



برداشت انرژی از ارتعاشات پل تحت عبور جرم‌های متوالی با استفاده از مواد پیزوالکتریک

مسعود کریمی¹، رضا تیکانی^{2*}، سعید ضیائی‌راد³

- 1- کارشناسی‌ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
 - 2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
 - 3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
- * اصفهان، 8415683111، r_tikani@cc.iut.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 29 فروردین 1395
پذیرش: 24 اردیبهشت 1395
ارائه در سایت: 25 خرداد 1395
کلید واژگان:
برداشت انرژی
پیزوالکتریک
ارتعاشات پل
عبور جرم‌های متوالی

برداشت انرژی الکتریکی از مواد پیزوالکتریک اغلب برای تجهیزات الکترونیکی با توان کم استفاده می‌شود. تأمین توان مورد نیاز حسگرهای بی‌سیم مورد استفاده در سلامت‌سنجی پل‌ها و دیگر شالوده‌های عمرانی از جمله کاربردهای مهم برداشت‌کننده‌های انرژی است. در این پژوهش برداشت انرژی از ارتعاشات پل تحت عبور جرم‌های متوالی بررسی شده است. برداشت انرژی به کمک تیر یک‌سرگردار با وصله پیزوالکتریک نصب شده بر نقطه میانی پل دو سرمفصل صورت پذیرفته است. روابط حاکم بر ارتعاشات پل تحت عبور جرم‌های متوالی با فرض تیر اویلر-برنولی استخراج شده است. اثرات نیروهای اینرسی، کوریولیس و گریز از مرکز در استخراج روابط در نظر گرفته شده است. همچنین برداشت‌کننده انرژی به صورت تیر یک‌سرگردار با وصله پیزوالکتریک تحت ارتعاشات پایه ناشی از جابجایی پل مدل‌سازی شده است. روابط حاصل به کمک نرم‌افزار متلب با استفاده از روش رونگه-کوتای مرتبه چهار حل شده و جابه‌جایی پل و ولتاژ تولیدی در وصله پیزوالکتریک به دست آمده است. در نهایت ولتاژ تولیدی حاصل از مدل‌سازی تئوری مسأله با نتایج حاصل از آزمایش تجربی برای سرعت‌های مختلف جرم‌های عبوری مقایسه شده است. مقایسه انجام شده حاکی از دقت مناسب مدل‌سازی انجام شده در مسأله حاضر است.

Piezoelectric energy harvesting from bridge vibrations under moving consecutive masses

Masoud Karimi, Reza Tikani*, Saeed Ziaei-Rad

- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
* P.O.B. 8415683111 Isfahan, Iran, r_tikani@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 17 April 2016
Accepted 13 May 2016
Available Online 14 June 2016

Keywords:
Energy harvesting
Piezoelectric
Bridge vibrations
Moving consecutive masses

ABSTRACT

Harvesting energy by piezoelectric materials is nowadays an efficient way for powering low-power electronic devices. Required energy for sensors, used in condition and health monitoring of bridges and other civil infrastructures, can be examples of the energy harvesters. This study aimed to improve the piezoelectric-based energy harvesting on civil infrastructures, especially on bridge structures. In this investigation, harvesting energy from the vibrations of a bridge under moving consecutive masses is studied. Harvesting energy is carried out through a cantilever beam with piezoelectric patch which is installed at the middle of a simply supported bridge. Governing equations for vibration of an Euler-Bernoulli beam under moving consecutive masses are derived. The inertial effects, including centrifugal and coriolis forces are considered. For verification, the results of the numerical solution of the moving mass problem are compared to the experimental tests data of the literature. The harvester is modelled by a cantilever beam with piezoelectric patch under base excitations which are calculated from vibrations of the bridge mid-point. The obtained equations are then solved in MATLAB environment by using the fourth order Runge-Kutta method. The calculated induced voltages are compared with those obtained from experiment. A good degree of accuracy is observed.

1- مقدمه

انرژی حرارتی هدررفته موتورها، کوره‌ها و منابع اصطکاکی؛ انرژی الکترومغناطیسی (از سلف‌ها، سیم‌پیچ‌ها و ترانسفورماتورها)؛ انرژی بدن انسان (ترکیبی از انرژی‌های مکانیکی و حرارتی که به صورت طبیعی توسط اندام‌های بدن انسان به واسطه اعمالی مانند قدم‌زدن و دویدن) و سایر انرژی‌ها (از منابع شیمیایی و زیستی) [3]. از میان منابع انرژی که اشاره شد، تمرکز این مطالعه بر برداشت انرژی از منابع مکانیکی است.

برداشت انرژی به معنای به دام انداختن مقداری انرژی از منابع انرژی محیط و انباشته و ذخیره کردن آن به صورت انرژی الکتریکی قابل‌استفاده است [2,1]. منابع اصلی انرژی‌های در دسترس جهت برداشت عبارت‌اند از: انرژی مکانیکی (از منابعی چون ارتعاشات، تنش مکانیکی و کرنش مکانیکی)؛ انرژی نور (از نور خورشید یا نور اتاق توسط پنل‌های خورشیدی)؛ انرژی حرارتی (از

جدول 1 مقایسه بین روش‌های پایه برای برداشت انرژی از ارتعاشات

مشخصه	برداشت‌کننده پیزوالکتریک	برداشت‌کننده الکترواستاتیک	برداشت‌کننده الکترومغناطیس
ولتاژ خروجی	بالا	بالا	پایین
فرکانس تشدید	پایین	بالا	پایین
یک‌سوسازی ولتاژ	آسان	آسان	سخت
مدار سوئیچ	نیاز ندارد	نیاز دارد	نیاز ندارد

آهن‌رباهای دایمی برای ساخت برداشت‌کننده استفاده می‌شود. برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک در مقایسه با انواع الکترومغناطیس و الکترواستاتیک ولتاژ و چگالی توان به نسبت بالاتری تولید می‌کند [9]. با توجه به برتری‌های برداشت‌کننده‌های پیزوالکتریک نسبت به دو نوع دیگر، از یکی از انواع آن‌ها برای برداشت انرژی در این مطالعه بهره گرفته شده است.

هرچند برداشت انرژی یک روش امیدوارکننده به‌عنوان منبع تأمین توان است، کاربرد آن در شالوده‌های عمرانی کمتر مورد مطالعه قرار گرفته است. قرارگرفتن به‌عنوان منبع تغذیه برای توان‌بخشیدن به شبکه حس‌گر بی‌سیم در یک سیستم پایش سلامت سازه یکی از کاربردهای آن است که وظیفه مراقبت، ارزیابی و تشخیص را در یک شالوده عمرانی به عهده دارد [10,11]. توسعه شبکه‌های حس‌گر بی‌سیم به دلیل منابع توان مرسوم، مانند باتری‌های قابل شارژ محدود شده است. شارژ یا جایگزین کردن باتری‌ها به خصوص در برخی از شالوده‌های عمرانی همواره سخت و در برخی مواقع بسیار گران و یا حتی غیرممکن است. برداشت انرژی یک جایگزین کامل برای منابع مرسوم توان می‌تواند باشد و عملکرد آن نیاز به مطالعه دارد.

الوین و همکاران [12] امکان‌سنجی برداشت انرژی برای توان‌بخشیدن به یک سیستم پایش سلامت سازه را مورد بررسی قرار دادند. تیر پیزوالکتریک یک‌سر گیردار برداشت‌کننده انرژی، در شبیه‌سازی آن‌ها به‌کار گرفته شد و انرژی خروجی آن در شالوده‌های عمرانی تحت شرایط بارگذاری مختلف به‌دست آمد. گیوها و همکاران [13] به مرور توسعه برداشت انرژی برای سیستم حس‌گر پایش سلامت سازه توان کم پرداختند. پس از معرفی سیستم‌های حس‌گر پایش سلامت سازه در پژوهش آن‌ها، توان‌های مورد نیاز برای چندین سیستم حس‌گر که در پایش سلامت سازه استفاده می‌شود مورد بحث قرار گرفت. رویکردهای برداشت انرژی مختلف شامل مکانیزم پیزوالکتریک با در نظر گرفتن الزامات و محدودیت‌ها مطالعه شد. کیما و همکاران [14] به‌صورت عملی به بررسی اثر پیزوالکتریک بر شرایط مختلف بارگذاری جهت برداشت انرژی از پل‌ها پرداختند. وصله‌های پیزوالکتریک مستقیماً بر یک مدل آزمایشی پل فولادی متصل شد و تحت پاسخ‌های سازه‌ای مختلف ناشی از شرایط ترافیکی متفاوت مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج آزمایش با نتایج شبیه‌سازی عددی مقایسه و نشان داده شد که انرژی‌های خروجی به شدت از افزایش نرخ کرنش و بیشینه کرنش در وصله‌های پیزوالکتریک تأثیر می‌پذیرند. ارتورک [15] مسأله برداشت انرژی به وسیله پیزوالکتریک از یک سیستم پل شامل برداشت انرژی از ارتعاش پل ناشی از عبور بار و همچنین برداشت انرژی از تغییرات کرنش در سطح پل را عرضه کرد. در این مطالعه هم تیر یک‌سر گیردار پیزوالکتریک و هم وصله پیزوالکتریک مدل‌سازی شده و یک مطالعه موردی برای یک وصله پیزوالکتریک چسبیده به یک پل واقعی ارائه شد. علی و همکاران [16] انرژی

برداشت‌کننده‌های انرژی مکانیکی از ارتعاشات، از تنش‌ها و کرنش‌های مکانیکی سطحی که روی آن مستقر شده‌اند، الکتریسته تولید می‌کنند. استخراج انرژی از ارتعاشات عموماً براساس حرکت یک جرم سوار شده بر یک فنر نسبت به قاب تکیه‌گاهش صورت می‌گیرد. ارتعاشات ناشی از حرکت و نوسان جرم‌ها، سبب ایجاد شتاب‌های مکانیکی می‌شوند (انرژی مکانیکی). این انرژی می‌تواند به‌وسیله کرنش ماده پیزوالکتریک، میدان الکتریکی (الکترواستاتیک) و یا میدان مغناطیسی (الکترومغناطیس)، به انرژی الکتریکی تبدیل شود. بیشتر سامانه‌هایی که از ارتعاشات توان می‌گیرند در فرکانس تشدید خود کار می‌کنند که دلالت بر این موضوع دارد که فرکانس بهینه‌ای برای برداشت بیشترین انرژی وجود دارد.

