ماهنامه علمى پژوهشى





مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

# شبیه سازی و بهبود استحکام و عمر خستگی اتصال چسبی تک لبه ای با بکار گیری مدل ناحيه چسبناک تضعيف شونده چرخهاي

محمدحسن شجاعی فرد<sup>1</sup>، حامد سعندی گوگرچین $^{*}$ ، محمدرضا غیبی $^{8}$ ، محمد امین نیک خواه $^{4}$ 

1 - استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- استادیار، مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران ، تهران

3 - دانشجوی دکتری، مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

4- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

\* تهران، صندوق يستى hsaeidi@iust.ac.ir ،16846-13114

چکیدہ	اطلاعات مقاله
بی بروهش قصد دارد تا استحکام و سفتی استاتیکی و عمر خستگی اتصال چسبی تک لبهای را با استفاده از مدل ناحیه چسبناک، تحت شرایط هندسی مختلف مورد ارزیابی قرار دهد. برای این منظور در شبیه سازی لایه چسب از مدل ناحیه چسبناک دو خطی بهره برده شده به نحوی که طی بارگذاری مود ترکیبی رفتار شکست چسب در مود III با رفتار شکست آن در مود II یکسان در نظر گرفته شده است. در ادامه، برای مدل سازی اسیب خستگی از زیر روال نویسی یو. اس. دی. اف. ال. دی. جهت شبیه سازی آسیب خستگی در لایه چسب در نرم افزار آباکوس استفاد گردیده است. به منظور اعتبار سنجی شبیه سازی، نتایج عددی استحکام و سفتی استاتیکی و همچنین عمر خستگی با نتایج تجربی موجود در مراجع صحه گذاری شده و درنهایت این پژوهش به بررسی اثر پارامترهای طول ناحیه هم پوشانی، ضخامت چسبنده ها و یخ دار کردن چسبنده در ناحیه هم پوشانی پرداخته است. نتایج نشان می دهد که افزایش طول ناحیه هم پوشانی سبب افزایش استحکام استاتیکی و عمر خستگی و عمر خستگی اتصال می گردد. همچنین افزایش ضخامت چسبندهها با اینکه عمر خستگی اتصال را افزایش می دهد ام به جهت تغییر در مودهای بارگذاری، بر می گردد. همچنین افزایش صخامت چسبنده با با اینکه عمر خستگی اتصال را افزایش می دهد ام به جهت تغییر در مودهای بارگذاری، ب می گردد. همچنین افزایش صخامت چسبنده با با اینکه عمر خستگی اتصال را افزایش می دهد ام به جهت تغییر در مودهای بارگذاری، ب استحکام استاتیکی رابطه مستقیم ندارد. یخ دار کردن چسبنده ایز به واسطه چرخش ساز گرتر ناحیه هم پوشانی و ضخامت بیشتر در کنا عمر خستگی از خود بر جای می گذارد. بنابراین در طراحی یک اتصال تک لبه ای، بهره بردن از طول ناحیه هم پوشانی و ضخامت بیشتر در کتا استحکام استای گرد. بود بر می می گذارد. بینابراین در طراحی یک اتصال تک لبه ای بهره بردن از طول ناحیه هم پوشانی و ضخامت بیشتر در کتا	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 11 اسفند 1394 ارائه در سایت: 05 فروردین 1395 <i>کلید واژگان:</i> مدل ناحیه چسبناک اتصال چسبی تک لبهای عمر خستگی تنزل خواص مادی چسب

## Simulation and strength and fatigue life improvement of adhesively bonded single lap joint using cohesive zone model with cyclic degrading

#### Mohammad Hasan Shojaeefard<sup>1</sup>, Hamed Saeidi Googarchin<sup>2\*</sup>, Mohammad Reza Gheibi<sup>2</sup>, Mohammad Amin Nik-khah<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

2- School of Automotive Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran \* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, hsaeidi@iust.ac.ir

#### **ARTICLE INFORMATION** ABSTRACT In this paper, the static stiffness and strength as well as fatigue life of adhesively bonded single lap joint Original Research Paper Received 01 March 2016 (SLJ) are numerically studied using the cohesive zone model (CZM). In order to simulate the SLJ using Accepted 13 April 2016 mixed-mode bi-linear CZM, the failure behavior of adhesive in modes II and III is considered the same. Available Online 25 May 2016 Fatigue damage propagation is simulated through scripting USDFLD Subroutine in ABAQUS/Standard. Static stiffness and strength and fatigue life obtained in this study are consistent with experimental Keywords: results available in literature. Then, the effect of geometric parameters including overlap length, Cohesive Zone Model substrate thickness, and tapered substrates are investigated. The obtained results reveal that the increase single lap joint fatigue lifetime of the overlap length would lead to increase in the static strength and fatigue life prediction. While adhesive degradation increasing substrate thickness results improved fatigue life, there are no a known relations between the static strength and substrate thickness due to the changes of the loading modes. Tapered substrates also have positive effect on the strength and fatigue life because of more compatible rotations. Therefore, to improve the strength and fatigue life of a SLJ, authors suggest greater overlap length and thickness along with tapered substrates.

با كاهش 100 كيلوگرم از وزن خودرو، ميزان دى اكسيد كربن توليد شده متناسب با اندازه و قوای محرکه آن، 3 تا 5 درصد کاهش می یابد. از آنجایی که 20 الى 30 درصد وزن كل وسيله نقليه را بدنه أن تشكيل مىدهد، كاهش

1- مقدمه

امروزه هدف اصلی از طراحی خودروهای با وزن کمتر، بهبود مصرف سوخت و کاهش میزان تولید آلاینده دی اکسید کربن است. مطالعات نشان مے،دهد که

Please cite this article using: M. H. Shojaeefard, H. Saeidi Googarchin, M. R. Gheibi, M. A. Nik-khah, Simulation and strength and fatigue life improvement of adhesively bonded single lap join using cohesive zone model with cyclic degrading, Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 5, pp. 281-289, 2016 (in Persian)

وزن بدنه خودرو برای نیل به این هدف سودمند خواهد بود [2,1].

