



مطالعه عددی کاهش درگ آبودینامیکی دماغه پخ با ترکیب اسپایک و تزریق جت محوری و عرضی

محمد مومنیوند^۱، حسن محمدخانی^{۲*}

۱- کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران

۲- استادار، مهندسی هوافضا، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران

* تهران، صندوق پستی 1698715461، hmoammadkhani@ihu.ac.ir

چکیده

یکی از مهمترین موضوعاتی که در آبودینامیک پرتابه‌ها مطرح است، کاهش درگ آبودینامیکی اجسام پروازی با مکانیزم‌های مختلفی است که تحقیقات زیادی در سال‌های اخیر به منظور شناخت عملکرد و تأثیر پارامترهای مختلف روی میزان انحراف این روش‌ها انجام شده است. این موضوع در موشک‌های با دماغه پخ از اهمیت بیشتری برخوردار است. هدف از این پژوهش، کاهش درگ آبودینامیکی دماغه‌های پخ با استفاده از نصب اسپایک در نقطه سکون دماغه و تزریق جت در نقاط مختلف روی اسپایک است. تحلیل‌ها با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت و معادلات تابعی استخراج شده است. تزریق جت به صورت صوتی و عمود بر سطح اسپایک است. تحلیل‌ها با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت و معادلات تابعی استخراج شده اند. سه بعدی در حالت پایا و نایپایا در عدد ماخ جریان آزاد 1.89 و زوایای حمله مختلف انجام شده است. در این شبیه‌سازی از شبکه جریان روی این مدل‌ها نیازمند سرعت پردازش و حافظه بالایی استه از سیستم پردازش موازی استفاده شده است. در این شبیه‌سازی از شبکه باسازمان و مدل آشکنگی ω -SST - κ استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که کاهش درگ قابل ملاحظه‌ای با استفاده از تزریق جت و اسپایک بدست می‌آید.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 15 فروردین 1395

پذیرش: 10 خرداد 1395

ارائه در سایت: 29 تیر 1395

کلید واژگان:

کاهش درگ آبودینامیکی

دماغه پخ

آنالیز عددی

اسپایک

تزریق جت

Numerical study of aerodynamic drag reduction of blunt nose with hybrid of spike and axial and lateral jet injection

Mohammad Mumivand, Hasan Mohammadkhani*

Department of Aerospace Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran.
*P.O.B.1698715461 Tehran, Iran, hmoammadkhani@ihu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 03 April 2016
Accepted 30 May 2016
Available Online 20 July 2016

Keywords:
Aerodynamic Drag reduction
Blunt nose
Numerical analysis
Jet injection
Spike

ABSTRACT

One of the main challenges existing in the field of missile aerodynamics is how to reduce the aerodynamic drag of aerospace vehicles through different mechanisms. Thus far, many investigations have been performed to determine the performance and influence of various parameters on the effectiveness of these mechanisms. The challenge is particularly more pronounced in missiles with a blunt nose. The aim of this study is to reduce the aerodynamic drag of such missiles using hybrid employment of mounted spike at the stagnation point of the nose in addition to jet injection at different positions on the spike. To this aim, spike and jet injection configurations are extracted from the literature. Jet injection is considered in the sonic regime and perpendicular to the surface of spike. All analyses are performed using Fluent software along with Navier-Stokes equations for compressible and three-dimensional flow in both steady and unsteady states considering free stream at a Mach number of 1.89 and different angles of attach. Since the numerical simulation of these models requires high processing speed and memory, parallel processing system is employed. Additionally, structure grid and $\kappa-\omega$ -SST turbulence models are utilized. Results indicate that a significant drop in the drag is achieved using the hybrid utilization of jet injection and spike.

همچنین بالارفت عمر کارکرد تجهیزات را به دنبال دارد. بدین ترتیب موضوع

کاهش نیروی درگ بخصوص در اجسام با دماغه پخ^۱ از چالش‌های مهم صنعت هوافضا است. برخی از موشک‌ها به خاطر نوع مأموریت و عملکرد خاص، دارای دماغه‌ای با پخی زیاد بوده و نیروی درگ زیاد ایجاد می‌کنند. در این نوع دماغه‌ها نیروی درگ را می‌توان با روش‌هایی مانند اسپایک، تزریق جت و روش‌های نشت انرژی کاهش داد [4-14]. یکی از روش‌های کاهش

- ۱ - مقدمه

در طراحی یک سیستم پروازی نظریه موشک‌ها و راکتها، باید به آبودینامیک آن، بخصوص نیروی درگ توجه ویژه داشت. کاهش این نیرو امکان دستیابی به سرعت‌های بالاتر، کاهش مصرف سوخت و یا منابع مورد نیاز انرژی را فراهم می‌کند. لذا از دیر باز مسئله کاهش نیروی مقاوم در برابر سیال مورد توجه محققان بوده است. از سوی دیگر کاهش نیروی مقاوم یا درگ، علاوه بر موارد فوق، امکان طی مسافت‌های بیشتر به ازای سوخت مصرفی مشخص و

¹ Blunt

گرفته شده است. در این بررسی، از روش دینامیک سیالات محاسباتی بر مبنای نرم افزار فلوئنت با استفاده از معادلات ناویر-استوکس تراکم پذیر سه بعدی در حالت پایا و ناپایا استفاده شده است. برای ارزیابی و صحت سنجی نتایج، از نتایج تجربی مرجع [6] استفاده شده است. همچنین بر اساس مدل ارائه شده در این مرجع، اثر ترکیبی اسپایک و تزریق جت روی اسپایک با بدنه ای استوانه ای و دماغه کروی بررسی خواهد شد.

2- تعریف مسئله

در شکل ۱، نمایی از ابعاد هندسه ای مدل و اسپایک که از مرجع [6] گرفته شده، نشان داده شده است. (ابعاد داخل شکل بر حسب میلیمتر است) در این شکل، قطر دماغه (d) ۰.۲۷ متر، طول بدنه به همراه دماغه (L) ۴.۴۴۶ متر، انتهای شکل، قطر دماغه (d) ۰.۲۷ متر، طول پایه $0.85d$ و زاویه 9° درجه است. در این بدنه، مخروطی شکل با قطر پایه $0.85d$ و زاویه 9° درجه است. در این مرجع از اسپایک های مختلف استفاده شده که مناسب ترین اسپایک از لحاظ کاهش درگ، به طول 0.259 متر و قطر 0.045 متر است. همچنین عدد ماخ جریان آزاد 1.89 و عدد رینولدز بر مبنای قطر ماکریم، برابر 3.8×10^5 است. در این تحقیق، برای صحت سنجی نتایج حاصل از حل عددی، مدل ارائه شده در شکل ۱ در دو حالت با و بدون اسپایک، با نتایج تست توفیل باد مرجع [6] مورد مقایسه قرار می گیرد. سپس رفتار جت سیال در تغییر الگوی جریان در دو حالت تزریق از نوک 0.259 متر و تزریق از سطح جانبی اسپایک در حالت گذرا^۱ تحلیل می شود. در نهایت با استفاده از ترکیب اسپایک و تزریق جت، کاهش ضریب نیروی درگ در حالت دائم^۲ بررسی می شود. در همین راستا، تزریق جت در مکان های مختلف اسپایک انجام می شود. همان طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، برای بررسی اثر مکانی تزریق جت بر کاهش ضریب درگ، ۵ مکان روی اسپایک انتخاب شده است. برای موقعیت های شماره ۱ تا ۴ (Case1-4)، تزریق جت به صورت جانبی و در جهت عمود بر محور اسپایک است. در موقعیت شماره ۵ (Case 5)، تزریق جت در نوک اسپایک بوده و سیال جت در خلاف جهت سرعت جریان آزاد تزریق می شود. همچنین مدل های دیگری برای مقایسه نتایج مورد ارزیابی قرار گرفته است که در جدول قابل مشاهده است. لازم به ذکر است نسبت فشار کل به فشار خروجی جت برای حالت های فوق معادل 6.54 و مساحت خروجی نازل معادل 0.001414 متر مربع در نظر گرفته شده است.