در برداشت انرژی پیزوالکتریک، با ایجاد کرنش در ماده پیزوالکتریک انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. مواد پیزوالکتریک متعلق به دسته بزرگ‌تری از مواد به نام فروالکتریک هستند [1]. برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک عموماً یک تیر یک‌سر گیردار است که لایه‌های پیزوالکتریک روی آن متصل شده‌اند و جهت افزایش کرنش به نیروی ورودی، در انتهای غیرگیردار آن یک جرم متصل است. ولتاژ تولیدی توسط لایه‌های پیزوالکتریک متغیر با زمان و کرنش است و به‌طور مؤثر یک سیگنال AC نامنظم تولید می‌شود.

برداشت‌کننده‌های انرژی الکترواستاتیک از ارتعاشات، براساس تغییر ظرفیت خازنی بین یک صفحه ثابت و یک صفحه متحرک فلزی کار می‌کنند. در این نوع برداشت‌کننده‌ها فاصله صفحات باردار مقابل هم به‌وسیله ارتعاش تغییر کرده و بدین‌وسیله انرژی مکانیکی به الکتریکی تبدیل می‌شود [4]. در ابتدا صفحات به‌وسیله یک منبع ولتاژ باردار نگه داشته می‌شوند و زمانی که فاصله بین دو صفحه تغییر کند، تغییر ظرفیت خازنی سبب افزایش پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه می‌شود. در برداشت‌کننده‌های الکترواستاتیک بین برداشت‌کننده و مدار الکتریکی استخراج انرژی، به سوئیچی جهت شارژ و دشارژ کردن نیاز است [4].

برداشت‌کننده‌های انرژی الکترومغناطیس از ارتعاشات، بر پایه قانون القای الکترومغناطیس فارادی کار می‌کنند [5]. براساس این قانون زمانی که چگالی شار مغناطیسی درون یک حلقه بسته تغییر کند درون حلقه یک نیروی محرک الکتریکی القا می‌شود. عموماً این نوع برداشت‌کننده‌ها از یک آهن‌ربای دایم، سیم‌پیچ و یک سیستم تعلیق تشکیل شده‌اند. ارتعاش سبب ایجاد یک حرکت نسبی بین آهن‌ربا و سیم‌پیچ در این نوع برداشت‌کننده شده و نیروی محرک الکتریکی در سیم‌پیچ القا می‌شود.

مقایسه میان سه روش پایه برای برداشت انرژی از ارتعاشات در جدول 1 آمده است. برداشت‌کننده‌های انرژی پیزوالکتریک و الکترواستاتیک در مقایسه با انواع الکترومغناطیس ولتاژهای بیشتری تولید می‌کنند [6]. مقدار ولتاژ تولیدی در برداشت‌کننده‌های الکترومغناطیس از مراتب پایین (در محدوده میلی‌ولت) است؛ بنابراین یک‌سوسازی ولتاژ، اندکی سخت است و عموماً دیودهای ولتاژ بسیار کم برای عمل یک‌سوسازی ولتاژ مورد استفاده قرار می‌گیرد [7]. برداشت‌کننده‌های الکترواستاتیک به یک منبع ولتاژ دایم برای باردار کردن صفحات برداشت‌کننده و همچنین یک مدار استخراج انرژی (مدار سوئیچ) برای جمع‌آوری انرژی برداشت‌شده نیازمندند [8]؛ بنابراین کاربرد بسیار کمی دارند. در بسیاری از برداشت‌کننده‌های پیزوالکتریک از مواد پیزوالکتریک موجود در بازار برای برپاسازی برداشت‌کننده استفاده می‌شود، در صورتی که در برداشت‌کننده‌های الکترومغناطیس از سیم‌پیچ‌ها و

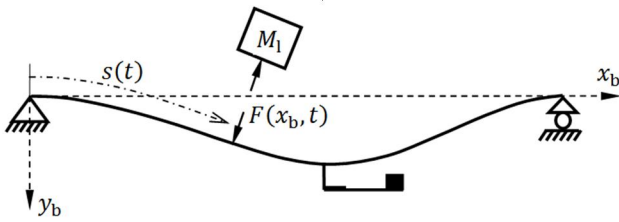


Fig. 1 Schematic diagram of an Euler-Bernoulli beam under a moving concentrated mass

شکل 1 تیر دو سر مفصل تحت عبور جرم متحرک به همراه برداشت‌کننده انرژی

$$m_b \frac{\partial^2 w(x_b, t)}{\partial t^2} + C_b \frac{\partial w(x_b, t)}{\partial t} + E_b I_b \frac{\partial^4 w(x_b, t)}{\partial x_b^4} = F(x_b, t) \delta(x_b - s(t)) \quad (1)$$

تابع $F(x_b, t)$ ، تابع نیروی عکس‌العمل بین جرم و تیر شامل نیروی وزن جرم و نیروهای اینرسی آن و تابع مکان و زمان جرم متحرک است. $\delta(x_b - s(t))$ تابع دلتای دیراک² است و در آن $s(t)$ محل لحظه‌ای جرم متحرک است که از ابتدای سمت چپ تیر محاسبه می‌شود. در این مطالعه فرض بر آن است که جرم متمرکز M_1 از طرف چپ به طرف راست تیر حرکت می‌کند؛ بنابراین، معادله حرکت حاکم بر تیر با استفاده از قانون دوم نیوتن به صورت رابطه (2) به‌دست خواهد آمد.

$$m_b \frac{\partial^2 w(x_b, t)}{\partial t^2} + C_b \frac{\partial w(x_b, t)}{\partial t} + E_b I_b \frac{\partial^4 w(x_b, t)}{\partial x_b^4} = M_1 \left(g - \frac{\partial^2 w(x_b, t)}{\partial t^2} - \dot{s}^2 \frac{\partial^2 w(x_b, t)}{\partial x_b^2} - 2\dot{s} \frac{\partial^2 w(x_b, t)}{\partial x_b \partial t} \right) \delta(x_b - s(t)) \quad (2)$$

که g شتاب ناشی از گرانش و \dot{s} سرعت ثابت جرم عبوری است. عبارات داخل کروشه در رابطه (2) به ترتیب شتاب تیر، شتاب گریز از مرکز به دلیل حرکت بر مسیر منحنی تیر و شتاب کوریولیس است. با استفاده از روش گالکین و تحلیل مودی پاسخ رابطه (2) به‌دست می‌آید. برای یک تیر دوسر مفصل تابع جابه‌جایی $w(x_b, t)$ ، با استفاده از مود اول به‌صورت رابطه (3) نوشته می‌شود.

$$w(x_b, t) = W(x_b) Q(t) \quad (3)$$

در این جا $W(x_b)$ تابع مود اول نرمالیزه‌شده یک تیر دو سر مفصل $(\sqrt{2/m_b L_b} \sin(\pi x_b / L_b))$ و $Q(t)$ تابع زمان است. با جای‌گذاری رابطه (3) در رابطه (2) و ضرب دو طرف معادله حاصل در $W(x_b)$ و انتگرال‌گیری از صفر تا L_b رابطه (4) به‌دست خواهد آمد.

$$M_e \ddot{Q} + C_e \dot{Q} + K_e Q = F_e \quad (4)$$

در آن ضرایب M_e ، C_e و K_e به‌ترتیب جرم ظاهری، میرایی ظاهری و سختی ظاهری نامیده شده و به‌صورت روابط (5) تعریف می‌شوند.

$$M_e = 1 + M_1 A_1^2 \sin^2(\Omega t) \quad (5-a)$$

$$C_e = 2\zeta_{1b} \omega_{1b} + M_1 A_1^2 \Omega \sin(2\Omega t) \quad (5-b)$$

$$K_e = \omega_{1b}^2 - M_1 A_1^2 \Omega^2 \sin^2(\Omega t) \quad (5-c)$$

که ω_{1b} فرکانس طبیعی اول یک تیر دوسر مفصل $(\omega_{1b} = (\pi^2 / L_b^2) \sqrt{E_b I_b / m_b})$ و ζ_{1b} نسبت میرایی آن در مود اول است. در این جا چون مکان جرم متحرک با زمان طبق رابطه $x_b = st$ با یکدیگر مرتبط هستند، در روابط (5)، st جای‌گذاری شده است. A_1 و Ω نیز به‌صورت روابط (7,6) تعریف می‌شوند.

خروجی به وسیله برداشت انرژی پیزوالکتریک در پل‌های بزرگراه‌ها را فقط به‌صورت تئوری مورد مطالعه قرار دادند. یک مدل پل دوبعدی با یک بار نقطه‌ای مورد بررسی قرار گرفت و یک مدل خطی یک درجه آزادی برای برداشت‌کننده پیزوالکتریک به‌کار گرفته شد. پیگنی و همکارش [17] برداشت‌کننده‌های را برای یک پل خاص برای برداشت انرژی از ارتعاشات عرضی ناشی از عبور ترافیک در فرکانس 14.5 هرتز فقط به‌صورت تجربی طراحی کردند و نشان دادند که در اوج ترافیک پل توانی به اندازه‌ی 0.03 میلی‌وات در ولتاژ 1.8 - 3.6 ولت برای این مورد خاص تولید می‌شود. برداشت‌کننده آن‌ها به لوله‌های آب متصل به پل متصل شده و اثر عبور سیال و باد در نظر گرفته نشده بود. بوهان و همکاران [18] پس از مرور مدل ریاضی پل برای ارتعاشات کوچک به تحلیل برداشت‌کننده الکترومغناطیسی پرداختند و محدودیت‌های آن را بیان کردند. یه ژانگ و همکاران [19] عملکرد برداشت‌کننده یک‌سر گیردار پیزوالکتریک را روی چهار نوع پل بتونی خاص به وسیله نرم‌افزار انسیس¹ مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها اثر عوامل مختلف چون محل قرارگیری برداشت‌کننده، زبری سطح پل، طول پل و سرعت وسایل نقلیه را در به‌دست‌آوردن پتانسیل نزدیک به واقعیت بررسی کردند.