یکی از روشهای کاهش وزن سازه بدنه خودرو، استفاده از فولادهای غیر مشابه در ساخت آن میباشد. در این میان، مزیت مثالزدنی اتصالات چسبی در ایجاد اتصال بین مواد غیر مشابه، طراحان را به استفاده روزافزون از این روش سوق داده است به طوریکه در سال 2009 میزان استفاده از چسبها در هر خودرو به طور متوسط 20 کیلوگرم بوده که این میزان تا سال 2014، هر سال 7% , شد داشته است [3].

رفتار مکانیکی سازههای تحت بارگذاری خستگی را میتوان به صورت تجربی و عددی مورد مطالعه قرار داد، اما آزمون های تجربی اغلب زمان بر بوده و هزینههای اجرای آنها بالا میباشد. شایان ذکر اینکه در برخی موارد مانند سازههای بزرگ نیز اجرای آزمونهای تجربی غیر ممکن است. در این میان اجرای مدلسازی های عددی از نظر زمانی و مالی کارآمد بوده و مهندسین را به طور موثر قادر می سازد که میزان آزمون های تجربی مورد نیاز را تا حد امکان بهینه نمایند. بر این اساس، پژوهشگران برای بررسی مسئله خستگی در اتصالات چسبی به روشهای عددی اقبال بیشتری نشان دادهاند چرا که مطالعه اثر پارامترهای هندسی، مادی و شرایط بارگذاری با صرف زمان و هزينه كمترى قابل انجام مىباشد. در ميان روشهاى عددى، مدل ناحيه چسبناک، به واسطه مزایای منحصر به فردی که دارا میباشد، جهت مدل-سازی آسیب خستگی در اتصالات چسبی مورد کاربرد روزافزون قرار گرفته است. در این مدل ها، مسئله اصلی در شبیه سازی ساز و کار واماندگی، توصیف صحیح اندرکنشهای چسبناک در طول سطوح شکست است که به کمک قانونی موسوم به قانون کشش - جدایش صورت می پذیرد.

تاکنون روشهای مختلفی برای مدلسازی آسیب خستگی در اتصالات چسبی به کار رفته است. در برخی از روشها تنها عمر خستگی کلی در نظر گرفته شده است [4]. اگر چه این روش میتواند برای پیشبینی عمر کلی مفید باشد، اما قادر نخواهد بود تا آسیب یا رشد آسیب طی بارگذاری خستگی را تعیین کند. بنابراین استحکام باقیمانده به کمک چنین روشی قابل دستیابی نخواهد بود. ضعف دیگر این روش آن است که فازهای شروع آسیب و رشد آسیب عمر خستگی در آن قابل تفکیک نمی باشد.

در این میان برخی از پژوهشگران [5-9] بار خستگی را چرخه به چرخه<sup>1</sup> مدلسازی کردهاند که این روش از نظر محاسباتی، زمان بر و از نظر خستگی چرخه بالا<sup>2</sup> غیر ممکن است. در ادامه، محققین دیگری [11,10] برای کاهش زمان محاسبات، استفاده از روشهای تعمیمدهی دورهای<sup>3</sup>را پیشنهاد کردند. در پیشنهاد جایگزینی که توسط گروه دیگری ارائه شده است [13,12]، مدل-های آسیب خستگی مبتنی بر شرایط بیشینه بار خستگی<sup>4</sup> وارد مسئله می-گردد. با توجه به این نکات، در این پژوهش بارگذاری خستگی به صورت سطح بیشینه بار خستگی به نمونه اعمال خواهد شد. همچنین نتایج موفقیت آمیز استفاده از مدل ناحیه چسبناک جهت پیشبینی شروع و رشد ترک خستگی سبب شد که در این پژوهش نیز از این تئوری برای مطالعه استحکام استاتیکی و عمر خستگی اتصال تک لبهای بهره برده شود.

اگر چه پژوهشهای زیادی جهت تعیین مشخصههای تجربی اتصالات چسبی تحت بارگذاری خستگی صورت پذیرفته است، اما به طور مستقیم در زمینه مدلسازی واماندگی خستگی کمتر مطلبی ارائه گردیده است. به علاوه در پژوهشهای ذکر شده اغلب مدلهای خستگی عددی وابسته به هندسه

اتصال هستند و قابلیت کاربرد در اتصالات با پیکربندی مختلف را ندارند. در این پژوهش، قانون کشش - جدایش دو خطی در کنار مدل آسیب خستگی چرخهای<sup>c</sup> مبتنی بر کرنش برای شبیهسازی آسیب خستگی پیشرونده در اتصالات چسبی بکار رفته است که تحت عنوان مدل ناحیه چسبناک تضعیف شونده چرخهای ذکر می گردد. همچنین مدل آسیب خستگی مورد استفاده، مبتنی بر شرایط سطح بیشینه بار خستگی خواهد بود که نسبت به مدلهای مبتنی بر تحلیل چرخه به چرخه، به صورت چشمگیری حجم محاسبات را کاهش میدهد.

#### 2- مبانی مسئله

رویکرد استحکام مواد و مکانیک شکست، ابزارهای متداولی هستند که برای مطالعه واماندگی سازههای مکانیکی مورد استفاده قرار می گیرند. از زمان پايهريزى اين روشها تا كنون تلاشهاى زيادى جهت توسعه و رفع کمبودهای آنها صورت گرفته است. با وجود این، کماکان این رویکردها با محدودیتهایی مواجه هستند. در این میان، رویکردهای مبتنی بر تنش به واسطه تکینگیهای تنش، معیارهایی وابسته به مش هستند اما در مقابل، شروع آسیب را به خوبی پیشبینی میکنند. همچنین مکانیک شکست با وجود نیاز به حضور ترک اولیه در حل مسئله، دقت خود را در مدلسازی رشد ترک نشان داده است. به منظور غلبه بر ضعفهای اشاره شده و بهره-گیری از مزایای کاربردی معیارهای بیان شده، مدل ناحیه چسبناک به عنوان گزینه مناسب معرفی شده است. این تکنیک جنبههای تحلیلی روشهای مبتنی بر تنش را برای مدلسازی شروع آسیب و اصول مکانیک شکست را برای مدلسازی رشد آسیب ترکیب میکند. بنابراین به کمک این روش، دیگر در نظر گرفتن نقص اولیه لازم نیست و مشکلات وابستگی به مش مرتفع می-گردد.

