ماهنامه علمى پژوهشى



مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی تاثیر لایه چینی و نیروی پیشران بر سرعت فلاتر بهینه بال کامیوزیتی

 3 محمدرضا فلاح¹، مجتبی فرخ 2* ، سعید ایرانی

1 - دانشجوی کارشناسی ارشد، سازههای هوایی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

- 2- استادیار، سازههای هوایی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
 - 3- دانشیار، سازههای هوایی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

rarrokh@kntu.ac.ir ،16765-3381 ' تهران، صندوق پستى

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این مقاله سرعت ناپایداری آیروالاستیک بال کامپوزیتی توسط الگوریتم ژنتیک نسبت به زاویه قرارگیری الیاف برای تعداد لایهها و نیروی پیشران مختلف بهینه شده است. بال هواپیما به صورت یک تیر دارای دو درجه آزادی و یک سر گیردار به همراه نیروی پیشران تعقیب کننده و جرم موتور مدل شده است. برای مدلسازی بال کامپوزیتی از تئوری لایهای و مدلسازی آیرودینامیکی از تئوری جریان ناپایا با فرض جریان	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 28 فروردین 1395 پذیرش: 31 اردیبهشت 1395 ارائه در سایت: 08 تیر 1395
مادون صوت و تراکمناپذیر در حوزهی زمان استفاده شده است. معادلات حاکم بر حرکت بال با استفاده از روابط لاگرانژ و در نظر گرفتن مدهای	کلید <i>واژگان:</i>
فرضی استخراج گردیدهاند. سرعت فلاتر خطی نیز با توجه به روش مقدار ویژه محاسبه گردیده است. فرآیند محاسبه سرعت فلاتر به صورت کد	آیروالاستیسیته
نرمافزاری تهیه شده است که این کد با توجه به تعداد لایهها، زاویه الیاف در هر لایه، جرم موتور، و نیروی پیشران قادر به محاسبه سرعت فلاتر	فلاتر
میباشد. برای هر حالت که در آن تعداد لایهها، جرم موتور، و نیروی پیشران مشخص میباشد، بهینهسازی با تغییر زاویه الیاف توسط الگوریتم	بال کامپوزیت
ژنتیک انجام شده و سرعت فلاتر بهینه برای آن مشخص شده است. در نهایت نیز تاثیر تعداد لایهها، جرم موتور، و نیروی پیشران بر سرعت	بهینه سازی
فلاتر بهینه بررسی شده است.	الگوریتم ژنتیک

The effect of laminate layers and follower force on optimum flutter speed of composite wing

Mohammad Reza Fallah, Mojtaba Farrokh^{*}, Saied Irani

Faculty of Aerospace Engineering, K .N .Toosi University of Technology, Tehran, Iran * P.O.B. 16765-3381, Tehran, Iran, farrokh@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 16 April 2016 Accepted 20 May 2016 Available Online 22 June 2016

Keywords: Aeroelasticity Flutter Composite wing Optimization Genetic algorithm

ABSTRACT

In this article the composite wing aeroelastic instability speed is optimized by genetic algorithm relative to fiber angle for different layers and follower forces. Aircraft wing is modeled as a beam with two degrees of freedom, which is a cantilever, with thrust as a follower force and mass of the engine. For structural modeling of composite wing the layer theory has been used and unsteady flow assuming subsonic and incompressible flow was used for aerodynamic model in the time domain. Using the assumed mode the wing dynamic equations of the motion were derived by Lagrange equations. Linear flutter speed according to the eigenvalues of the motion equations was calculated. The process of flutter speed calculation has been converted to computer code in which the number of layers, angle of fibers in each layer, the mass of the engine, and the thrust are input variables and the flutter speed is its output. Using Genetic Algorithm, optimum flutter speed was obtained by changing the angle of fibers. Finally, the impact of the number of layers, the mass of the engine, and thrust on optimum flutter speed has been investigated.

1- مقدمه

سازه شده و نهایتا آن را متلاشی کنند. یکی از خطرناکترین نایایداریهای آیروالاستیک دینامیکی که در طراحی و تحلیل بال هواپیما مورد بررسی قرار می گیرد، فلاتر¹ می باشد. این پدیده از برهمکنش نیروهای آیرودینامیکی، نیروهای الاستیک و نیروهای اینرسی ایجاد شده و میتواند باعث گسیختگی ناگهانی سازه بال هواپیما شود.

تاکنون در ارتباط با تحلیل بال هواپیما با توجه به بار گذاریهای دینامیکی مختلف کارهای گوناگونی انجام شده و کتابهای بسیاری نیز در این زمینه منتشر گردیده است [2,1]. در زمینه بررسی مساله پایداری ساختار انعطاف بررسی رفتار استاتیک و دینامیک سازه الاستیک در جریان سیال (هوا) را آيروالاستيسيته مي گويند. امروزه به دليل تمايل به كاهش مصرف سوخت، حتى الامكان از مواد سبك در ساخت هواپيماها استفاده مىشود. استفاده از این مواد در طراحی هواپیما باعث افزایش انعطاف پذیری سازه به خودی خود برای تحلیل سازه مشکلساز نیست اما از آنجا که تغییر شکلهای سازهای باعث تغییر در نیروهای آیرودینامیکی میشود و نیروهای آیرودینامیکی جدیدی را بوجود میآورند، پدیدههای آیروالاستیک آشکار میشوند. گاهی ممکن است بر هم کنش این عوامل باعث بزرگتر شدن دامنه تغییر شکلهای

¹ Flutter

Please cite this article using: M. R. Fallah, M. Farrokh, S. Irani, The effect of laminate layers and follower force on optimum flutter speed of composite wing, Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 6, pp. J. U 226-236, 2016 (in Persian)

