ماهنامه علمى پژوهشى



مهندسی مکانیک مدرس



mme.modares.ac.ir

اثر مقیاس کوچک بر روی نایایداری دینامیکی پولین در نانوعملگرهای پیچشی با استفاده از مدل دو درجه آزادی

 *2 سر و ش ملدجی 1 ، معقو ب طادی بنی

1 - دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهر کرد، شهر کرد 2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد ئشهركرد، صندوق يستى tadi@eng.sku.ac.ir ،115

چکیدہ	اطلاعات مقاله
بررسی رفتار دینامیکی و استاتیکی سازههای در مقیاس میکرو و نانو برای تحلیل و پیشیینی عملکرد و دقت آنها از اهمیت بسیار زیادی برخوردار میباشد در مقالهی حاضر اثر اندازه و نیروی بین مولکولی واندروالس بر روی رفتار دینامیکی یک نانوآینهی پیچشی دو درجه آزادی پیچش و خمش با استفاده از تئوری مرتبه بالای تنش کوپل اصلاح شده مورد بررسی قرار گرفته است. در ابتدا با استفاده از تئوری تنش کوپل	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 27 دی 1394 پذیرش: 22 اسفند 1394 ارائه در سایت: 27 اردیبهشت 1395
اصلاح شده و در نظر گرفتن نیروی بین مولکولی واندروالس، معادلات حرکت سیستم استحراج شده، سپس با استفاده از روش رانگ کوتا این معادلات حل شده و عملکرد دینامیکی نانوآینه و منحنیهای فازی آن بدست آمده است. سپس ارتعاش طبیعی پیچشی و انتقالی سیستم با توجه به ولتاژ اعمالی به سیستم بررسی شده و در ادامه، متغیرهای ناپایداری پولین سیستم مورد بررسی قرار گرفته و وابستگی آنها به نیروی ماند،والس و اثرات اندازه نشان داده شده است. نتایج نشان م ردهند که نقاط تعادا , سستم شاما , نقاط سنت و نقاط بایدا	<i>کلید واژگان:</i> نانوآیندی الکترواستاتیکی پیچشی ناپایداری پولین دینامیکی تئوری تنش کوپل اصلاح شدہ
بر ایرا را بر از این مسیرهای حلقوی متناوب و حلقههای هتروکلینیک را ایجاد خواهند کرد. همچنین اثر اندازه و مدل تنش کوپل اصلاح شده بر دامنهی نوسان و فرکانس ارتباش سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. مدل ارائه شده در این مقاله قادر است، نتایج تجربی را با دقت بسیار خوبی و بهتر از مدلهای کلاسیک پیشین پیش،بینی کند و فاصلهی بین تئوریهای قبلی را با نتایج تجربی کاهش دهد.	منحنیهای فازی نقاط تعادل پایدار و ناپایدار

Small scale effect on the dynamic pull-in instability of torsional nano-actuators using 2-DOF model

Soroosh Malihi, Yaghoub Tadi Beni*

Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran, * P.O.B. 115, Shahrekord, Iran, tadi@eng.sku.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 17 January 2016 Accepted 12 March 2016 Available Online 16 May 2016

Keywords: Torsional electrostatic micromirror Dynamic pull-in instability Modified couple stress theory Phase portraits Stable and unstable equilibrium points

ABSTRACT

Consideration of dynamic and static behavior of structures in nano and micro scale for analysis and prediction of their performance and accuracy has become more important. In this study, the effect of size and intermolecular van der Waals force on dynamic behavior of torsional nanomirror considering bending-torsion two degree of freedom model using the higher order modified couple stress theory has been investigated. First, by considering the higher order modified couple stress theory and intermolecular van der Waals force, equation of motion of system is developed, afterwards using Runge-Kutta method, this equations is solved and dynamic performance of nanomirror and its phase portraits have been obtained. Also, translational and torsional natural frequencies of system considering applied voltage are investigated. So pull-in instability parameters of system are considered and their dependency upon van der Waals force and size effects are determined. Results demonstrate that equilibrium points of system include center points and focus points and phase portraits related to these points exhibit periodic orbits and heteroclinic orbits. Moreover, size effect and modified couple stress model on amplitude and frequency of vibration of system have been investigated. Proposed model in this study is able to predict experimental results with higher precision than previous classic models and reduce the difference between past theories and empirical results.

1-مقدمه

های نوری و همچنین صنایع فضایی و پزشکی استفاده می شود [2-5]. در نانوآینههای پیچشی، دوران صفحهی اصلی منجر به بازتاباندن نور می شود که این صفحه به کمک دو تیر روی دو پایه نگه داشته شده است و زیر صفحه دو الكترود براي اعمال ولتاژ و نيروي الكتريكي براي دوران تعبيه شده است. در هنگام اعمال ولتاژ، قسمت متحرک همزمان هم می چرخد و هم خیز پیدا می کند که بعد از حذف ولتاژ این قسمت متحرک به کمک نیروی بازیابندهی

امروزه سیستمهای میکرو- نانوالکترومکانیکی برای استفاده در کاربردهای گوناگون و متنوع با سرعت بالا در حال گسترش هستند [1]. با پیشرفت تكنولوژى در توليد نانومحركها و نانوآينهها، مى توان اهميت نقش اين سیستهها را در انواع وسایل مختلف با عملکردهای فراوان مشاهده کرد. بهطور مثال از آنها بهطور گسترده در صفحات نمایشگرها، میکرواسکنرها، سوییچ-

Please cite this article using: S. Malihi, Y. Tadi Beni, Small scale effect on the dynamic pull-in instability of torsional nano-actuators using 2-DOF model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 90- 40 100, 2016 (in Persian)

مکانیکی به حالت اولیهی خود بازمی گردد. اگر ولتاژ از یک حد بحرانی بیشتر شود، نیروی بازیابندهی مکانیکی دیگر قادر نیست سیستم را به حالت اولیهی خود بازگرداند. با توجه به مطالب بیان شده باید در طراحی نانوآینههای پیچشی و بررسی رفتار آنها، پایداری سیستم مورد بررسی قرار گیرد.

محققان بسیاری رفتار استاتیکی و دینامیکی میکرو-نانوآینههای پیچشی الکترواستاتیکی را با درنظر گرفتن نیروهای بین مولکولی مورد بررسی قرار دادهاند. از نیروهای بین مولکولی میتوان به نیروی کازمیر و نیروی واندروالس اشاره کرد. برهم کنش واندروالس¹ بین دو جسم میکروسکوپی در بیش از نیم قرن به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است [6-7] و میتواند نقش بسیار مؤثری در سازههای نانو/میکروالکترومکانیکی ایفا میکند. به دلیل اهمیت این نیرو در سازههای نانو، محققان [8-9] با استفاده از پتانسیل واندروالس مدلي رياضي براي حل مسائل مربوط به أن ارائه كردند. زماني كه فاصلهی صفحه و الکترود به اندازهی کافی کوچک باشد، به خاطر عملکرد پیچش نیروی کازمیر و واندروالس، حتی اگر هیچ گشتاور الکترواستاتیکی وجود نداشته باشد، پولین هنوز می تواند با یک انحراف کوچک در زاویه اتفاق بیفتد [10]. معین فرد و همکارانش [11] یک مدل دو درجه آزادی برای نانو-میکروآینه که تحت نیروی واندروالس قرار دارد، ارائه کردند. درویشیان و همکارانش [12] در تحقیقی دیگر مدل دو درجه آزادی از میکروآینه را تحت نیروی مویینگی مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق نیز از روش انرژی برای استخراج معادلات تعادل حاکم بر پیچش و تفییرمکان سیستم استفاده كردند. همچنين معين فرد و همكارانش [13] تأثير نيروى واندروالس را بر روی رفتار استاتیکی و ناپایداری پولین نانو-میکروآینه تحت نیروی مویینگی بررسی کردند. آنها ابتدا معادلهی بیبعد حاکم بر رفتار استاتیکی سیستم را بدست آورده و وابستگی زاویهی پیچش بحرانی به پارامترهای هندسی سیستم را مورد بررسی قرار دادند.

مطالعات گستردهای بر روی مدلسازی رفتار میکروآینهها و بررسی ناپایداری کششی در آنها انجام شده است [14]. همچنین تأثیر نیروی کازمیر روی پارامترهای ناپایداری محرکهای پیچشی نمز ساخته شده از سیلیکون مورد بررسی قرار گرفته است [15]. معینفرد و احمدیان [16] تأثیر نیروی واندروالس را بر روی رفتار پولین نانو میکروآینههای تحریک شدهی الکترواستاتیکی مورد بررسی قرار دادند.

همانطور که بیان شد، در بسیاری از مطالعات انجام شده از مدل یک درجه آزادی پیچش تیر برای بررسی رفتار نانوآینههای پیچشی استفاده شده است. نمیروسکی و دگانی [17] یک مدل عمومی برای پدیدهی پولین در محرکهای الکترواستاتیکی با یک درجه آزادی ارائه دادند. گائو و همکارانش ا[18] نیز مدلی یک درجه آزادی برای بررسی رفتار نانو/میکروآینهها تحت بار مویینگی ارائه کردند. همچنین گائو و ژائو [19] تأثیر نیروی واندروالس را روی پایداری دینامیکی آینههای نمز بررسی کردند. آنها معادلهی حرکت بی بعد میکروآینه را ارائه کرده و به بررسی تحلیل کیفی رفتار دینامیکی آن پرداختند. ژانگ و همکارانش [20] به بررسی و توصیف خصوصیات استاتیکی یک میکروآینهی پیچشی الکترواستاتیکی یک درجه آزادی پرداخته و سپس با ساخت یک میکروآینهی پیچشی شرایط ناپایداری آن را به صورت تجربی بررسی کردند.