#### 1-2- مدل ناحیه چسبناک

مدل های ناحیه چسبناک معمولا مبتنی بر روابط نرمشوندگی<sup>6</sup> بین تنش ها و جابجاییهای نسبی بین سطوح ترک میباشند، بنابراین تنزل تدریجی خواص مادی<sup>7</sup> را به خوبی شبیهسازی میکنند [14].

مدل ناحیه چسبناک در حال حاضر به عنوان کارآمدترین و قابل اعتمادترین روش برای شبیهسازی آسیب پیشرونده در اتصالات چسبی در نظر گرفته می شود. این مدل در چارچوب مکانیک آسیب پیوسته ایجاد شده و توسعه یافته است و برای بهبود عملکرد خود از مفاهیم مکانیک شکست بهره میبرد. همچنین این مدل برای تنوع وسیعی از مسائل و مواد همگن و ناهمگن شامل فلزات، سرامیکها، بتنها، پلیمرها، مواد ویسکوالاستیک، کامیوزیتها و چسبها مورد استفاده قرار گرفته است [16,15].

نخست داگدل ناحیه تحت شکست<sup>8</sup>را در دهانه ترک در نظر گرفت و این رهیافت را برای مواد کاملا پلاستیک تعمیم داد. او فرض کرد که در ناحیه تحت شکست، تنشهای چسبناک ثابت و برابر با تنش تسلیم ماده است [17]. به عبارت دیگر او تکینگی تنش در دهانه ترک را به تنش تسلیم ماده محدود کرد. در ادامه، برنبلات از مدل ناحیه چسبناک برای بررسی پیشرفت ترک در مواد کاملا ترد بر پایه تئوری شکست ترد گریفیث<sup>9</sup> استفاده کرد. او فرض کرد که نیروهای چسبندگی مولکولی محدودی نزدیک سطوح ترک

Cycle by Cycle

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> high cycle fatigue

cyclic extrapolation techniques

<sup>4</sup> maximum fatigue load

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> cyclic fatigue damage

softening degradation

fracture process zone 9 Griffith

وجود دارد [18]. دیگر پژوهشگران نیز این مدل را از طریق پیشنهاد توابع کشش- جدایش متنوع و اعمال آن بر مسائل مختلف توسعه دادهاند، اما مفهوم اصلی آن ذاتا بدون تغییر باقی مانده است. نخست هیلربرگ و همکارانش برای بررسی رفتار مکانیکی مواد شبه ترد، مدل ناحیه چسبناک را در کنار روش اجزای محدود مورد استفاده قرار دادند [19].

قوانین کشش - جدایش مختلفی برای شبیه سازی المان های چسبناک وجود دارد [20]. از میان این قوانین، قانون کشش - جدایش دو خطی به دلیل سادگی استخراج پارامترهای چسبناک آن محبوبیت زیادی دارد. شکل کلی و نام گذاری پارامترهای این قانون در شکل 1 نشان داده شده است. در این شکل، 3، سفتی اولیه المان چسبناک، G، انرژی شکست چسب،  $\sigma$ ، کشش آزادسازی،  $\delta$ ، جدایش متناظر با کشش آزادسازی، D، پارامتر آسیب استاتیکی و  $\delta$ ، جدایش نهایی (عرض بازشدگی ترک نهایی) است به طوریکه بعد از آن ((D = 1) المان چسبناک، دیگر هیچ باری را تحمل نمی کند. معادلات حاکم بر این قانون طی روابط (1) تا (3) ارائه شده است [11].

$$\begin{cases} E\delta &, \delta \leq \delta_{i} \\ \frac{\delta_{f} - \delta}{\delta_{f} - \delta_{i}} &, \delta_{i} \leq \delta \leq \delta_{f} \\ \mathbf{0} &, \delta \geq \delta_{f} \end{cases}$$
(1)

$$\delta_{i} = \frac{\sigma_{c}}{E}$$
(2)

$$\delta_{\rm f} = \frac{2G_{\rm c}}{\sigma_{\rm c}} \tag{3}$$

بررسی استاتیکی واماندگی اتصالات چسبی تک لبهای نشان داده است که شکست این اتصالات، ترکیبی از مود I و مود II میباشد. در چنین وضعیتی ابتدا مدلهای ناحیه چسبناک مربوط به هر یک از مودهای I و II تعیین می گردد و اثر اختلاط مود<sup>1</sup> در مدل ناحیه چسبناک به وسیله ترکیب قوانین کشش- جدایش یک به یک مودهای I و II در مسئله مشارکت داده میشود. به عبارت دیگر، پاسخ مود ترکیبی، به اختلاط مود بستگی دارد به طوریکه می تواند نزدیکتر به پاسخ هر یک از دو مود خالص باشد. در این میان رفتار شکست مود II برابر با رفتار شکست مود II در نظر گرفته شده است.

بدین ترتیب پارامترهای تعیین کننده قانون کشش- جدایش مود ترکیبی شامل سفتی اولیه در مود I و II، ( $E_{II} = E_{I}$ )، کشش آزادسازی برای مود I و II، ( $\sigma_{Ic} = \sigma_{Ic}$ ) و انرژیهای شکست در مود I و II، ( $\sigma_{IE} = \sigma_{Ic}$ )، هستند. همچنین انتخاب معیار مود ترکیبی برای هر دو قسمت شروع و رشد آسیب برای تعیین این قانون مورد نیاز است. در این پژوهش از معیار حداکثر





**شکل 1** قانون کشش - جدایش دو خطی [21]

1 mode-mixity

تنش اسمی<sup>2</sup> برای تعیین شروع آسیب و از معیار بنزگا-کنان<sup>3</sup> با نسبت اختلاط مودی برابر با 2 به عنوان معیار رشد آسیب بهره گرفته شده است. این معیارها به ترتیب در روابط (4) و (5) ارائه شدهاند [22].

$$\max\left\{\frac{\langle \sigma_{\rm I} \rangle}{\sigma_{\rm Ic}}, \frac{\sigma_{\rm II}}{\sigma_{\rm IIc}}\right\} = \mathbf{1}$$
(4)

$$G_{\rm Ic} + (G_{\rm IIc} - G_{\rm Ic}) \left(\frac{G_{\rm II}}{G_{\rm I} + G_{\rm II}}\right)^{\eta} = G_{\rm I} + G_{\rm II}$$
(5)

