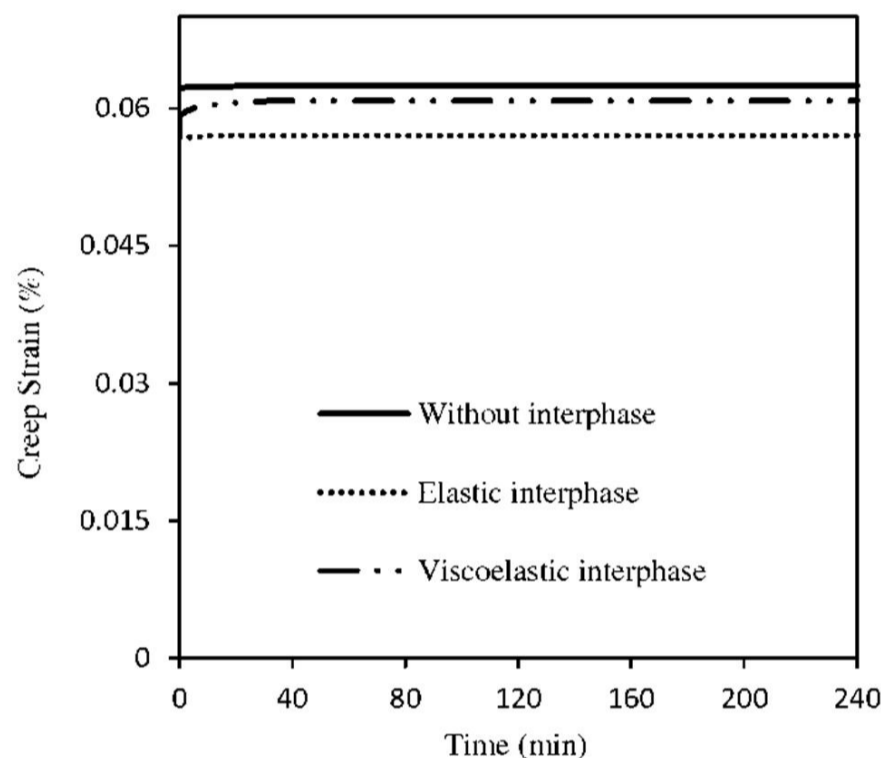
شکل 9 اثرات ضخامت موثر فاز میانی بر کرنش بازیافت کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری عرضی، تنش وارده 30 مگاپاسکال

زمان 313.2، 307.2 و 285.2 دقیقه به صفر می‌رسد.

اثرات ضخامت موثر فاز میانی بر رفتار خزشی و بازیافت کامپوزیت سه‌فازی در بارگذاری طولی بترتیب در اشکال 10 و 11 مشاهده می‌شود. با توجه به اشکال 10 و 11 اثر ضخامت فاز میانی بر پاسخ ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت سه‌فازی در بارگذاری طولی ناچیز می‌باشد. شکل 10 نشان می‌دهد که در زمان  $t=240$  دقیقه مقدار کرنش خزشی این ماده برای سه ضخامت موثر فاز میانی شامل 0.05، 0.1 و 0.2 بترتیب 0.0596، 0.057 و 0.0521% می‌باشد. با توجه به شکل 11، در زمان  $t=240.01$  دقیقه مقدار کرنش بازیافت این ماده برای سه ضخامت موثر فاز میانی شامل 0.05، 0.1 و 0.2 بترتیب 0.0001765، 0.0001223 و 0.000031% می‌باشد.

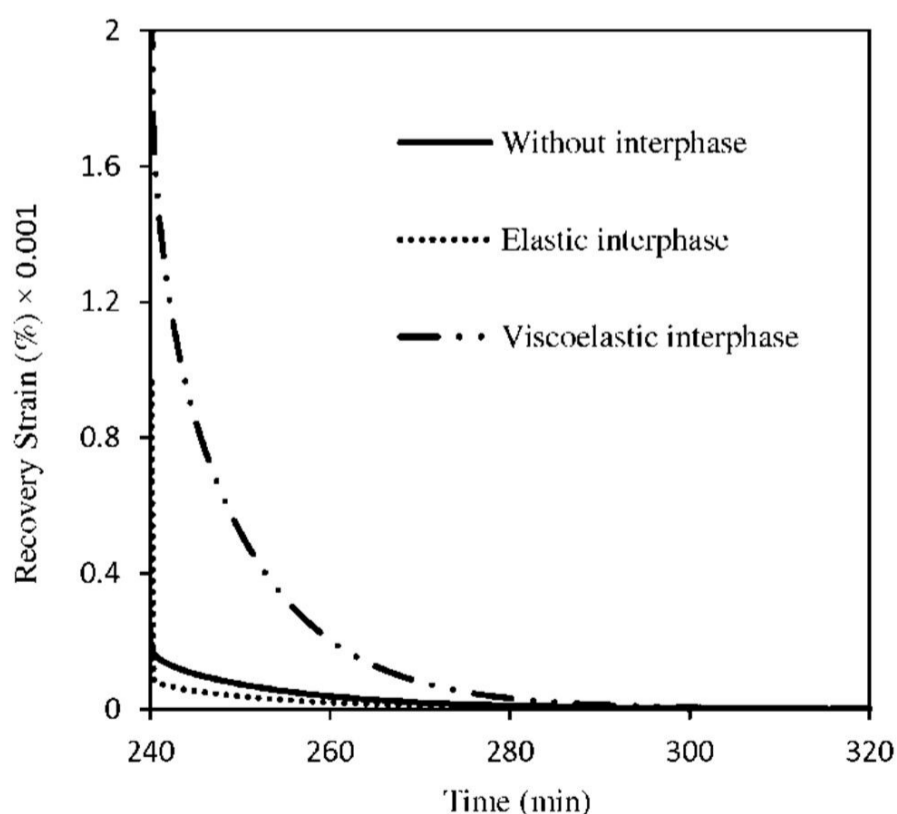
به ترتیب در اشکال 8 و 9 نشان داده شده است. رفتار فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که شکل 8 نشان می‌دهد، با توجه به این که نرمی آنی فاز میانی بیشتر از زمینه می‌باشد، با افزایش ضخامت فاز میانی کرنش خزشی کامپوزیت کاهش می‌یابد. در زمان  $t=240$  دقیقه مقدار کرنش خزشی این ماده برای سه ضخامت موثر فاز میانی شامل 0.5، 0.1 و 0.2 بترتیب 0.1696، 0.1351 و 0.0744 می‌باشد.