هدف این مقاله بررسی مقدار انرژی قابل برداشت از عبور جرم‌های متوالی از روی یک پل به وسیله یک نوع برداشت‌کننده پیزوالکتریک به‌صورت تئوری و تجربی است. در کارهای گذشته عبور فقط یک بار متحرک و نه جرم‌های متوالی از روی پل و آن هم به‌صورت نیرو و نه جرم در نظر گرفته شده است؛ بدین معنی که از اثرات نیروهای اینرسی، کوریولیس، گریز از مرکز و نیروی ناشی از شتاب بار متحرک صرف‌نظر شده است. نیروهایی که به‌ویژه در سرعت‌های زیاد و برای جرم‌های بزرگ می‌توانند بسیار مهم باشند. در پژوهش حاضر از اثرات این نیروها در معادلات ارتعاشات پل صرف‌نظر نشده و تحلیل تئوری بر این پایه انجام گرفته است، همچنین بررسی اثر عبور جرم‌های متوالی که در کارهای پیشین صورت نگرفته نیز مطالعه شده است. به‌علاوه عملکرد یک تیر یک‌سر گیردار با وصله پیزوالکتریک از جنس سرامیک نرم به‌عنوان برداشت‌کننده انرژی تحت برانگیزش ارتعاشات پل به‌صورت تئوری مورد بررسی قرار گرفت. درنهایت نتایج تئوری با نتایج حاصل از قرار دادن برداشت‌کننده طراحی و ساخته‌شده بر یک لرزاننده الکترومغناطیسی و شبیه‌سازی ارتعاشات نقطه میانی پل تحت عبور جرم‌های متوالی مقایسه شد.

2- عبور جرم‌های متمرکز متوالی از روی پل

به‌منظور یافتن پاسخ دینامیکی دقیق یک تیر تحت عبور جرم، تأثیر نیروهای اینرسی به‌خصوص برای جرم‌های سنگین و با سرعت‌های زیاد باید محاسبه شوند. در این قسمت معادله حرکت حاکم بر یک تیر اویلر-برنولی با شرایط مرزی دو سر مفصل تحت عبور یک جرم متمرکز با سرعت ثابت (شکل 1) به‌دست خواهد آمد و با استفاده از آن مسأله عبور جرم‌های متمرکز متوالی حل می‌شود.

معادله حرکت یک تیر به طول L_b تحت عبور یک جرم متمرکز را می‌توان به‌صورت رابطه (1) نوشت. که در آن $w(x_b, t)$ خیز عرضی تیر در نقطه x_b و زمان t است. پارامترهای m_b ، C_b ، E_b و I_b به‌ترتیب جرم واحد طول، ضریب میرایی لزوج، مدول الاستیک خطی و ممان اینرسی تیر هستند.

² Dirac delta function

¹ ANSYS

در این مطالعه مسأله برداشت انرژی از ارتعاشات تیر تحت عبور جرم‌های متوالی مورد بررسی قرار گرفته است. فرض می‌شود بی‌درنگ پس از عبور جرم پیشین از روی تیر جرم بعد به آن وارد شود؛ بنابراین معادلات حرکت تیر همان معادلات حرکت تیر تحت عبور یک جرم است. با این تفاوت که در این حالت شرایط اولیه تیر تحت عبور یک جرم برابر با شرایط نهایی تیر هنگام خروج جرم قبلی است.

در ادامه، برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک از نوع تیر یک‌سر گیردار مورد بررسی قرار گرفته است. مشکل کلیدی برای برداشت‌کننده‌های انرژی از پل‌ها، فرکانس پایین عمده ارتعاشات، خصوصاً ارتعاشات ناشی از عبور جرم است.

در این تحقیق، با استفاده از یک مود ارتعاشی برای برداشت‌کننده (مدل یک درجه آزادی) انرژی به‌واسطه تحریک پایه برداشت شده است. جرم برداشت‌کننده در مقایسه با جرم پل قابل چشم‌پوشی است؛ بنابراین جرم برداشت‌کننده روی پاسخ پل تأثیرگذار نیست.

برای یک پل خاص، فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مود ثابت هستند. سرعت وسایل نقلیه در یک محدوده وسیع متغیر است و برای بسیاری از پل‌ها و سامانه‌های جاده‌ای، اطلاعاتی برای تخمین توابع توزیع احتمال سرعت وسایل نقلیه و همچنین زمان رسیدن به پل موجود است. طراحی پل‌ها عموماً به‌گونه‌ای است که فرکانس تحریک وسیله نقلیه با فرکانس تشدید پل برابر نشود.

بیشتر برداشت‌کننده‌های انرژی یک فرکانس تشدید غالب را دارا هستند. عبور وسیله نقلیه از روی پل سبب تحریک پل شده و پاسخ غالب سیستم متناظر با مودهای پل است؛ بنابراین باید فرکانس تشدید برداشت‌کننده برابر با یکی از فرکانس‌های طبیعی پل تنظیم شود. با آگاهی بر این که سرعت‌های عبور وسایل نقلیه به‌گونه‌ای است که فرکانس‌های پایین‌تر بیشتر تحریک می‌شوند، این فرکانس، فرکانس طبیعی اول پل خواهد بود.

محل بهینه برای قرارگیری برداشت‌کننده (که در آن انرژی برداشت‌شده بیشینه است) جایی است که در آن تابع مود پل، در فرکانسی که با فرکانس طبیعی برداشت‌کننده یکسان است، بیشینه باشد [16]. در این‌جا چون فرکانس طبیعی اول برداشت‌کننده با فرکانس طبیعی اول پل برابر قرار داده شده و با توجه به شرایط مرزی دو سر مفصل پل، وسط پل که مود اول بیشترین مقدار دامنه را دارد، محل بهینه برای قرارگیری برداشت‌کننده است. محل بهینه برای قرار گرفتن برداشت‌کننده نقطه وسط تیر است و در این نقطه مود دوم تیر در پاسخ تیر به عبور جرم اثری ندارد، پس نادیده گرفتن

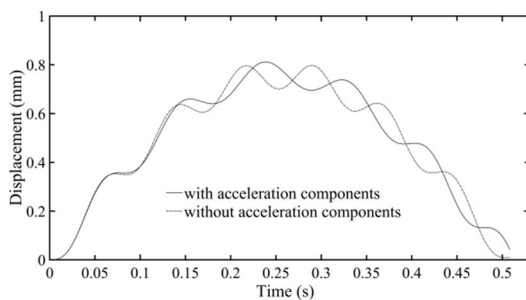


Fig. 2 Deflection time histories of the beam at $x_b = 7L_b/16$ with and without the moving mass acceleration components

شکل 2 پاسخ‌های زمانی تیر در نقطه $x_b = 7L_b/16$ در نظر گرفتن و صرف نظر از تمام مولفه‌های شتاب جرم عبوری با سرعت 2.11 m/s

$$A_1 = \sqrt{\frac{2}{m_b L_b}} \quad (6)$$

$$\Omega = \frac{\pi \dot{s}}{L_b} \quad (7)$$

در رابطه (4)، F_e نیروی تعمیم‌یافته مرتبط با مختصات تعمیم‌یافته $Q(t)$ است و به‌صورت رابطه (8) محاسبه می‌شود.

$$F_e = M_1 g A_1 \sin \Omega t \quad (8)$$

رابطه (4) یک رابطه دیفرانسیل معمولی با ضرایب متغیر با زمان است که از یک روش عددی برای حل آن می‌توان بهره جست. در این‌جا رویه رونگه-کوتای¹ مرتبه چهار برای حل این رابطه دیفرانسیل با استفاده از الگوریتم ode45 در نرم‌افزار متلب² به‌کار گرفته شده است. برای راستی آزمایی کد عددی نوشته‌شده برای حل این مسأله، نتایج آزمایش تجربی انجام‌شده در مقیاس کوچک از مرجع [20] با نتایج عددی مقایسه شده است. در مرجع [20] مدل تیر، اولبر-برنولی و جرم متمرکز یک گوی با شعاع کم در نظر گرفته شده است. مدل با اعمال یک مقیاس مناسب به مدلی آزمایشگاهی تبدیل و نتایج آن با نتایج تحلیلی منطبق شده است. مقایسه مدل بالا و کد عددی استفاده شده در این قسمت، در جدول 2، با عنوان جابه‌جایی بیشینه نقطه خاصی از تیر برای سرعت‌های مختلف جرم عبوری ارائه گردیده است. نتایج این جدول اعتبار حل عددی را نشان می‌دهد.

همان‌طور که از جدول 2 مشخص است، استفاده از دو شکل مود در معادلات حرکت این مسأله، نتایج را آن‌چنان تحت تأثیر قرار نداده و می‌توان با تقریب قابل‌پذیری از یک مود برای حل استفاده کرد.

برای مشخص شدن تأثیر در نظر گرفتن و یا صرف‌نظر کردن از نیروی اینرسی جرم عبوری، جانب مرکز و کوریولیس در مسأله عبور جرم، مطالعه‌ای به‌صورت تئوری انجام گرفت. در این مطالعه حل مسأله یک بار با در نظر گرفتن کل مؤلفه‌های شتاب جرم عبوری و بار دیگر با در نظر گرفتن جرم به‌صورت نیروی متمرکز صورت پذیرفت. در این‌جا مسأله مورد بررسی همان مسأله مرجع [20] است. در آن جابه‌جایی تیر در نقطه $x_b = 7L_b/16$ برای سرعت 2.11 m/s محاسبه شد. نتایج در شکل 2 آمده است.