در رابطه **(4)،** عبارت (σ<sub>I</sub>) نشان دهنده تنش نرمال در براکت ماکولی<sup>4</sup> است و به صورت رابطه (6) تعریف میشود:

$$\langle \sigma_{\mathrm{I}} \rangle = \begin{cases} \sigma_{\mathrm{I}} & \sigma_{\mathrm{I}} > \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_{\mathrm{I}} \le \mathbf{0} \end{cases}$$
(6)

#### 2-2- مدل آسیب خستگی

به منظور شبیه سازی بارگذاری خستگی در اتصالات چسبی، اثر زیان بار این نوع بارگذاری که موجب تنزل خواص مادی می گردد با افت در پاسخ قانون کشش - جدایش مدل سازی می شود که این تضعیف مادی در شکل 2 نشان داده شده است. فرایند تنزل خواص مادی متناظر با قانون رشد آسیب خستگی، طبق روابط (7) و (8)، حین مدل سازی از طریق زیر روال نویسی یو. اس. دی. اف. ال. دی.<sup>5</sup> به مدل اعمال می شود. در رابطه (7)،  $D_F$ ، پارامتر آسیب خستگی،  $\Delta p_{\rm f}$ ، نمو آسیب خستگی، N، نمو چرخه،  $m_3$ ، بیشینه کرنش اصلی در المان چسبناک،  $e_{\rm th}$ ، کرنش آستانه تحمل و  $\alpha$  و  $\beta$  ثوابت مادی هستند. کرنش آستانه تحمل مقدار بحرانی بیشینه کرنش اصلی است که کمتر از آن هیچ آسیبی ناشی از بارگذاری خستگی رخ نمی دهد [22].

$$\frac{\Delta D_{\rm F}}{\Delta N} = \begin{cases} \alpha (\varepsilon_{\rm max} - \varepsilon_{\rm th})^{\beta}, & \varepsilon_{\rm max} > \varepsilon_{\rm th} \\ 0, & \varepsilon_{\rm max} \le \varepsilon_{\rm th} \end{cases}$$
(7)

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\varepsilon_n}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_n}{2}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_s}{2}\right)^2}$$
 (8)

البته در این پژوهش منظور از کرنش، کرنش میانگینی است که به کمک رابطه (9) در راستای ضخامت چسب، <sub>tAdh</sub>، قابل محاسبه است [22]:

$$\varepsilon_{n,s} = \frac{\delta_{n,s}}{t_{Adh}} \tag{9}$$





<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Maximal nominal stress criterion

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Benzeggah - Kenane Criterion

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Macaulay

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> USDFLD Subroutine

که در این رابطه، (<sub>n</sub>a و sa) و (<sub>n</sub>b و sb) به ترتیب مبین کرنشهای المان چسبناک و عرض بازشدگی دهانه ترک در راستای نرمال و مماسی میباشد. مزیت استفاده از مدل ناحیه چسبناک در مدلسازی اتصالات چسبی این است که این مدل قادر میباشد آسیب پیشرونده را تحت بارگذاری استاتیکی و خستگی تطبیق نماید [23,22].

#### 3- شبیهسازی اتصال چسبی

شبیه سازی اتصال چسبی تک لبه ای جهت بررسی استحکام استاتیکی و عمر خستگی آن در دو بخش صورت گرفته است. در بخش نخست، جهت استخراج سفتی و استحکام استاتیکی اتصال تک لبه ای، مدل استاتیکی آن ایجاد شده است در حالیکه دستیابی به عمر خستگی مستلزم استفاده از مدل خستگی می باشد که در بخش دوم به آن پرداخته می شود. هر دو این بخش ها در ادامه به تفصیل بیان شده اند.

#### 1-3- شبیهسازی مدل استاتیکی

به منظور شبیه سازی اتصال چسبی تک لبه ای بین دو چسبنده از جنس آلومینیوم T3-2024 و چسب FM73 از نرم افزار آباکوس استاندارد استفاده شده است. به طوری که نخست هندسه کلی اتصال تک لبه ای با ابعاد مطابق شکل 3 ترسیم و سپس به کمک ابزار پارتیشن بندی آباکوس به اجزای چسب و چسبنده تقسیم شده است. پس از تعریف مشخصات مکانیکی هر جزء، شبکه بندی اتصال صورت پذیرفته است. برای این منظور، از المانه ای تنش صفحه ای و المان چسبناک چهار گرهی به ترتیب برای شبکه بندی چسبنده ها میک یک ردیف از المان های چسبناک شبکه بندی شده و جهت حفظ ضریب منظر برابر با 1، ابعاد شبکه های المان های چسبناک یکسان در نظر گرفته منده است [24]. دانه بندی چسبنده ها نیز در محل اتصال تابع چسب بوده ولی به دلیل کاهش هزینه های محاسباتی با دور شدن از ناحیه اتصال از شبکه-بندی در شت تری بهره برده شده است.

بدین ترتیب، همانطور که در شکل 4 نشان داده شده است، در این مدل-سازی از 3553 المان تنش صفحهای چهار گرهی و 56 المان تنش صفحهای سه گرهی برای چسبندهها و از 150 المان چسبناک چهار گرهی نیز برای لایه چسب بهره برده شده است که در آن اندازه المانهای چسبناک برابر 2.0×2.0 mm میباشد. همچنین اندازه المانهای تنش صفحهای تا حد ممکن در نزدیکی لایه چسب ریز شدند تا علاوه بر افزایش دقت نتایج، از ناپایداری حل عددی مدل چسبناک نیز جلوگیری شود [25]. جهت اعمال بارگذاری استاتیکی و تجویز شرایط مرزی، تمام درجات آزادی اتصال تک لبهای در انتهای سمت چپ (عمودی، افقی و گردشی) و دو درجه آزادی انتهای سمت راست (عمودی و گردشی) مقید شده است. سپس جابجایی افقی برابر با 1 mm به انتهای سمت راست آن اعمال گردیده است.