با توجه به شکل 9 با افزایش ضخامت فاز میانی، پس از باربرداری مدت زمان کمتری نیاز است تا کرنش به صفر برسد. بطوری که کرنش بازیافت این ماده برای سه ضخامت موثر فاز میانی شامل 0.05، 0.1 و 0.2 بترتیب در



**Fig. 6** Effects of interphase materials on the creep strain of the glass/epoxy composite under axial loading, applied stress equals to 30 MPa

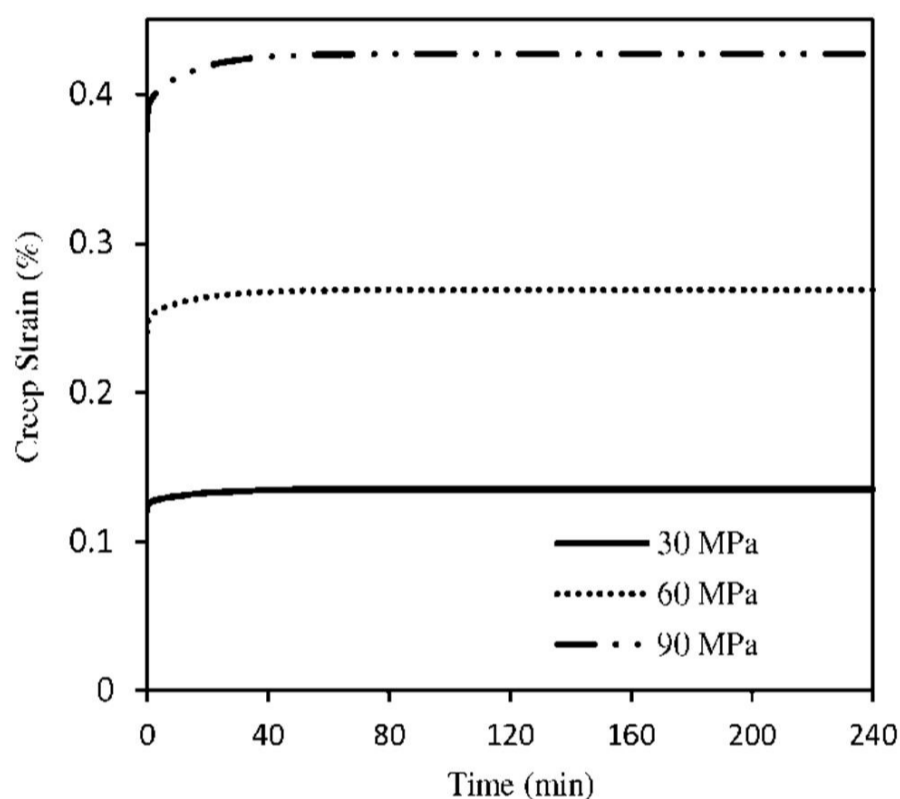
شکل 6 اثرات مواد فاز میانی بر کرنش خزشی کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری طولی، تنش وارده 30 مگاپاسکال



**Fig. 7** Effects of interphase materials on the recovery strain of the glass/epoxy composite under axial loading, applied stress equals to 30 MPa

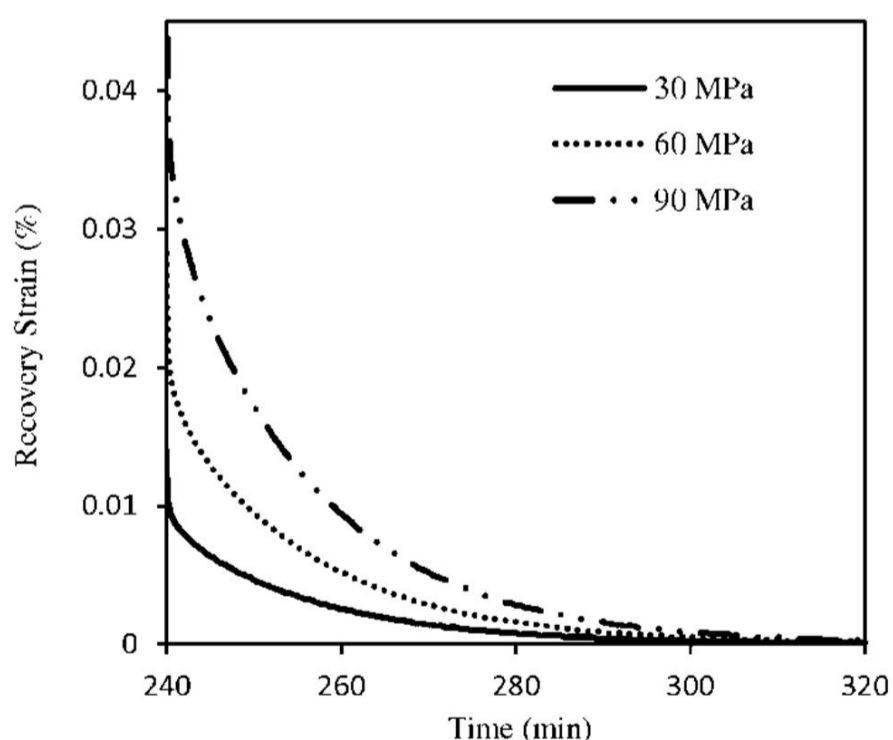
شکل 7 اثرات مواد فاز میانی بر کرنش بازیافت کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری طولی، تنش وارده 30 مگاپاسکال