همان‌طور که از شکل 2 پیداست، اختلاف زیادی وجود دارد بین پاسخ‌های زمانی تیر هنگامی که تمام مؤلفه‌های شتاب جرم عبوری در نظر گرفته شود و یا جرم عبوری به‌صورت یک نیروی متمرکز مدل شود.

جدول 2 مقادیر بیشینه تغییر مکان تیر در موقعیت $x_b = 7L_b/16$ با دو مدل تجربی و عددی

Table 2 The maximum deflections of the beam at $x_b = 7L_b/16$ derived from experimental and numerical methods

سرعت (m/s)	نتایج آزمایش (mm) [20]	حل عددی با به کارگیری مود اول (mm)	حل عددی با به کارگیری مودهای اول و دوم (mm)
0.85	0.747	0.772	0.775
1.14	0.756	0.781	0.777
1.29	0.736	0.789	0.789
1.59	0.739	0.797	0.798
1.76	0.712	0.799	0.794
1.92	0.743	0.787	0.795
2.11	0.787	0.812	0.814

¹ Runge-kutta

² MATLAB

$r(t)$ مختصات تعمیم‌یافته مکانیکی و $v(t)$ مختصات تعمیم‌یافته ولتاژ است. R_1 مقاومت الکتریکی متصل به الکترودهای پیزوالکتریک و نقاط روی پارامترها بیان‌کننده مشتق آن پارامتر نسبت به زمان است. سایر ضرایب در معادلات بعدی به صورت روابط (12,11) تعریف شده‌اند.

$$M = \int_0^L m\psi_r^2 dx_a + M_0(\psi_r(L))^2 + 2S_0\psi_r(L)\psi_r'(L) + I_0(\psi_r'(L))^2 \quad (11)$$

که M_0 ، S_0 و I_0 به ترتیب برابرند با:

$$M_0 = m_0L_0 \quad (12-a)$$

$$S_0 = M_0 \frac{L_0}{2} \quad (12-b)$$

$$I_0 = I_{yy} + M_0(L_0^2 + h^2) \quad (12-c)$$

در این‌جا m_0 جرم واحد طول جرم اضافی، I_{yy} ممان اینرسی جرم اضافی حول مرکز جرمش و h فاصله بین مرکز جرم اضافی و تار خنثی است. همچنین K ، θ ، C_p و B_f به صورت روابط (13-16) زیر قابل تعریف هستند.

$$K = M\omega_f^2 \quad (13)$$

$$\theta = \int -x_t\psi_r' e_{31}(-\nabla\psi_v)dV \quad (14)$$

$$C_p = \int (-\nabla\psi_v)\epsilon_{33}(-\nabla\psi_v)dV \quad (15)$$

$$B_f = \int_0^L m\psi_r dx_a + M_0\psi_r(L) + S_0\psi_r'(L) \quad (16)$$

ψ_r و ψ_v نشان‌دهنده توابع مود پایه ψ_{r1} و ψ_{v1} هستند. در معادله (13)، ω_1 فرکانس طبیعی اول سیستم برداشت‌کننده مربوط به زمانی که شرایط مرزی اتصال کوتاه میان الکترودهای وصله پیزوالکتریک برقرار است و از روش اجزا محدود به دست می‌آید.

برای شتاب هارمونیک $\ddot{w}_B(t) = \text{Re}(A_B e^{i\omega t})$ پاسخ‌های جابه‌جایی،

$$r(t) \text{ و ولتاژ، } v(t) \text{ از حل معادلات حرکت به صورت رابطه (17) است.} \\ r(t) = \text{Re}(R e^{i\omega t}), \quad v(t) = \text{Re}(V e^{i\omega t}) \quad (17)$$

که R و V روابط (19,18) را ارضا می‌کنند.

$$(K - M\omega^2 + iC\omega)R - \theta V = -B_f A_B \quad (18)$$

$$i\theta\omega R + \left(iC_p\omega + \frac{1}{R_1}\right)V = 0 \quad (19)$$

حل این سیستم (روابط (19,18)) نشان می‌دهد که V می‌تواند به صورت رابطه (20) نوشته شود.

$$V = A_B H(\omega) \quad (20)$$

که در آن رابطه (21) به صورت زیر است.

$$H(\omega) = \frac{iB_f\theta\omega}{\left[\frac{K}{R_1} - \left(\frac{M}{R_1} + CC_p\right)\omega^2 + i\left(KC_p + \frac{C}{R_1} + \theta^2\right)\omega - MC_p\omega^3\right]} \quad (21)$$

حال می‌توان توابع پاسخ فرکانسی¹ ولتاژ خروجی را نسبت به شتاب پایه به صورت رابطه (22) به دست آورد.

$$\left|\frac{V}{A_B}\right| = \frac{B_f\theta\omega}{\sqrt{\left[\frac{K}{R_1} - \left(\frac{M}{R_1} + CC_p\right)\omega^2 + i\left(KC_p + \frac{C}{R_1} + \theta^2\right)\omega - MC_p\omega^3\right]^2}} \quad (22)$$

توان خروجی که با پارامتر P_{out} نشان داده شده، نماینده متوسط توانی است که در هر سیکل به مقاومت الکتریکی داده می‌شود. این توان از رابطه $P_{out} = v_{rms}^2/R_1$ به دست می‌آید که در آن ولتاژ مؤثر بوده و برای تابع هارمونیک برابر است با دامنه ولتاژ تقسیم بر $\sqrt{2}$ یعنی $v_{rms} = V/\sqrt{2}$ با

مود دوم تیر در مسأله فرض قابل قبولی است. با این حال مسأله با در نظر گرفتن دو مود به جای یک مود نیز بررسی و نتایج عددی در پاسخ دینامیکی پل در وسط تفاوتی از خود نشان نداد. تفاوت کمی بین نقاط دیگر تیر برای یک و دو مود مشاهده شد که در مقدار برداشت انرژی اثری نخواهد داشت.

برداشت انرژی با تحریک پایه به محل قرارگیری برداشت‌کننده وابسته است و در نتیجه افزایش دامنه تحریک پل سبب افزایش انرژی برداشت‌شده می‌شود. بیشترین دامنه ارتعاشات زمانی اتفاق می‌افتد که فرکانس تحریک پل با فرکانس طبیعی آن برابر باشد، که به صورت فیزیکی غیرمتمثل است، زیرا تشدید سبب آسیب دیدن پل می‌شود و سرعت بحرانی نظیر چنین فرکانسی بسیار زیاد است.

3- مدل الکترومکانیکی برداشت‌کننده برای یک مود و بهینه‌سازی توان خروجی

برای تولید بار الکتریکی از مواد پیزوالکتریک، بسیاری از محققین از پیکربندی تیر یک‌سر گیردار استفاده می‌کنند (شکل 3). این موضوع به دلیل سادگی سازه‌های یک‌سر گیردار و توانایی آن‌ها برای تولید تغییر شکل‌های بزرگ تحت ارتعاشات است [21].

در این‌جا برداشت‌کننده انرژی از زیرسازه، جرم اضافی و وصله پیزوالکتریک که الکترودهای آن به مدار الکتریکی مناسب جهت بهره‌برداری از ویژگی‌های الکتریکی مانند ولتاژ و توان متصل، تشکیل شده است. ارتعاشات مکانیکی پایه منبع ورودی توان به سیستم است. در ارزیابی عملکرد برداشت‌کننده‌های انرژی مرسوم است که شبیه‌سازی و آزمایش تجربی آن‌ها در حضور یک مقاومت الکتریکی در پایانه‌های خروجی صورت گیرد، این عمل سبب می‌شود کیفیت عملکرد برداشت‌کننده مستقل از الکترونیک سیستم تبدیل توان صورت پذیرد.

در این مطالعه برای سیستم برداشت‌کننده انرژی یک مدل الکترومکانیکی مودال براساس تئوری اولر-برنولی استخراج شده است. معادلات پیوسته حرکت به وسیله اصل همپلتون به دست آمده و سپس با روش ریلی-ریتز گسسته‌سازی شده است. به دلیل ثابت نبودن ماده و هندسه در طول برداشت‌کننده از روش اجزا محدود برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها استفاده شده است.

در صورتی که فقط از یک تابع شکل مود استفاده شود، معادلات حرکت سیستم چند درجه آزادی، به معادلات اسکالر تبدیل می‌شوند که نشان‌دهنده یک سیستم یک درجه آزادی به صورت روابط (10,9) است [8].

$$M\ddot{r}(t) + C\dot{r}(t) + Kr(t) - \theta v(t) = -B_f\ddot{w}(x_b, t) \quad (9)$$

$$\theta\dot{r}(t) + C_p\dot{v}(t) + \frac{1}{R_1}v(t) = 0 \quad (10)$$

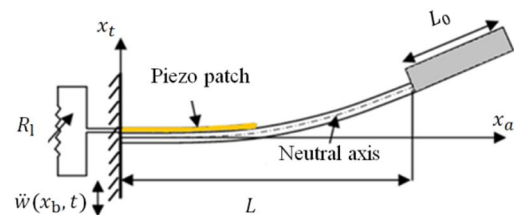


Fig. 3 Schematic diagram of the cantilevered beam type piezoelectric energy harvester

شکل 3 شماتیک تیر یک‌سر گیردار با وصله پیزوالکتریک و جرم اضافی، تحریک‌شده در پایه

¹ Frequency response functions

4-2- طراحی برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک

با توجه به مشخصات پل و فرکانس طبیعی اول آن، برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک از نوع تیر یک‌سر گیردار، مورد استفاده در شبیه‌سازی و آزمایش به‌گونه‌ای طراحی و ساخته شده که فرکانس طبیعی اول آن 13.5 Hz باشد. یک برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک برای مقایسه نتایج تجربی و پیش‌بینی‌های تئوری، طراحی و ساخته شد. معیار طراحی برداشت‌کننده فرکانس طبیعی اول آن است. یک وصله پیزوالکتریک QP10N ساخته‌شده توسط شرکت میدی¹ نزدیک به قسمت گیردار ورقی از جنس فولاد ضدزنگ به ابعاد $28 \times 160 \times 0.5 \text{ mm}^3$ چسبانده شد. یک جرم اضافی به مقدار 4.2 g برای تنظیم فرکانس تشدید برداشت‌کننده به سر آزاد تیر متصل شد. سایر مشخصات برداشت‌کننده در جدول 4 آمده است. خواص ماده وصله پیزوالکتریک مانند چگالی، سختی الاستیک، ثابت پیزوالکتریک و ضریب گذردهی مطلق در تنش ثابت، از برگه اطلاعات پیزوالکتریک استخراج شده است [22]. چگالی زیرسازه با آگاهی از مقادیر جرم و حجم آن به‌دست آمده و سختی الاستیک آن از انجام آزمایش کشش بر نمونه‌های استاندارد، محاسبه شده است. از خواص چسب اتصال به دلیل ضخامت اندک آن چشم‌پوشی شده است.