3- حل عددی و شرایط مرزی

معادلات حاکم بر جریان سیال که به معادلات ناویر استوکس معروف است، شامل معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی است. معادلات ناویر استوکس، کامل ترین معادلات جریان سیال بوده که با حل آن می توان طور کامل فیزیک مسئله را بیان و شبیه سازی کاملی از رفتار جریان در تمام رژیمهای جریان

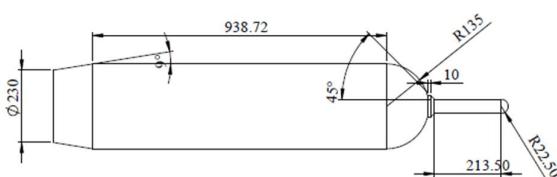


Fig. 1 Dmension of the spiked blunt body [6]

شکل ۱ ابعاد هندسی اسپایک و بدنه با دماغه پخ [6]

درگ، استفاده از اسپایک در نقطه سکون دماغه است که با تغییر شاک خمیده ای تشکیل شده در جلوی دماغه به شاک مخروطی، منجر به ایجاد ناحیه ای فشار پایین در بالادست دماغه شده، که در نهایت باعث کاهش قابل توجه نیروی درگ در زوایای حمله کم و نزدیک صفر می شود. البته این ساختار در حالتی که زاویه حمله زیاد باشد چندان تاثیری در کاهش درگ ندارد [4-2]. در این راستا مطالعات گسترده ای در ۶۰ سال گذشته روی موضوع کاهش درگ صورت گرفته است. مطالعه جامعی توسط میر در سال ۱۹۵۲ انجام گرفت. او به صورت تجربی جریان اطراف مدل های استوانه ای با سر تخت و سر نیم کره ای که یک میله به نوک آنها متصل بود را در عدد ماخ جریان 1.96 و رینولدز 1.65×10^5 مورد بررسی قرار داد [5]. میلسو و همکاران در سال ۲۰۰۲ یک آنالیز تجربی از تست توفیل باد روی دماغه بدن اسپایک و همراه چهار نوع اسپایک در عدد ماخ 1.89 و عدد رینولدز 3.8×10^5 از تأثیر تزریق جت بر کاهش درگ ۶۰ درصدی نیروی درگ شد [6]. کالیموتا و همکاران در سال ۲۰۱۰ اثر اسپایک را در زاویه حمله های مختلف در عدد ماخ 6 و عدد رینولدز 5×10^5 بررسی کردند [7]. مهتا در سال ۲۰۱۰ به بررسی عددی تأثیر طول و هندسه نوک اسپایک در کاهش درگ دماغه کروی و در عدد ماخ 6 پرداخت [8]. احمد و همکاران در سال ۲۰۱۰ کاهش درگ دماغه کروی را با نصب اسپایک و دیسک های با هندسه متفاوت به صورت تحلیل عددی بررسی کردند [9].

محققان اولین بار در سال ۱۹۴۰ تزریق جت را روشن برای کاهش درگ و کاهش نرخ انتقال گرما به بدنه مورد بررسی قرار داده و بسته آورده که تزریق جت به صورت مافق صوت در نقطه سکون دماغه باعث تغییر توزیع شکل دما و فشار در ناحیه جلوی دماغه می شود. فینلی در سال ۱۹۶۶ آزمایش هایی را جهت مطالعه ای تأثیر تزریق و کاهش ضریب فشار در عدد ماخ ۲.۵ انجام داد [10]. جنمی و همکاران در سال ۲۰۰۳ جریان پیرامون دماغه با مدل های مختلف اسپایک را در عدد ماخ 4.5 و زوایای حمله بالا بررسی کردند [11]. همچنین در کار دیگری شانگ و همکاران اصلاح میدان جریان در حضور یک جت پلاسما را بررسی کردند [12]. چو و همکاران در سال ۲۰۱۲ به بررسی عددی تأثیر تزریق جت در کاهش درگ جسم با دماغه کروی در عدد ماخ 2.5 پرداختند و کاهش درگ 32.6 درصدی را گزارش دادند [13]. رانگ در سال ۲۰۱۳ تحقیقی را در مورد کاهش درگ اجسام با دماغه پخ با استفاده از روش تزریق جت انجام دادند [14]. شاه و همکاران در سال ۲۰۱۰ تحلیل عددی کاهش درگ را با استفاده از تزریق جت روی دماغه پخ برای پارامتر های مختلف جریان مورد ارزیابی قرار دادند [15]. گلینسکی و همکاران کاهش درگ دماغه پخ را به صورت تحلیل عددی و تست تجربی انجام داده اند. در این مقاله اثر اسپایک و تزریق جت سیال به صورت تک فازی و دو فازی مورد بررسی قرار گرفته است [16]. زونگلین و همکاران در سال ۲۰۱۱ مطالعه تجربی روی تأثیر جت جانبی بر کاهش درگ دماغه پخ انجام دادند [17]. هوانگ در سال ۲۰۱۵ سه روش ترکیبی آبرو اسپایک، تزریق جت و نشت اثری را در کاهش درگ و انتقال حرارت مورد بررسی قرار داد [18]. همچنین جیانگ و همکاران با استفاده از روش های بهینه سازی پارامتری، اثرات طول اسپایک و قطر خروجی جت رو به جلو را به صورت توانمند ارزیابی قرار دادند [19].

ناآوری این مقاله، استفاده از ترکیب این دو روش (اسپایک و تزریق جت) برای کاهش درگ یک پرتاله با دماغه پخ است. برای رسیدن به این هدف، تزریق جت به صورت صوتی و در نقاط مختلف صوتی در نظر

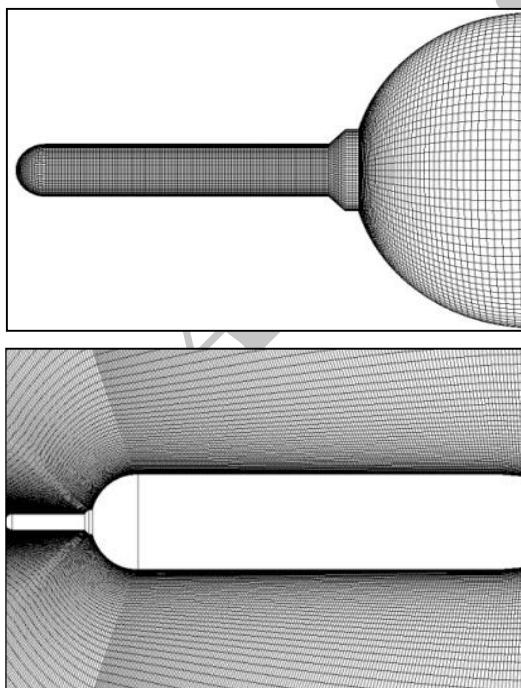
¹ Unsteady

² Steady

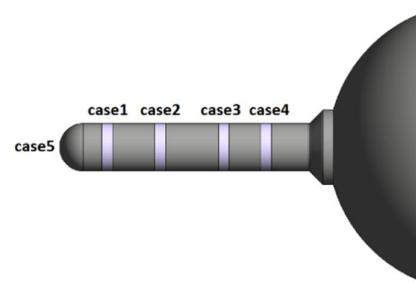
دوردست از شرط مرزی فشار دوردست² استفاده شده که در آن عدد ماخ 1.89 و فشار و دمای سطح دریا در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه سرعت جریان در خروج از میدان، مافوق صوت است، بنابراین مقادیر مجهول از داخل میدان برونیایی می‌شوند. از شرط مرزی ورودی فشاری³ برای تزریق جت استفاده شده است؛ بطوریکه هوا با چگالی گاز ایده‌آل در دمای محیط و فشارهای مختلف از سطح اسپایک تزریق می‌شود. با توجه به اینکه مورد نظر است سیال جت به صورت صوتی (عدد ماخ یک) وارد میدان جریان شود بنابراین نسبت فشار کل به فشار استاتیک برابر ۱.۸۹ در نظر گرفته شده است.