برخی از محققین رفتار میکروآینهها را با استفاده از یک مدل دو درجه آزادی کوپل شدهی خمشی- پیچشی مورد بررسی قرار دادند [21]. هوانگ و

1 Van der Waals (vdW)

مناسبتری نسبت به تئوری کلاسیک ارائه خواهند داد. بنابراین در بررسی رفتار سیستمهای در مقیاس میکرو و نانو از تئوریهای مرتبه بالای محیط پیوسته به جای تئوری کلاسیک استفاده می شود. طادی و همکارانش [28] ناپایداری پولین نانوآینههای پیچشی را با استفاده از تئوری کوپل تنش اصلاح شده مورد بررسی قرار دادند. تسیاتس و کاتسیکادلیس [29] یک مدل جدید از تئوری کوپل تنش اصلاح شده برای مسألهی پیچش سنت ونانت میلههای ميكرو با سطح مقطع دلخواه ارائه كردند. لى و همكارانش [30] رفتار دینامیکی و استاتیکی پیچشی نانو اجسام دایروی از قبیل نانومیلهها، نانو شفتها و نانوتیوبها را بر اساس تئوری الاستیک غیرموضعی بررسی کردند. همچنین طادی [31] برای بررسی وابستگی اندازهی ناپایداری پولین محرک-های پیچشی نانو الکترواستاتیکی کوپل شدهی پیچش و خمش از تئوری مكانيك پيوسته استفاده كرد. كيواني و همكارانش [32] ناپايداري ديناميكي یک نانوتیر یک سردرگیر با مقطع دایروی را تحت نیروی کازمیر با درنظر گرفتن تأثیر اندازه و انرژی سطح مورد بررسی قرار دادند. کوچی و همکارانش [33] از تئوری گرادیان کرنش برای بررسی ناپایداری پولین نانو تیر استفاده کردند. آنها در این تحقیق سیستم را تحت تأثیر نیروی کازمیر و سپس نیروی واندروالس درنظر گرفتند. همچنین در تحقیق دیگر صدیقی و همکارانش [34] تئوری تیر اویلر-برنولی را در نظر گرفته و معادلهٔ حرکت سیستم را با استفاده از قانون همیلتون و تئوری گرادیان کرنش بدست آوردند و ناپایداری سیستم را مورد بررسی قرار دادند. کوچی و حسینی [35] از روش مربعات دیفرانسیلی عمومی برای بررسی ناپایداری استاتیکی و دینامیکی پولین نانو سوییچ استفاده کردند. تانگ و همکارانش [36] تأثیرات اندازه را بر روی پیچش تیرهای با مقاطع مختلف بررسی کردند. نتایج نشان میدهد، زمانی که اندازهی تیر در مقیاس نانو و میکرو میباشد، صلبیت پیچشی آن از حالت مرسوم و ماکرو بیشتر میشود.

بنابراین با توجه به مطالب اشاره شده در بالا، درک رفتار دینامیکی یک نانوآینهی پیچشی برای طراحی و کنترل عملکرد آن بسیار مهم میباشد. در مقالهی حاضر با در نظر گرفتن تئوری تنش کوپل اصلاح شده و استفاده از روش رانگ کوتا، رفتار غیرخطی دینامیکی نانوآینهی پیچشی که تحت نیروی بین مولکولی واندروالس قرار دارد، مورد بررسی قرار می گیرد. برای مطالعهی

همکارانش [22] مقایسهای بین دادههای تجربی و یک مدل تئوری با استفاده از تأثیر خمش و پیچش کوپل شده ارائه کردند. در تحقیقی دیگر یک مدل تئوری از خصوصیات دینامیکی نانو آینهها با در نظر گرفتن پیچش و خمش همزمان ارائه شده است که در آن محققان پاسخ پله و پاسخ هارمونیک پایدار نانو آینهها را با روش رانگ -کوتا² آنالیز کردند [23]. لیم و همکارانش [24] مدل جدیدی از تنش غیرموضعی الاستیک برای تحلیل رفتار دینامیکی پیچشی نانومیلههای با سطح مقطع دایروی ارائه کردند. در تحقیقی دیگر یک واراکتور³ ممز با استفاده از تیرهای پیچشی پیشنهاد شد و نتایج تحلیلی برای گشتاور الکترواستاتیک آن استخراج شد [25]. سپس این سیستم با سیستم-های موجود برای محدودهی دینامیکی و ولتاژ تحریک مشخص مقایسه شد. شبانی و همکارانش [26] نیز مدلی تئوری برای مشخههای دینامیکی غروآینههای پیچشی با درنظر گرفتن اثر کوپل خمش و پیچش ارائه دادند. خاتمی و رضازاده [27] با استفاده از یک مدل دو درجه آزادی، پاسخ دینامیکی یک میکروآینه به شوک مکانیکی را مورد بحث قرار دادند.

² Runge-Kutta method

³ Varactor

دقیق سیستم از مدل دو درجه آزادی خمشی- پیچشی کوپل شده استفاده می شود. پارامترهای پولین در سیستم مورد بررسی قرار گرفته و پایداری دینامیکی نانوآینه با استفاده از منحنیهای فازی و نیز ارتعاش سیستم مورد مطالعه قرار می گیرد. نتایج بدست آمده نشان می دهد که مدل ارائه شده در این تحقیق تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی و آزمایشگاهی دارد.

2-معادلات مقدماتي

شکل 1 یک نانوآینه پیچشی الکترواستاتیک را نشان میدهد.

برای استخراج کردن معادلات حاکم بر مسأله، تغییرمکانهای عمودی و زاویهای نانو تیر پیچشی بسیار کوچک فرض میشود تا ناپایداری پولین اتفاق بیفتد. در این مقاله خصوصیات رفتار مواد به صورت خطی در نظر گرفته می-شود.

در روابط تئوری تنش کوپل اصلاح شده، یک پارامتر طولی مادی و دو پارامتر برای مواد الاستیک خطی ایزوتروپیک وجود دارد. بنابراین بر اساس تئوری تنش کوپل اصلاح شده ، انرژی کرنش به گرادیان جابجایی نیز وابسته است و طبق رابطهی (1) تعریف میشود [29] :

$$U = \frac{1}{2} \int (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij}^{s} \chi_{ij}^{s}) dV$$
(1)
که در رابطهی (1), ε_{ij} تانسور کرنش، χ_{i}^{s} تانسور گرادیان چرخش

متقارن، σ_{ij} تانسور تنش کلاسیک و $m^{
m s}_{ij}$ تنش مرتبه بالا هستند. مقادیر تانسورها بر حسب جابجایی از روابط (2) بدست می آید:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$$

$$\chi_{ij}^{s} = \frac{1}{2} e_{jkq} u_{q,ki}$$
(2)

همچنین روابط تنش کلاسیک و تنشهای مرتبه بالا به صورت (3) خواهد بود:

$$\sigma_{ij} = \mathbf{2}\mu \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \varepsilon_{mm} \delta_{ij} \right)$$

$$m_{ij}^{s} = \mathbf{2}\mu l^{2} \chi_{ij}^{s}$$
(3)

که در رابطهی (3)، $((x+1)2)/\mu=\mu$ مدول برشی، E مدول یانگ و v نسبت پؤاسون است و پارامتر طول مادی l گرادیانهای چرخشی هستند. پارامتر طول مادی میتواند بر اساس صلبیت الاستیک نانوتیر یکسر درگیر در تست خمش بدست بیاید. که برای اینکار بر اساس تئوری تنش کوپل و مدل تیر اویلر، پارامتر طول مادی را میتوان بر اساس اختلاف بین مدول الاستیک مواد تعیین کرد [37]. همچنین پارامتر طول مادی به روش شبیهسازی دینامیک مولکولی یا آزمایش قابل تعیین میباشد. اخیرا محققان از شبیه



Fig. 1 Electrostatic torsional nano-mirror

شكل 1 نانوآينەى پيچشى

سازی اتمی و دینامیک مولکولی برای تعیین پارامتر اثر اندازه استفاده کردهاند [38]. همچنین این پارامتر را میتوان با تستهای مکانیکی تعیین کرد. لام و همکارانش [39] با استفاده از تست خمش پارامتر اندازه را برای پلیمر اپوکسی تعیین کردند. بنابراین روشهایی از قبیل صلبیت الاستیک نانوتیر یکسر درگیر، روش اتمی و آزمایشگاهی برای تعیین پارمتر طول مادی استفاده می شود.