مشخصات آلومینیوم و چسب استفاده شده در جدول 1 آورده شده است. همچنین برای شبیهسازی آسیب در لایه چسب، از پارامترهای چسبناک



 Fig. 3 geometry of simulated single lap joint [22]

 شکل 3

 ابعاد نمونه تک لبهای فلز به فلز شبیهسازی شده [22]



Fig. 4 finite element meshing

**شکل 4** شبکهبندی اجزای محدود

متناظر با مود I و II که در جدول 2 ارائه شده، استفاده گردیده است. همچنین در حین شبیه سازی، غیر خطی بودن تغییر شکل های هندسی (تغییر شکل های بزرگ) لحاظ گردیده و ضریب میرایی ویسکوز<sup>1</sup> برابر با 0.00001 در نظر گرفته شده است.

#### 3-2- شبیهسازی مدل خستگی

در این پژوهش مدلسازی آسیب خستگی از طریق افت پاسخ قانون کشش- جدایش صورت گرفته است به نحوی که مدل اجزای محدود ایجاد شده در نرم افزار آباکوس استاندارد با کد زیرروالنویسی شدهای کوپل شده است.

با توجه به رابطه (7)، پارامتر حائز اهمیت در شبیه سازی آسیب خستگی، بیشینه کرنش های اصلی المان های چسبناک هستند که ناشی از سطح بیشینه بارگذاری خستگی می باشند. بنابراین به جهت سهولت در مدل سازی و کاهش حجم محاسبات برای نمونه تک لبه ای شبیه سازی شده، از بارگذاری به صورت شکل 5 به جای بارگذاری نوسانی (شکل 6) استفاده شده است.

### **جدول 1** مشخصات مکانیکی مواد بکار رفته در اتصال تک لبهای [26]

Table	1 materia	properties of	single lap joint	specimen	[26]	

استحکام نهایی (MPa <b>)</b>	ضريب پواسون	مدول الاستيسيته (MPa)	ماده	
570	0.33	68400	ألومينيوم 2024-T3	
45	0.4	2000	چسب FM73	
<b>جدول 2</b> پارامترهای چسبناک چسب FM73 [22] <b>Table 2</b> traction – separation parameters of FM73 [22]				
انرژی شکست	انرژی شکست	کشش آزادسازی	کشش آزادسازی	





<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> viscous damping coefficient



Fig. 7 The flowchart of the fatigue damage model in Abaqus شکل 7 نمودار گردش کار مدل آسیب خستگی در آباکوس



Fig. 8 predicted load-displacement curve of SLJ

**شکل 8** منحنی نیرو - جابجایی پیشبینی شده برای نمونه تک لبهای

جدول 4 مقایسه استحکام استاتیکی تجربی و عددی اتصال تک لبهای Table 4 the experimental and predicted static strength

استحکام استاتیکی (kN)			
خطا (%)	مدلسازی عددی	تست تجربی [22]	
4.3	9.57	10	

جدول 5 عمر خستگی تجربی و عددی اتصال تک لبهای را به ازای بارهای 4 kN و KN و نشان میدهد. مقایسه بین نتایج، انطباق خوب نتایج مدلسازی kN حاضر را حاضر با نتایج تجربی را بیان میکند که صحت مدلسازی عددی حاضر را تایید میکند.

#### 5- بررسی اثر پارامترهای هندسی بر استحکام و عمر خستگی اتصال تک لبهای

در این قسمت به بررسی اثر پارامترهای ضخامت چسبندهها، طول ناحیه هم-



Fig. 6 actual fatigue loading

**شکل 6** بارگذاری خستگی واقعی

همانطور که شکل 5 نشان میدهد، مدلسازی خستگی شامل دو گام می-باشد. در گام نخست، بارگذاری از بار صفر تا بیشینه سطح بار خستگی ( $P_{max}$ ) به صورت خطی و طی 100 ثانیه به اتصال بدون آسیب اعمال میشود و کرنشهای اصلی به کمک تحلیل اجزای محدود استاتیکی محاسبه می گردند. لازم به ذکر است که  $P_{max}$  معادل نصف استحکام استاتیکی اتصال تک لبهای و برابر با KN 5 میباشد. در گام دوم، متغیر آسیب خستگی برای هر المان چسبناک تخصیص مییابد و در ادامه مطابق رابطه (10)، این متغیر در هر نمو چرخه ( $\Delta N$ ) با مقداری جدید جانشانی<sup>1</sup> می گردد. بدین ترتیب مقادیر کشش چسبناک و انرژیهای شکست در مود I و II برای المانهای چسبناک مبتنی بر متغیر آسیب خستگی به صورت خطی کاهش مییابد [27,22].

$$D_{\rm F}^{i} = D_{\rm F}^{i-1} + \left(\frac{\Delta D_{\rm F}}{\Delta N}\right) \times \Delta N \tag{10}$$

در پی تنزل خواص مادی چسب، بیشینه کرنشهای اصلی المانهای چسبناک برای نمو بعدی محاسبه شده و متغیر آسیب خستگی مجددا با مقدار جدید جایگزین میشود. این روند افت خواص تا زمانی ادامه مییابد که اتصال آسیب دیده دیگر توانایی تحمل سطح بیشینه بار نوسانی را نداشته باشد و بدین ترتیب پس از گسیختگی اتصال، عمر خستگی تخمین زده می-شود. شایان ذکر اینکه در این مدلسازی، افت خواص مادی ناشی از خستگی مشابه مرجع [22] در مودهای مختلف یکسان فرض گردیده است. به عبارت دیگر مشخصات چسبناک در مود I و II پس از هر نمو از چرخه با نرخ یکسانی کاهش مییابد. این روند به صورت گردش کار در شکل 7 نشان داده شده است. در این میان، طبق رابطه (7)، جهت مدلسازی آسیب خستگی در لایه چسب از دادههای جدول 3 استفاده میشود.

#### 4- اعتبارسنجي نتايج

به منظور صحهگذاری نتایج شبیه سازی اتصال تک لبه ای، نخست مطابق جدول 4، استحکام استاتیکی آن با مقدار تجربی که در مرجع [22] ارائه شده است، مقایسه می گردد. انطباق نتایج با خطای 4.3 درصد، صحت پیش بینی مقدار صحیح برای استحکام استاتیکی را تایید می کند. همچنین در شکل 8، مقایسه منحنی نتایج عددی نیرو - جابجایی نمونه تک لبه ای مذکور با نتایج تجربی [22] مبین آن است که حد باربری و سفتی استاتیکی بدست آمده با اختلاف ناچیزی منطبق بر نتایج تجربی می باشد.