پذیر تحت نیروهای پیشران مقالات و کتابهای کمتری موجود میباشد. در سال 1974 فلدت و هرمن موفق شدند تا فلاتر بال یکسر در گیر را که تحت اثر نیروی رانش بوده و جرم متمرکز در انتهای آن قرار گرفته است را بررسی کنند [3]. در سال 1979 پایداری تیر یکسر در گیر تحت اثر نیروی غیر پایستار توسط کلپ بررسی شد [4]. هاجز و همکارانش در سال 2002 با در نظر گرفتن دو درجه آزادی برای بال اثر نیروی رانش بر پایداری بال را مورد بررسی قرار دادند [5]. این تحلیل نشان داد که نیروی پیشران موتور بر روی مرز ناپایداری بال تاثیر منفی دارد که این اثر با توجه به پارامترهای سازهای کم و یا بیشتر می شود. در سال 1945 گولند فلاتر یک بال یک سر گیردار و یکنواخت را برای پارامترهای مختلف بدست آورد [6] و پس از آن نیز در سال 1948 این مسئله را برای یک بال یکسر گیردار همراه با جرم متمرکز در نوک بال محاسبه كرد [7]. در سال 1998 گرن و ليبرسكيو فلاتر و واگرايي يک بال با زاويه ي عقب رفت را که جرمهای متمرکز را در طول و نوک خود حمل میکند را با مدل بار گذاری غیردائمی(مدل تئودرسون)، بدست آوردند [8]. در این پژوهش معادلات حاکم بر بال با استفاده از اصل هامیلتون همراه با شرایط مرزی بدست آمده است .در همین سال لیبرسکیو و گرن مقاله ای دیگر در مورد جرم متمرکز و بال با زاویه ی عقب رفت ارائه دادند که در این پژوهش به مسئله استاتیک ایروالاستسیته بیشتر پرداخته شده است [9]. مزیدی و فاضل زاده در سال 2009 تاثیر زاویه عقبگرد بال بر ناپایداری دینامیکی بال و موتور متصل به آن را بررسی کردند [10]. همچنین آنها در سال 2010 تاثیر مانور غلتش را بر ناپایداری استاتیکی و دینامیکی بال هواپیما و جرم متصل به آن مورد مطالعه قرار دادند [11]. مزیدی و فاضل زاده در سال 2011 به بررسی تاثیر سرعت مانور محوری هواپیما بر ناپایداری دینامیکی بال هواپیما تحت نیروی پیشران، پرداختند [12]. در سال 2013 آموزگار و ایرانی ناپایداری بال کامپوزیتی تک -لایه را که دارای موتور بود، براساس تغییر زاویه الیاف تک لایه، موقعیت قرارگیری موتور و نیروی بی بعد پیشران، مورد بررسی قرار دادند [13].

حال در این مقاله ضمن این که موقعیت قرار گیری موتور با توجه به نوع بال، ثابت و بال به صورت کامپوزیت در نظر گرفته شده، با استفاده از الگوریتم ژنتیک تاثیر چند لایه بودن و اثر زاویه الیاف در نیروهای پیشران متفاوت بررسی شده است.

2-معادلات حركت

بال مورد بررسی به صورت یک تیر نازک دارای دو درجه آزادی با اتصال صلب به بدنه تحت نیروی پیشران و همچنین جرم موتور در نظر گرفته شده است. از فرضیاتی که در این بررسی در نظر گرفته شده است میتوان به عدم تغییر طول وتر بال از نوک تا ریشه اشاره نمود، همچنین بال حین جابجایی تاب بر نمی دارد و فرم وتر بال تغییر نمی کند. بال در جریان غیرقابل تراکم زیر صوت قرار دارد و از روابط لاگرانژ برای بدست آوردن معادلات آئروالاستیک حرکت استفاده شده و برای مدل کردن نیروهای آئرودینامیک در حوزه زمان از تئوری واگنر¹ [14] استفاده شده است. جهت به دست آوردن بارهای آیرودینامیکی از می گردد که بدین منظور در روشهای تحلیلی مقدار نیروهای آیرودینامیکی برای یک مقطع بال حساب شده و به طول بال تعمیم می دهیم. در تئوری نوار باریک توزیع فشار در هر مقطع بال تنها به جریان پایین شوینده⁸ همان مقطع بصورت دوبعدی وابسته است و تاثیر جریان اطراف مقاطع دیگر درنظر گرفته

¹ Wagner ² Strip theory ³ Downwash

نشده است. از فرضیات عمده این روش آن است که جریان سیال تراکمناپذیر بوده و بال در دو جهت از صفحه تقارن تا بینهایت ادامه پیدا می کند لذا جریان پیرامون بالواره برای هر سطح مقطع عرضی عمود بر بال یکسان بوده و جریان به صورت دوبعدی است. ضمنا از اثرات لزجت سیال صرف نظر شده و زاویه حمله کوچک در نظر گرفته شده است. در "شکل 1" و "شکل 2" مدل بال موردنظر به صورت شماتیک نشان داده شده است. همچنین "شکل 3" بال

با توجه به این که بال مورد نظر در این مقاله دارای دو درجه آزادی خمش و پیچش میباشد، از تغییر شکلها در جهت طولی (u) و عرضی (v) صرفنظر خواهد شد. این بدان معنا است که بال مورد نظر از نظر طولی غیر قابل انعطاف پذیر میباشد. همچنین سختی خمشی در جهت z نسبت به سختی خمشی در جهت v بسیار زیاد در نظر گرفته میشود. بدین ترتیب بردار جابجایی جرم متمرکز پس از تغییر شکل بال به صورت رابطه (1) خواهد بود [6]:

$$R_{s} = (x + u)\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} + y_{z}\hat{j} + z_{s}\hat{k}^{'}$$
(1)



Fig. 1 The wing with engine configuration[13] شكل 1 نحوه اتصال موتور به بال[13]



Fig. 2 Side view of wing [13]

شكل 2 نماي جانبي بال [13]



Fig. 3 The wing situation before and after the deformation of elastic[17]

شكل 3 وضعيت بال قبل و بعد از تغيير شكلهاى الاستيك [17]

 $\delta W = \vec{P} \cdot \delta R_s$

 $\vec{P} = P\hat{i}$

که \hat{f} و \hat{R} بردارهای یکه در راستای y و z بعد از تغییر شکل بال هستند. اگر از ترمهای غیرخطی صرفنظر شود، بردارهای یکه سیستم بعد از تغییر شکل بال به صورت رابطه (2) خواهند بود [18]: دنمانسی میسا از (\hat{f}) (2) ((\hat{f}) (2) y

$$\begin{cases} l \\ \hat{j} \\ \hat{k}' \end{cases} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & w \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \theta \\ -w' & -\theta & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{cases} l \\ j \\ k \end{cases}$$
 (2)