می‌دهد در بارگذاری عرضی کرنش بازیافت متاثر از سطح تنش می‌باشد. حال اثرات درصد حجمی الیاف با مقادیر 35، 50 و 65 درصد بر پاسخ ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت سه‌فازی در بارگذاری‌های طولی و عرضی مورد بررسی قرار می‌گیرد. ضخامت موثر فاز میانی 0.1، تنش بارگذاری 30 مگاپاسکال و فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک در نظر گرفته می‌شود. اشکال 16 و 17 اثرات درصد حجمی الیاف را بترتیب بر کرنش خزشی و کرنش بازیافت کامپوزیت سه‌فازی در بارگذاری عرضی نشان می‌دهند. با توجه به شکل 16، در زمان  $t = 0$  مقدار کرنش خزشی این ماده برای سه درصد حجمی 35، 50 و 65% بترتیب 0.3415، 0.2129 و 0.121% می‌باشد. همچنین در زمان  $t=240$  دقیقه مقدار کرنش خزشی این ماده برای سه درصد حجمی 35، 50 و 65% بترتیب 0.4002، 0.2447 و 0.1351



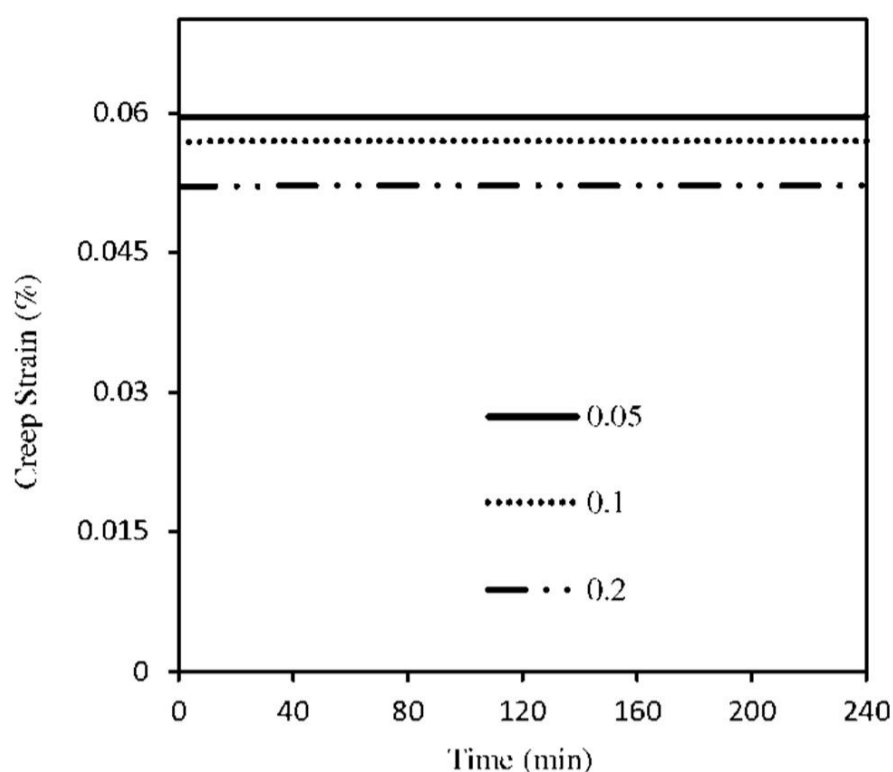
**Fig. 12** Effects of stress levels on the creep strain of the glass/epoxy composite under transverse loading

شکل 12 اثرات سطح تنش بر کرنش خزشی کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری عرضی



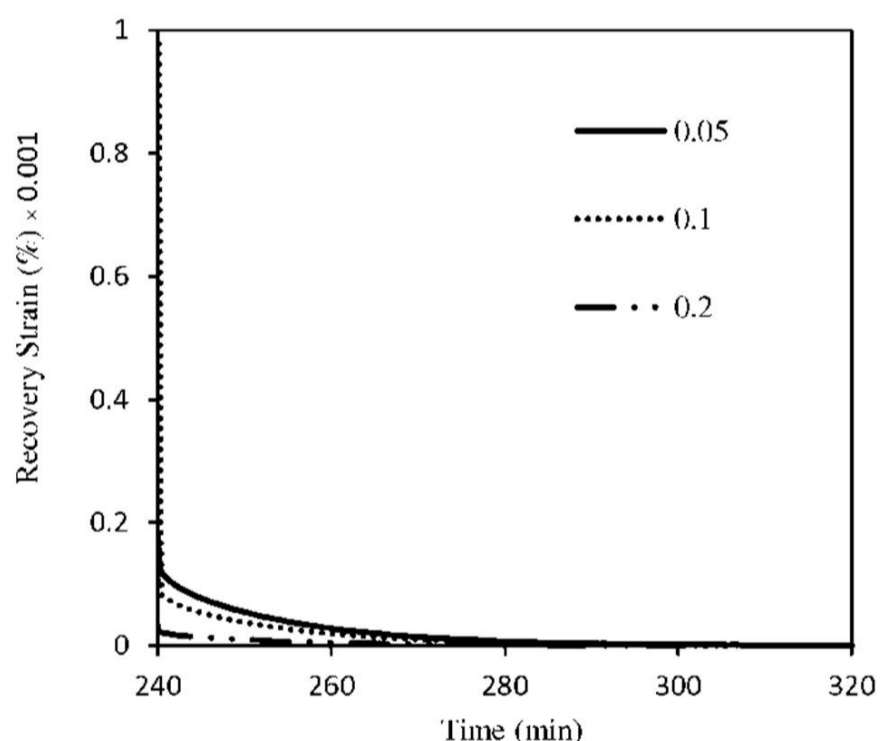
**Fig. 13** Effects of stress levels on the recovery strain of the glass/epoxy composite under transverse loading