نیروی الکترواستاتیکی وارد بر یک المان دیفرانسیلی از صفحهی نانوآینه از رابطهی (4) بدست میآید [27] :

$$dF_{elec} = \frac{\varepsilon V^2 b}{2(D - \delta - r \sin \theta)^2} dr$$
(4)

بنابراین نیروی الکترواستاتیکی کل حول محور پیچشی عبارت است از: $F_{\text{elec}} = \int_{a_1}^{a_2} dF_{\text{elec}} = \frac{\varepsilon V^2 b}{2\sin\theta} \left(\frac{1}{D - \delta - a_2\sin\theta} - \frac{1}{D - \delta - a_1\sin\theta} \right)$ (5) که در رابطه (5)، V ولتاژ اعمالی بین صفحه ی آینه و الکترود، θ_{max} زاویه ی ماکزیمم پیچش صفحه ی اصلی و پارامترهای بی بعد θ ، $\alpha \, \rho \, \theta \, \rho$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Theta = \frac{\theta}{\theta_{\max}} , \quad \alpha = \frac{a_1}{a} , \quad \beta = \frac{a_2}{a} , \quad \theta_{\max} = \frac{2D}{a} ,$$

$$\Delta = \frac{\delta}{D} \qquad (6)$$

$$F_{\text{elec}} = \frac{\varepsilon V^2 b}{2 \theta_{\text{max}} \Theta D} \left(\frac{1}{1 - \Delta - \beta \Theta} - \frac{1}{1 - \Delta - \alpha \Theta} \right)$$
(7)

بهطور مشابه، گشتاور الکترواستاتیکی نیز برای یک المان دیفرانسیلی از صفحهی نانوآینه از رابطهی (8) بدست می آید:

$$dM_{elec} = \frac{\varepsilon V^2 b}{2(D - \delta - r \sin \theta)^2} r dr$$
(8)

بنابراین با انتگرالگیری و در نظر گرفتن زاویهی پیچش کوچک، رابطهی (8) بهصورت (9) بازنویسی می شود:

محاسبه میشود که با انتگرال گیری از آن مقادیر نیرو و گشتاور واندروالس کل وارد بر سیستم بدست میآید [19]:

$$dF_{vdW} = dF_{vdW}^{L} + dF_{vdW}^{R} = \frac{Ab}{6\pi(D-\delta-r\sin\theta)^{3}} dr + \frac{\bar{A}b}{6\pi(D-\delta-r\sin\theta)^{3}} dr + \frac{\bar{A}b}{6\pi(D-\delta-r\sin\theta)^{3}} dr = \frac{\bar{A}b}{12\pi\sin\theta} \left[\frac{1}{\left(D-\delta-\frac{a}{2}\sin\theta\right)^{2}} - \frac{1}{\left(D-\delta+\frac{a}{2}\sin\theta\right)^{2}}\right] dr$$

$$dM_{vdW} = dM_{vdW}^{L} - dM_{vdW}^{R} = \frac{Ab}{6\pi(D - \delta - r\sin\theta)^3} rdr + \frac{Ab}{Ab}$$

$$= \frac{\bar{A}b}{6\pi(sn\,\theta)^2} \left[\frac{D-\delta}{2(D-\delta-\frac{a}{2}\sin\theta)^2} - \frac{D-\delta}{2(D-\delta+\frac{a}{2}\sin\theta)^2} + \frac{1}{D-\delta+\frac{a}{2}\sin\theta} - \frac{1}{D-\delta-\frac{a}{2}\sin\theta} \right] dr$$
(10)

بنابراین برای زاویه ی پیچش کوچک، خواهیم داشت: $F_{\rm vdW} = \int_0^{a/2} dF_{\rm vdW} = \frac{\overline{Ab}}{12 \pi \theta_{\rm max} \Theta D^2} \left[\frac{1}{(1-\Delta-\Theta)^2} - \frac{1}{(1-\Delta+\Theta)^2} \right]$ $M_{\rm vdW} = \int_0^{a/2} dM_{\rm vdW} = \frac{\overline{Ab}}{12 \pi \theta_{\rm max}^2 D \Theta^2} \left[\frac{4+2\theta-1}{(1-\Delta-\Theta)^2} - \frac{\Delta-2\theta-1}{(1-\Delta+\Theta)^2} \right] (11)$

3-معادلەي دىنامىكى پىچشى تىر

در این قسمت برای استخراج معادلات دینامیکی حاکم سیستم موردنظر با

است که با روش رانگ کوتا قابل حل میباشد. برای استفاده از این روش یارامترهای x_1 و x_2 ، x_2 و x_3 ، x_2 و x_3 ایرامترهای (16) تعریف می شود:

$$\begin{aligned} x_{1} &= \theta \\ x_{2} &= \dot{\theta} \\ x_{3} &= \Delta \\ \dot{\theta} &= \dot{x}_{1} = x_{2} \\ \dot{\theta} &= \dot{x}_{1} = x_{2} \\ \dot{\theta} &= \dot{x}_{2} = \frac{\eta_{\theta}}{x_{1}^{2}} \left(\frac{1 - x_{3}}{1 - x_{3} - \beta x_{1}} - \frac{1 - x_{3}}{1 - x_{3} - \alpha x_{1}} \right) \\ &\quad + \frac{\eta_{\theta}}{x_{1}^{2}} \left(\ln \left(\frac{1 - x_{3}}{1 - x_{3} - \beta x_{1}} \right) \right) - \xi_{\theta} x_{2} - x_{1} \\ &\quad + \frac{\lambda_{\theta}}{\lambda_{1}^{2}} \left(\frac{x_{3} + 2x_{1} - 1}{(1 - x_{3} - \alpha x_{1})^{2}} - \frac{x_{3} - 2x_{1} - 1}{(1 - x_{3} + x_{1})^{2}} \right) \\ \dot{\Delta} &= \dot{x}_{3} = x_{4} \\ \ddot{\Delta} &= \dot{x}_{4} = \frac{\eta_{\Delta}}{x_{1}} \left(\frac{1}{(1 - x_{3} - \beta x_{1})^{2}} - \frac{1}{(1 - x_{3} - \alpha x_{1})} \right) \\ &\quad + \frac{\lambda_{A}}{\lambda_{1}} \left(\frac{1}{(1 - x_{3} - \alpha x_{1})^{2}} - \frac{1}{(1 - x_{3} + x_{1})^{2}} \right) \\ &\quad -\xi_{\Delta} x_{4} - \omega_{0}^{2} x_{3} \\ \vdots \\ x_{2} &= \mathbf{0} \\ \frac{\eta_{\theta}}{x_{1}^{2}} \left(\frac{1 - x_{3}}{(1 - x_{3} - \beta x_{1})} - \frac{1 - x_{3}}{(1 - x_{3} - \alpha x_{1})} + \right) \\ &\quad + \frac{\eta_{\theta}}{x_{1}^{2}} \left(\ln \left(\frac{1 - x_{3} - \beta x_{1}}{(1 - x_{3} - \alpha x_{1})^{2}} - \frac{x_{3} - 2x_{1} - 1}{(1 - x_{3} + x_{1})^{2}} \right) - x_{1} = \mathbf{0} \\ x_{4} &= \mathbf{0} \\ \frac{\eta_{A}}{x_{1}} \left(\frac{1}{(1 - x_{3} - \beta x_{1})} - \frac{1 - x_{3} - \alpha x_{1}}{(1 - x_{3} - \alpha x_{1})^{2}} - \frac{x_{1} - 1}{(1 - x_{3} + x_{1})^{2}} \right) \\ &\quad - \omega_{0}^{2} x_{3} = \mathbf{0} \end{aligned}$$

$$(17)$$

با حل کردن معادلات (17) چهار پاسخ فیزیکی بدست می اید که شامل دو زاویهی پیچش و دو تغییرمکان است که دو به دو با یکدیگر کوپل شدهاند. یکی از دو جواب بدست آمده تعادل پایدار و جواب دیگر تعادل ناپایدار خواهد بود. برای بررسی پایداری جوابهای بدست آمده از ماتریس ژاکوبین سیستم استفاده می کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dot{F}_{1}(\boldsymbol{x}_{1}) & -\xi_{\theta} & \dot{F}_{1}(\boldsymbol{x}_{3}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \dot{F}_{2}(\boldsymbol{x}_{1}) & \mathbf{0} & \dot{F}_{2}(\boldsymbol{x}_{3}) & -\xi_{\Delta} \end{bmatrix}$$
(18)
$$: \Sigma_{\boldsymbol{\lambda}} c_{1} \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{1} = (18)$$

$$F_{1}(x_{1}, x_{2}, x_{3}) = \frac{\eta_{\theta}}{x_{1}^{2}} \left(\frac{1 - x_{3}}{1 - x_{3} - \beta x_{1}} - \frac{1 - x_{3}}{1 - x_{3} - \alpha x_{1}} \right) + \frac{\eta_{\theta}}{x_{1}^{2}} \left(\ln \left(\frac{1 - x_{3} - \beta x_{1}}{1 - x_{3} - \alpha x_{1}} \right) \right) + \frac{\lambda_{\theta}}{x_{1}^{2}} \left(\frac{x_{3} + 2x_{1} - 1}{(1 - x_{3} - \alpha x_{1})^{2}} - \frac{x_{3} - 2x_{1} - 1}{(1 - x_{3} + x_{1})^{2}} \right) - \xi_{\theta} x_{2} - x_{1} F_{2}(x_{1}, x_{3}, x_{4}) = \frac{\eta_{A}}{x_{1}} \left(\frac{1}{1 - x_{3} - \beta x_{1}} - \frac{1}{1 - x_{3} - \alpha x_{1}} \right) + \frac{\lambda_{A}}{x_{1}} \left(\frac{1}{(1 - x_{3} - x_{1})^{2}} - \frac{1}{(1 - x_{3} + x_{1})^{2}} \right) - \xi_{\Delta} x_{4} - \omega_{0}^{2} x_{3}$$
(19)

مشخصهی سیستم به صورت معادلهٔ (20) است.