حال اگر ماتریس رابطه (2) بسط داده شود ارتباط بین مختصات قبل و بعد از تغییر شکل به صورت رابطه (3) خواهد شد:

$$\begin{split} \hat{i} &= \hat{i} + w'\hat{k} \\ \hat{j}' &= \hat{j} + \theta\hat{k} \\ \hat{k}' &= -w'\hat{i} - \theta\hat{j} + \hat{k} \end{split} \tag{3}$$

 $R_{s} = \left(x + u - w'z_{s}\right)\hat{i} + \left(v + v_{s} - \theta z_{s}\right)\hat{j} + \left(w + \theta y_{s} + z_{s}\right)\hat{k}$ (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (5) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (5) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (4) (5) (4) (

$$\dot{R}_{s} = \left(-\dot{w} z_{s}\right)\hat{i} + \left(-\dot{\theta} z_{s}\right)\hat{j} + \left(\dot{w} + \dot{\theta} y_{s}\right)\hat{k}$$
(5)

$$= \left(-\dot{w} z_{s}\right)\hat{i} + \left(-\dot{\theta} z_{s}\right)\hat{j} + \left(\dot{w} + \dot{\theta} y_{s}\right)\hat{k}$$

$$= \left(-\dot{w} z_{s}\right)\hat{i} + \left(-\dot{\theta} z_{s}\right)\hat{j} + \left(-\dot{\theta}$$

$$T_{s} = \frac{1}{2} \iiint_{V} M_{s} (\dot{R}_{s} \cdot \dot{R}_{s}) \delta(x - x_{s}) dV$$
(6)

با جای گذاری رابطه (5) در رابطه (6) انرژی جنبشی ناشی از جرم متمرکز به صورت رابطه (7) خواهد شد:

$$T_{s} = \int_{0}^{1} (M_{s} z_{s}^{2} \dot{w}^{2} + M_{s} z_{s}^{2} \dot{\theta}^{2} + M_{s} \dot{w}^{2} + M_{s} y_{s}^{2} \dot{\theta}^{2} + 2M_{s} y_{s} \dot{w} \dot{\theta}$$
$$+ I_{s} \dot{\theta}^{2} \delta(x - x_{s}) dx \qquad (7)$$

برای به دست آوردن معادلات سیستم از روابط لاگرانژ استفاده شده است که برای بال دارای دو درجه آزادی به صورت رابطه (8) بیان میشود:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial h_{1}}\right) - \frac{\partial T}{\partial h_{1}} + \frac{\partial V}{\partial h_{1}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{h}_{1}} = Q_{h}$$
(4)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}_{1}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha_{1}} + \frac{\partial V}{\partial \alpha_{1}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\alpha}_{1}} = Q_{\alpha}$$
(...8)

که در این روابط T انرژی جنبشی، V انرژی پتانسیل، D انرژی میرایی و Qنیروهای تعمیم یافته میباشند. انرژی جنبشی بال برابر است با رابطه (9) [5]:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l (mh^2 + 2me\dot{a}\dot{h} + I_a\dot{a}^2) dx$$
⁽⁹⁾

$$V = \frac{1}{2} \int_0^t (GJ\alpha'^2 + EIh''^2 + 2P(x_s - x)H(x_s - x)\alpha h'')dx$$
(10)
e liqticon angles of the end of th

$$D = \frac{1}{2} \int_0^l (C_h \dot{h}^2 + C_\alpha \dot{\alpha}^2) dx \tag{11}$$

کار نیروهای آیرودینامیکی به صورت رابطه (12) نوشته میشود:

$$\delta W_A = \int^l (-L\delta h + M\delta \alpha) dx$$
 (12)

$$\begin{split} \delta R_s &= (-z_s \delta w') \hat{i} + (-z_s \delta \theta) \hat{j} + (\delta w + y_s \delta \theta) \hat{k} \\ \vec{P} \cdot \delta R_s &= \left[P \hat{j} + P \theta \hat{k} \right] \cdot \left[(-z_s \delta w') \hat{i} + (-z_s \delta \theta) \hat{j} \\ &+ (\delta w + y_s \delta \theta) \hat{k} \right] \end{split} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \delta W_P &= \int_0^l (-P z_s \delta \theta + P \theta \delta w + p y_s \theta \delta \theta) \delta (x - x_s) dx \end{aligned} \tag{14}$$

$$\delta W_P = \int_0^l (-P z_s \delta \theta + P \theta \delta w + p y_s \theta \delta \theta) \delta (x - x_s) dx \end{aligned} \tag{14}$$

$$\delta W_P = \int_0^l (-P z_s \delta \theta + P \theta \delta w + p y_s \theta \delta \theta) \delta (x - x_s) dx \end{aligned} \tag{14}$$

$$\delta W_P = \int_0^l (-P z_s \delta \theta + P \theta \delta w + p y_s \theta \delta \theta) \delta (x - x_s) dx \end{aligned} \tag{14}$$

$$\delta W_P = \int_0^l (-P z_s \delta \theta + P \theta \delta w + p y_s \theta \delta \theta) \delta (x - x_s) dx \end{aligned} \tag{14}$$

$$F_{h}(\eta) = \left(\frac{\sinh \beta_{1} + \sin \beta_{1}}{\cosh \beta_{1} + \cos \beta_{1}}\right) \cos(\beta_{1}\eta) - (\cosh(\beta_{1}\eta)) + \sinh(\beta_{1}\eta) - \sin(\beta_{1}\eta)$$
(15)

$$F_{\alpha}(\eta) = \sqrt{2} \sin(\beta_{2}\eta)$$
(16)

که مقادیر ₄م و ₂م برای چهار مد، به صورت رابطه (17) تعریف میشوند:

$$\beta_1 = [1.8751, 4.69409, 7.85476, 10.9955, 14.1372]$$

 $\beta_2 = (i - 0.5) \pi$ (17) حال با استفاده از روش مدهای فرضی جابجایی و پیچش بال به شکل رابطه (18) تعریف می شود:

$$h = F_h(\eta)h_1(t)$$

$$\alpha = F_\alpha(\eta)\alpha_1(t)$$
(18)
(18)
(19)
(19)
(19)
(19)
(19)

$$Q_{h} = -\rho U^{2} b l \int_{0}^{l} dC_{L} F_{h}(\eta) d\eta \qquad (19)$$

$$Q_{\alpha} = 2\rho U^2 b^2 l \int_0^1 dC_M F_{\alpha}(\eta) d\eta \qquad (-19)$$