شکل 13 اثرات سطح تنش بر کرنش بازیافت کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری عرضی



**Fig. 10** Effects of effective interphase thickness on the creep strain of the glass/epoxy composite under axial loading, applied stress equals to 30 MPa

شکل 10 اثرات ضخامت موثر فاز میانی بر کرنش خزشی کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری طولی، تنش وارده 30 مگاپاسکال



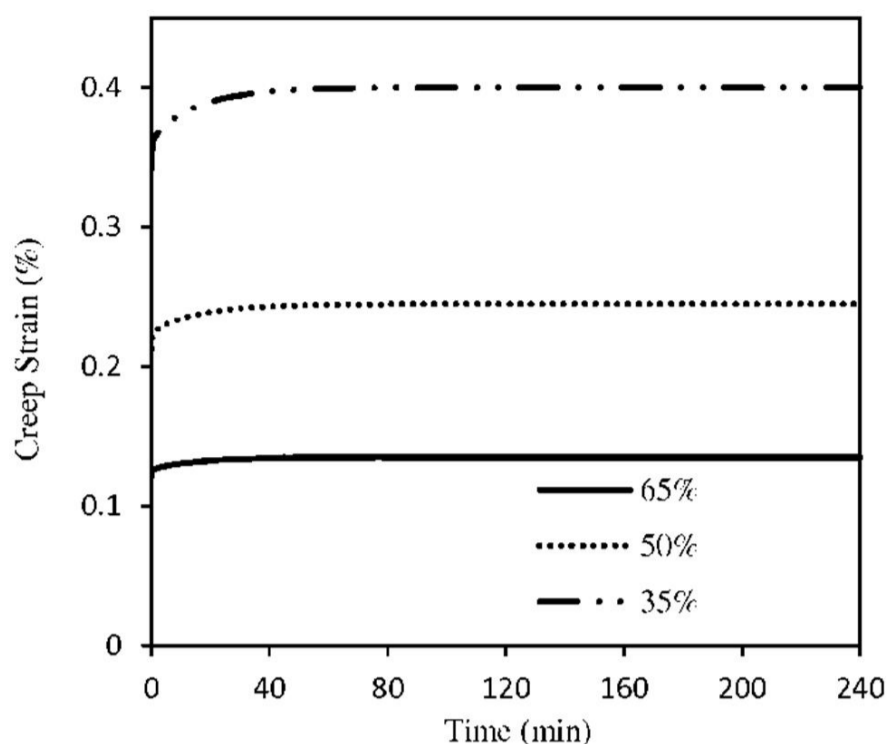
**Fig. 11** Effects of effective interphase thickness on the recovery strain of the glass/epoxy composite under axial loading, applied stress equals to 30 MPa

شکل 11 اثرات ضخامت موثر فاز میانی بر کرنش بازیافت کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری طولی، تنش وارده 30 مگاپاسکال

اثرات سطح تنش شامل 30، 60 و 90 مگاپاسکال، بر رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت سه‌فازی در بارگذاری عرضی در اشکال 12 و 13 نشان داده شده است. ضخامت موثر فاز میانی 0.1 در نظر گرفته می‌شود. با توجه به شکل 12، با افزایش سطح تنش میزان کرنش خزشی کامپوزیت افزایش می‌یابد.

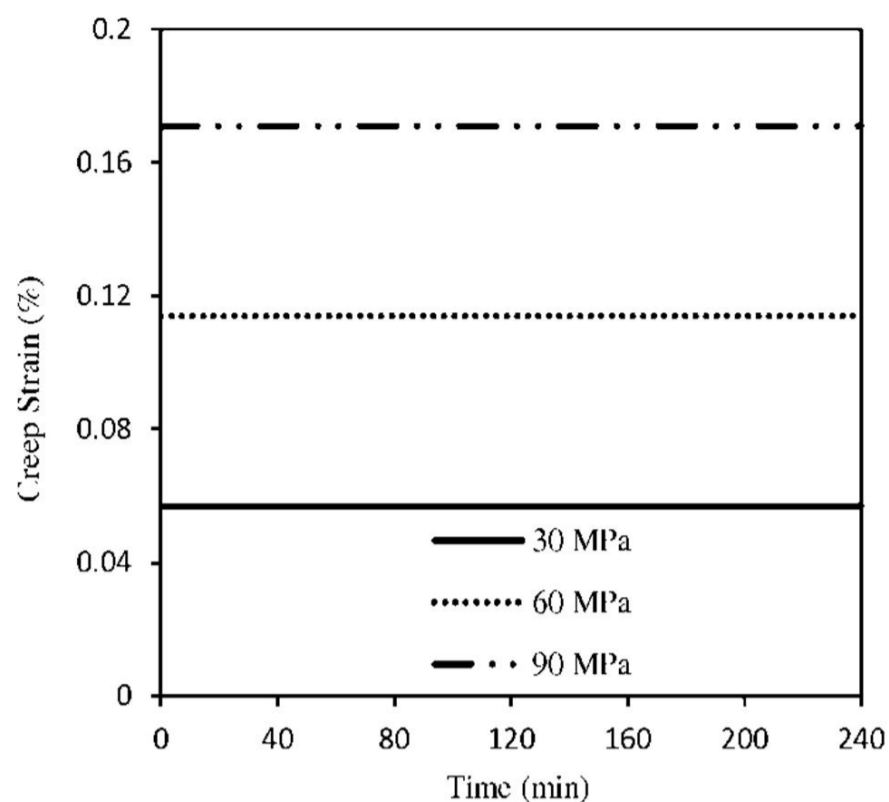
اشکال 14 و 15 اثرات سطح تنش را بر رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت سه‌فازی در بارگذاری طولی نشان می‌دهند. با توجه به شکل 14 با افزایش سطح تنش، میزان کرنش خزشی در بارگذاری طولی افزایش می‌یابد. شکل 15 نشان می‌دهد که بعد از باربرداری طولی، سطح تنش بر کرنش بازیافت کامپوزیت تاثیر چندانی ندارد. در حالی که همان‌طور شکل 13 نشان