4-3- شناسایی پارامتری و راستی‌آزمایی مدل

به دلیل آن‌که وصله پیزوالکتریک تمام طول تیر را نمی‌پوشاند، سختی خمشی و چگالی در طول تیر ثابت نیست. یک مدل اجزا محدود جهت محاسبه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای برداشت‌کننده استفاده شده است. باید خاطر نشان کرد که این تحلیل در شرایط اتصال کوتاه وصله

جدول 3 مشخصات پل

Table 3 The bridge specifications

مقدار	
3730 kg/m	جرم واحد طول
0.02	نسبت میرایی
210 GPa	مدول الاستیسیته
0.47 m ⁴	ممان سطح مقطع
16 m	طول
13.5 Hz	فرکانس طبیعی اول

جدول 4 خواص سیستم برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک [22]

Table 4 Material properties of the piezoelectric harvester [22]

مقدار	
ρ_p (kg m ⁻³)	7800
ρ_s (kg m ⁻³)	7515
ρ_0 (kg m ⁻³)	7515
c_{11}^E (GPa)	61
c_s (GPa)	193
ε_{33}^T (F m ⁻¹)	$1700\varepsilon_0$
ε_{33}^S (F m ⁻¹)	$1451\varepsilon_0$
ε_0 (F m ⁻¹)	8.854×10^{-12}
d_{31} (C N ⁻¹)	-190×10^{-12}
e_{31} (C m ⁻²)	-11.6

¹ Midé

جای‌گذاری V از رابطه (22) در رابطه متوسط توانی رابطه (23) محاسبه می‌گردد.

$$\left| \frac{P_{\text{out}}}{A_B^2} \right| = \frac{1}{2R_1} \frac{(B_f \theta \omega)^2}{\frac{K}{R_1} - \left(\frac{M}{R_1} + c c_p \right) \omega^2 + \left[\left(K c_p + \frac{c}{R_1} + \theta^2 \right) \omega - M c_p \omega^3 \right]^2} \quad (23)$$

در یک دامنه شتاب مشخص (A_B)، توان خروجی به فرکانس تحریک (ω) و مقاومت الکتریکی (R_1) وابسته است. جهت یافتن بیشینه توان نسبت به مقاومت الکتریکی باید معادله $\partial P_{\text{out}} / \partial R_1 = 0$ حل شود که در واقع مقاومت بهینه سیستم در یک فرکانس مشخص است و به‌صورت رابطه (24) قابل بیان است.

$$-|H(\omega)|^2 + R_1 \frac{\partial |H(\omega)|^2}{\partial R_1} = 0 \quad (24)$$

فرکانس تحریک بهینه در حضور یک مقاومت الکتریکی مشخص از حل معادله $\partial P_{\text{out}} / \partial \omega = 0$ به‌دست می‌آید که برابر با رابطه (25) است

$$\frac{\partial |H(\omega)|^2}{\partial \omega} = 0 \quad (25)$$

نقطه عملکرد بهینه سیستم که در آن بیشینه توان برداشت می‌شود، با حل توأم معادلات (25,24) به‌دست می‌آید. براساس مرجع [17] فرکانس تحریک بهینه (ω_{opt}) به فرکانس طبیعی اول برداشت‌کننده (ω_1) نزدیک است. با استفاده از بسط مرتبه اول فرکانس تحریک بهینه به‌صورت $\omega_{\text{opt}} = \omega_1 + d\omega$ (که $|d\omega| \ll \omega_1$) می‌توان نوشت و به‌صورت رابطه (26) است.

$$\omega_{\text{opt}} = \omega_1 + X \omega_1 \quad (26)$$

که در آن X یک اسکالر بی‌بعد است. در صورتی که پارامترهای سیستم به‌گونه‌ای باشند که $X \ll 1$ ، در این صورت $\omega_{\text{opt}} \cong \omega_1$ یک تقریب خوب است. پارامتر X طبق مرجع [17] به‌صورت رابطه (27) تعریف می‌شود.

$$X = \frac{\left(\frac{2\theta^2}{c_p} - \frac{c^2}{M} \right)}{M \left(\frac{c}{M} - \frac{2\theta^2}{c_p c} \right)^2 + 8M\omega_1^2 + \frac{2\theta^2}{c_p}} \quad (27)$$

4- برداشت انرژی از یک پل مشخص

تا این‌جا یک مدل برای پل تحت عبور جرم متمرکز معرفی شد. معادلات حاکم برای مدل به‌دست آمد و اعتبارسنجی آن با نتایج کارهای تجربی گذشته انجام گرفت، همچنین یک مدل تحلیلی برای برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک ارائه شد. در این قسمت مسأله عبور جرم‌های متوالی مطابق با آنچه در قسمت 2 آورده شد، برای یک پل خاص حل شده است، سپس پاسخ زمانی شتاب به‌دست‌آمده از حل مسأله عبور جرم در وسط پل به‌عنوان ورودی شتاب پایه به برداشت‌کننده داده شده و در پایان معادلات دیفرانسیل برداشت‌کننده به روش عددی رونگه- کوتا حل شده است. برای صحت‌سنجی نتایج، شتاب به‌دست‌آمده از حل عبور جرم برای نقطه وسط پل، به‌عنوان ورودی به برداشت‌کننده متصل به لرزاننده در آزمایش داده و پاسخ زمانی ولتاژ خروجی به وسیله سیستم داده‌برداری اندازه‌گیری شده است.

4-1- تعریف مسأله

مسأله مورد نظر در این‌جا عبور سه جرم یکسان به اندازه‌های $5 \times 10^3 \text{ kg}$ پشت سر هم از روی پل است، به‌گونه‌ای که وقتی جرم اول از روی پل به‌صورت کامل عبور کرد، جرم دوم وارد پل شده و پس از آن جرم سوم وارد پل می‌شود. مشخصات پل در جدول 3 آمده است. مسأله برای سرعت‌های 20، 25 و 30 m/s، سرعت عبور متداول وسایل نقلیه در چنین پلی، حل شده است.

جدول 5 پارامترهای مدل متمرکز برداشت‌کننده

Table 5 Lumped model parameters of the harvester

M (gr)	K (N m ⁻¹)	C (N s m ⁻¹)	θ (N V ⁻¹)	B_f (gr)	C_p (nF)
7.3	51.81	0.05	5.85×10^{-5}	10.5	45.34

5-4- توابع پاسخ فرکانسی تحلیلی و تجربی

برای مشخص کردن توابع پاسخ فرکانسی سیستم الکترواستاتیک خطی، آزمایش‌هایی با تحریک سینوسی و دامنه تحریک کم صورت گرفت تا اثرات غیرخطی ذاتی در اندازه‌گیری توابع پاسخ فرکانسی ظاهر نشوند. شکل‌های 6,5 به ترتیب نماینده توابع پاسخ فرکانسی مربوط به شرایط الکتریکی مدار باز و اتصال کوتاه هستند.

برای شرایط مدار باز سیم‌های متصل به الکترودهای وصله پیزوالکتریک به طور مستقیم به سیستم داده‌برداری وصل شده (مقاومت سیستم داده‌برداری حدود 370 kΩ اندازه‌گیری شد) و برای شرایط اتصال کوتاه یک مقاومت الکتریکی به اندازه 22 Ω به صورت موازی با سیستم داده‌برداری بسته شد. برای محدوده فرکانسی اندازه‌گیری، دقت فرکانسی⁷ سیستم داده‌برداری برابر با 0.125 Hz تنظیم شد که این مقدار، نهایت دقت این سیستم است. نتایج نشان می‌دهند که فرکانس‌های طبیعی به دست آمده در حضور دو شرط الکتریکی (مدار باز و اتصال کوتاه) اختلاف زیادی با یکدیگر ندارند. دلیل این امر می‌تواند اثر کم تزویج پیزوالکتریک روی سختی کل سازه باشد [23]. دلیل دیگر، مقاومت‌های الکتریکی نظیر شرایط اتصال کوتاه و مدار باز به ترتیب 22 و 370 kΩ است و اختلاف آن‌ها بی‌نهایت نیست که این موضوع به دلیل محدودیت آزمایش است. در شکل‌های 6,5، قله موجود در فرکانس 50 Hz به دلیل دلیل فرکانس نویز موجود در سیم‌های محل آزمایش حامل برق شهر است.

همان‌طور که توابع پاسخ فرکانسی نشان می‌دهند، فرکانس‌های طبیعی اول و دوم سیستم به ترتیب حدود 13.5 Hz و 96.6 Hz است. اختلاف بین فرکانس طبیعی اول و دوم به گونه‌ای است که می‌توان نتیجه گرفت مدهای بالاتر از مود اول سهم کمی در پاسخ سیستم دارند، به‌ویژه زمانی که فرکانس تحریک کمتر از 30 Hz باشد. در این صورت می‌توان نتیجه گرفت که تقریب استفاده از مود اول برای پیش‌بینی پاسخ سیستم به دلیل پایین بودن فرکانس‌های تحریک در این مطالعه مناسب است.