جدول 3 پارامترهای آسیب خستگی [22]

 Table 3 traction – separation parameters of mode I and II [22]

α	β	$\mathcal{E}_{ ext{th}}$
1.5	2	0.0319

<sup>1</sup> update

پوشانی<sup>1</sup> و اندازه پخهای مورد استفاده در چسبندهها<sup>2</sup> بر استحکام و سفتی استاتیکی اتصال تک لبهای مبنا (شکل 3) پرداخته میشود. بر این اساس، با در نظر گرفتن  $L_0$   $t_0$   $t_0$  به عنوان ابعاد مبنای پارامترهای طول ناحیه هم-پوشانی (شکل 9)، ضخامت چسبندهها و اندازه پخ از سر آزاد چسبنده، به ترتیب پارامترهای  $L/L_0$   $t/t_0$  ور/t مورد بررسی قرار گرفتند.

در این میان بررسی اثر طول ناحیه همپوشانی اتصال بر استحکام و سفتی اتصال مورد نظر که در جدول 6 ارائه شده است نشان میدهد که افزایش طول ناحیه اتصال بر استحکام سازه و همچنین سفتی آن تاثیر مثبت دارد. این نتیجه از این امر ناشی میشود که افزایش مساحت ناحیه چسبیده شده به واسطه افزایش طول ناحیه همپوشانی اتصال، سبب توزیع یکنواخت تر تنش برشی در طول لایه چسب شده و بدین ترتیب استحکام آن را افزایش میدهد. به علاوه مشاهده میگردد که افزایش استحکام و سفتی با افزایش مول ناحیه همپوشانی رابطه خطی ندارد به طوریکه کاهش یا افزایش 50 درصدی در طول ناحیه همپوشانی به ترتیب سبب افت 19.3 درصدی و افزایش 20.6 درصدی استحکام اتصال میگردد. علت این امر ریشه در تغییر فرکانس سازهای اتصال و تغییر در نسبت اختلاط دو مود پوست کنی<sup>3</sup> و مود برشی<sup>4</sup> دارد. بنابراین توصیه میگردد با در نظر گرفتن محدودیت طول ممکن در طراحیها بهره برده شود.

مطالعه اثر ضخامت چسبندهها با تغییر ضخامت در یک چسبنده یا تغییر ضخامت در هر دو چسبنده صورت گرفته و در جدول 7 ارائه گردیده است. طبق نتایج جدول 7 مشاهده می گردد که افزایش ضخامت خواه یک چسبنده یا خواه دو چسبنده، سبب افزایش سفتی اتصال تک لبهای شده است. بر این



Fig. 9 geometrical parameters of base SLJ شکل 9 پارامترهای هندسی اتصال تک لبهای مبنا

**جدول 5** مقایسه عمر خستگی پیش بینی شده اتصال تک لبهای **Table 5** comparison of predicted SLJ fatigue life

	ىستگى	بار گذاری (kN)	
خطا (%)	نتايج عددى حاضر	نتايج تجربي [22]	
3.17	128205	132400	4
1.77	26128	26600	5

جدول  $\mathbf{6}$  بررسی اثر طول ناحیه هم پوشانی بر استحکام و سفتی اتصال تک لبهای Table 6 investigation of L effect on strength and stiffness of SLJ

	سفتی اتصال (kN/mm)	استحكام اتصال (kN)	$L/L_0$
-	18.52	7.72	0.5
	23.53	8.01	0.8
	27.78	9.57	1.0
	31.77	10.03	1.2
	40.11	12.12	1.5
	56.09	17.05	2
-			

<sup>1</sup> overlap length <sup>2</sup> tapered adherend

<sup>3</sup> peeling mode

<sup>4</sup> shearing mode

جدول 7 بررسی اثر ضخامت چسبندهها بر استحکام و سفتی اتصال تک لبهای Table 7 investigation of *t* effect on strength and stiffness of SLJ

سفتی اتصال (kN/mm <b>)</b>		استحکام اتصال (kN)		$t/t_0$
دو چسبنده	یک چسبندہ	دو چسبنده	یک چسبندہ	
16.27	19.38	7.41	7.83	0.5
23.31	25.04	8.32	8.61	0.8
27.78	27.78	9.57	9.57	1.0
32.44	29.72	9.13	8.65	1.2
38.93	31.38	9.92	7.93	1.5

اساس و در صورت عدم محدودیت وزن برای سازه، پیشبینی میشود که استفاده از چسبندههای ضخیم تر در سازه سبب ایجاد اتصالی مستحکم تر و با سفتی بهتر گردد. شایان ذکر اینکه همواره در سازهها پارامتر حائز اهمیت در طراحی نسبت استحکام به وزن آن می باشد.

با وجود این، به رغم اینکه افزایش ضخامت تا حالت مبنا منجر به افزایش استحکام اتصال شده است، اما پس از آن استحکام اتصال کاهش مییابد. علت این امر تغییر نسبت اختلاط دو مود پوست کنی و مود برشی است به نحوی که به جهت افزایش سفتی اتصال، مطابق شکل 10، چرخش ناحیه اتصال کمتر بوده و به عبارت دیگر اثر مود برشی بر مود پوست کنی غالب میباشد. جدول 8 اثر استفاده از پخ در اتصال تک لبهای را بر استحکام و سفتی استاتیکی آن نشان میدهد. دادهها بیانگر آن هستند که استفاده از پخ در چسبنده، سفتی و استحکام استاتیکی اتصال را به مقدار جزئی کاهش می-دهد.