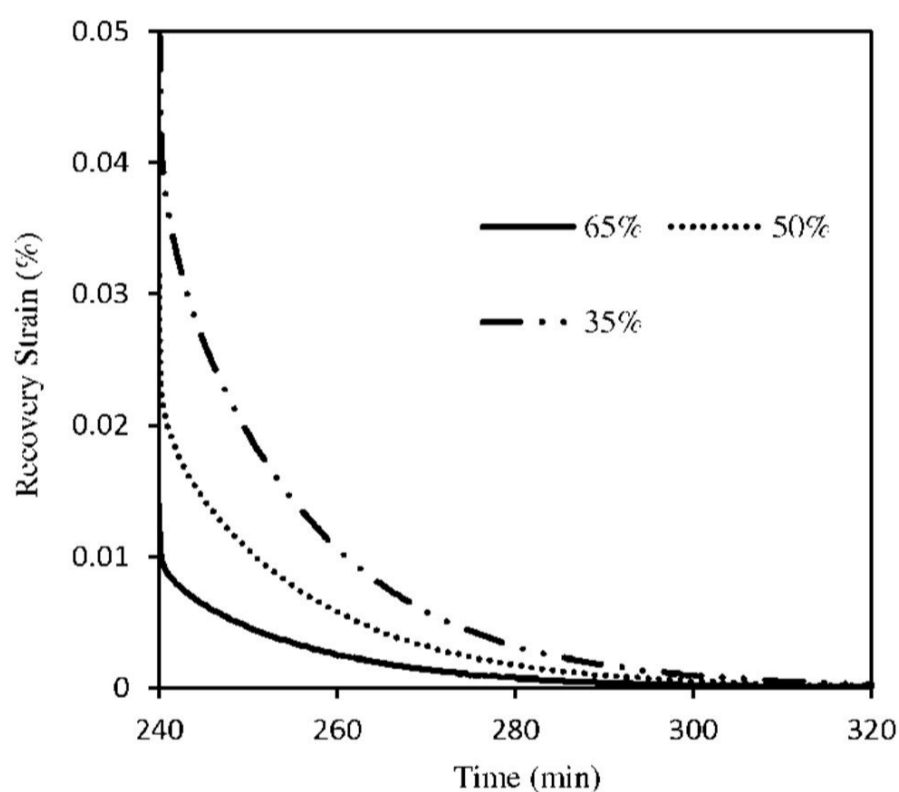
**Fig. 16** Effects of fiber volume fraction on the creep strain of the glass/epoxy composite under transverse loading, applied stress equals to 30 MPa

شکل 16 اثرات درصد حجمی الیاف بر کرنش خزشی کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری عرضی، تنش واده 30 مگاپاسکال



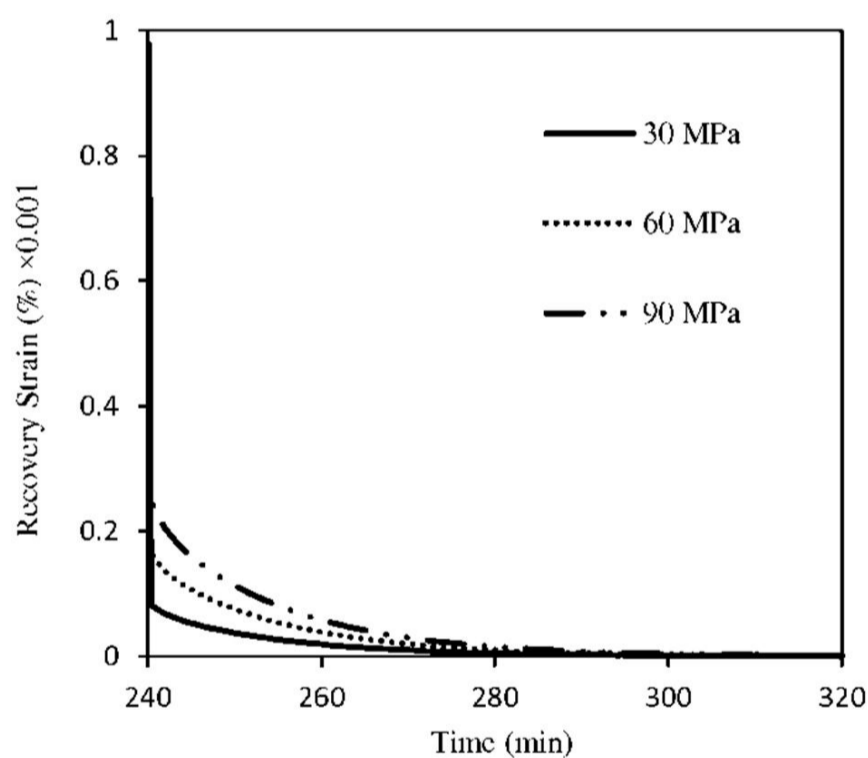
**Fig. 14** Effects of stress levels on the creep strain of the glass/epoxy composite under axial loading