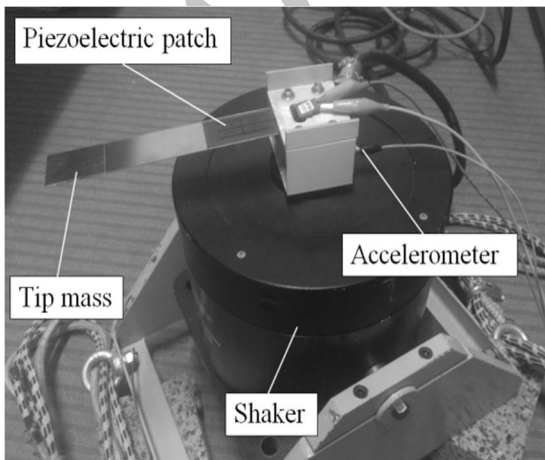


Fig. 4 Measurement equipment

شکل 4 تجهیزات آزمایش

پیزوالکتریک صورت گرفته؛ بنابراین در فرکانس‌های طبیعی و شکل مدها تزویج الکترومکانیکی در نظر گرفته نشده است. به وسیله این تحلیل فرکانس طبیعی اول سیستم نزدیک به 13.37 Hz به دست آمد. با استفاده از جعبه ابزار انطباق منحنی¹ نرم‌افزار متلب، یک چندجمله‌ای از درجه چهار بر شکل مود پایه سیستم، $\psi_{p1}(x)$ ، که از حل اجزا محدود به دست آمده است، منطبق شد. در این مطالعه، فرض شده است که توزیع پتانسیل الکتریکی، میدان الکتریکی ثابتی را در طول ضخامت المان پیزوالکتریک نتیجه می‌دهد. پتانسیل الکتریکی از 0 در الکتروده بالایی به +1 در الکتروده پایینی تغییر می‌کند. پتانسیل الکتریکی در مود عملکردی {3-1}، به معنای قطبش پیزوالکتریک در راستای 3 (x_t در شکل 3) و تنش در راستای 1 (x_n در شکل 3)، به صورت رابطه (28) فرض شده است.

$$\psi_p = \frac{(t_p + d) - x_t}{t_p}, \quad d \leq x_t \leq t_p + d \quad (28)$$

t_p ضخامت لایه پیزوالکتریک و d فاصله میان تار خنثی در تیر برداشت‌کننده و سطح بالایی زیر لایه است. پارامترهای سیستم با استفاده از خواص مواد (جدول 4) و شکل مود اول، $\psi_{p1}(x)$ مشخص شده و در جدول 5 آورده شده است.

با استفاده از روش نیم-توان پهنای باند²، نسبت استهلاک مودال مکانیکی خالص از منحنی تابع پاسخ فرکانسی ولتاژ نسبت به شتاب پایه در شرایط نزدیک به اتصال کوتاه ($R_1 = 22 \Omega$) به دست آمده است. معادله نیم-توان پهنای باند برای $1 \ll \zeta$ در رابطه (29) داده شده است.

$$2\zeta \approx \frac{\omega_{upper} - \omega_{lower}}{\omega_1} \quad (29)$$

در رابطه پیشین ω_{upper} و ω_{lower} به ترتیب فرکانس‌های پایین‌تر و بالاتر هستند، وقتی مقدار تابع پاسخ فرکانسی برابر با $|V/A_B| = |V/A_B|_{max}/\sqrt{2}$ است. پارامتر ζ از نخستین مود ارتعاشی سیستم حدود 4% در آزمایش به دست آمد؛ بنابراین ضریب استهلاک لزج، C از معادله $C = 2M\zeta_1\omega_1$ قابل استخراج است.

4-4- برپاسازی آزمایش

برای به دست آوردن توابع پاسخ فرکانسی الکترومکانیکی، مقاومت الکتریکی بهینه و ولتاژ خروجی برداشت‌کننده به ورودی شتاب پایه ناشی از تحریک پل بر اثر عبور جرم به صورت تجربی آزمایش‌هایی انجام گرفت که تجهیزات آن در شکل 4 نشان داده شده است.

یک لرزاننده الکترومکانیکی³ که به وسیله یک تقویت‌کننده توان⁴ تحریک می‌شود، برای برانگیزش تیر یک‌سر گیردار مورد استفاده قرار گرفته است. شتاب پایه تیر یک‌سر گیردار به وسیله یک شتاب‌سنج کوچک⁵ که به گیره آلومینیومی تیر متصل، اندازه‌گیری شده است. فرض شده که گیره مانند یک جسم صلب در محدوده فرکانسی مورد نظر رفتار کرده؛ بنابراین شتاب‌سنج شتاب پایه را اندازه‌گیری می‌کند. سیستم داده‌برداری⁶ سیگنال شتاب را از شتاب‌سنج و ولتاژ اندازه‌گیری شده در دو سر مقاومت را ثبت می‌کند.

¹ Curve fitting Toolbox

² Half-power bandwidth method

³ B&K PM Vibration Exciter Type 4808

⁴ B&K Power Amplifier Type 2719

⁵ PCB Piezotronics Model 356B08

⁶ B&K Data Acquisition Sys. 3560D

⁷ Frequency resolution

7-4- ولتاژ تولیدشده در وصله پیزو در اثر عبور جرم‌های متوالی

همان‌طور که پیشتر اشاره شد در این مسأله برداشت انرژی از ارتعاشات یک پل مشخص تحت عبور سه جرم یکسان متوالی به‌گونه‌ای که پس از عبور کامل جرم اول از روی پل، جرم دوم وارد پل شده و به همین ترتیب پس از آن، جرم سوم وارد شود، برای سه سرعت متفاوت بررسی شده است. نتایج حاصل از این بررسی برای هر سرعت در شکل‌های 9-11 آورده شده است. برای هر یک از سرعت‌ها شکل (الف) نماینده جابه‌جایی نقطه وسط پل در طول زمان عبور سه جرم، شکل (ب) نماینده تابع چگالی طیفی توان نظیر شتاب نقطه وسط پل در طول زمان عبور سه جرم و شکل (ج) نماینده مقایسه بین ولتاژ خروجی برداشت‌کننده در حضور مقاومت بهینه، تحت عبور جرم‌ها در سرعت داده شده، به‌دست‌آمده از حل تحلیلی (نشان داده با خط) و آزمایش (نشان داده شده با نقطه) است.

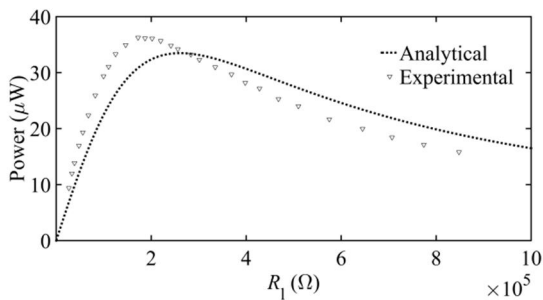


Fig. 7 Variation of the power output versus load resistance for excitation at the resonance frequency

شکل 7 تغییر توان خروجی نسبت به مقاومت الکتریکی در تحریک با فرکانس تشدید

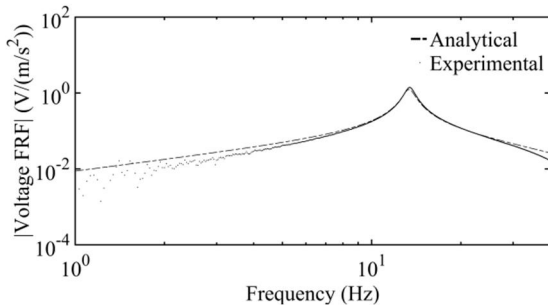


Fig. 8 The analytical and experimental voltage output FRFs with optimum resistive load

شکل 8 پاسخ فرکانسی ولتاژ خروجی پیش‌بینی و اندازه‌گیری شده با شرایط الکتریکی مقاومت بهینه

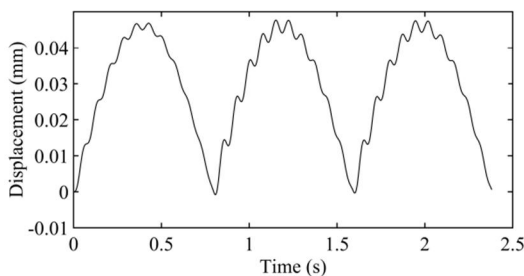


Fig. 9a Displacement time history of the bridge at the mid-span under 3 moving consecutive masses at velocity equal to 20 (m/s)

شکل 9 الف جابه‌جایی نقطه وسط پل در طول زمان عبور سه جرم یکسان برای سرعت 20 (m/s)

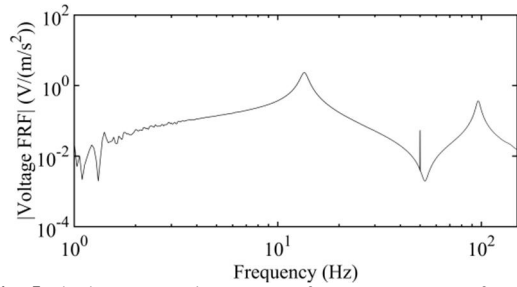


Fig. 5 The harvester voltage output frequency response function at open-circuit boundary conditions

شکل 5 تابع پاسخ فرکانسی ولتاژ خروجی برداشت‌کننده در شرایط الکتریکی مدار باز

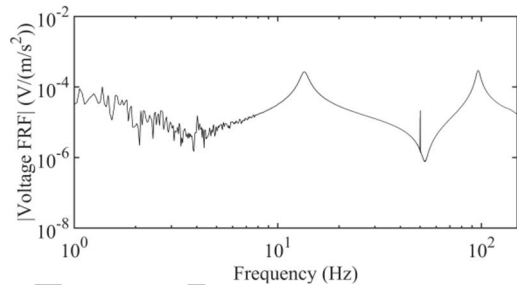


Fig. 6 The harvester voltage output frequency response function at short-circuit boundary conditions

شکل 6 تابع پاسخ فرکانسی ولتاژ خروجی برداشت‌کننده در شرایط الکتریکی اتصال کوتاه

6-4- مقاومت الکتریکی بهینه

مقاومتی که در آن بیشترین توان استخراج شود، مقاومت الکتریکی بهینه نام دارد. به‌صورت تئوری، فرکانس تحریک بهینه بسیار نزدیک به فرکانس طبیعی اول سیستم است، چون اسکالر بدون بعد X که در رابطه (27) تعریف شد برابر است با 4.6×10^{-4} که در مقایسه با 1 بسیار کوچک است. در آزمایش مقاومت الکتریکی بهینه در فرکانس تحریک برابر با فرکانس طبیعی اول سیستم به‌دست آمد.