از آنجایی که جابجایی نسبی بین چسبندهها باعث بروز تنش برشی در دیه چسب میشود، ایجاد پخ در چسبندهها، سبب کاهش این جابجایی نسبی



Fig. 10 comparison of rotation of SLJ for different  $t/t_0$ شكل 10 مقايسه چرخش اتصال تك لبه اى به ازاى  $t/t_0$  هاى مختلف

جدول 8 بررسی اثر پخ دار کردن چسبندهها بر استحکام و سفتی اتصال تک لبهای Table 8 investigation of h effect on strength and stiffness of SLJ

سفتی اتصال (kN/mm)		استحكام اتصال (kN)		$h/t_0$
دو چسبنده	یک چسبندہ	دو چسبنده	یک چسبندہ	
27.78	27.78	9.57	9.57	0
27.51	27.46	9.14	9.42	0.2
27.33	27.41	9.09	8.98	0.4
27.04	27.17	9.23	9.43	0.6
26.55	26.86	9.12	9.37	0.8

و به تبع آن توزیع یکنواخت تنش برشی در طول اتصال خواهد شد (شکل 11). اما چون در این طراحی چسبنده راحت تر خودش را با چرخش اتصال هماهنگ میکند، چرخش ناحیه اتصال افزایش مییابد و منجر به افزایش تنش پوستکنی میشود (شکل 12). البته انتظار میرود که یکنواخت تر شدن تنش برشی در ناحیه اتصال، بر عمر خستگی تاثیر مثبتی داشته باشد.



Fig. 11 effect of tapered adherend on shear stress in overlap length شکل 11 اثر پخ بر تنش برشی در طول ناحیه هم پوشانی اتصال



Fig. 12 effect of tapered adherend on peel stress in overlap length شکل 12 اثر پخ بر تنش پوستکنی در طول ناحیه همپوشانی اتصال

شکل 13 چگونگی تاثیر تغییر ضخامت توأم با تغییر طول ناحیه همپوشانی را بر عمر خستگی اتصال تک لبهای به تصویر کشیده است. در این شکل مشاهده میگردد که با افزایش ضخامت یک یا دو چسبنده، عمر خستگی اتصال افزایش مییابد. شایان ذکر اینکه افزایش ضخامت هر دو چسبندهی اتصال عمر خستگی آن را پس از حالت مبنا نسبت به نمونه دیگر بیشتر افزایش میدهد. دلیل کاهش عمر نمونه نامتقارن، تغییر مود بارگذاری اتصال از مود پوستکنی به مود برشی در ضخامتهای بالاتر است. همچنین میتوان اذعان داشت که افزایش طول ناحیه همپوشانی سبب رشد طول ناحیه اتصال و کاهش تنش پوستکنی به ازای افزایش طول ناحیه هم-یوشانی میباشد. شکل 14 این روند تغییرات عمر خستگی نسبت به طول ناحیه همپوشانی را به خوبی نشان میدهد. همچنین با توجه به شکل 15، چنان که انتظار میرفت، استفاده از تکنیک پخ در چسبندهها سبب افزایش عمر خستگی اتصال تک لبهای میگردد.



**شکل 13** بررسی اثر ضخامت بر عمر خستگی اتصال تک لبهای



**Fig. 14** investigation of *L* effect on fatigue life of SLJ **شکل 14** بررسی اثر طول ناحیه هم پوشانی بر عمر خستگی اتصال تک لبه ای

شایان ذکر اینکه به لحاظ هزینههای تولید چنین اتصالاتی، پخ دار کردن تنها یک چسبنده نیز موثر خواهد بود. نکته حائز اهمیت در این مورد، استفاده از پخهای با نسبت عمق 0.6 تا 0.8 میباشد چرا که تاثیر قابل توجهی بر عمق خستگی اتصال دارند.

بنابر آنچه که تا کنون مورد بررسی قرار گرفت، افزایش استحکام و بویژه عمر خستگی اتصال تک لبهای به عنوان نماینده اتصالات چسبی با بارگذاری ترکیبی، از طریق افزایش هر سه پارامتر ضخامت، طول ناحیه همپوشانی و عمق پخ امکانپذیر است. اما نکته مهم در نظر گرفتن محدودیتهای طراحی اعم از وزن، فضای در دسترس و هزینه تمام شده میباشد. به عنوان مثال، با توجه به شکل 15، با وجود اینکه استفاده از پخ 0.6n/t سبب افزایش 11.8 و توجه به شکل 15، با وجود اینکه استفاده از پخ 2.6n/t سبب افزایش 24.4 و هزینه تولید نمونهها را بیش از دو برابر افزایش میدهد. بنابراین توصیه می-گردد در طراحی اتصال چسبی تک لبهای پارامترها به شکل بهینه انتخاب شوند.

#### 6- جمع بندی و نتیجه گیری

در این پژوهش به بررسی استحکام و سفتی استاتیکی و عمر خستگی اتصال تک لبهای پرداخته شد. برای شبیهسازی این اتصال در نرمافزار آباکوس، از مدل ناحیه چسبناک دو خطی برای لایه چسب و از مدل ماده الاستیک برای چسبندههای آلومینیومی استفاده گردید و به علاوه در آن تغییر شکلهای بزرگ هندسی و ضریب میرایی ویسکوز برای المانهای چسبناک در نظر گرفته شد.

در ادامه، شبیهسازی خستگی چرخهای با تکنیک بارگذاری ثابت پیادمسازی شده و تنزل خواص مادی چسب تحت این بارگذاری به کمک زیرروالنویسی یو. اس. دی. اف. ال. دی. برای هر دو مود I و II با نرخ یکسان اعمال گردید. به منظور اعتبارسنجی نتایج عددی حاضر، از نتایج تجربی مطالعات مشابه بهره گرفته شد که انطباق خوب بین نتایج، صحت روش عددی پژوهش حاضر را تایید نمود.

با توجه به مطالعهای که صورت گرفت میتوان اذعان داشت که افزایش طول ناحیه همپوشانی در اتصال چسبی تک لبهای سبب افزایش غیر خطی استحکام و سفتی استاتیکی و همچنین عمر خستگی آن میگردد که علت



Fig. 15 investigation of  $h/t_0$  effect on fatigue life of SLJ شکل 15 بررسی اثر عمق پخ بر عمر خستگی اتصال تک لبهای

این روند غیر خطی ناشی از تغییر در مودهای سازهای و نسبت اختلاط مود در حین بارگذاری میباشد. شایان ذکر اینکه در چنین شرایطی توزیع یکنواخت تر تنش در طول لایه چسب سبب افزایش استحکام و عمر خستگی شده است.