شکل 14 اثرات سطح تنش بر کرنش خزشی کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری طولی



**Fig. 17** Effects of volume fraction on the recovery strain of the glass/epoxy composite under transverse loading, applied stress equals to 30 MPa

شکل 17 اثرات درصد حجمی بر کرنش بازیافت کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری عرضی، تنش واده 30 مگاپاسکال



**Fig. 15** Effects of stress levels on the recovery strain of the glass/epoxy composite under axial loading

شکل 15 اثرات سطح تنش بر کرنش بازیافت کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری طولی

### 6- نتیجه گیری

در این پژوهش بمنظور مطالعه اثرات فاز میانی بر پاسخ ویسکوالاستیک غیرخطی کامپوزیت‌های زمینه پلیمری چندفازی از مدل میکرومکانیکی سه‌بعدی سلول واحد ساده استفاده شد. یک المان حجمی نماینده برای مدل‌سازی کامپوزیت سه‌فازی با آرایه مربعی برای الیاف در نظر گرفته شد. این المان حجمی از سه فاز شامل الیاف، زمینه پلیمری و فاز میانی احاطه‌کننده الیاف، تشکیل شد. از مدل ویسکوالاستیک غیرخطی شیپری بمنظور مدل‌سازی رفتار زمینه استفاده شد. نتایج پیش‌بینی شده با مدل میکرومکانیکی آرایه شده در خصوص رفتار ویسکوالاستیک پلیمر تقویت شده با الیاف گرافیت (کامپوزیت دوفازی) بسیار نزدیک به داده‌های آزمایشگاهی

می‌باشد. با توجه به شکل 17، در زمان  $t=240.001$  دقیقه مقدار کرنش بازیافت این ماده برای سه درصد حجمی 35، 50 و 65% بترتیب 0.0578، 0.0314 و 0.0139% می‌باشد.

اشکال 18 و 19 اثرات درصد حجمی الیاف را بترتیب بر کرنش خزشی و کرنش بازیافت کامپوزیت سه‌فازی در بارگذاری طولی نشان می‌دهند. با توجه به شکل 18 مشاهده می‌شود که با افزایش کسر حجمی رفتار کلی کامپوزیت به رفتار الاستیک به جای ویسکوالاستیک نزدیک می‌شود. مقدار کرنش خزشی برای کامپوزیت سه‌فازی شیشه/اپوکسی با درصد حجمی 65% در زمان‌های 0 و 240 دقیقه برابر 0.0569% می‌باشد. شکل 19 نشان می‌دهد که با افزایش درصد حجمی الیاف مدت زمان کمتری لازم است تا کرنش بازیافت به صفر برسد.

طبق نتایج بدست آمده مشخص شد که اگر فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک در نظر گرفته شود، مدت زمان لازم برای این که کرنش بازیافت کامپوزیت به صفر برسد کاهش می‌یابد. طبق نتایج استخراج شده با مدل میکرومکانیکی حاضر، اثرات ضخامت فاز میانی بر کرنش خزشی بیشتر از کرنش بازیافت می‌باشد. با افزایش سطح تنش، میزان کرنش خزشی کامپوزیت افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج مشاهده شد که در بارگذاری طولی با افزایش کسر حجمی رفتار کلی کامپوزیت به رفتار الاستیک به جای ویسکوالاستیک نزدیک می‌شود. بطوری که مقدار کرنش خزشی برای کامپوزیت سه‌فازی شیشه/اپوکسی با درصد حجمی 65% در زمان‌های 0 و 240 دقیقه برابر 0.0569% می‌باشد.