برای راحتی در امر محاسبات، روابط حاکمه را به صورت بیبعد بیان می-نماییم، بدیم منظور پارامترهای بیبعد رابطه (20) را معرفی مینماییم:

$$\begin{split} \xi &= \frac{h}{b_n} \qquad r_{\alpha} = \sqrt{\frac{I_{\alpha}}{mb^2}} \qquad \mu = \frac{m}{\pi\rho b^2} \\ \eta &= \frac{y}{l} \qquad U^* = \frac{U}{b\omega_{\alpha}} \qquad \zeta_{\alpha} = \frac{1}{\pi} \frac{lC_{\alpha}}{\sqrt{I_{\alpha}GJ}} \\ \tau &= \frac{Ut}{b} \qquad \omega_{\alpha} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{GJ}{I_{\alpha}l^2}} \qquad \omega_h = (\mathbf{1.8751})^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \\ \overline{\omega} &= \frac{\omega_h}{\omega_{\alpha}} \qquad K = \frac{k}{GJ} \qquad \zeta_{\xi} = \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1.8751})^2} \frac{l^2 C_h}{\sqrt{mEI}} \\ b^* &= \frac{b}{l} \qquad e^* = x_a \qquad M_s^* = \frac{M_s}{ml} \\ I_s^* &= \frac{I_s}{I_{\alpha}l} \qquad \lambda = \frac{EI}{GJ} \qquad P = \sqrt{\lambda} \frac{pl^2}{GJ} \\ y_s^* &= \frac{y_s}{b} \qquad z_s^* = \frac{z_s}{l} \end{aligned}$$
(20)

حت نیروی پیشران و جرم موتور به صورت روابط (21 و 22) ارائه می شود:
$$a_{a} = a_{a} = a_{a} = a_{a} = a_{a} = a_{a} = a_{a}$$

$$+C_6w_1 + C_7w_2 + C_8w_3 + C_9w_4 +$$

$$A_{1}\left(\frac{1}{1.8751^{4}}\right)\left(\frac{\bar{\omega}}{U^{*}}\right)^{2}G(\xi)$$
$$+A_{12}Kb^{*}\left(\frac{r_{a}}{U^{*}}\right)^{2}\left(\frac{\mathbf{2}}{\pi}\right)^{2}M(\alpha) = f(\tau)$$
(21)

$$D_{0}\xi_{1} + D_{1}\alpha_{1} + D_{2}\xi_{1} + D_{3}\alpha_{1} + D_{4}\xi_{1} + D_{5}\alpha_{1}$$

+ $D_{6}w_{1} + D_{7}w_{2} + D_{8}w_{3} + D_{9}w_{4} + A_{2}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2}\left(\frac{1}{U^{*}}\right)^{2}M(\alpha)$
+ $A_{12}^{T}b^{*}\left(\frac{1}{U^{*}}\right)^{2}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2}G(\xi) = g(\tau)$ (22)

ثابتهای A_1, A_2, \dots, A_1 عباراتی برحسب شکل مدهای مربوط به خمش و پیچش میباشند و ضرایب C_0, C_1, \dots, C_9 و D_0, D_1, \dots, D_9 و w_1, \dots, w_4 و توابع $f(\tau)$ در مرجع [13] معرفی شدهاند.

همچنین سختیهای پیچشی و خمشی و کوپلینگ بین آنها برای چند لایه کامپوزیتی به صورت رابطه (23) محاسبه خواهند شد [19]:

$$EI = b \left(D_{22} - \frac{D_{12}^2}{D_{11}} \right)$$
(J-23)

$$GJ = 4b \left(D_{66} - \frac{D_{16}^2}{D_{11}} \right) \tag{-23}$$

$$K = 2b\left(D_{26} - \frac{D_{16}D_{12}}{D_{11}}\right) \qquad (-23)$$

چند لایه کامپوزیتی در این تحقیق متقارن در نظر گرفته شده است. برای محاسبه D_{ij} از رابطه (24) استفاده کردهایم [19] .

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{not} \left(\overline{Q}_{ij} \right)_k (h_k^3 - h_{k-1}^3)$$
(24)

2-1- مدل نیرو و ممانهای آیرودینامیکی غیردائم به وسیله تابع واگنر

معادلات استفاده شده برای نیروی برآ و گشتاور آئرودینامیکی در حوزه زمان به صورت روابط (25 و 26) میباشد [13]:

$$dC_{L}(\tau) = \pi(\xi'' - a_{h}\alpha'' + \alpha')$$

$$+2\pi(\alpha(0) + \xi'(0) + (\frac{1}{2} - a_{h})\alpha'(0))\phi(\tau)$$

$$+2\pi \int_{0}^{\tau} \phi(\tau - \sigma)(\alpha'(\sigma) + \xi'(\sigma) + (\frac{1}{2} - a_{h})\alpha''(\sigma))d\sigma$$

$$dC_{M}(\tau) = \pi(\frac{1}{2} - a_{h})(\alpha(0) + \xi'(0) + (\frac{1}{2} - a_{h})\alpha'(0))\phi(\tau)$$

$$+ \frac{\pi}{2}a_{h}(\xi' - a_{h}\alpha'') + \pi(\frac{1}{2} + a_{h})\int_{0}^{\tau} \phi(\tau - \alpha)^{2} \phi(\tau - \alpha)^{2}$$

$$(\alpha^{T}(\sigma)) + \xi^{\prime}(\sigma) + \left(\frac{1}{2} - a_{h}\right) \alpha^{\prime}(\sigma) d\sigma$$
(26)

که در روابط (25 و 26). (au) ϕ تابع واگنر میباشد که با توجه به تقریب جونز¹ [20] داریم (رابطه (27)):

$$\begin{split} \phi(\tau) &= 1 - \psi_1 e^{-\varepsilon_1 \tau} - \psi_2 e^{-\varepsilon_2 \tau} \\ \psi_1 &= 0.165, \psi_2 = 0.335, \varepsilon_1 = 0.0455, \varepsilon_2 = 0.3 \\ \varepsilon_1 &= 0.0455, \xi_2 = 0.3 \end{split}$$
(27)