4- مطالعه شبکه محاسباتی

بررسی کیفیت شبکه ایجاد شده، یکی از مهمترین مراحلی است که بعد از شبکه‌بندی انجام می‌شود. در روش‌های تحلیل عددی تعداد المان مورد استفاده مهم بوده و باستی تعداد المان به حدی افزایش یابد که با افزایش بیشتر از آن، تغییری در نتایج ایجاد نشود. به عبارتی، باید استقلال نتایج از شبکه مورد بررسی قرار گیرد. استقلال پاسخها از شبکه مهمترین پارامتر برای اعتماد به جواب‌ها از نقطه نظر تعداد المان‌های شبکه است. بنابراین برای رسیدن به یک شبکه‌بندی مناسب، سه شبکه مختلف روى نيمه‌ی مدل و فضای محاسباتی آن ایجاد شده است. بدليل اینکه در این تحقیق از تزریق جت نیز برای کاهش درگ استفاده شده است، بررسی استقلال شبکه در دو حالت انجام گرفته است. حالت اول استقلال شبکه از تعداد المان‌های اطراف مدل و حالت دوم استقلال شبکه از تعداد المان‌های مرز تزریق جت است. برای مطالعه شبکه از لحاظ تعداد المان استفاده شده، سه شبکه‌بندی به تعداد المان‌های 367000، 527000 و 935000 ایجاد شده است. در شکل 3 نمایی از شبکه تولید شده در پیرامون مدل نشان داده شده است.



شکل 3 شبکه محاسباتی اسپایک و بدنه‌ی با دماغه پخ



شکل 2 پنج حالت تزریق جت از سطح اسپایک

جدول 1 حالت‌های مختلف استفاده شده

Table 1 Various models used in this study

اسپایک (متر)	موقعیت تزریق جت از نوک
0.04	تزریق جت در سطح جانبی اسپایک
0.09	تزریق جت در سطح جانبی اسپایک
0.15	تزریق جت در سطح جانبی اسپایک
0.19	تزریق جت در سطح جانبی اسپایک
0	تزریق جت در جلوی اسپایک
-----	تزریق جت در جلوی دماغه بدون اسپایک
-----	دماغه بدون اسپایک و تزریق جت
-----	دماغه به همراه اسپایک بدون تزریق جت

بدست آورد. این معادلات غیرخطی بوده که در حالت کلی حل تحلیلی برای آنها وجود ندارد و تنها راه بررسی ریاضی چنین مسایلی حل عددی است. برای این مسأله با به کارگیری معادلات جریان مغушش ناویراستوکس تراکم‌پذیر سه بعدی، تحلیل‌ها در دو حالت پایا و ناپایا بر پایه نرم افزار فلوئنت انجام می‌شود. بر این اساس معادله‌های چگالی مبنای، به صورت صریح گستته سازی شده و از روش رو¹ با دقت مرتبه دوم برای محاسبه شار استفاده شده است. معیار همگرایی برای باقی‌ماندها،⁵ انتخاب شده به طوری که ثابت شدن مقادیر ضریب نیروی محوری و عمودی نیز در نظر گرفته شده است. مدل SST - $k - \omega$ به طور همزمان می‌تواند از توانایی مدل $k - \omega$ برای احتساب نواحی رینولدز بالا بهره گیرد. از مزایای این مدل می‌توان به پیش‌بینی جریان با دقت بالا در گرادیان فشار معکوس، تخمین دقیق تر مکان جدایش جریان نسبت به مدل‌های $k - \epsilon$ و $k - \omega$ و همچنین قابلیت اطمینان این مدل برای حل جریان‌های آبرودینامیکی شامل امواج شاک مافوق صوت و وجود نرخ کرنش برشی زیاد، مانند مناطق مجاور نقطه سکون اشاره کرد. به همین دلایل، برای مدل‌سازی جریان آشکفته از مدل آشفتگی SST - $k - \omega$ استفاده شده است [20].

آنچه که جواب معادلات را ییگانه می‌کند، تعیین شرایط اولیه و شرایط مرزی مناسب است. در صورت انتخاب نامناسب شرط مرزی، نه تنها دقت شبیه‌سازی کاهش می‌یابد بلکه در موقعی موجب واگرایی در روند حل می‌شود. بنابراین استفاده از شرط مرزی مناسب، تابعی از نوع رژیم جریان، اطلاعات موجود در ورودی و خروجی و نیز سازگاری نوع حل‌گر و الگوریتم عددی استفاده شده با شرط مرزی است. برای دیواره‌ها نظیر دماغه، بدنه و اسپایک از شرط عدم لغزش سرعت استفاده شده است. برای میدان جریان

² Pressure-Far-Field

³ Pressure Inlet

¹ Roe

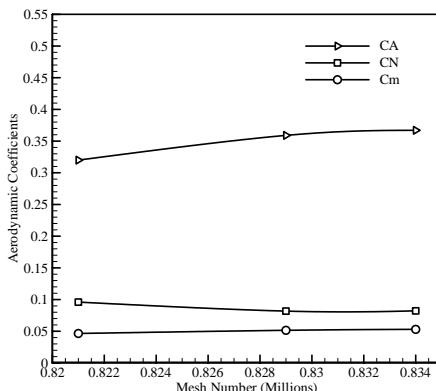


Fig. 6 Results of grid independence study for $P=6.54$, $M=1.89$ and $\alpha=2^\circ$
شکل 6 نتایج مطالعه استقلال شبکه در نسبت فشار کل 6.54 و عدد ماخ جریان آزاد 1.89 و زاویه حمله 2 درجه

عددی و نتایج تجربی برای هندسه‌ی مورد نظر در دو حالت با و بدون اسپایک را در زاویه حمله 2 درجه و عدد ماخ 1.89 نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، همخوانی خوبی بین داده‌های تجربی و نتایج حل عددی برقرار است و ماتزیم خط، مربوط به ضریب نیروی محوری برابر 11 درصد است که قابل قبول بوده و می‌توان از تحلیل عددی استفاده کرد.

6- بررسی نتایج

در این قسمت به بررسی تأثیر اسپایک، تزریق جت و روش ترکیبی اسپایک- تزریق جت در الگوی جریان و میزان کاهش درگ پرداخته شده است. در روش ترکیبی از تزریق جت طولی و عرضی استفاده شده است.