### 7- مراجع

- [1] M. E. Tuttle, H. F. Brinson, Prediction of the long-term creep compliance of general composite laminates, *Experimental Mechanics*, Vol. 26, No. 1, pp. 89-102, 1986.
- [2] A. Pasricha, M. E. Tuttle, A. F. Emery, Time-dependent response of IM7/5260 composites subjected to cyclic thermo-mechanical loading, *Composites Science and Technology*, Vol. 56, No. 1, pp. 55-66, 1996.
- [3] G. C. Papanicolaou, S. P. Zaoutos, A. H. Cardon, Further development of a data reduction method for the nonlinear viscoelastic characterization of FRPs, *Composites: Part A*, Vol. 30, No. 7, pp. 839-848, 1999.
- [4] G. C. Papanicolaou, S. P. Zaoutos, E. A. Kontou, Fiber orientation dependence of continuous carbon/epoxy composites nonlinear viscoelastic behavior, *Composites Science and Technology*, Vol. 64, No. 16, pp. 2535-2545, 2004.
- [5] B. G. Schaffer, D. F. Adams, Nonlinear viscoelastic analysis of a unidirectional composite material, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 48, No. 4, pp. 859-865, 1981.
- [6] J. Aboudi, Micromechanical Characterization of the nonlinear viscoelastic behavior of resin matrix composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 38, No. 4, pp. 371-386, 1990.
- [7] R. A. Schapery, On the characterization of nonlinear viscoelastic materials, *Polymer Engineering and Sciences*, Vol. 9, No. 4, pp. 295-310, 1969.
- [8] Y. Sadkin, J. Aboudi, Viscoelastic behavior of thermo-rheologically complex resin matrix composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 36, No. 4, pp. 351-365, 1989.
- [9] J. S. Thomsen, R. Pyrz, Non-linear creep modelling of single-fibre model composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 60, No. 9, pp. 1791-1800, 2000.
- [10] R. M. Haj-Ali, A. H. Muliana, A multi-scale constitutive formulation for the nonlinear viscoelastic analysis of laminated composite materials and structures, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, No. 13, pp. 3461-3490, 2004.
- [11] S. R. Falahatgar, M. Salehi, M. M. Aghdam, Nonlinear viscoelastic response of unidirectional fiber-reinforced composites in off-axis loading, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 28, No. 15, pp. 1793-1811, 2009.
- [12] A. Niak, N. Abolfathi, G. Karami, M. Ziejewski, Micromechanical viscoelastic characterization of fibrous composites, *Journal of Composite Materials*, Vol. 42, No. 12, pp. 1179-1204, 2008.
- [13] S. P. Zaoutos, G. C. Papanicolaou, On the influence of preloading in the nonlinear viscoelastic-viscoplastic response of carbon-epoxy composite, *Composites Science and Technology*, Vol. 70, No. 6, pp. 922-929, 2010.
- [14] J. S. Kim, A. H. Muliana, A combined viscoelastic-viscoplastic behavior of particle reinforced composites, *International Journal of Solids and Structures*, No. 5, Vol. 47, pp. 580-594, 2010.
- [15] A. Sayyidmousavi, H. Bougherara, S. R. Falahatgar, Z. Fawaz, A 3D micromechanical energy-based creep failure criterion for high-temperature polymer-matrix composites, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, pp. 1-9, 2013.
- [16] A. Sayyidmousavi, H. Bougherara, S. R. Falahatgar, Z. Fawaz, Thermomechanical viscoelastic response of a unidirectional graphite/polyimide composite at elevated temperatures using a micromechanical approach, *Journal of Composite Materials*, pp. 1-16, 2014.
- [17] R. Rafiee, B. Mazhari, Modeling creep in polymeric composites: Developing a general integrated procedure, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 99, pp. 112-120, 2015.
- [18] B. Lauke, Determination of adhesion strength between a coated particle and polymer matrix, *Composites Science and Technology*, Vol. 66, No. 16, pp. 3153-3160, 2006.
- [19] S.Y. Fu, X.Q. Feng, B. Lauke, Y. W. Mai, Effects of particle size, particle/matrix interface adhesion and particle loading on mechanical properties of particulate-polymer composites, *Composites Part B*, Vol. 39, No. 6, pp. 933-961, 2008.
- [20] S. Kari, H. Berger, U. Gabbert, R. Guinovart-Diaz, J. Bravo-Castillero, R. Rodriguez-Ramos, Evaluation of influence of interphase material parameters

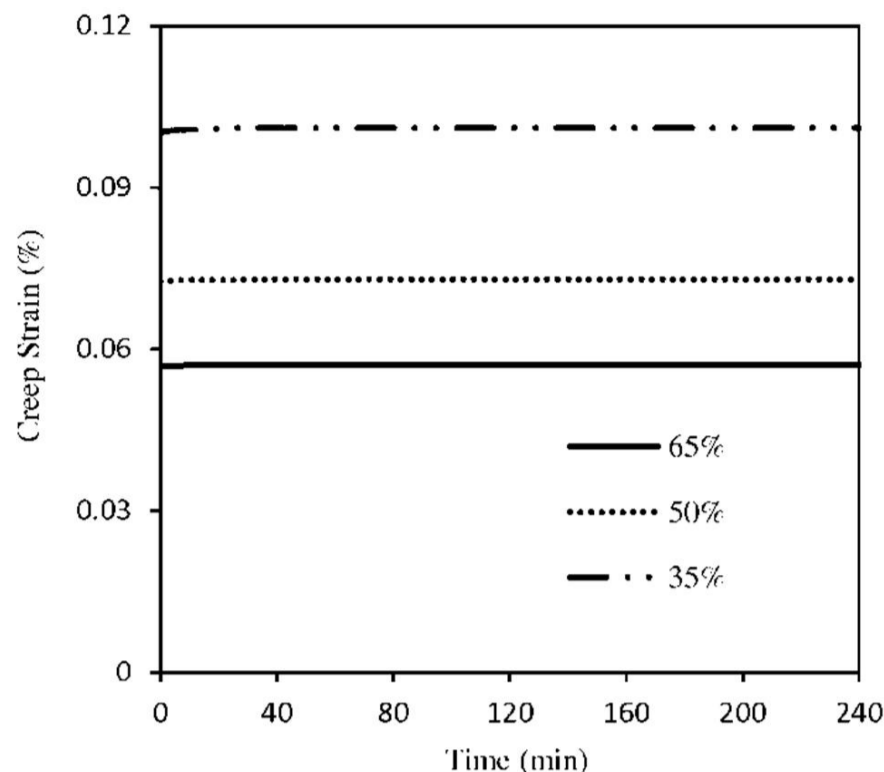


Fig. 18 Effects of fiber volume fraction on the creep strain of the glass/epoxy composite under axial loading, applied stress equals to 30 MPa

شکل 18 اثرات درصد حجمی الیاف بر کرنش خزشی کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری طولی، تنش واده 30 مگاپاسکال