3-محاسبه سرعت فلاتر

برای محاسبه سرعت فلاتر بال هواپیما ابتدا باید با استفاده از مودهای فرضی (رابطه (18)) معادلات حرکت سیسیتم که همان روابط (21 و 22) می باشند به فرم ماتریسی تبدیل نمود. قسمت حقیقی مقادیر ویژه ماتریس ضرائب این معادله ماتریسی همان میرایی مودال و قسمت موهومی آن فرکانس کاهش یافته می باشد. سرعت ناپایداری مربوط به زمانی است که میرایی مودال از مقادر منفی به مقدار مثبت زمانی که فرکانس کاهش یافته مثبت است، تغییر می یابد. بنابراین می توان با افزایش تدریجی سرعت جریان و محاسبه مقدار میرایی مودال و فرکانس کاهش یافته متناظر برای هر سرعت با توجه به وقوع شرط فوق مقدار سرعت فلاتر را تعیین نمود. روند محاسبه سرعت فلاتر در این مقاله در "شکل 4" نشان داده شده است. لازم به ذکر این که در صورت اضافه شدن نیروی پیشران تعقیب کننده به سیستم بال، خود این نیرو نیز عاملی برای ناپایداری می باشد. این بدان معنی است که اگر مقدار نیروی

پیشران تعقیب کننده زیاد باشد بدون حضور نیروهای آیرودینامیکی، بال میتواند ناپایدار گردد [13,10,5]. در چنین مواقعی سرعت ناپایدار کننده جریان صفر است.

4-مدلسازی بال

بال مورد بررسی یک ورق مستطیلی است. مشخصات فیزیکی بال کامپوزیتی در جدول 1 آمده است. همچنین مشخصات ماده کامپوزیتی و مشخصات سطح مقطع در جدول 2 آمده است.



Fig. 4 Flutter speed computation flowchart

شکل 4 روند نمای محاسبه سرعت فلاتر

1 Jones

5-اعتبارسنجي

سرعت فلاتر محاسبه شده با معادلات به دست آمده توسط نرمافزار متلب و سرعت به دست آمده از مرجع [21] برای مشخصات بال هیل (جدول 1 و 2) در جدول 3 مقایسه شده است. لازم به ذکر است که بال در نظر گرفته شده در مرجع [21] همگن میباشد که در این مقاله برای صحتسنجی زاویه الیاف صفر درنظر گرفته شده است. همچنین برای صحت سنجی

مناسب تر از مشخصات بال کامپوزیتی گلند [19] استفاده شده است که در جدول 3 مقایسه سرعت فلاتر محاسبه شده برای آن ارائه شده است. مقایسه نتایج تطابق خوبی را نشان میدهد. همچنین "شکل 5" نمونهای از نمودار به هم آمیختگی فرکانس و صفر شدن میرایی و رخداد پدیده فلاتر بال کامپوزیتی گلند را نشان میدهد.

6-الگوريتم ژنتيک

برای بهینه سازی در این مقاله از الگوریتم ژنتیک در فضای نرم افزاری متلب استفاده شده به گونهای که تعداد جمعیت 250 و تعداد نسل ها 100 در نظر گرفته شده است. جمعیت اولیه (نسل اول) برای شروع بهینه سازی به صورت تصادفی تولید شده است. برای عملیات اصلی در الگوریتم ژنتیک شامل انتخاب¹، تقاطع² و جهش³ از پیش فرض های نرم افزار متلب در گام نخست استفاده شد و پس از بررسی حالات مختلف با ایجاد تغییر در تابع جهش

جدول 1 مشخصات ساختاری و هندسی بال

Table 1 Geometrical specification of the composite wing				
مقدار	پارامتر			
16 (m)	طول بال (L)			
0.5 (m)	نصف طول وتر بال			
0.75 (kg/m)	جرم بر واحد طول			
0.1 (kg.m)	ممان اينرسي			
0.0889 (kg.m ⁻³)	چگالی هوا			

جدول 2 مشخصات ماده کامپوزیتی و سطح مقطع بال

le 2 Material specification of the composite wing			
مقدار	پارامتر		
2 × 10 ¹¹ (Pa)	E1		
5 × 10 ⁹ (Pa)	<i>E</i> 2		
5 × 10 ⁸ (Pa)	G12		
0.25	v12		
0.24 (m)	پهنای تیر بال		
0.017 (m)	ضخامت تير بال		

جدول 3 اعتبارسنجی بال کامپوزیتی

Table 3 Validation of co	omposite wing		
سرعت فلاتر (m/s)	بال گلند	سرعت فلاتر (m/s)	بال ھيل
135.71	مرجع [19]	32.2	مرجع [21]
136.24	مرجع [22]	32.4	حاضر
135.9	حاضر		

¹ Selection

Tab

سرعت همگرائی برای رسیدن به جواب بهینه افزایش یافته است. تابع جهش در این مقاله تابع گائوس⁴ انتخاب شده و مقیاس⁵ آن را از 1 به 5تغییر داده شده است.

1-6- تابع هدف

در این تحقیق برای بهینهسازی یک هدف دنبال میشود که همان افزایش سرعت ناپایداری بال کامپوزیتی است. تابع هدف، سرعت ناپایداری بال کامپوزیتی میباشد که توسط زیر برنامهای که براساس روند نمای "شکل 4" تهیه شده، برآورد می گردد.