6-1- بررسی اثر اسپایک

در شکل 7 خطوط همتراز عدد ماخ در حالت با اسپایک (Case 8) و بدون اسپایک (Case 7) برای ماخ 1.89 و زاویه حمله 2 درجه نشان داده شده است. در حالت بدون اسپایک، شاک کمتری قوی در جلوی دماغه ایجاد شده و موجب افزایش نیروی درگ فشاری می‌شود. با نصب اسپایک در نقطه سکون دماغه، علاوه بر اینکه موج ضربه‌ای قوی را به امواج ضربه‌ای مورب ضعیف تر دماغه، ناحیه چرخشی در لایه مزی تشکیل شده و فشار داخل این ناحیه کم می‌شود. در محل برخورد لایه برشی به سطح دماغه، نقطه سکون

جدول 2 نتایج صحت سنجی در در عدد ماخ 1.89 و زاویه حمله 2 درجه

Table 2 Validation results for $M=1.89$ and $\alpha=2^\circ$

پیج	ضریب نیروی عمودی	ضریب نیروی محوری	ضریب گشتاور
0.147	0.0863	0.9422	بدون اسپایک تجربی
0.1499	0.0858	0.834	عددی
5.6	0.58	11.5	(%) خطاطا
0.211	0.1189	0.5594	تجربی تحریبی
0.185	0.11	0.496	عددی
12.3	7.5	11.3	(%) خطاطا

شکل 4 توزیع ضریب فشار روی اسپایک و دماغه را برای شبکه‌های مختلف نشان می‌دهد. مطابق با آن، همخوانی مناسبی بین نتایج ضریب فشار در شبکه‌های 2 و 3 وجود دارد. برای بررسی بهتر این موضوع، تغییرات ضرایب آیروдинامیکی نسبت به تعداد المان‌ها، برای عدد ماخ 1.89 و زاویه حمله 2 درجه در شکل 5 ترسیم شده است. شکل 6 نیز استقلال شبکه با تغییر المان‌های مرز تزریق جت را برای عدد ماخ 1.89 و زاویه حمله 2 درجه در سه تعداد المان 829000، 821000 و 822000 نشان می‌دهد.

همان‌طور که مشخص است، برای حالت بدون تزریق جت، ضرایب آیروдинامیک برای المان‌های بیشتر از 700000 و برای حالت با تزریق جت، ضرایب آیروдинامیک برای المان‌های بیشتر از 829000 تغییر چندانی ندارد. در مجموع برای حالت بدون تزریق جت از تعداد المان 821000 و در حالت با تزریق جت از 829000 المان استفاده شده است. لازم به ذکر است ضرایب آیروдинامیکی نسبت به قطر و سطح مقطع بدنی بی‌بعد شده است.

5- اعتبارسنجی نتایج

برای اطمینان از صحت نتایج بدست آمده از تحلیل عددی از نتایج تست توبل باد مرجع [6] استفاده شده است. جدول 2 ضرایب آیروдинامیک حاصل از حل

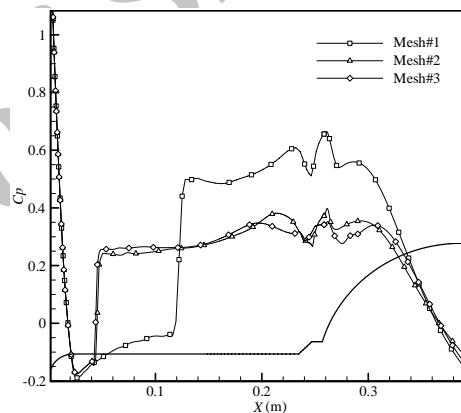


Fig. 4 توزیع ضریب فشار روی دماغه و اسپایک در عدد ماخ 1.89 و زاویه حمله 2 درجه

شکل 4 نتایج صحت سنجی در در عدد ماخ 1.89 و زاویه حمله 2 درجه

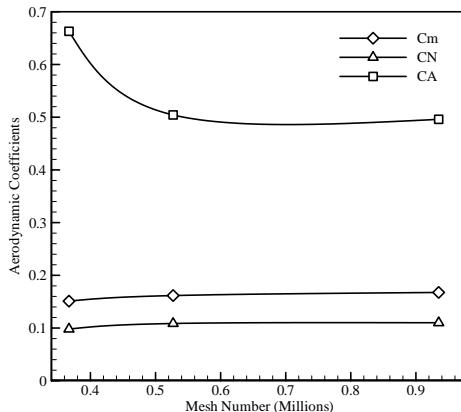
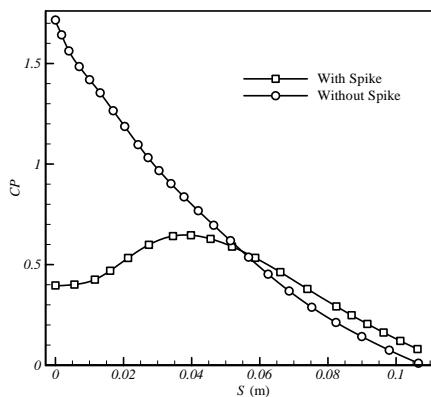


Fig. 5 نتایج استقلال شبکه برای دماغه به همراه اسپایک در عدد ماخ 1.89 و زاویه حمله 2 درجه

شکل 5 نتایج استقلال شبکه برای دماغه به همراه اسپایک در عدد ماخ 1.89 و زاویه حمله 2 درجه



شکل 8 تغییر ضریب فشار روی دماغه در حالت با و بدون اسپایک در زاویه حمله صفر درجه

خروجی از مُدمَنایا به طور ناگهانی به مُدمَنایا تبدیل می‌شود و در این نسبت فشار، ماکریم کاهش درگ حاصل می‌شود. در مُدمَنایا جت نفوذ زیادی به داخل جریان آزاد می‌کند، اما این نفوذ پایدار نبوده و به علت کم بودن انرژی کل سیال جت، نفوذ دواره کاهش یافته و یک حالت نوسانی برای سیال جت اتفاق می‌افتد. در این مُدمَنایا، جت خروجی منجر به یک سری انحرافات منظم به صورت موج‌های انبساطی ایکس شکل¹ می‌شود که در نهایت شاک کمانی را به صورت مخروطی درمی‌آورد. در حالت پایا، نفوذ جت کمتر از حالت نایابا بوده ولی با دارا بودن سطح انرژی بالا، پایداری سیال جت بیشتر است. در این حالت، بدلیل بالا بودن اختلاف فشار استاتیک نسبت به جریان آزاد، سیال جت به سرعت منبسط شده و باعث تشکیل شاک بشکه‌ای² می‌شود. همین عامل سبب می‌شود، مُدمَنایا تغییر زیادی در شکل شاک اصلی ایجاد نکند.

[13]

پارامترهای مورد استفاده در تزریق جت، P و D است که P نسبت فشر کل جت به فشار محیط و D نسبت قطر دماغه به قطر خروجی نازل تزریق جت است. شکل 9 خطوط همتراز عدد ماخ را برای حالت نایابا ($P=5$) و حالت پایا ($P=14$) نشان می‌دهد. مطابق با شکل، همان‌طور که گفته شد شاک تشکیل شده در مُدمَنایا به صورت ایکس شکل است که با نفوذ زیاد سیال جت در جریان آزاد همراه است این رفتار منجر به جایگاهی شاک کمانی و مخروطی شدن آن می‌شود. در مُدمَنایا، شاک ناشی از تزریق جت به صورت بشکه‌ای بوده و سیال جت، کمتر در جریان آزاد نفوذ می‌کند. این عامل سبب می‌شود در شکل شاک کمانی تغییر خاصی صورت نگیرد.

برای تزریق جت محوری در نسبت فشارهای بزرگتر از 5 (مُدمَنایا) نتایج تحلیل عددی نایابا و پایا جواب‌های تقریباً یکسانی دارد.