برای به‌دست‌آوردن مقاومت الکتریکی بهینه به‌صورت تجربی، شتاب پایه به‌صورت سینوسی با دامنه 2 m/s^2 و فرکانس 13.5 Hz با تغییر مقاومت الکتریکی به سیستم داده شد. شکل 7 نماینده توان نسبت به مقاومت به‌صورت تئوری (نمایش داده شده با خط) و تجربی (نمایش داده شده با نقطه) است. شکل 7 مقاومت الکتریکی بهینه‌ای حدود $200 \text{ k}\Omega$ را حاصل از نتایج تجربی مشخص می‌کند که به مقاومت بهینه‌ای که تئوری پیش‌بینی می‌کند (رابطه (24))، حدود $260 \text{ k}\Omega$ به نسبت نزدیک است. در آزمایش توان خروجی برداشت‌کننده از تحریک پایه یادشده با رابطه $P_{\text{out}} = v_{\text{rms}}^2 / R_1$ محاسبه شده است. چون در آزمایش فرکانس تحریک با فرکانس طبیعی اول برداشت‌کننده برابر است، اختلاف نتایج تئوری و تجربی بیشتر از زمانی است که دو فرکانس یکی نباشند (در این‌جا نشان داده نشده است) [25,24]. شکل 8 به مقایسه بین توابع پاسخ فرکانسی ولتاژ حاصل از بررسی‌های تحلیلی و تجربی در حضور مقاومت الکتریکی بهینه می‌پردازد. همان‌گونه که از شکل پیداست مدل تئوری، نتایج تجربی را با دقت مناسبی دنبال می‌کند. اختلاف بین داده‌های تحلیلی و تجربی در فرکانس‌های پایین (0-5 Hz) بیشتر به دلیل پهنای باند لرزاننده است که از 5 Hz تا 10 kHz است؛ بنابراین لرزاننده در فرکانس‌های پایین‌تر از 5 Hz نمی‌تواند تحریک شود.

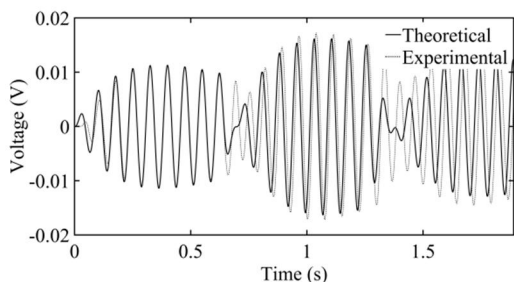


Fig. 10c Comparison of the voltage output of the harvester with presence of optimum load for 3 moving consecutive masses at velocity equal to 25 (m/s)

شکل 10 ج مقایسه بین ولتاژ خروجی برداشت‌کننده در حضور مقاومت بهینه، برای عبور سه جرم یکسان با سرعت 25 (m/s)

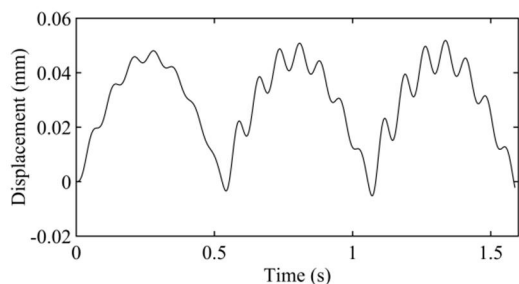


Fig. 11a Displacement time history of the bridge at the mid-span under 3 moving consecutive masses at velocity equal to 30 (m/s)

شکل 11 الف جابه‌جایی نقطه وسط پل در طول زمان عبور سه جرم یکسان برای سرعت 30 (m/s)

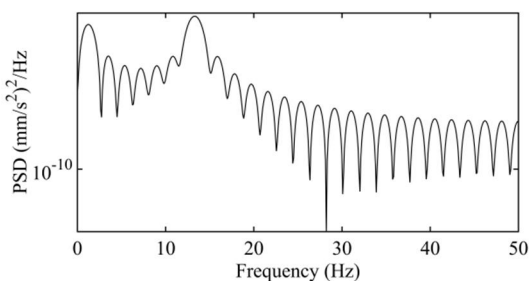


Fig. 11b PSD function of the bridge acceleration at the mid-span under 3 moving consecutive masses at velocity equal to 30 (m/s)

شکل 11 ب تابع چگالی طیفی توان نظیر شتاب نقطه وسط پل در طول زمان عبور سه جرم یکسان برای سرعت 30 (m/s)

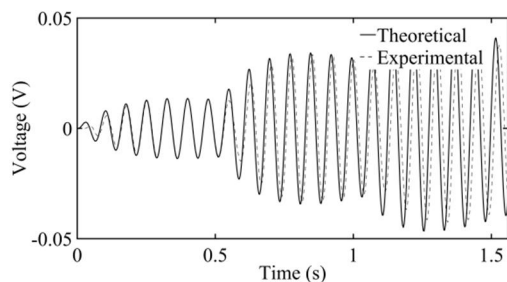


Fig. 11c Comparison of the voltage output of the harvester with presence of optimum load for 3 moving consecutive masses at velocity equal to 30 (m/s)

شکل 11 ج مقایسه بین ولتاژ خروجی برداشت‌کننده در حضور مقاومت بهینه، برای عبور سه جرم یکسان با سرعت 30 (m/s)

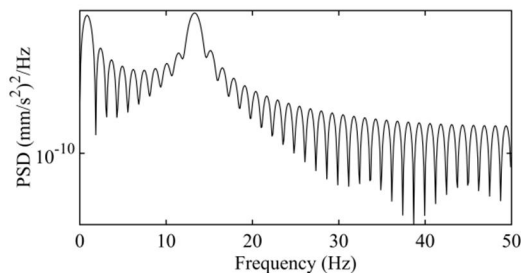


Fig. 9b PSD function of the bridge acceleration at the mid-span under 3 moving consecutive masses at velocity equal to 20 (m/s)

شکل 9 ب تابع چگالی طیفی توان نظیر شتاب نقطه وسط پل در طول زمان عبور سه جرم یکسان برای سرعت 20 (m/s)

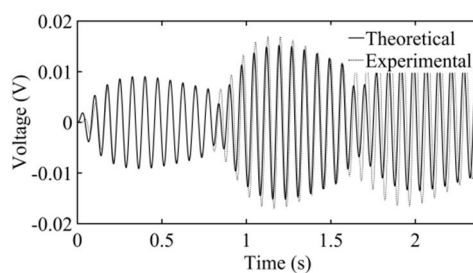


Fig. 9c Comparison of the voltage output of the harvester with presence of optimum load for 3 moving consecutive masses at velocity equal to 20 (m/s)

شکل 9 ج مقایسه بین ولتاژ خروجی برداشت‌کننده در حضور مقاومت بهینه، برای عبور سه جرم یکسان با سرعت 20 (m/s)

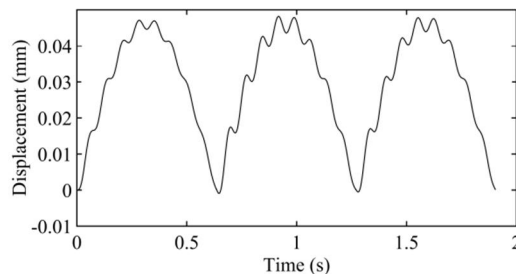


Fig. 10a Displacement time history of the bridge at the mid-span under 3 moving consecutive masses at velocity equal to 25 (m/s)

شکل 10 الف جابه‌جایی نقطه وسط پل در طول زمان عبور سه جرم یکسان برای سرعت 25 (m/s)

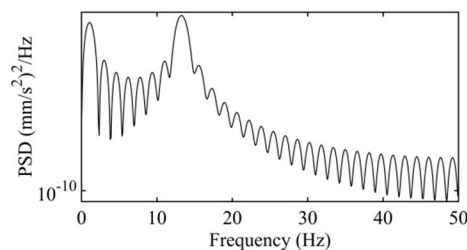


Fig. 10b PSD function of the bridge acceleration at the mid-span under 3 moving consecutive masses at velocity equal to 25 (m/s)

شکل 10 ب تابع چگالی طیفی توان نظیر شتاب نقطه وسط پل در طول زمان عبور سه جرم یکسان برای سرعت 25 (m/s)

شتاب نقطه وسط یک پل خاص در اثر عبور سه جرم متوالی به صورت تحلیلی برای سه سرعت متفاوت تعیین شد. با استفاده از این شتاب و به کمک معادلات استخراج شده ولتاژ تولید شده در وصله پیزوالکتریک محاسبه گردید. در ادامه شتاب نقطه وسط پل که به صورت تئوری محاسبه شد توسط لرزاننده به برداشت‌کننده اعمال و ولتاژ ایجاد شده در وصله پیزوالکتریک به صورت تجربی اندازه‌گیری شد. تفاوت ناچیز بین مقادیر تئوری و تجربی نشان‌دهنده دقت بالای مدل ارائه شده است؛ بنابراین می‌توان از این مدل برای برداشت انرژی از پل‌های واقعی به صورت مناسبی استفاده کرد. در پایان از ولتاژ تولیدی می‌توان برای توان بخشیدن به حسگرهای پایش سلامت سازه در شبکه‌های بی‌سیم برای کاهش هزینه‌های تعمیر و نگهداری پل استفاده کرد.