یک سیستم فنر پیچشی و مستهلک کننده مدل میگردد که در آن نیروها و گشتاورهای حاکم بر معادلات حرکت به صورت روابط (12) می باشند :

$$\begin{split} F_{\text{elas}} &= K_{\Delta} \delta = \frac{24EI}{L} D\Delta \\ F_{\text{damp}} &= c_{\Delta} \dot{\delta} = c_{\Delta} D\dot{\Delta} \\ F_{\text{inertia}} &= m\ddot{\delta} = mD\ddot{\Delta} \\ M_{\text{elas}} &= K_{\Theta} \theta = 2 \frac{(\mu) \mathcal{D}_{\text{eff}}}{L} \theta_{\text{max}} \theta \\ M_{\text{damp}} &= C_{\Theta} \dot{\theta} = C_{\Theta} \theta_{\text{max}} \dot{\theta} \\ M_{\text{inertia}} &= I_{\text{m}} \ddot{\theta} = I_{\text{m}} \theta_{\text{max}} \ddot{\theta} \qquad (12) \\ \Sigma_{\text{b}} \ c_{1} \ c_{1} \ e_{1} \ e_{1} \ c_{2} \$$

اینرسی صفحه یا صلی، E و μ مدول یانگ و مدول برشی، I و J_{eff} ممان اینرسی و ممان قطبی معادل سطح مقطع مستطیل شکل تیر پیچشی می-باشد. مقدار J_{eff} برای مقطع مستطیل شکل تیر با استفاده از ضمیمه ی (الف) بدست میآید. علامت نقطه بر روی پارامترهای $\delta_i \ D \ \Theta$ ، مریوط به مشتق نسبت به زمان می باشد. با استفاده از روابط (7)، (10)، (11) و همچنین روابط (21)، معادله ی حرکت سیستم به صورت رابطه ی زیر بدست می آید:

$$I_{\rm m}\ddot{\theta} + C_{\theta}\dot{\theta} + K_{\theta}\theta = \frac{\epsilon V^2 b}{2\theta_{\rm max}^3 \theta^2} \left(\frac{1-\Delta}{1-\Delta-\beta\theta} - \frac{1-\Delta}{1-\Delta-\alpha\theta} + \ln\left(\frac{1-\Delta-\beta\theta}{1-\Delta-\alpha\theta}\right) \right) + \frac{Ab}{12\pi\theta_{\rm max}^3 D\theta^2} \left(\frac{\Delta+2\theta-1}{(1-\Delta-\theta)^2} - \frac{\Delta-2\theta-1}{(1-\Delta+\theta)^2} \right) m\ddot{\Delta} + c_A\dot{\Delta} + k_A\Delta = \frac{\epsilon V^2 b}{2\theta_{\rm max} D^2 \theta} \left(\frac{1}{(1-\Delta-\beta\theta)} - \frac{1}{(1-\Delta-\alpha\theta)} \right) + \frac{Ab}{12\pi\theta_{\rm max} D^3 \theta} \left(\frac{1}{(1-\Delta-\theta)^2} - \frac{1}{(1-\Delta+\theta)^2} \right)$$
(13)

$$\xi_{\theta} = \frac{C_{\theta}T}{I_{\rm m}}, \eta_{\theta} = \frac{\varepsilon V^2 b}{\mathbf{2}\theta_{\rm max}^3 K_{\theta}}, T^2 = \frac{I_{\rm m}}{K_{\theta}}$$

$$\lambda_{\theta} = \frac{\bar{A}b}{\mathbf{12}\pi\theta_{\rm max}^3 DK_{\theta}}, \tau = \frac{t}{T}, \xi_{\Delta} = \frac{c_{\Delta}}{m} \sqrt{\frac{I_{\rm m}}{K_{\theta}}}$$

$$\eta_{\Delta} = \frac{\varepsilon V^2 b I_{\rm m}}{\mathbf{2}\theta_{\rm max} K_{\theta} m D^2}, \lambda_{\Delta} = \frac{\bar{A}b I_{\rm m}}{\mathbf{12}\pi\theta_{\rm max}} \mathbf{D}^3 K_{\theta} m$$

$$\omega_{\theta} = \sqrt{\frac{K_{\theta}}{I_{\rm m}}}, \omega_{\Delta} = \sqrt{\frac{k_{\Delta}}{m}}, \omega_{0} = \frac{\omega_{\Delta}}{\omega_{\theta}}$$
(14)

که در رابطه (14)، T زمان تناوب سیستم میباشد. با بکار بردن پارامترهای بیبعد در رابطه (14)، معادلات حرکت سیستم به صورت معادلات بیبعد (15) استخراج میشود:

$$\begin{aligned} \theta + \xi_{\theta} \theta + \theta &= \\ \frac{\eta_{\theta}}{\theta^{2}} \left(\frac{1 - \Delta}{1 - \Delta - \beta \theta} - \frac{1 - \Delta}{1 - \Delta - \alpha \theta} + \ln \left(\frac{1 - \Delta - \beta \theta}{1 - \Delta - \alpha \theta} \right) \right) \\ + \frac{\lambda_{\theta}}{\theta^{2}} \left(\frac{\Delta + 2\theta - 1}{(1 - \Delta - \theta)^{2}} - \frac{\Delta - 2\theta - 1}{(1 - \Delta + \theta)^{2}} \right) \\ \ddot{\Delta} + \xi_{\Delta} \dot{\Delta} + \omega_{0}^{2} \Delta &= \\ \frac{\eta_{\Delta}}{\theta} \left(\frac{1}{1 - \Delta - \beta \theta} - \frac{1}{1 - \Delta - \alpha \theta} \right) \\ + \frac{\lambda_{\Delta}}{\theta} \left(\frac{1}{(1 - \Delta - \theta)^{2}} - \frac{1}{(1 - \Delta + \theta)^{2}} \right) \end{aligned}$$
(15)

معادلات (15)، دو معادلهی دیفرانسیل کوپل شده وابسته به پارامتر زمان

$|A - \gamma I| = \mathbf{0}$

اگر معادلهی مشخصهی (20) در نقاط تعادل بدست آمده نوشته شود، یک معادلهی درجه 4 بر حسب γ بدست می آید که با حل این معادله 4 ریشه بدست می آید. این ریشهها دو جفت هستند که هر جفت شامل دو ریشه با مقادیر عددی یکسان ولی علامتهای مخالف یکدیگر می باشد. در ولتاژهای کمتر از ولتاژ پولین، حل بدست آمدهی کوچکتر پایدار است که دارای مقادیر ویژهی منفی برای سیستم با مستهلک کننده و یا مقادیر ویژهی موهومی خالص بدون قسمت حقیقی برای سیستم بدون مستهلک کننده است. مقادیر حقیقی مقدار ویژهی هر جفت از جواب ها نیز فرکانس طبیعی بی بعد سیستم را مشخص می کنند.

4-نتايج و بحث

(20)

1-4- اعتبارسنجی مدل حاضر و مقایسهٔ نتایج آن با دادههای تجربی مشخصات هندسی سیستم مورد نظر در جدول 1 آمده است [26]. مدخصات هندسی سیستم ورد نظر در جدول 1 آمده است [26]. مدول برشی 66 GPa می باشد.

به منظور تصدیق، مدل حاضر که با استفاده از تئوری تنش کوپل درنظر گرفته شده، با نتایج تجربی مقایسه شده و همچنین اختلاف آن با مدل پیچشی کلاسیک بررسی میشود. نتایج تئوری تنش کوپل با شرط 1.1= و نتایج تجربی و تفاوت آنها با مدل کلاسیک در شکلهای 2 و 3 نشان داده شده است.

جدول 1 مشخصات میکروآینهی پیچشی

Та	able 1 Parameters of	orsional micro-mirror
	اندازه (ميكرومتر)	۔ مورد
1	100	طول صفحهی اصلی آینه a
	100	عرض صفحهی اصلی آینه b
	1.5	ضخامت صفحهی اصلی آینه <i>t</i>
	65	طول تیر پیچشی <i>L</i>
	1.55	عرض تیر پیچشی w
	1.5	ضخامت تیر پیچشی <i>t</i>
	6	a_1 عرض الكترود
	84	عرض الكترود a ₂
	2.75	طول گپ بين صفحه و الکترود D



Fig. 2 Comparison of experimental torsion angle changes of micromirror versus applied voltage with couple stress and classic model شکل 2 مقایسه ی تغییرات زاویه ی پیچش تجربی میکروآینه برحسب ولتاژ اعمالی با مدل تنش کوپل و کلاسیک



Fig. 3 Comparison of experimental displacement changes of micromirror versus applied voltage with couple stress and classic model شکل 3 مقایسه ی تغییرات تغییرمکان تجربی میکروآینه برحسب ولتاژ اعمالی با مدل تنش کویل و کلاسیک

در حالت ناپایداری پولین، مقدار پارامترهای پولین و درصد خطای آنها نسبت به نتایج تجربی در جدول 2 آورده شده است.

نتایج نشان میدهد که پارامترهای پولین بدست آمده با تئوری تنش کوپل برای مدل دو درجه آزادی خمش و پیچش تیر با شرط (1./t=0./) بسیار نزدیک به مقادیر تجربی بدست آمده است. بنابراین مدل پیشنهادی با دقت بسیار خوبی قادر به پیش بینی زاویه، تغییرمکان و ولتاژ پولین سیستم می باشد. لذا در اینجا اهمیت در نظر گرفتن گرفتن اثر اندازه و به عبارتی بکار گرفتن تئوری مرتبه بالاتر همانند تنش کوپل در آنالیز رفتار سازه های نانو وابستگی رفتار می گردد. زیرا همانطور که قبلا گفته شد نتایج آزمایشگاهی دیگر وابستگی رفتار مواد در مقیاس نانو به اندازه آنها را به وضوح نشان داده است آزمایشگاهی همگرا می شود، در صورتی که مدلهای کلاسیک محیط پیوسته به خوبی تئوری های مرتبه بالا قادر به پیش بینی نتایج آزمایشگاهی نیستند.