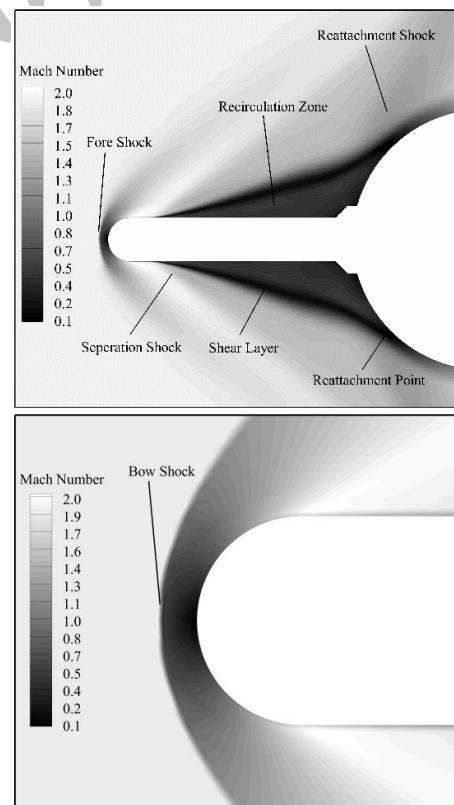
در شکل 10، ضریب نیروی محوری نسبت به تغییرات فشر کل برای حالت تزریق جت محوری (Case 5) را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل 10 نشان داده است، نسبت فشر بحرانی در حدود 5 است. در نسبت فشارهای بزرگتر از 5، مُدمَنایا و در نسبت فشارهای کوچکتر از 5 مُدمَنایا اتفاق می‌افتد. یکی از معایب تزریق جت محوری، تولید نیروی تکانه، هم‌راستا با نیروی درگ است. با اینکه طبق نمودار، در نسبت فشر کل بالا ($P>>5$) کاهش درگ بیشتری حاصل می‌شود، اما با افزایش نسبت فشر، نیروی تکانه جت که هم جهت با نیروی درگ است نیز افزایش یافته و باعث

لحظه‌ای با نام نقطه اتصال مجدد تشکیل می‌شود. در این نقطه مقادیر فشر به صورت محلی افزایش می‌یابد. برای اینکه خارج از لایه برشی، جریان موازی سطح بدنه شود، یک موج ضربه‌ای قوی در ناحیه اتصال مجدد تشکیل شده و منجر به افزایش فشر در پایین دست جریان می‌شود [9,6].

شکل 8 توزیع ضریب فشر در حالت با اسپایک و بدون اسپایک نسبت به مختصات جایه‌جایی روی دماغه (S) را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، در حالت بدون اسپایک، ضریب فشر مقادیر بالایی در نقطه سکون دماغه داشته و با فاصله گرفتن از نقطه سکون، کاهش می‌یابد. مطابق با توضیحات فوق، با نصب اسپایک کاهش ملاحظه‌ای در ضریب فشر جلوی دماغه دیده می‌شود. به طوری که ضریب فشر از مقدار 0.4 به 0.6 می‌یابد. البته در ناحیه اتصال مجدد افزایش نسبی در ضریب فشر وجود دارد. اما با وجود این اثر نامطلوب، با نصب اسپایک، یک کاهش عمده در میزان ضریب درگ وارد بر بدنه حاصل می‌شود. در صورتی که بتوان با مکانیزمی ناحیه‌ای تولید شده از جدایش جریان را افزایش داد و یا اثر شاک ایجاد شده در نقطه اتصال مجدد روی دماغه را کاهش داد، ممکن است کاهش نیروی درگ بیشتری بدست آید.

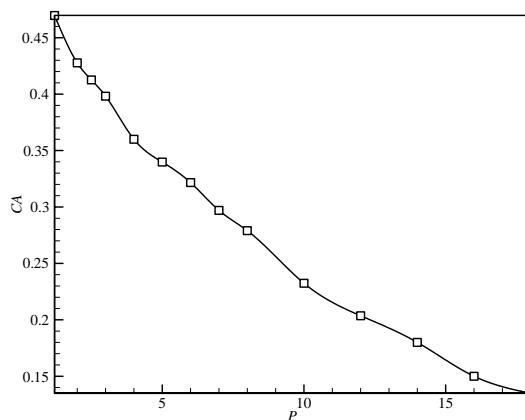
6- بررسی اثر جت خروجی از دماغه

در تزریق جت محوری، رفتار جت خروجی از نازل، بسته به نسبت فشر آن با جریان آزاد به صورت دو مُدمَنایا و دیگر نزدیک پایا در نظر گرفته می‌شود و یک نسبت فشر کل بحرانی برای جت وجود دارد که رفتار جت



شکل 7 خطوط همتراز عدد ماخ برای دماغه پخ با و بدون اسپایک در زاویه حمله صفر درجه

¹ X-TYPE
² Barrel Shock

Fig. 11 The axial force coefficient of Case 3 versus P at zero angle of attack and

شکل 11 تغییر ضریب نیروی محوری نسبت به فشار کل برای Case 3 و زاویه حمله صفر

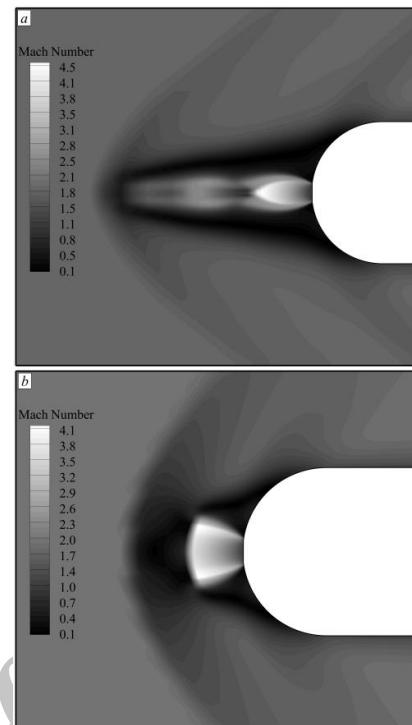
می‌یابد. با مقایسه شکل‌های 10 و 11 دیده می‌شود که این رفتار، مشابه رفتار تزریق جت محوری نبوده و فشار بحرانی رخ نمی‌دهد. در این حالت، حل گزرا و دائم جواب‌های تقریباً یکسانی دارند.

در ادامه، نتایج حالت‌های مختلف تزریق جت با هم مقایسه می‌شود. برای همه حالت‌ها، از تحلیل پایا و نسبت فشار کل تزریق (P) 6.54 و نسبت قدرت استفاده شده است. در جدول 1 و شکل 2 مکان‌های تزریق جت نشان داده شده است.

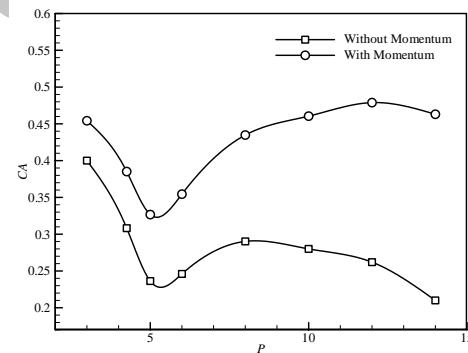
شکل 12 خطوط همتراز عدد ماخ میدان جریان در موقعیت‌های مختلف تزریق جت جانبی را نشان می‌دهد. در این شکل، جت صوتی تزریق شده به داخل ناحیه کم فشار اطراف اسپایک، منجر به منبسط شدن و افزایش سرعت جریان جت می‌شود. نفوذ جریان جت موجب تغییر در الگوی جریان اطراف اسپایک می‌شود. بطوری که ناحیه چرخشی را تحت تأثیر قرار داده و نقطه اتصال مجدد را به سمت انتهای دماغه جایجا می‌کند. در حقیقت استفاده از اسپایک باعث تبدیل شاک کمانی به شاک مخروطی شده و تزریق جت جانبی باعث افزایش زاویه شاک مخروطی می‌شود. همان‌طور که مشخص است، هرچه مکان تزریق جت به سمت دماغه جایجا شود، ناحیه چرخشی محدود به جت سیال و دماغه کوچکتر می‌شود. همچنین تزریق جت موجب افزایش ارتفاع لایه برشی تشکیل شده روی اسپایک می‌شود که این افزایش ارتفاع در حالت‌های 1 تا 3 منجر به افزایش ناحیه چرخشی جلوی دماغه نسبت به اسپایک بدون تزریق جت (شکل 7) می‌شود.