6-مراجع

- [1] H. A. Sodano, D. J. Inman, G. Park, A Review of Power Harvesting from Vibration using Piezoelectric Materials, *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 36, No. 3, pp. 197–205, 2004.
- [2] M. R. Asgharzadeh, K. Jahani, A. Kianpoor, M. H. Sadeghi, Energy Harvesting Investigation from Unimorph Trapezoidal Beam Vibrations using Distributed Parameters Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 96-102, 2015 (In Persian).
- [3] C. Kompis, S. Aliwell, *Energy Harvesting Technologies to Enable Remote and Wireless Sensing*, London: KTN, pp. 25-32, 2008.
- [4] S. Boisseau, G. Despesse, T. Ricart, E. Defay, A. Sylvestre, Cantilever-based electret energy harvesters, *Smart Materials and Structures*, Vol. 20, No. 10, p. 105013, 2011.
- [5] F. Khan, B. Stoeber, F. Sassani, Modeling of linear micro electromagnetic energy harvesters with nonuniform magnetic field for sinusoidal vibrations, *Microsystem Technologies*, Vol. 21, No. 3, pp. 683–692, 2014.
- [6] F. Khan, F. Sassani, B. Stoeber, Nonlinear behaviour of membrane type electromagnetic energy harvester under harmonic and random vibrations, *Microsystem Technologies*, Vol. 20, No. 7, pp. 1323–1335, 2014.
- [7] C. Peters, J. Handwerker, D. Maurath, Y. Manoli, An ultralow-voltage active rectifier for energy harvesting applications, *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS '10)*, Paris: IEEE, pp. 889–892, 2010.
- [8] P. D. Mitcheson, T. C. Green, Maximum effectiveness of electrostatic energy harvesters when coupled to interface circuits, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, Vol. 59, No. 12, pp. 3098–3111, 2012.
- [9] Y. Zhang, *Piezoelectric Based Energy Harvesting on Low Frequency Vibrations of Civil Infrastructures*, PhD. Thesis, University of Houston, Texas, 2014.
- [10] J. M. Ko, Y. Q. Ni, Technology developments in structural health monitoring of large-scale bridges, *Engineering structures*, Vol. 27, No. 12, pp. 1715–1725, 2005.
- [11] J. P. Lynch, K. J. Loh, A summary review of wireless sensors and sensor networks for structural health monitoring, *The shock and vibration digest*, Vol. 38, No. 2, pp. 91–128, 2006.
- [12] N. G. Elvin, N. Lajnefand, A. A. Elvin, Feasibility of structural monitoring with vibration powered sensors, *Smart Materials and Structures*, Vol. 15, No. 4, pp. 977–986, 2006.
- [13] G. Park, T. Rosing, Energy Harvesting for Structural Health Monitoring Sensor Networks, *Infrastructure Systems*, Vol. 14, No. 64, pp. 1076-0342, 2008.
- [14] S. Kima, J. Ahn, H. Chung, H. Kang, Analysis of piezoelectric effects on various loading conditions for energy harvesting in a bridge system, *Sensors and Actuators A*, Vol. 167, No. 2, pp. 468–483, 2011.
- [15] A. Erturk, Piezoelectric Energy Harvesting for Civil Infrastructure System Applications: Moving Loads and Surface Strain Fluctuations, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, No. 17, pp.1959-1973, 2011.
- [16] S. F. Ali, M. I. Friswell, S. Adhikari, Analysis of energy

در این‌جا لرزاننده جابه‌جایی نقطه وسط پل در طول زمان عبور سه جرم را که به صورت تحلیلی محاسبه شده را توسط یک سیگنال‌ساز به صورت تجربی تولید و به عنوان شتاب پایه به برداشت‌کننده اعمال می‌کند.

همان‌طور که از نمودارهای جابه‌جایی نقطه وسط پل پیداست، دامنه ارتعاشات پل برای جرم دوم بیشتر از جرم اول و برای جرم سوم بیشتر از جرم‌های اول و دوم است. با توجه به نمودارهای توابع چگالی طیفی توان برای سرعت‌های مختلف، مشخص است که ارتعاشات پل تحت عبور جرم‌های متوالی دارای دو فرکانس غالب هستند، که فرکانس کمتر فرکانس تحریک پل تحت عبور جرم‌ها و فرکانس بیشتر همان فرکانس طبیعی اول پل است، همچنین توابع چگالی طیفی توان در فرکانس طبیعی پل بیشترین دامنه را دارند که نماینده این حقیقت است که در مسأله عبور جرم‌های متوالی بیشترین توان ارتعاشات پل در فرکانس طبیعی اول آن وجود دارد. تنظیم کردن فرکانس طبیعی برداشت‌کننده روی فرکانس طبیعی اول پل به منظور برداشت بیشینه توان کار معقولی است.

از دلایل اصلی اختلاف بین ولتاژ خروجی پیش‌بینی‌شده از تئوری و اندازه‌گیری شده در عمل در مسأله عبور جرم‌های متوالی ناتوانی لرزاننده برای تولید فرکانس‌های کمتر از 5 Hz است، زیرا سیگنال ورودی به لرزاننده همان شتاب نقطه وسط پل تحت عبور جرم‌هاست، که از دو فرکانس غالبی تشکیل شده که یکی از آن‌ها کمتر از 5 Hz است. در حقیقت شتاب پایه برداشت‌کننده انرژی مورد استفاده در تئوری و آزمایش دقیقاً برابر نیستند.

5-نتیجه‌گیری

در این مطالعه برداشت انرژی از پل تحت عبور جرم‌های متوالی مورد بررسی قرار گرفت. برداشت‌کننده شامل تیر یک‌سر گیردار با وصله پیزوالکتریک و جرم اضافی بود که در وسط پل نصب شد. معادلات پل تحت عبور جرم‌های متوالی و برداشت‌کننده با وصله پیزوالکتریک ارائه و حل شد. مقایسه‌ای میان پاسخ‌های زمانی پل تحت عبور جرم با در نظر گرفتن و یا صرف نظر کردن از مؤلفه‌های شتاب جرم عبوری شامل شتاب کوریولیس، شتاب جانب مرکز به دلیل حرکت روی مسیر منحنی تیر و شتاب تیر انجام پذیرفت. در این مقایسه مشخص شد که مؤلفه‌های شتاب جرم عبوری تأثیر به‌سزایی در پاسخ‌های زمانی پل (به‌ویژه برای جرم‌های سنگین و سرعت‌های زیاد) دارند و بنابراین در حل مسأله عبور جرم نمی‌توان از آن‌ها چشم‌پوشی کرد. نتایج عددی نشان داد که پاسخ پل تحت عبور جرم‌های متوالی پس از عبور هر جرم تغییر خواهد کرد، به‌گونه‌ای که دامنه ارتعاشات با عبور جرم‌های متوالی اندکی افزایش می‌یابد، ولی فرکانس غالب ارتعاشات که همان فرکانس طبیعی اول پل است، ثابت باقی می‌ماند. نتایج نشان داد که استفاده از مود اول برای محاسبه تغییر مکان وسط پل دارای دقت قابل قبولی است و با زیاد کردن تعداد مودها نتایج تغییر چندانی نمی‌کند.

در ادامه برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک مناسب مسأله طراحی، ساخته و با انجام آزمایش اعتبار مدل برداشت‌کننده تأیید شد. جهت برداشت بیشینه توان فرکانس طبیعی اول برداشت‌کننده با فرکانس طبیعی اول پل برابر قرار داده شد، همچنین مشخص شد که با توجه به شرایط مرزی دو سر مفصل پل، وسط پل که مود اول بیشترین مقدار دامنه را دارد، محل بهینه برای قرارگیری برداشت‌کننده است.

مقاومت بهینه الکتریکی جهت بیشینه برداشت از سیستم به صورت تجربی و تئوری محاسبه و نشان داده شد که برای مسئله مورد نظر این مقدار برابر 200 کیلو اهم است.

- harvesting based on vibration, *precision engineering and manufacturing*, Vol. 12, No. 6, pp. 1129-1141, 2011.
- [22] *QuickPack material properties*, Accessed on 25 July 2013; <http://www.mide.com/>.
- [23] N. E. Dutoit, B. L. Wardle, S.G. Kim, Design considerations for MEMS-scale piezoelectric mechanical vibration energy harvesters, *Integrated Ferroelectrics*, Vol. 71, No. 1, pp. 121-160, 2005.
- [24] M. Kim, M. Hoegen, J. Dugundji, B. L. Wardle, Modeling and experimental verification of proof mass effects on vibration energy harvester performance, *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 4, p. 045023, 2010.
- [25] M. Karimi, R. Tikani, S. Ziaei-Rad, H. R. Mirdamadi, Experimental and theoretical studies on piezoelectric energy harvesting from low-frequency ambient random vibrations, *Proc. IMechE Part C: Mechanical Engineering Science*, 2015, DOI: 10.1177/0954406215593569.
- harvesters for highway bridges, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, No. 16, pp. 1929–1938, 2011.
- [17] M. Peigney, D. Siegert, Piezoelectric energy harvesting from traffic-induced bridge vibrations, *Smart Materials and Structures*, Vol. 22, No. 9, p. 095019, 2013.
- [18] H. Bo, S. Vassilaras, C. B. Papadias, R. Soman, M. A. Kyriakides, T. Onoufriou, R. H. Nielsen, R. Prasad, Harvesting energy from vibrations of the underlying structure, *Vibration and Control*, Vol. 19, No. 15, pp. 2255-2269, 2013.
- [19] Y. Zhang, S. CS. Cai, L. Deng, Piezoelectric-based energy harvesting in bridge systems, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 25, No.12, pp.1414-1428, 2014.
- [20] C. Bilello, L. Bergman, D. Kuchma, Experimental investigation of a small-scale bridge model under a moving mass, *Structural Engineering*, Vol. 130, No. 5, pp. 799–804, 2004.
- [21] H.S. Kim, J.H. Kim, J. Kim, A review of piezoelectric energy

Archive of SID