2-4- بررسی ارتعاش طبیعی نانوآینهی پیچشی با درنظر گرفتن اثر اندازه و نیروی واندروالس

در بررسی رفتار دینامیکی سیستمهای پیچشی دوبعدی کارهای پیشین از نیروی واندروالس و اثر اندازه صرفنظر شده است. در این بخش رفتار

جدول 2 مقایسه نتایج مدلهای مختلف با نتایج تجربی در حالت ناپایداری پولین میکروآینه پیچشی

Table 2 Compa	rison of differ	ent models	results with	experimental			
results in the pull-in instability for torsional micro-mirror							

درصد خطا تغییر مکان	$_{ m pullin} \Delta$	درصد خطا ولتاژ	$V_{ m pullin}$	درصد خطا زاویه پیچش	$\Theta_{ m pullin}$	مدل موردنظر
-	0.0778	-	17.4	-	0.4198	تجربی(مرجع [22])
1.0	0.0786	1.7	17.7	0.2	0.4208	کلاسیک خمش پیچش
0.27	0.0780	0.46	17.5	0.07	0.4201	تنش کوپل خمش پیچش
-	-	15.5	20.1	24.7	0.5236	مدل پیچشی

دینامیکی سیستم تحت تأثیر نیروی واندروالس و با درنظر گرفتن اثر اندازه مورد بررسی قرار گرفته و فرکانس طبیعی آن بدست میآید. برای محاسبهی تغییرات فرکانس طبیعی سیستم لازم است معادلهی مشخصهی سیستم (معادلهی (20)) در هر ولتاژ حل شود تا جوابهای آن بدست آید. بنابراین با جایگذاری هر جواب تعادل پایدار در معادلهی مشخصهی سیستم 4 ریشهی موهومی در آن ولتاژ بدست میآید که قسمتهای حقیقی آنها فرکانسهای طبیعی بیبعد پیچشی و فرکانس انتقالی را میدهد. شکلهای 4 و 5 به ترتیب فرکانس پیچشی و فرکانس انتقالی بی حسب ولتاژ نشان میدهد.

همانطور که در شکل 4 دیده میشود؛ زمانی که ولتاژ اعمالی به سیستم صفر است، فرکانس طبیعی پیچشی سیستم واحد میباشد. با اعمال ولتاژ به سیستم و افزایش آن، فرکانس کاهش یافته و زمانی که ولتاژ اعمالی به ولتاژ پولین میرسد، فرکانس سیستم صفر خواهد شد. در شکل 5 نیز دیده میشود که در ولتاژ پولین فرکانس طبیعی انتقالی سیستم به صفر خواهد رسید.

3-4- بررسی رفتار دینامیکی سیستم بدون مستهلک کننده با درنظر گرفتن اثر اندازه و نیروی واندروالس و در ولتاژ پایینتر از ولتاژ پولین در این قسمت رفتار دینامیکی سیستم در شرایط بدون مستهلک کننده و با درنظر گرفتن اثر اندازه و نیروی واندروالس و در ولتاژ کمتر از ولتاژ پولین و



Fig. 4 Variation of torsional natural frequency of system versus voltage for different models

شکل 4 تغییرات فرکانس طبیعی پیچشی سیستم برحسب ولتاژ در مدل های مختلف



Fig. 5 Variation of translatioal natural frequency of system versus voltage for different models

شکل 5 تغییرات فرکانس طبیعی انتقالی سیستم برحسب ولتاژ در تئوریهای مختلف

شرایط اولیهی صفر یعنی $[0,0] = [0,0]^n$ مورد بررسی قرار می گیرد. در شکل 6 تأثیر مقدار تغییرمکان عمودی نانوآینه بر روی نقاط تعادل زاویهی پیچش سیستم بدون مستهلک کننده با درنظر گرفتن اثر اندازه و نیروی واندروالس نشان داده شده است. مقدار متغیر Θ بین 0 و 1 تغییر می کند و در ولتاژهای کمتر از ولتاژ پولین، نقاط برخورد منحنی با خط 0 = (Θ) ۱۶ دو نقطه $I \Theta$ و 2Θ می باشد. این نقاط در حقیقت نقاط تعادل سیستم می باشند که نقطه ا Θ و 2Θ می باشد. این نقاط در حقیقت نقاط تعادل سیستم می باشند که رای تعادل کمتر ((Θ)) دارای تعادل پایدار و نقطهی با مقدار بیشتر ((2Θ) یابد، این دو نقطه به یکدیگر نزدیک می ولتاژ اعمالی به سیستم افزایش می -یابد، این دو نقطه به یکدیگر نزدیک می شوند تا اینکه در یک نقطه بر روی رویتاژ پولین می باشد. این نقطه همان نقطهی مالی به سیستم و ولتاژ موردنظر اولتاژ پولین می باشد. پس زاویهی پیچش پولین بین این دو نقطهی تعادل قرار دارد. همانطور که شکل 6 نشان می دهد، در ولتاژ کمتر از ولتاژ پولین، با افزایش مقدار تغییرمکان سیستم، فاصلهی نقطهی زاویهی پیچش تعادل پایدار و نقطهی زاویهی پیچش تعادل ناپایدار کاهش یافته و بدین ترتیب ناحیهی پایداری سیستم نیز کمتر می شود.

شکلهای 7 و 8 به ترتیب منحنی تغییرات بیبعد زاویهی پیچش و سرعت دورانی سیستم را بر حسب زمان بیبعد برای شرایط ولتاژ کمتر از ولتاژ پولین و در دو تئوری تنش کوپل و کلاسیک نشان میدهند.



Fig. 6 Variation of stable and instable equilibrium points of torsion angle and effect of vertical displacement of micro-mirror on it for V=10 **mكل 6** تغییرات نقاط تعادل پایدار و ناپایدار زاویه ی پیچش سیستم و تأثیر مقدار تغییرمکان عمودی میکروآینه بر روی آن در ولتاژ V=10



Fig. 7 Variation of torsion angle versus non-dimensional time for torsional micro-mirror without damper and V=10

شکل 7 تغییرات زاویهی پیچش بر حسب زمان بی بعد برای میکروآینهی پیچشی بدون مستهلک کننده و ولتاژ 10*–V*



Fig. 8 Variation of velocity of rotation versus non-dimensional time for torsional micro-mirror without damper and V=10

شکل 8 تغییرات سرعت زاویه ای بر حسب زمان بیبعد برای میکروآینهی پیچشی بدون مستهلک کننده و ولتاژ 10=V

همانطور که در شکل 7 و 8 دیده میشود، دامنه تغییرات زاویه و سرعت دورانی سیستم در مدل تنش کوپل و با لحاظ کردن اثر اندازه نسبت به مدل کلاسیک افزایش یافته است. همچنین دوره تناوب سیستم با در نظر گرفتن اثر اندازه نسبت به مدل کلاسیک کمتر شده است. در شکل 9 نیز تغییرات سرعت خطی عمودی نانوآینه پیچشی برحسب زمان بیبعد در شرایط بدون مستهلک کننده و ولتاژ کمتر از ولتاژ پولین ترسیم شده است.

همانطور که شکل نشان میدهد شیب منحنی سرعت خطی عمودی نسبت به زمان و مقدار آن در یک زمان معین در مدل ارائه شده با تئوری تنش کوپل به ترتیب کمتر از شیب منحنی و مقدار آن در یک زمان معین در مدل کلاسیک است و با افزایش نسبت *1/* در تئوری تنش کوپل شیب منحنی سرعت زاویهای و مقدار آن کمتر می شود. بنابراین اثر اندازه باعث کاهش مقدار سرعت خطی عمودی شده است.

در شکل 10 منحنی فازی نقاط تعادل سیستم بدون مستهلک کننده در ولتاژ کمتر از پولین نشان داده شده است. همانطور که شکل میدهد نقطهی تعادل پایدار سیستم، نقطهی سنتر¹ است که منحنی فازی آن، منحنی متناوب² میباشد. اگر شرایط اولیه را در داخل منحنی متناوب انتخاب شود



Fig. 9 Variation of linear velocity versus non-dimensional time for torsional micro-mirror without damper and V=10 شكل 9 تغييرات سرعت خطى عمودى بر حسب زمان بىبعد براى ميكروآينهى پيچشى بدون مستهلک کننده و ولتاژ V=10

Modified Couple stress 1/t=1/3 0.15 Modified Couple stress l/t=1 ····· Classic theory 0.1 0.05 ${}^{O}_{\Theta}$ 0 -0.05 -0.1 -0.15 -0.15 -0.1 -0.05 0.05 0.1 0.15



سیستم پایدار خواهد بود. اما اگر شرایط اولیه خارج از آن انتخاب شود، سیستم ناپایدار میشود و چون منحنی متناوب در مدل تنش کوپل بزرگتر از مدل کلاسیک است. بنابراین انتخاب شرایط اولیه در مدل تنش کوپل برای پایداری سیستم محدودهی وسیعتری را نسبت به مدل کلاسیک در بر می-گیرد. بنابراین در فضای فازی ناحیهی پایداری سیستم با درنظر گرفتن اثر اندازه و تئوری تنش کوپل بزرگتر از مدل ارائه شده با تئوری کلاسیک است.

4-4- بررسی رفتار دینامیکی سیستم با مستهلک کننده و با درنظر گرفتن اثر اندازه و نیروی واندروالس و در ولتاژ پایینتر از ولتاژ پولین

در این قسمت رفتار دینامیکی میکروآینهی پیچشی با وجود مستهلک کننده و با همان شرایط قسمت (4-3) مورد بررسی قرار می گیرد.

شکل 11 منحنی تغییرات بیبعد زاویهی پیچش را بر حسب زمان بیبعد و شکل 12 منحنی تغییرات بیبعد سرعت دورانی سیستم را بر حسب زمان بی-بعد برای شرایط ولتاژ کمتر از ولتاژ پولین و در دو تئوری تنش کوپل و کلاسیک نشان میدهد.