علاوه بر این، در حالت 1 به دلیل نزدیک بودن مکان تزریق جت به نوک اسپایک، شاک عمودی تشکیل شده جلوی اسپایک، تحت تأثیر قرار گرفته و قادرت آن افزایش می‌یابد.

جهت نمایش بهتر رفتار حالت‌های مختلف تزریق جت می‌توان به شکل‌های 13 تا 15 مراجعه کرد. در این شکل‌ها، ضرایب نیروی محوری، عمودی و گشتاور پیچشی در زاویه حمله‌های مختلف نمایش داده می‌شود. ضرایب CN و CM در تزریق جت جانبی در نقاط مختلف روی اسپایک، تقریباً ثابت است. نتایج ضریب CA تقریباً در Case 1 و Case 2 و Case 3 مشابه بوده و کمتر از ضریب نیروی محوری Case 4 است. در مجموع برای زاویه حمله پایین، Case 2 و برای زاویه حمله بالا Case 3 مقدار CA کمتری نسبت به حالت‌های دیگر دارد.

Fig. 9 Influence of steady and unsteady state on jet development: (a) unsteady mode ($P=5$), (b) steady mode ($P=14$)

شکل 9 تأثیر حالت پایا و گذرا روی نفوذ جت: (a) مُد گذرا ($P=14$) (b) مُد پایا ($P=5$)

Fig. 10 The axial force coefficient of Case 5 versus P at zero angle of attack and $D=7.6$

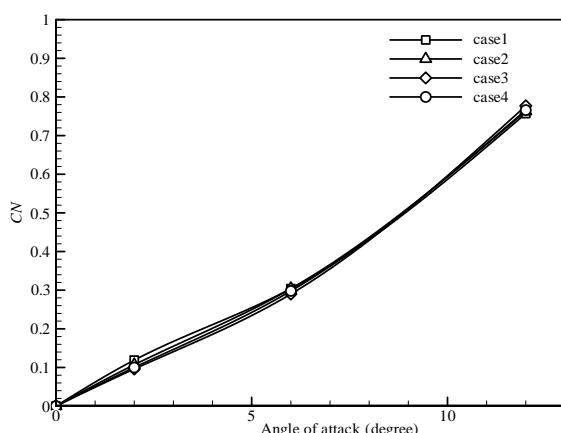
شکل 10 ضریب نیروی محوری نسبت به فشار کل برای Case 5 در $D=7.6$ و زاویه حمله صفر

افزایش مجدد نیروی درگ می‌شود. بدین ترتیب می‌توان گفت با در نظر گرفتن اثر نیروی تکانه، بیشترین کاهش درگ در نسبت فشار کل بحرانی ($P=5$) اتفاق خواهد افتاد.

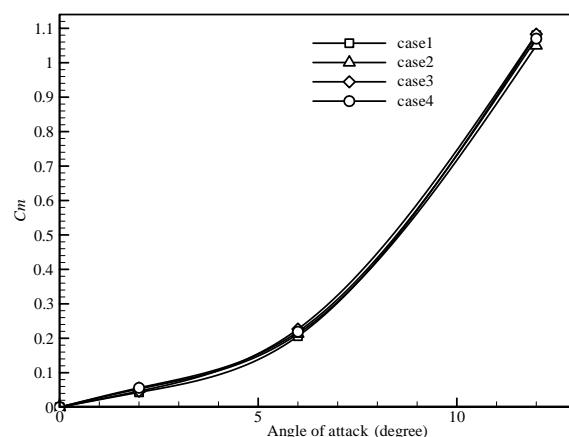
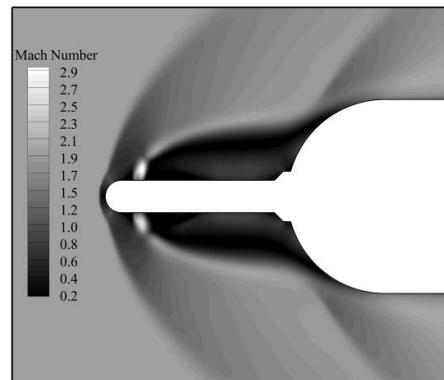
6-3-بررسی اثر ترکیبی تزریق جت و اسپایک

در این قسمت، ابتدا با استفاده از تحلیل گذرا به بررسی مُدهای پایا و ناپایا برای تزریق جت جانبی در حضور اسپایک پرداخته می‌شود. سپس اثر مکانی تزریق جت روی اسپایک مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

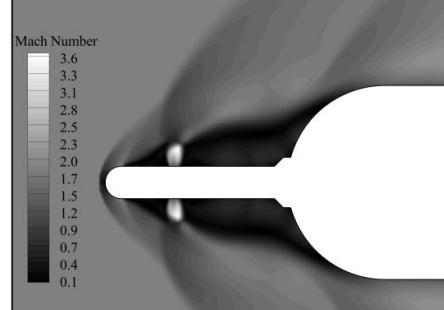
شکل 11 تغییرات ضریب نیروی محوری را بر حسب نسبت فشار کل تزریق جت برای Case 3 در زاویه حمله صفر درجه نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، با افزایش نسبت فشار کل، ضریب نیروی محوری کاهش

**Fig. 13** Comparison of the normal force coefficient versus angle of attack for $M=1.89$ and various locations of jet injection

شکل 13 مقایسه ضریب نیروی عمودی نسبت به زاویه حمله در عدد ماخ 1.89 و حالت‌های مختلف تزریق جت

**Fig. 14** Comparison of the pitching moment coefficient versus angle of attack for $M=1.89$ and various locations of jet injection

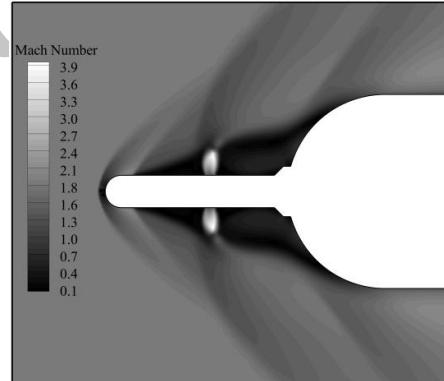
شکل 14 مقایسه ضریب گشتاور پیچشی نسبت به زاویه حمله در عدد ماخ 1.89 و حالت‌های مختلف تزریق جت



در شکل 16 تغییرات ضریب فشار روی سطح دماغه‌ی پخ برای حالت‌های مختلف تزریق جت جانبی، در زاویه حمله صفر درجه نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضریب فشار حالت‌های Case 1 و Case 2 متشابه بوده و نسبت به Case 4 از مقدار کمتری برخوردار است. همچنین نقطه اتصال مجدد که در محدوده نقطه ماکزیمم ضریب فشار است، در Case 1 نسبت به سایر حالت‌ها در مقادیر بزرگتری از 5 واقع شده است. این بدان معنی است که در حالت 1 نسبت به سایر حالت‌ها، نقطه اتصال مجدد، بیشتر به سمت انتهای دماغه جایجا می‌شود.