2-6- متغيرهاي طراحي

متغیرهای طراحی مسئله همان زوایه الیاف برای هر لایه است. چون ورق باید به صورت متقارن طراحی شود، به ازای k لایه، k/2 مجهول وجود دارد. مثلا اگر بال از 10 لایه تشکیل شده باشد، آنگاه تعداد متغیرهای طراحی برابر 5 خواهد بود. لازم به ذکر این که ضخامت بال در این مقاله ثابت در نظر گرفته شده است، در نتیجه با افزایش تعداد لایهها ضخامت هر لایه کاهش مییابد. کرانه های پایین و بالا برای زاویه الیاف به صورت رابطه (28) است: (28)

5-6- پیادہ سازی

همانطوری که قبلا ذکر گردید در این مقاله از الگوریتم ژنتیک برای بهینه-سازی سرعت ناپایداری بالهای کامپوزیتی استفاده خواهد شد. در روش الگوریتم ژنتیک هرکدام از افراد نسل، دارای یک کرومزوم متشکل از چندین ژن هستند. در این مقاله باتوجه به درنظر گرفتن لایهچینی متقارن، تعداد ژنهای هر کرومزوم برابر نصف تعداد لایهها (k) میباشد. و مقدار هر ژن نشاندهنده زاویه الیاف در محدوده رابطه (28) میباشد. روند محاسبات الگوریتم ژنتیک مطابق گامهای زیر میباشد:

گام صفر: ایجاد تصادفی نسل اول بطوری که مقدار تمامی ژنها در محدوده رابطه (28) قرار داشته باشند.

گام 1: محاسبه سرعت ناپایداری مربوط به هریک از افراد نسل حاضر مطابق روند نشان داده شده در "شکل 4".

گام 2: رتبه بندی افراد نسل حاضر براساس مقدار تابع هدف آنها و تولید نسل بعدی توسط عملیات انتخاب، تقاطع و جهش.

گام 3: کنترل معیار توقف و در صورت ارضاء نشدن آن در نظر گرفتن نسل تولید شده در گام 2 به عنوان نسل حاضر و رفتن به گام 1. معیار توقف درنظر گرفته شده در این مقاله حداکثر تعداد نسل 50 یا این که در 10 نسل متوالی مقدار بهینه ثابت باشد.

7-نتايج

برای بالها در شرایط مختلف از نظر جرم موتور، تعداد لایهها و نیروی پیشران با استفاده از الگوریتم ژنتیک لایه چینی مناسب برای حداکثر نمودن سرعت فلاتر تعیین گردیده است. سپس حساسیت سرعت فلاتر بهینه نسبت به تعداد لایهها، جرم موتور و نیروی پیشران از طریق مقایسه نتایج تعیین شده است. در ادامه نتایج بهدست آمده ارائه می گردد.

ابتدا بهینه سازی برای بال بدون جرم موتور و نیروی پیشران انجام داده شده است. همان طور که در "شکل 6" مشاهده می شود با افزایش تعداد

⁴ Gaussian

² Crossover ³ Mutation

مهندسی مکانیک مدرس، شهریور 1395، دوره 16،شماره 6

⁵ Scale



Fig. 6 Flutter speed optimization process of wing without engine mass and thrust for the various layers

شکل 6 روند بهینه سازی سرعت فلاتر بال بدون جرم موتور و نیروی پیشران برای لایههای مختلف



Fig. 7 Optimum flutter speed of wing without thrust for the various layers شکل 7 سرعت فلاتر بهینه بال بدون نیروی پیشران برای لایه های مختلف

شده است. بررسی نتایج نشان میدهد سرعت فلاتر برای نیروی پیشران حدودا p=2 حداکثر میباشد.

در تحلیلی دیگر بهینهسازی را برای تعداد لایهها زمانی که نیروی پیشران ثابت فرض شده، انجام گرفته است. همان طور که انتظار می رفت با توجه به "شکلهای 12 تا 16" مشاهده می شود که با افزایش تعداد لایهها سرعت ناپایداری افزایش یافته است. علت این امر نیز به این خاطر است که با افزایش تعداد لایهها درجه تنظیم پذیری بال برای بهینه نمودن سرعت فلاتر بیشتر می شود. همچنین نتایج نشان می دهد که سرعت فلاتر برای تعداد لایههای 8 و 10 تفاوت چندانی ندارد و می توان نتیجه گرفت که ازدیاد تعداد لایهها بیشتر از 8 لایه تاثیری در سرعت بهینه فلاتر ندارد.



b) Damping vs air speed plot

ب) نمودار میرایی برحسب سرعت جریان Fig. 5 Variation of frequency and damping vs air speed for Goland wing

شکل 5 تغییرات فرکانس و میرایی برحسب سرعت جریان برای بال گلند

لایهها سرعت ناپایداری بال افزایش یافته همچنین افزایش تعداد لایهها در این نوع بال از 8 لایه به 10 لایه تأثیر چندانی نداشته است. به طور اختصار در نمودارها تعداد لایه ها با nol^1 و نیروی پیشران بی بعد با p نمایش داده شده است. در "شکل 7" سرعت فلاتر بهینه بال با نیروی پیشران صفر در دو حالت بدون جرم موتور و با در نظر گرفتن جرم موتور ($M_{\rm s}=11~{
m kg}$)، ترسیم شده است. همان طوری که ملاحظه می گردد جرم موتور سرعت بهینه فلاتر را در اکثر موارد کاهش می دهد.

سپس بهینهسازی را برای نیروی پیشران مختلف در تعداد لایههای مشخص انجام شده است و نتایج آن در "شکلهای 8 تا 11" نمایش داده

¹ Number of laminate



Fig. 11 Flutter speed optimization process of 10 layer wing for different thrust





Fig. 12 Flutter speed optimization process of p=0 thrust for different layers

شکل 12 روند بهینهسازی سرعت فلاتر تحت نیروی پیشران p=0 برای لایههای مختلف 50 45



Fig. 13 Flutter speed optimization process of p=1 thrust for different layers

شکل 13 روند بهینهسازی سرعت فلاتر تحت نیروی پیشران p=1 برای لایههای مختلف



Fig. 8 Flutter speed optimization process of 2 layer wing for different thrust





Fig. 9 Flutter speed optimization process of 4 layer wing for different thrust

شکل 9 روند بهینهسازی سرعت فلاتر بال 4 لایه برای نیروی پیشران مختلف



Fig. 10 Flutter speed optimization process of 8 layer wing for different thrust



زوایای بهینه لایهها در تحلیلهای مختلف جمع آوری و بهصورت جداول 4 تا 9 ارائه شده است. مقایسه نتایج به دست آمده برای زوایای الیاف روند خاصی را نشان نمیدهد ولی در عوض قابلیت تنظیم پذیری یک بال کامپوزیتی



Fig. 17 Optimum flutter speed for different layers



Fig. 18 Optimum flutter speed for different thrust forces شکل 18 سرعت فلاتر بهینه برای نیروهای پیشران مختلف