همانطور که در شکل 11 و 12 دیده میشود، دامنه یتغییرات زاویه و سرعت دورانی سیستم در مدل تنش کوپل و با لحاظ کردن اثر اندازه نسبت به مدل کلاسیک افزایش یافته است. ولی دوره تناوب سیستم با در نظر گرفتن اثر اندازه نسبت به مدل کلاسیک به مقدار جزیی تغییر کرده است. همچنین همه منحنیها با وجود مستهلک کننده در نهایت به یک مقدار ثابت خواهند رسید. با توجه به شکل 11، با درنظر گرفتن تئوری تنش کوپل، با افزایش نسبت طول پارامتر مادی به ضخامت تیر پیچشی t/h مقدار نهایی زاویه ی پیچش کاهش یافته تا در 1=t/t به مقدار صفر می رسد. ولی درمورد سرعت زاویه ای سیستم (شکل 12) با درنظر گرفتن هر دو تئوری، این مقدار در نهایت به صفر خواهند رسید.

در شکل 13 نیز تغییرات سرعت خطی عمودی نانوآینه پیچشی برحسب زمان بیبعد در شرایط با مستهلک کننده و ولتاژ کمتر از ولتاژ پولین ترسیم شده است.

همانطور که شکل 13 نشان میدهد شیب منحنی سرعت زاویهای نسبت به زمان و مقدار آن در یک زمان معین در مدل ارائه شده با تئوری تنش کوپل به ترتیب کمتر از شیب منحنی و مقدار آن در یک زمان معین در مدل کلاسیک است و با افزایش نسبت 1/1 در تئوری تنش کوپل شیب منحنی

1 Center

² Periodic



Fig. 11 Variation of torsion angle versus non-dimensional time for torsional micro-mirror with damper and V=10





Fig. 12 Variation of velocity of rotation versus non-dimensional time for torsional micro-mirror without damper and V=10

شکل 12 تغییرات سرعت زاویه ای بر حسب زمان بی بعد برای میکروآینهی پیچشی . با مستهلک کننده و ولتاژ 10–V

سرعت زاویهای و مقدار آن کمتر میشود. در کلیهی منحنیها در نهایت مقدار سرعت زاویهای به یک مقدار ثابت میرسد. بنابراین اثر اندازه باعث کاهش مقدار سرعت زاویهای شده است.



Fig. 13 Variation of linear velocity versus non-dimensional time for torsional micro-mirror with damper and V=10 مشكل 13 تغييرات سرعت خطى عمودى بر حسب زمان بى بعد براى ميكروآينهى ييچشى با مستهلك كننده و ولتاژ V=10

در شکل 14 منحنی فازی نقاط تعادل سیستم با مستهلک کننده در ولتاژ کمتر از پولین نشان داده شده است. همانطور که شکل میدهد نقطهی تعادل پایدار سیستم، نقطهی فوکو س¹ است که منحنی فازی آن، منحنی هتروکلینیک² میباشد. با توجه به شکل میتوان دریافت که در فضای فازی چون منحنی هتروکلینیک در مدل تنش کوپل بزرگتر از مدل کلاسیک است محدودهی وسیعتری را نسبت به مدل کلاسیک دربر میگیرد. بنابراین در فضای فازی ناحیهی پایداری سیستم با درنظر گرفتن اثر اندازه و تئوری تنش کوپل بزرگتر از مدل ارائه شده با تئوری کلاسیک است.

5- نتیجه گیری

در این مقاله رفتار دینامیکی و پایداری یک میکروآینه الکترواستاتیک پیچشی مدل دو درجه آزادی پیچش و خمش کوپل شده با درنظر گرفتن اثر اندازه در مدل تنش کوپل اصلاح شده و همچنین نیروی بین مولکولی واندروالس مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا معادلات حرکت سیستم با استفاده از روش رانگ کوتا حل شده، سپس فرکانس طبیعی پیچشی و انتقالی سیستم بدست آمده و برای بررسی رفتار دینامیکی سیستم منحنیهای فازی و ارتعاشی آن استخراج میشود. نتایج بدست آمده عبارتند از:

1 - با بررسی منحنیهای فرکانس طبیعی بیبعد سیستم بر حسب ولتاژ اعمالی میتوان دریافت که با افزایش ولتاژ فرکانس سیستم کاهش یافته تا در نهایت در ولتاژ پولین به مقدار صفر خواهد رسید. همچنین درنظر گرفتن اثر اندازه باعث کاهش فرکانس طبیعی پیچشی و همچنین انتقالی سیستم نسبت به مدل کلاسیک خواهد شد.

2- در بررسی میکروآینهی الکترواستاتیک پیچشی مدل دو درجه آزادی پیچش و خمش کوپل شده، در ولتاژ کمتر از ولتاژ پولین، اگر مقدار تغییرمکان سیستم افزایش یابد، دو زاویهی پیچش تعادل پایدار و ناپایدار به یکدیگر نزدیک شده و بدین ترتیب ناحیهی پایداری سیستم کمتر می شود.

3- اثر اندازه و استفاده از تئوری تنش کوپل باعث کاهش دورهی تناوب سیستم نسبت به مدل کلاسیک میشود که این ادعا بخوبی در منحنیهای تغییرات زاویهی پیچشی و سرعت دورانی نسبت به زمان قابل مشاهده است.



Fig. 14 Phase portraits of torsion angle and velocity of rotation for torsional micro-mirror with damper and V=10

شکل 14 منحنی فازی زاویهی پیچش و سرعت زاویهای میکروآینهٔ پیچشی با مستهلک کننده و ولتاژ 10=V

¹ Focus ² Heteroclinic

س مىندسى مكانيك مدرس، مرداد 1395، دوره 16، شماره 5 👔

ولی این اثر دامنه و شدت پارامترهای بیان شده را افزایش میدهد.

4- با توجه به منحنیهای فازی زاویهی پیچش و سرعت دورانی، درنظر گرفتن اثر اندازه، باعث افزایش ناحیهی پایداری سیستم میشود. همچنین هرچه مقدار پارامتر طولی مادی بزرگتر شود این ناحیه بزرگتر خواهد شد.

5- اثر اندازه باعث کاهش سرعت خطی عمودی میکروآینه میشود و هرچه مقدار پارامتر طولی مادی بیشتر شود، سرعت خطی کمتر میشود. همچنین با در نظر گرفتن این اثر شتاب خطی سیستم نیز کاهش مییابد. درصورتی که سیستم بدون مستهلک کننده باشد، با گذشت زمان، سرعت خطی افزایش مییابد ولی با وجود مستهلک کننده در سیستم، سرعت خطی عمودی در نهایت به یک مقدار ثابت میرسد.

6- مدل دو درجه آزادی حاضر با لحاظ کردن اثر اندازه و نیروی واندروالس میتواند نتایج تجربی را بهتر از مدل کلاسیک پیشبینی کند و اختلاف نتایج مدل کلاسیک و نتایج تجربی را به شکل مطلوبتری کاهش دهد که این مطلب اهمیت استفاده از این تئوری در مقیاس میکرو و نانو را نشان می دهد.

6- ضميمه

ضمیمه الف. محاسبهی لنگر پیچشی الاستیک با استفاده از تئوری تنش کویل اصلاح شده

فرض میشود میدان تغییر مکان به صورت (الف-1) باشد :

$$u_1 = -\Omega YZ$$
, $u_2 = -\Omega XZ$, $u_3 = \Omega \Psi (X, Y)$

که در آن U1 ، U2 و U3 به ترتیب تغییرمکان در راستای X ، Y و Z هستند. تابع ($\psi(X,Y)$ نیز تابع اعوجاج است که تنها به X و Y وابسته است و Ω زاویهی دوران در واحد طول میله میباشد که بسیار کوچک است.

میدان تغییرمکان پیشنهاد شده در معادلهی (الف-1) معادلات تعادل را در جهات X و Y ارضا میکند [33]. میتوان نشان داد که با استفاده از رابطه-ی (الف-1) و جایگذاری مؤلفههای تنش، معادلهی حاکم بر میله پیچشی به-صورت (الف-2) بدست میآید :

$$\nabla^{2} \left[\Psi - \left(\frac{l^{2}}{4} \right) \nabla^{2} \Psi \right] = \mathbf{0}$$
(1)

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} - \binom{l^2}{4} \nabla^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial n} \right) - \binom{l^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial n \partial t} \right) = n_X Y - n_Y X$$

$$\binom{l^2}{4} \nabla^2 \Psi - l^2 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right) = \mathbf{0}$$
(3-i)