شکل 17 خطوط همتراز ضریب فشار را برای حالت‌های 1 تا 4 نشان

می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، با جایجا شدن مکان تزریق جت به سمت دماغه، ناحیه چرخشی بین جت و دیواره دماغه، کوچکتر می‌شود. با محدود شدن این ناحیه به شاک حاصل از تزریق جت و شاک اتصال مجدد، فشار این ناحیه افزایش می‌یابد؛ به طوری که در حالت 4 بدلیل نزدیک شدن مکان تزریق جت به دماغه، ضریب فشار در جلوی دماغه تحت تأثیر شاک‌های تزریق جت و اتصال مجدد قرار گرفته و منجر به افزایش ضریب فشار می‌شود.

**Fig. 12** Mach contours in various locations of jet injection for $P=6.54$, $D=7.6$ and zero angle of attack

شکل 12 خطوط همتراز عدد ماخ در حالت‌های مختلف تزریق جت جانبی در $D=7.6$, $P=6.54$ و زاویه حمله صفر درجه

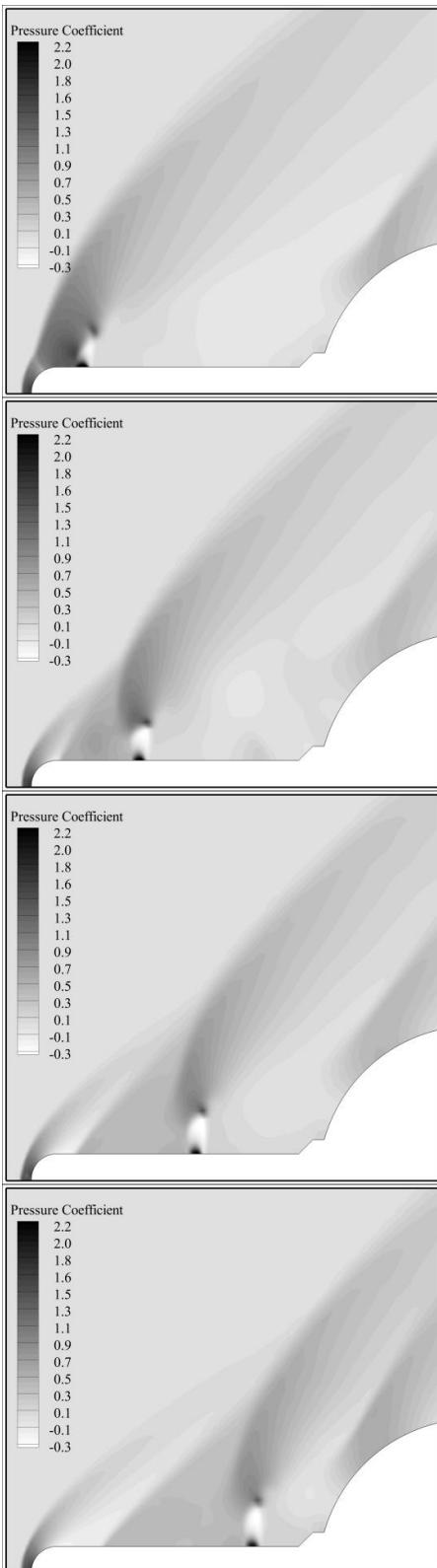


Fig. 17 Pressure contours in various locations of jet injection for $P=6.54$, $D=7.6$ and zero angle of attack

شکل 17 خطوط همنتاز ضرب فشار در حالت‌های مختلف تزریق جت جانبی در $P=6.54$ و $D=7.6$ و زاویه حمله صفر درجه

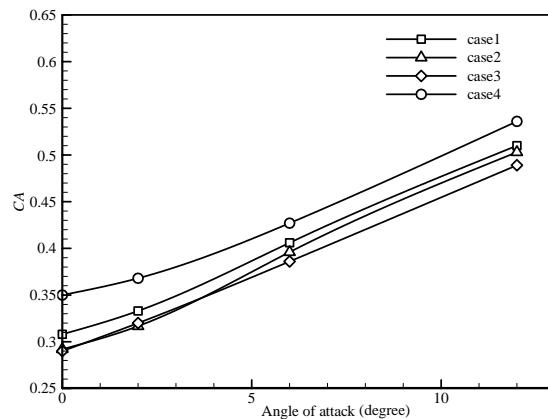


Fig. 15 Comparison of the axial force coefficient versus angle of attack for $M=1.89$ and various locations of jet injection

شکل 15 مقایسه ضریب نیروی محوری نسبت به زاویه حمله در عدد ماخ 1.89 و
حالت‌های مختلف تزریق جت

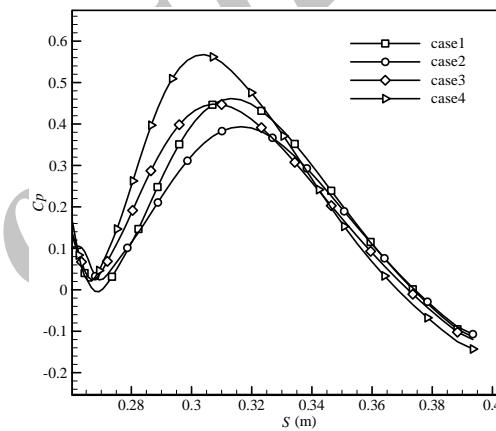


Fig. 16 Pressure coefficient on the nose in various models of jet injection at zero degree angle of attack

شکل 16 ضریب فشار روی دماغه در حالت‌های مختلف تزریق جت در زاویه حمله
صفر درجه

در جدول 3 میزان کاهش ضریب نیروی محوری با استفاده از ترکیب اسپایک و تزریق جت نسبت به حالت بدون تزریق جت (Case 8) نشان داده شده است. بدین ترتیب با توجه به نتایج فوق می‌توان نتیجه گرفت که در زاویه حمله‌های بالا، حالت 3 (Case 3) کاهش بیشتری در ضریب نیروی محوری ایجاد می‌کند.

4-6- مقایسه تزریق جت جانبی با سایر روش‌های دیگر

در این قسمت، Case3 را که در مرحله‌ی قبل تأثیر بهتری در کاهش ضریب نیروی محوری داشت، به عنوان نماینده‌ی تزریق جت جانبی انتخاب شده و نتایج آن با سایر حالت‌های بیان شده در جدول 1 مقایسه می‌شود. در شکل‌های 18 تا 20، ضرایب آیرودینامیک CA و CN نسبت به تغییرات زاویه حمله برای حالت‌های Case 3، Case 5، Case 6، Case 7، Case 8 و Case 9 مقایسه شده است. شکل 18 نشان می‌دهد که استفاده از تزریق جت و یا اسپایک باعث کاهش درگ دماغه‌ی پخ می‌شود. از بین این روش‌ها، ترکیب تزریق جت محوری و اسپایک (Case 5) کاهش بیشتری در نیروی محوری دارد. همچنان این نکته بدست می‌آید که شبیه تغییرات ضریب نیروی

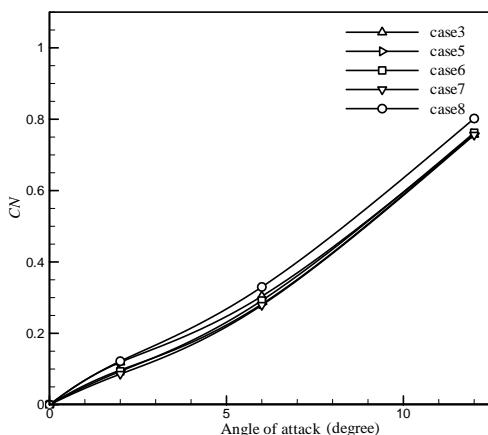


Fig. 19 Comparison of the normal force coefficient versus angle of attack for $M=1.89$ and various cases

شکل 19 مقایسه ضریب نیروی عمودی نسبت به زاویه حمله در حالت‌های مختلف و عدد ماخ 1.89