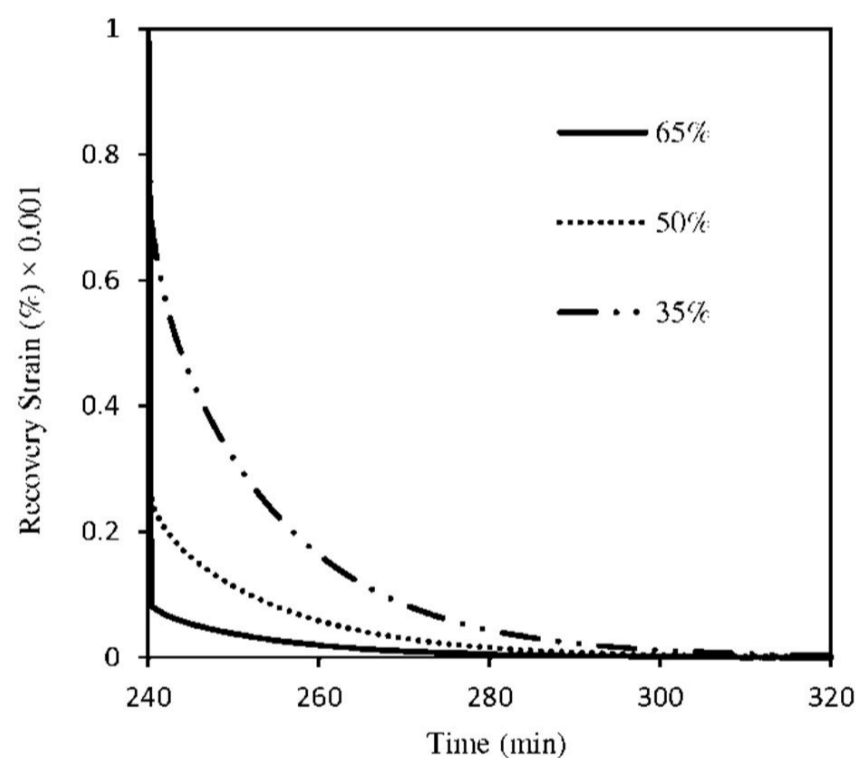


Fig. 19 Effects of volume fraction on the recovery strain of the glass/epoxy composite under axial loading, applied stress equals to 30 MPa

شکل 19 اثرات سطح تنش بر کرنش بازیافت کامپوزیت شیشه/اپوکسی در بارگذاری طولی، تنش واده 30 مگاپاسکال

شد. همچنین نتایج مدل حاضر تطابق بسیار خوبی با روش‌های عددی دیگر در خصوص بررسی اثرات فاز میانی بر رفتار الاستیک کامپوزیت‌های زمینه پلیمری سه‌فازی نشان داد. اثرات فاز میانی شامل مواد و ضخامت، سطح تنش و درصد حجمی الیاف بر منحنی خزش-بازیافت کامپوزیت سه‌فازی تحت بارگذاری طولی و عرضی مطالعه شد. در نظر گرفتن فاز میانی بصورت یک ماده الاستیک یا ویسکوالاستیک غیرخطی، میزان نرمی خزشی کامپوزیت را کاهش می‌دهد. نتایج نشان داد که هرچند در آغاز بارگذاری میزان کرنش خزشی برای کامپوزیت با در نظر گرفتن فاز میانی بعنوان یک ماده الاستیک یا ویسکوالاستیک یکسان است، ولی با افزایش زمان کرنش خزشی با در نظر گرفتن فاز میانی بعنوان یک ماده ویسکوالاستیک بیشتر می‌باشد. همچنین

- (فارسی in Persian)
- [28] M. J. Mahmoodi, M.M. Aghdam, M. Shakeri, The effects of interfacial debonding on the elastoplastic response of unidirectional silicon carbide–titanium composites, Part C: *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 223, No. 2, pp. 259-269, 2010.
- [29] M. M. Aghdam, M. Gorji, S. R. Falahatgar, Interface damage of SiC/Ti metal matrix composites subjected to combined thermal and axial shear loading, *Computational Materials Science*, Vol. 46, No. 3, pp. 626–631, 2009.
- [30] J. Aboudi, T. O. Williams, A coupled micro-macromechanical analysis of hygrothermoelastic composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, No. 30, pp. 4149-4179, 2000.
- [31] J. Aboudi, M. J. Pindera, S. M. Arnoldc, Higher-order theory for functionally graded materials, *Composites: Part B*, Vol. 30, No. 8, pp. 777–832, 1999.
- [32] A. H. Muliana, *Integrated micromechanical-structural framework for the nonlinear viscoelastic behavior of laminated and pultruded composite materials and structures*, PhD Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2003.
- [33] R. M. Haj-Ali, A. H. Muliana, Numerical finite element formulation of the Schapery nonlinear viscoelastic material model, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 59, No. 1, pp. 25–45, 2004.
- [34] Y. J. Liu, N. Xu J.F. Luo, Modeling of interphases in fiber-reinforced composites under transverse loading using boundary element method, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 67, No. 1, pp. 41-49, 2000.
- on effective material properties of three phase composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 68, No. 3-4, pp. 684–691, 2008.
- [21] F. Yang, R. Pitchumani, Effects of interphase formation on the modulus and stress concentration factor of fiber-reinforced thermosetting-matrix composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 64, No. 10–11, pp. 1437–1452, 2004.
- [22] Y. Yao, S. Chen, P. Chen, The effect of a graded interphase on the mechanism of stress transfer in a fiber-reinforced composite, *Mechanics of Materials*, Vol. 58, pp. 35–54, 2013.
- [23] Y. P. Jiang, W. L. Gao, H. Yang, Numerical studies on the effective shear modulus of particle reinforced composites with an inhomogeneous interphase, *Computational Materials Science*, Vol. 43, No. 4, pp. 724–731, 2008.
- [24] S. Nie, C. Basaran, A micromechanical model for effective elastic properties of particulate composites with imperfect interfacial bonds, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No. 14, pp. 4179–4191, 2005.
- [25] J. Aboudi, Continuum theory for fiber-reinforced elasticvisco-plastic composites, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 20, No. 5, pp. 605–621, 1982.
- [26] M. J. Mahmoodi, M. M. Aghdam, Damage analysis of fiber reinforced Ti-alloy subjected to multi-axial loading—A micromechanical approach, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 528, No. 27, pp. 7983-7990, 2011.
- [27] M. K. Hassanzadeh Aghdam, M. J. Mahmoodi, Micromechanical damage analysis of short fiber titanium matrix composites under combined axial loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 86-97, 2013.