که در آن n مختصات در جهت عمودی و t مختصات در جهت مماسی سطح میله است. با استفاده از روابط (الف-3) بردار تنش و مقادیر گشتاور در واحد سطح به ترتیب، به صورت (الف-4) تعریف می شود :

$$\sigma_{31} - \frac{1}{2} [m_{12,1}^{s} + (m_{22}^{s} - m_{33}^{s})_{,2}] - 2\tau_{311,1}^{(1)} - 2\tau_{312,1}^{(1)} = \mu\Omega \left[\Psi_{,1} - Y - \left(\frac{l^{2}}{4}\right)^{2} \nabla^{2} \Psi_{,1} \right] \sigma_{32} - \frac{1}{2} [-m_{12,2}^{s} + (m_{33}^{s} - m_{11}^{s})_{,1}] - 2\tau_{312,1}^{(1)} - 2\tau_{322,2}^{(1)} = \mu\Omega \left[\Psi_{,2} + X - \left(\frac{l^{2}}{4}\right)^{2} \nabla^{2} \Psi_{,2} \right]$$

$$(4-\omega)$$

با در نظر گرفتن سطح مقطع مستطیلی به ابعاد w×t و قرار دادن مرکز

مختصات وسط سطح مقطع تیر، گشتاور کل اعمالی بر روی سطح مقطع از رابطهی (الف-5) زیر تعیین می شود :

$$\begin{split} M_{\text{elas}} &= \mu \Omega \int \left(X^2 + Y^2 + X \frac{\partial \Psi}{\partial Y} - Y \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) \mathbf{d}A \\ &+ \mathbf{3}A l^2 \mu \Omega = \mu \frac{\theta}{L} \left(J + \int \left(X \frac{\partial \Psi}{\partial Y} - Y \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) \mathbf{d}A + \mathbf{3}A l^2 \right) \\ J_c &= \int \left(X \frac{\partial \Psi}{\partial Y} - Y \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) \mathbf{d}A + \mathbf{3}A l^2 \end{split}$$
(5-10)

در رابطهی (الف-5)، *A* مساحت سطح مقطع تیر و *J* ممان اینرسی قطبی سطح مقطع تیر مستطیل شکل است و *J*_c ممان اینرسی قطبی اصلاح شده میباشد. بنابراین گشتاور الاستیک تیر از رابطهی (الف-6) بدست میآید :

$$\mathbf{M}_{\text{elas}} = \frac{\mu\theta}{\mathbf{L}} (\mathbf{J} + \mathbf{J}_c) = \frac{\mu\theta}{\mathbf{L}} \mathbf{J}_{\text{eff}}$$
(6-1)

که در رابطهی (الف-6) J ممان اینرسی قطبی سطح مقطع و J_c ممان اینرسی قطبی اصلاح شده به صورت (الف-7) و (الف-8) میباشند :

$$J_{r} = \frac{tw^{3}}{3} \left[1 - \frac{192w}{\pi^{5}t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^{5}} \tanh\left(\frac{(2n-1)\pi t}{2w}\right) \right] \quad (7-\omega)$$

$$J_{c} = 16t^{4} \sum_{k=0}^{\infty} B_{k} \left(\left(\frac{w(\varepsilon_{1}^{2} - \varepsilon^{2})}{\varepsilon(t^{2} + \varepsilon^{2}p_{k}^{2})} - \frac{2\varepsilon_{1}^{2} \tanh\left(p_{k}\frac{w}{t}\right)}{t\varepsilon p_{k}} \right] \times \frac{t\sqrt{t^{2} + \varepsilon^{2}p_{k}^{2}} \coth\left(\frac{w}{\varepsilon}\sqrt{1 + \frac{\varepsilon^{2}p_{k}^{2}}{t^{2}}}\right)}{t^{2} + \varepsilon_{1}^{2}p_{k}^{2}} + \frac{1}{p_{k}^{2}} + \frac{t^{2}}{t^{2} + \varepsilon^{2}p_{k}^{2}} \right]$$

$$-4w^{4} \sum_{k=0}^{\infty} b_{k} \left(\left(\frac{t(\varepsilon_{1}^{2} - \varepsilon^{2})}{\varepsilon(w^{2} + \varepsilon^{2}p_{k}^{2})} - \frac{2\varepsilon_{1}^{2} \tanh\left(p_{k}\frac{t}{w}\right)}{w\varepsilon p_{k}} \right) \right]$$

$$\times \frac{w\sqrt{w^{2} + \varepsilon^{2}p_{k}^{2}} \coth\left(\frac{t}{\varepsilon}\sqrt{1 + \frac{\varepsilon^{2}p_{k}^{2}}{w^{2}}}\right)}{w^{2} + \varepsilon_{1}^{2}p_{k}^{2}} + \frac{1}{p_{k}^{2}} \qquad (8-\omega)$$

که در آن :

 $\varepsilon^{2} = \frac{l^{2}}{4}$, $\varepsilon_{1}^{2} = \frac{l^{2}}{2}$

در روابط (الف-8) w و t عرض و ضخامت سطح مقطع هستند. همچنین مقادیر B_k ، p_k و B_k ، p_k یشنهادی در منبع [33] تعیین میشوند. مشخص است که J_c تابعی از پارامترهای طول مادی l که در تئوری تنش کوپل ظاهر میشوند، میباشد.

بر طبق روش منبع [33]، برای بدست آوردن B_k ، a_k ، A_k و b_k می توان از حل جبری روابط (الف-9) استفاده کرد.

$$A_{k} + F_{k}\left(\frac{t}{2}, \frac{w}{2}\right)B_{k} = \mathbf{0}$$

$$I_{k}\left(\frac{t}{2}, \frac{w}{2}\right)B_{k} + \sum_{n=0}^{\infty}\left[J_{k,n}\left(\frac{t}{2}, \frac{w}{2}\right)a_{n} + H_{k,n}\left(\frac{t}{2}, \frac{w}{2}\right)b_{n}\right]$$

$$= P_{k}\left(\frac{t}{2}, \frac{w}{2}\right) + \sum_{n=0}^{\infty}T_{k,n}\left(\frac{t}{2}, \frac{w}{2}\right)$$

$$a_{k} - F_{k}\left(\frac{w}{2}, \frac{t}{2}\right)b_{k} = \mathbf{0}$$

$$I_{k}\left(\frac{w}{2}, \frac{t}{2}\right)b_{k}$$

- $(C^2 N^{-1} m^{-2})$ ثابت دی الکتریک خلا ($C^2 N^{-1} m^{-2}$
 - ص زاويەي بى بعد شدە
 - زاويەي پيچش صفحة اصلى heta

μ مدول برشی تیر پیچشی (GPa)

نسبت پواسون تیر پیچشی

زيرنويسها

υ

damp استهلاک elas الاستیک elec الکترواستاتیک inertia اینرسی PI پولین vdW

- N. Maluf, An introduction to microelectromechanical systems engineering, Second Edittion, pp. 1-9, Artech House: Boston, 2000.
- [2] H. Toshiyoshi, H. Fujita, Electrostatic micro torsion mirrors for an optical switch matrix, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 5, No. 4, pp. 231-237, 1996.
- [3] M. Elwenspoek, R. J. Wiegerink, *Mechanical microsensors*, pp. 5-23, Berlin: Springer, 2001.
- [4] J. E. Ford, V. A. Aksyuk, D. J. Bishop, J. A. Walker, Wavelength add-drop switching using tilting micromirrors, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 17, No. 5, pp. 904-11, 1999.
- [5] D. L. Dickensheets, R. G. Kino, Silicon-micromachined scanning confocal optical microscope, *Journal of Microelectromechnical Systems*, Vol. 7, No. 1, pp. 38-47, 1998.
- [6] E. M. Lifshitz, The theory of molecular attractive forces between solids, *Soviet Physics JETP*, Vol. 2, No. 1, pp. 73-83, 1956.
- [7] V. A. Kirsch, Calculation of the van der Waals force between a spherical particle and an infinite cylinder, *Advances in Colloid and Interface Science*, Vol. 104, No. 1, pp. 311-324, 2003.
 [8] M. Ashhab, M. V. Salapaka, M. Dahleh, I. Mezić, Dynamical
- [8] M. Ashhab, M. V. Salapaka, M. Dahleh, I. Mezić, Dynamical analysis and control of microcantilevers, *Automatica*, Vol. 35, No. 10, pp. 1663-1670, 1999.
- [9] S. I. Lee, S. W. Howell, A. Raman, R. Reifenberger, Nonlinear dynamics of microcantilevers in tapping mode atomic force microscopy: A comparison between theory and experiment, *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, Vol. 66, No. 1, pp. 11540901-11540910, 2002.
- [10]J. G. Guo, Y. P. Zhao, Influence of van der Waals and Casimir forces on electrostatic torsional actuators, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 13, No. 6, pp. 1027-1035, 2004.
- [11]H. Moeenfard, A. Darvishian, M. T. Ahmadian, A coupled two degree of freedom model for nano/micromirrors under vander Waals force, *Proceedings of the ASME 2012 international design* engineering technical conferences & computers and information in engineering conference, Chicago, IL, USA, August 12-15, 2012.
- [12] A. Darvishian, H. Moeenfard, M. T. Ahmadian, A coupled two degree of freedom pull-in model for micromirrors under capillary force, *Acta Mechanica*, Vol.223, No. 2, pp. 387-394, 2012.
- [13] H. Moeenfard, A. Darvishian, H. Zohoor, M. T. Ahmadian, Influence of van der waals force on static behavior of nano/micromirrors under capillary force, *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 26, No. 7, pp. 1250056(12 pages), 2012.
- [14]O. Degani, E. Socher, A. Lipson, T. Leitner, D. J. Setter, S. Kaldor, and Y. Nemirovsky, Pull-in study of an electrostatic torsion microactuator, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 7, No. 4, pp. 373-378, 1998.
- [15] A. Gusso, G. J. Delben, Influence of the Casimir force on the pullin parameters of silicon based electrostatic torsional actuators, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 135, No. 2, pp. 792-800, 2007.
- [16]H. Moeenfard, M. T. Ahmadian, Analytical modeling of static behavior of electrostatically actuated nano/micromirrors considering van der Waals forces, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 28,

+
$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[-J_{k,n} \left(\frac{w}{2}, \frac{t}{2} \right) A_n + H_{k,n} \left(\frac{w}{2}, \frac{t}{2} \right) B_n \right]$$
(9-
(9-
(1))
=
$$-P_k \left(\frac{w}{2}, \frac{t}{2} \right) + \sum_{n=0}^{\infty} T_{k,n} \left(\frac{w}{2}, \frac{t}{2} \right)$$