Fig. 14 Flutter speed optimization process of p=2 thrust for different layers



Fig. 15 Flutter speed optimization process of p=3 thrust for different layers

شکل 15 روند بهینهسازی سرعت فلاتر تحت نیروی پیشران *p=*3 برای لایههای



Fig. 16 Flutter speed optimization process of p=4 thrust for different layers

شکل 16 روند بهینه سازی سرعت فلاتر تحت نیروی پیشران 4=p برای لایه های مختلف

Table 7 Popults for wing with

را به منظور بهینه نمودن سرعت فلاتر نسبت یه زاویه الیاف را نشان میدهد. همان طوری که قبلا نیز ذکر گردید، جمعیت اولیه (نسل اول) به صورت تصادفی تولید شده است. در جداول 4 تا 9 زاویه اولیه در نظر گرفته شده برای الیاف در تحلیلهای مختلف نشان داده شده است. در جدولهای 8 و 9

به دلیل زیاد بودن نیروی پیشران سرعت فلاتر محاسبه شده به ازای زوایای اولیه الیاف صفر میباشد. ولی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و تنظیم زوایای الیاف مقدار سرعت فلاتر افزایش یافته است. این مساله نشان دهنده قابلیت تنظیمپذیری بال کامپوزیتی در نیروهای پیشران زیاد میباشد.

جدول 4 نتایج برای بال بدون جرم موتور و نیروی پیشران

able 4 Results for wing without engine mass and thrust					
سرعت فلاتر بهينه (m/s)	زاويه بهينه الياف	سرعت فلاتر (m/s)	زاويه اوليه الياف	تعداد لايه	
26.5	[-2.7]s	4.22	[0.003]s	2	
31.1	[-6.5,4]s	4.22	[0.001,0.04]s	4	
45.7	[-45.5,46,46,-29] _s	4.9	[-0.53,0.2,-0.23,-1.06] _s	8	
46.4	[-45,45,45,44,39]s	4.44	[-0.085,-0.509,0.505,0.39,- 0.51	10	

جدول 5 نتایج برای بال با جرم موتور و نیروی پیشران صفر

able 5 Results for wing with	engine mass and zero thrust	-		
سرعت فلاتر بهينه (m/s)	زاويه بهينه الياف	سرعت فلاتر (m/s)	زاويه اوليه الياف	تعداد لايه
15.6	[-2.8] _s	5.4	[-0.19] _s	2
32.3	[-5,16.5]s	15.01	[-1.75,-0.024]s	4
42.75	[37,-55,-22,11.5] _s	5.27	[1.77,-1.27,-0.57,-0.52] _s	8
42.7	[31.7,-51.3,51.5,-25,-1.5] _s	5.01	[0.012,0.12,0.048,0.62,0.47]s	10

p=1 نتایج برای بال با جرم متمرکز و نیروی پیشران (6 متمرکز و نیروی پیشران)

Table 6 Results for wing with ma	uss and p=1 thrust			
سرعت فلاتر بهينه (m/s)	زاويه بهينه الياف	سرعت فلاتر (m/s)	زاويه اوليه الياف	تعداد لايه
15.6	[-2.8] _s	4.3	[0.0056] _s	2
40.2	[-6.2,29] _s	4.74	[-0.487,0.485] _s	4
44.2	[-9.2,7.5,-24,24] _s	4.24	[0.024,0.16,0.1,0.7] _s	8
44	[-16,6,2.3,-2,2.2] _s	4.23	$[0.053, 0.15, 0.15, 0.036, 0.34]_s$	10

جدول 7 نتایج برای بال با جرم موتور و نیروی پیشران *p=*2

1 au	She 7 Results for while with eighter mass and $p-2$ thrust				
_	سرعت فلاتر بهينه (m/s)	زاويه بهينه الياف	سرعت فلاتر (m/s)	زاويه اوليه الياف	تعداد لايه
	18.1	[-4.3]s	4	[-0.5]s	2
	45.7	[-9,27]s	3.6	[0.08,-0.6] _s	4
	53.1	[-16.7,-2.2,25,21] _s	3.53	[0.05,0.08.2,0.3,0.96] _s	8
_	52.8	[-18,-8.3,19.6,1.3,0.3] _s	5.15	[-2.16,-0.84,1,1.13,-1.4] _s	10

جدول 8 نتایج برای بال با جرم موتور و نیروی پیشران *p=*3

Ta	Fable 8 Results for wing with engine mass and p=3 thrust						
	سرعت فلاتر بهينه (m/s)	زاويه بهينه الياف	سرعت فلاتر (m/s)	زاويه اوليه الياف	تعداد لايه		
	18.5	[-4] _s	0	[-0.5] _s	2		
	30.3	[-11.6,7.8] _s	0	[1.2,-0.5] _s	4		
	30.5	[-9.3,-15.8,3,24] _s	0	[-0.26,1.09,-0.88,-0.52] _s	8		
	30.3	[-16,-3,-7.5,-0.5,5.7] _s	0	[0.033,0.85,-1.8,-0.05,-2.06]s	10		

p=4 بال با جرم موتور و نیروی پیشران p=4

Cable 9 Results for wing with engine mass and $p=4$ thrust						
سرعت فلاتر بهينه (m/s)	زاويه بهينه الياف	سرعت فلاتر (m/s)	زاويه اوليه الياف	تعداد لايه		
13.6	[-8] _s	0	[2.3] _s	2		
19.2	[-18.5,-7] _s	0	[1.15,1.5]s	4		
19.2	[-19.5,-14,-10,-8] _s	0	[0.56,1.66,0.52,-0.9] _s	8		
19.3	[-17,-18.6,-16.2,-5.7,15.7] _s	0	[-0.35,0.9,2.5,-2.2,0.03]s	10		

8-نتیجه گیری

در این مقاله سرعت فلاتر بهینه یک بال کامپوزیتی برای حالتهای مختلف تعداد لایهها و نیروی پیشران موتور با در نظر گرفتن جرم متمرکز موتور با استفاده از الگوریتم ژنتیک تعیین گردید. با استفاده از مقایسه نتایج به دست آمده تاثیر تعداد لایهها و نیروی پیشران موتور بر سرعت فلاتر بهینه بررسی شد. اهم نتایج بهدست آمده عبارتند از:

- با افزایش تعداد لایه ا تنظیم پذیری بال در بهینه نمودن سرعت فلاتر بیشتر می گردد. با این وجود افزایش تعداد لایه ها از 8 لایه به بعد تغییر محسوسی در سرعت بهینه فلاتر برای حالات مختلف نیروی پیشران ایجاد نمی کند.
- هرچه تعداد لایهها بیشتر باشد حساسیت سرعت فلاتر بهینه نسبت به نیروی پیشران بیشتر خواهد شد.
- با افزایش نیروی پیشران ابتدا سرعت فلاتر بهینه زیاد می گردد و سپس مقدار آن کاهش مییابد.
- سرعت فلاتر بهینه در نیروی پیشران بدون بعد حدودا p=2 برای تمامی حالات حداکثر میباشد.
- به ازای نیروی پیشران بدون بعد 3 و p=4 بهازای زوایای اولیه درنظر گرفته شده برای الیاف سرعت فلاتر محاسبه شده صفر بوده ولی با تنظیم مناسب این زوایا مقدار سرعت فلاتر افزایش چشمگیری داشته است که این امر نشاندهنده قابلیت تنظیم پذیری بال کامپوزیتی میباشد.

9-فهرست علائم

- فاصله بدون بعد از وسط وتر تا محور الاستيک a_h
 - ^b نصف وتر
 - D انرژی میرایی
 - ار ، پیچشی جمشی، پیچشی جمشی، پیچشی F_h(ŋ), F_a(ŋ
 - ارتفاع لایه k ام h_k
 - جرم موتور M_s
 - تراست بىبعد موتور p
 - R_s بردار موقعیت جرم متمرکز
 - ^T انرژی جنبشی
 - انرژی جنبشی جرم متمرکز T_s
 - سرعت نرمال جريان بر بال U
 - *V* انرژی پتانسیل
- فاصله بدون بعد از محور الاستیک تا مرکز ثقل x_a
- علائم يونانى

α زاویه پیچش ٤**١،٤**2 ثوابت تابع واگنر θ زاویه الیاف ρ چگالی هوا

- ⁷ زمان بی بعد
- ثوابت تابع واگنر $\psi_{\mathbf{1}\prime}\psi_{\mathbf{2}}$

فرکانس پیچشی و خمشی مشی و

زيرنويسها

nol تعداد لايەھا

10- مراجع

- Y. Fung, An Introduction to the Theory of Aeroelasticity, pp. 160-186, Chichester: John Wiley, 1955.
- [2] R. Bisplinghoff, H. Ashley, *Principles of Aeroelasticity*, pp. 235-258, New York: John Wiley, 1962.
- [3] W. T. Feldt, G. Herrmann, Bending-torsional flutter of a cantilevered wing containing a tip mass and subjected to a transverse follower force, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 297, No. 6, pp. 467-478, 1974.
- [4] Z. Celep, On the lateral stability of a cantilever beam subjected to a non-conservative load, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 64, No. 2, pp. 173-178, 1979.
- [5] D. H. Hodges, M. J. Patil, S. Chae, Effect of thrust on bendingtorsion flutter of wings, *Journal of Aircraft*, Vol. 39, No. 2, pp. 371-376, 2002.
- [6] M. Goland, The flutter of a uniform cantilever wing, *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, Vol. 12, No. 4, pp. A197-A208, 1945.
- [7] M. Goland, Y. Luke, The flutter of a uniform wing with tip weights, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 15, No. 1, pp. 13-20, 1948.
- [8] F. H. Gern, L. Librescu, Static and dynamic aeroelasticity of advanced aircraft wings carrying external stores, *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 7, pp. 1121-1129, 1998.
- [9] F. H. Gern, L. Librescu, Effects of externally mounted stores on aeroelasticity of advanced swept cantilevered aircraft wings, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 2, No. 5, pp. 321-333, 1998.
- [10] A. Mazidi, S. Fazelzadeh, Flutter of a swept aircraft wing with a powered engine, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 23, No. 4, pp. 243-250, 2009.
- [11] S. Fazelzadeh, P. Marzocca, E. Rashidi, A. Mazidi, Effects of rolling maneuver on divergence and flutter of aircraft wing store, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 1, pp. 64-70, 2010.
- [12] A. Mazidi, S. Fazelzadeh, P. Marzocca Flutter of aircraft wings carrying a powered engine under roll maneuver, *Journal of Aircraft*, Vol. 48, No. 3, pp. 874-883, 2011.
- [13] M. Amoozgar, S. Irani, G. Vio, Aeroelastic instability of a composite wing with a powered-engine, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 36, pp. 70-82, 2013.
- [14] E. Dowell, E. Crawley, H. Curtiss, D. Peters, R. Scanlan, F. Sisto, A Modern Course in Aeroelasticity, pp. 91-93, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [15] C. E. Cesnik, D. H. Hodges, M. J. Patil, Aeroelastic analysis of composite wings, *Proceeding of the 37th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, pp. 18-19, 1996.
- [16] S. Fazelzadeh, A. Mazidi, H. Kalantari, Bending-torsional flutter of wings with an attached mass subjected to a follower force, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 323, No. 1, pp. 148-162, 2009.
- [17] H. Pourshamsi, A. Mazidi, S. A. Fazelzadeh, Flutter analysis of an aircraft wing carrying, elastically, an external store, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, 2015. (in Persian فارسی)
- [18] D. Hodges, E. Dowell, Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted non-uniform rotor blades, *National Aeronautics and Space Administration*, No. D-7818, pp. 3-7, 1974.
- [19] A. Ali, M. Hamed, The effect of laminated layers on the flutter speed of composite wing, *Journal of Engineering*, Vol. 18, No. 8, pp. 924-934, 2012.
- [20] B. Ghadiri, M. Razi, S. Hamidi, Dynamic instability analysis of a swept wing in time - domain, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 9, No. 37, pp. 93-106, 2009. (in Persian فارسى)

- [22] E. L. Brown, Integrated strain actuation in aircraft with highly flexible composite wings, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2003.
- [21] M. J. Patil, D. H. Hodges, C. E. Cesnik, Limit-cycle oscillations in high-aspect-ratio wings, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 15, No. 1, pp. 107-132, 2001.