به علاوه افزایش ضخامت یک یا دو چسبنده سبب افزایش سفتی اتصال می گردد اما لزوما منجر به افزایش استحکام استاتیکی نمی شود چرا که با افزایش ضخامت، سهم تنش پوستکنی کاهش یافته و تنشها بیشتر به صورت برشی به چسب وارد می شوند که این امر سبب افت استحکام می گردد. با وجود این، افزایش ضخامت یک یا دو چسبنده، عمر خستگی اتصال را ارتقا می دهد به نحوی که افزایش 50 درصدی ضخامت هر دو چسبنده نسبت به حالت مبنا منجر به افزایش حدودا 90 درصدی عمر اتصال می شود.

پخ دار کردن چسبندهها نیز سبب کاهش جزئی سفتی و استحکام استاتیکی اتصال می گردد اما عمر خستگی اتصال را برای نسبت عمقهای 0.6 تا 0.8 در مجموع بهبود می خشد.

#### 7- مراجع

- W. Xu, D. Chen, L. Liu, H. Mori, Y. Zhou, Microstructure and mechanical properties of weld-bonded and resistance spot welded magnesium-to-steel dissimilar joints, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 537, No.1, pp. 11-24, 2012.
- [2] W. Xu, L. Liu, Y. Zhou, H. Mori, D. Chen, Tensile and fatigue properties of weld-bonded and adhesive-bonded magnesium alloy joints, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 563, No.1, pp. 125-132, 2013.
- [3] X. He, A review of finite element analysis of adhesively bonded joints, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, Vol. 31, No. 4, pp. 248-264, 2011.
- [4] A. Crocombe, G. Richardson, Assessing stress state and mean load effects on the fatigue response of adhesively bonded joints, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, Vol. 19, No. 1, pp. 19-27, 1999.
- [5] S. Maiti, P. H. Geubelle, A cohesive model for fatigue failure of polymers, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 72, No. 5, pp. 691-708, 2005.
- [6] O. Nguyen, E. Repetto, M. Ortiz, R. Radovitzky, A cohesive model of fatigue crack growth, *International Journal of Fracture*, Vol. 110, No. 4, pp. 351-369, 2001.
- [7] K. Roe, T. Siegmund, An irreversible cohesive zone model for interface fatigue crack growth simulation, *Engineering fracture mechanics*, Vol. 70, No. 2, pp. 209-232, 2003.
- [8] T. Siegmund, A numerical study of transient fatigue crack growth by use of an irreversible cohesive zone model, *International Journal of Fatigue*, Vol. 26, No. 9, pp. 929-939, 2004.
- [9] Y. Xu, H. Yuan, Computational analysis of mixed-mode fatigue crack growth in quasi-brittle materials using extended finite element methods, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 76, No. 2, pp. 165-181, 2009.
- [10] A. Ural, K. Papoulia, Modeling of fatigue crack growth with a damage-based cohesive zone model, *Proceeding of European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Jyväskylä, Finland, July 24-28, 2004.
- [11] A. Turon, J. Costa, P. Camanho, C. Dávila, Simulation of delamination in composites under high-cycle fatigue, *Composites Part A: applied science and manufacturing*, Vol. 38, No. 11, pp. 2270-2282, 2007.
- [12] P. Robinson, U. Galvanetto, D. Tumino, G. Bellucci, D. Violeau, Numerical simulation of fatigue-driven delamination using interface elements, *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 63, No. 13, pp. 1824-1848, 2005.
- [13] D. Tumino, F. Cappello, Simulation of fatigue delamination growth in composites with different mode mixtures, *Journal of Composite Materials*, Vol. 41, No. 20, pp. 2415-2441, 2007.
- [14] L. F. M. Da Silva, A. Öchsner, Modeling of adhesively bonded joints, pp.155-182, Berlin: Springer, 2008.
- [15] K. Katnam, A. Crocombe, H. Khoramishad, I. Ashcroft, Load ratio effect on the fatigue behaviour of adhesively bonded joints:

adhesive- riveted joints, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 2, No. 2, pp. 71-78, 2015. (in Persian فارسى)

- [22] H. Khoramishad, A. Crocombe, K. Katnam, I. Ashcroft, Predicting fatigue damage in adhesively bonded joints using a cohesive zone model, *International Journal of fatigue*, Vol. 32, No. 7, pp. 1146-1158, 2010.
- [23] A. G. Solana, A. Crocombe, I. Ashcroft, Fatigue life and backface strain predictions in adhesively bonded joints, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, Vol. 30, No. 1, pp. 36-42, 2010.
- [24] L. F. Da Silva, R. D. Campilho, Advances in numerical modelling of adhesive joints, pp. 19-22, Heidelberg: Springer, 2012.
- [25] L. Hamitouche, M. Tarfaoui, A. Vautrin, An interface debonding law subject to viscous regularization for avoiding instability: application to the delamination problems, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, No. 10, pp. 3084-3100, 2008.
- [26] C. Liljedahl, A. Crocombe, M. Wahab, I. Ashcroft, Damage modelling of adhesively bonded joints, *International journal of fracture*, Vol. 141, No. 1-2, pp. 147-161, 2006.
- [27] M. Abdel Wahab, Fatigue in adhesively bonded joints: a review, ISRN Materials Science, Vol. 2012, No. 1, pp. 1-25, 2012.

an enhanced damage model, *The Journal of Adhesion*, Vol. 86, No. 3, pp. 257-272, 2010.

- [16] M. M. Gift, P. Selvakumar, S. J. Alexis, A review on the Cohesive Zone Models for crack propagation analysis, *The Journal of Mechanical* Engineering, Vol. 55, No. 1, pp. 12760-12763, 2013.
- [17] D. Dugdale, Yielding of steel sheets containing slits, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 8, No. 2, pp. 100-104, 1960.
- [18] G. I. Barenblatt, The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, *Advances in applied mechanics*, Vol. 7, No. 1, pp. 55-129, 1962.
- [19] A. Hillerborg, M. Modéer, P.-E. Petersson, Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement and concrete research*, Vol. 6, No. 6, pp. 773-781, 1976.
- [20] N. Chandra, H. Li, C. Shet, H. Ghonem, Some issues in the application of cohesive zone models for metal-ceramic interfaces, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, No. 10, pp. 2827-2855, 2002.
- [21] H. Khoramishad, S. Nasiri, Investigation of the effect of material and geometrical parameters affecting the strength of hybrid