1

$$F_{k}\left(\frac{\overline{\mathbf{z}}\cdot\overline{\mathbf{z}}}{\varepsilon}\right)$$

$$=\frac{\varepsilon_{1}^{2}\frac{t}{2}p_{k}}{\varepsilon\left(\frac{t^{2}}{4}+\varepsilon_{1}^{2}p_{k}^{2}\right)}\sqrt{1+\frac{\varepsilon^{2}p_{k}^{2}}{\frac{t^{2}}{4}}}\operatorname{coth}\left(\frac{\frac{w}{2}}{\varepsilon}\sqrt{1+\frac{\varepsilon^{2}p_{k}^{2}}{\frac{t^{2}}{\varepsilon}}}\right)$$

$$H_{k,n}\left(\frac{t}{\mathbf{z}\cdot\mathbf{z}}\right) = 2\frac{\frac{tw}{4}}{\varepsilon}\left[1-\frac{\varepsilon_{1}^{2}}{\varepsilon^{2}}\left(1+\frac{\varepsilon^{2}p_{n}^{2}}{\frac{t^{2}}{4}}\right)\right]\times$$

$$\frac{\sqrt{\frac{w^{2}}{4}+\varepsilon^{2}p_{n}^{2}}}{\frac{t^{2}}{w^{2}}p_{n}^{2}+p_{k}^{2}+\frac{t^{2}}{4\varepsilon^{2}}}\operatorname{coth}\left(\frac{\frac{t}{2}}{\varepsilon}\sqrt{1+\frac{\varepsilon^{2}p_{n}^{2}}{\frac{w^{2}}{4}}}\right)\operatorname{sin}(p_{n})\operatorname{sin}(p_{k})$$

$$I_{k}\left(\frac{t}{\mathbf{z}\cdot\mathbf{z}}\right) = \frac{t^{2}}{4}+\varepsilon_{1}^{2}p_{k}^{2}\times(1-p_{k}\frac{\varepsilon_{1}^{2}\sqrt{\frac{t^{2}}{4}+\varepsilon^{2}p_{k}^{2}}}{\varepsilon\left(\frac{t^{2}}{4}+\varepsilon_{1}^{2}p_{k}^{2}\right)}$$

$$\times\operatorname{coth}\left(\frac{\frac{w}{2}}{\varepsilon}\sqrt{1+\frac{\varepsilon^{2}p_{k}^{2}}{\frac{t^{2}}{4}}}\right)\operatorname{tanh}\left(p_{k}\frac{w}{t}\right)\right)$$

$$J_{k,n}\left(\frac{t}{\mathbf{z}\cdot\mathbf{z}}\right) = 2\frac{\frac{tw}{2}\varepsilon_{1}^{2}p_{n}^{3}}{p_{n}^{2}\frac{t^{2}}{4}+p_{k}^{2}\frac{w^{2}}{4}}}\operatorname{sin}(p_{k})\operatorname{sin}(p_{n})$$

$$P_{k}\left(\frac{t}{\mathbf{z}\cdot\mathbf{z}}\right) = 2\frac{\varepsilon_{1}^{2}}{p_{k}}\operatorname{tanh}\left(p_{k}\frac{t}{w}\right)$$

$$T_{k,n}\left(\frac{t}{\mathbf{z}\cdot\mathbf{z}}\right) = \frac{tw\varepsilon_{1}^{2}}{p_{k}^{2}}\frac{\operatorname{tw}\varepsilon_{1}^{2}}{\operatorname{tanh}\left(p_{k}\frac{t}{w}\right)}$$

$$(10$$

$$p_k = \frac{k\pi}{L}$$

(

۱4

(t w)

$$B_k=b_k$$
 و $A_k=a_k$ برای میله با سطح مقطع مربع $(t=w)$ ، خواهیم داشت $A_k=a_k$ و

7- فهرست علايم

(µm) فاصلهى داخلى بين دو الكترود a_1

(µm) فاصله خارجی بین دو الکترود a_2

بی بعد شدہ

علايم يونانى

L

ک تغییرمکان بی بعد شده
$$\delta$$
 تغییر مکان عمودی صفحهٔ اصلی (μm)

J مىندىسى مكانىك مدرس، مرداد 1395، دورە 16، شمارە 5

- [29]G. C. Tsiatas, J. T. Katsikadelis, A new microstructure-dependent SainteVenant torsion model based on a modified couple stress theory, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 30, No. 5, pp. 741-747, 2011.
- [30]Ch. Li, C. W. Lim, J. Yu, Twisting statics and dynamics for circular elastic nanosolids by nonlocal elasticity theory, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 24, No. 6, pp. 484-494, 2011.
- [31]Y. Tadi-Beni, Use of augmented continuum theory for modeling the size dependent material behavior of nano-actuators, *Iranian Journal of Science and Technology Transactions of Mechanical Engineering*, Vol. 36, No. M1, pp. 41-52, 2012.
- [32] M. Keivani, M. Mardaneh, A. Koochi, M. Rezaei, M. Abadyan, On the dynamic instability of nanowire-fabricated electromechanical actuators in the Casimir regime: Coupled effects of surface energy and size dependency, *Physica E*, Vol. 76, No. 1, pp. 60-69, 2016.
- [33]A. Koochi, H. M. Sedighi, M. Abadyan, Modeling the size dependent pull-in instability of beam-type NEMS using strain gradient theory, *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 11, No. 10, pp. 1806-1829, 2014.
- [34]H. Sedighi, A. Koochi, M. Abadyan, Modeling the size dependent static and dynamic pull-in instability of cantilever nanoactuator based on strain gradient theory, *International Journal of Applied Mechanics*, Vol. 6, No. 5, pp. 1450055(21 pages), 2014.
- [35]A. Koochi, H. Hosseini-Toudeshky, Coupled effect of surface energy and size effect on the static and dynamic pull-in instability of narrow nano-switches, *International Journal of Applied Mechanics*, Vol. 7, No. 4, pp. 1550064(24 pages), 2015.
- [36] P. Tong, F. Yang, D. C. C. Lam, J. Wang, Size effects of hair-sized structures -Torsion, *Key Engineering Materials*, Vol. 261, No. 1, pp. 11-22, 2004.
- [37]S. Park, X. Gao, Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 2355-2359, 2006.
- [38]R. Maranganti, P. Sharma, A novel atomistic approach to determine strain-gradient elasticity constants: Tabulation and comparison for various metals, semiconductors, silica, polymers and the (Ir) relevance for nanotechnologies, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 55, No. 9, pp. 1823-1852, 2007.
- [39]D. C. C. Lam, F. Yang, A. C. M. Chong, J. Wang, P. Tong, Experiments and theory in strain gradient elasticity, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol.51, No. 8, pp. 1477-1508, 2003.

TCN

No. 3, pp. 729-736, 2012.

- [17]Y. Nemirovsky, O. Bochobza-Degani, A Methodology and Model for the Pull-In Parameters of Electrostatic Actuators, *Journal of microelectromechanical systems*, Vol. 10, No. 4, pp. 601-615, 2001.
- [18]J. G. Guo, L. J. Zhou, Y. P. Zhao, Instability analysis of torsional MEMS/NEMS actuators under capillary force, *Journal of Colloid* and Interface Science, Vol. 331, No. 2, pp. 458-462, 2009.
- [19]J. G. Guo, Y. P. Zhao, Dynamic stability of electrostatic torsional actuators with van der Waals effect, *International Journal of Solids* and Structures, Vol. 43, No. 3, pp. 675-685, 2006.
- [20]X. M. Zhang, F. S. Chau, C. Quan, Y. L. Lam, A. Q. Liu, A study of the static characteristics of a torsional micromirror, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 90, No. 1, pp. 73-81, 2001.
- [21]O. Bochobza-Degani ,Y. Nemirovsky, Modeling the pull-in parameters of electrostatic actuators with a novel lumped two degrees of freedom pull-in model, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 97-98, No. 1, pp. 569-578, 2002.
- [22] J. M. Huang, A. Q. Liu, Z. L. Deng, Q. X. Zhang, J. Ahn, A. Asundi, An approach to the coupling effect between torsion and bending for electrostatic torsional micromirrors, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 115, No. 1, pp. 159-167, 2004.
- [23]J. P. Zhao, H. L. Chen, J. M. Huang, A. Q. Liu, A study of dynamic characteristics and simulation of MEMS torsional micromirrors, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol 120, No. 1, pp. 199-210, 2005.
- [24]C. W. Lim, C. Li, J. L. Yu, Free torsional vibration of nanotubes based on nonlocal stress theory, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, No. 12, pp. 2798-2808, 2012.
- [25]C. Venkatesh, Sh. Pati, N. Bhat, R. Pratap, A torsional MEMS varactor with wide dynamic range and low actuation voltage, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 121, No. 2, pp. 480-487, 2005.
- [26] R. Shabani, S. Tariverdilo, G. Rezazadeh, A. P. Agdam, Nonlinear vibrations and chaos in electrostatic torsional actuators, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 12, No. 6, pp. 3572-3584, 2011.
- [27]F. Khatami, G. Rezazadeh, Dynamic response of a torsional micromirror to electrostatic force and mechanical shock, *Microsystem Technologies*, Vol. 15, No. 4, pp. 535-545, 2009.
- [28] Y. Tadi-Beni, A. Koochi, M. Abadyan, Using modified couple stress theory for modeling the size dependent pull in instability of torsional nano-mirror under Casimir force, *International Journal of Optomechatronics*, Vol. 8, No. 1, pp. 47-71, 2013.