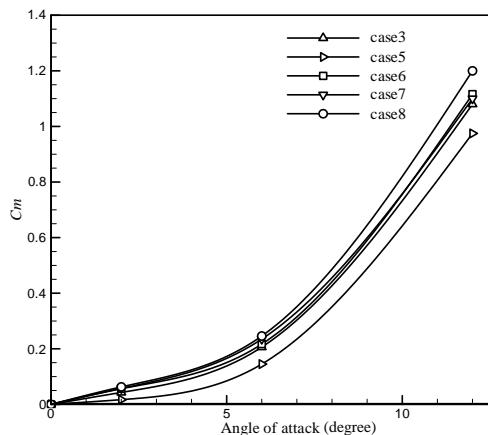


Fig. 20 Comparison of the pitching moment coefficient versus angle of attack for $M=1.89$ and various cases

شکل 20 مقایسه ضریب گشتاور پیچشی نسبت به زاویه حمله در حالت‌های مختلف و عدد ماخ 1.89

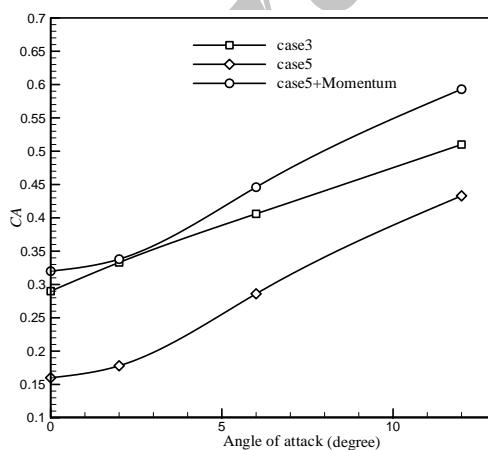


Fig. 21 The axial force coefficient for Case3 and Case5 with and without momentum

شکل 21 ضریب نیروی محوری برای Case3 و Case5 در حالت با و بدون تکانه

جدول 3 درصد کاهش ضریب نیروی محوری با استفاده از ترکیب اسپایک و تزریق جت

Table 3 Percentage of the axial force reduction using hybrid of jet injection and Spike

زاویه حمله	Case 4	Case 3	Case 2	Case 1
0	31	40	43	43
2	26	36	37	33
6	34	40	39	37
12	29	36	34	33

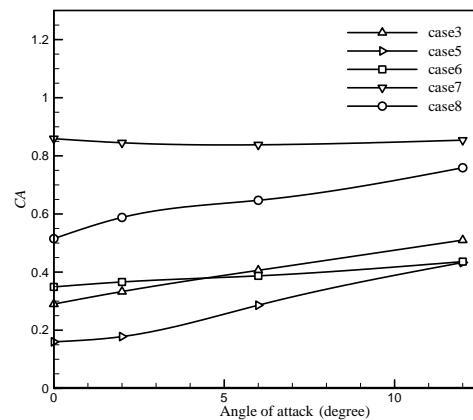


Fig. 18 Comparison of the axial force coefficient versus angle of attack for $M=1.89$ and various cases

شکل 18 مقایسه ضریب نیروی محوری نسبت به زاویه حمله در حالت‌های مختلف و در عدد ماخ 1.89

محوری با افزایش زاویه حمله در تزریق جت ملایم‌تر از اسپایک است. این نشان می‌دهد که راندمان اسپایک برای کاهش ضریب نیروی محوری در زاویه حمله‌های بالا، کمتر از تزریق جت است. به عنوان نمونه با مقایسه Case5 و Case6 در شکل 18 مشاهده می‌شود که در زاویه حمله 12 درجه، اسپایک هیچ تأثیری در کاهش ضریب نیروی محوری ندارد. در صورتی که تزریق جت برای زاویه حمله‌های بالا نیز کاهش قابل ملاحظه‌ای در ضریب نیروی محوری ایجاد می‌کند. در شکل 19، تغییرات ضریب نیروی عمودی نسبت به زاویه حمله برای حمله‌های مختلف نشان داده است. همان‌طور که مشخص است، تزریق جت می‌توان تغییرات ضریب نیروی عمودی تأثیری ندارد. همچنین در شکل 20 می‌توان تغییرات ضریب گشتاور پیچشی را نسبت به زاویه حمله برای حالت‌های مختلف مشاهده کرد. این شکل نشان می‌شود که ضریب گشتاور پیچشی در حالت Case5 نسبت به حالت‌های دیگر کاهش پیدا کرده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که Case5 ممکن است باعث کاهش حاشیه استاتیکی شود.

برای تحلیل دقیق‌تر مکانیزم تزریق جت محوری باید نیروی تکانه را که در تحلیل‌های فوق ظاهر نشده، ولی در تزریق محوری یکی از نیروهای مقاومت محسوب می‌شود، در نظر گرفت. بدیل اینکه تزریق جت جانبی به صورت 360 درجه است، این نیرو به علت تقارن خنثی می‌شود. اما یکی از معایب تزریق جت محوری، ایجاد نیروی تکانه‌ی همراستا با نیروی محوری است، که باعث افزایش نیروی درگ می‌شود. با اینکه در تحلیل‌ها نشان داده شد تزریق جت محوری کاهش بیشتری در ضریب نیروی محوری ایجاد می‌کند، اما با اضافه کردن این اثر همان‌طور که در شکل 21 نشان داده شده، می‌توان نتیجه گرفت که تزریق جت جانبی (Case3) کاهش نیروی درگ بیشتری بخصوص در زاویه حمله‌های بالا ایجاد می‌کند.

- a self-aligning aerodisk, *Progress in Flight Physics*, Vol. 7, pp. 475-488, 2015.
- [4] S. Khurana, K. Suzuki, Application of Aerospikes for Lifting Body Configuration in Hypersonic Flow at Mach 7, *43rd Fluid Dynamics Conference*, San Diego, California, June 24-27, 2013.
- [5] W. Mair, Experiments on separation of boundary layers on probes in front of blunt-nosed bodies in a supersonic air stream, *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 43, No. 342, pp. 695-716, 1952.
- [6] S. Milicev, M. Pavlovic, S. Ristic, A. Vitic, On the influence of spike shape at supersonic flow past blunt bodies, *Mechanics, Automatic Control and Robotics*, Vol. 3, No. 12, pp. 371-382, 2002.
- [7] R. Kalimuthu, R. C. Mehta, E. Rathakrishnan, Drag reduction for spike attached to blunt-nosed body at Mach 6, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 47, No. 1, pp. 219-222, 2010.
- [8] R. C. Mehta, Flow field computations over conical disc and flat spiked body at Mach 6, *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Orlando, Florida, January 5-8, 2009.
- [9] M. Y. M. Ahmed, N. Qin, Drag reduction using aerodisks for hypersonic hemispherical bodies, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 47, No. 1, pp. 62-80, 2010.
- [10] P. Finley, The flow of a jet from a body opposing a supersonic free stream, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 26, No. 02, pp. 337-368, 1966.
- [11] P. Gnemmi, J. Sruljic, K. Roussel, K. Runne, Flowfield around spike-tipped bodies for high attack angles at Mach 4.5, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 40, No. 5, pp. 622-631, 2003.
- [12] J. Shang, J. Hayes, J. Menart, Hypersonic flow over a blunt body with plasma injection, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 39, No. 3, pp. 367-375, 2002.
- [13] C. Zhou, W. Ji, A three-dimensional numerical investigation on drag reduction of a supersonic spherical body with an opposing jet, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 228, No. 2, pp. 163-177, 2014.
- [14] R. Yisheng, Drag reduction research in supersonic flow with opposing jet, *Acta Astronautica*, Vol. 91, pp. 1-7, 2013.
- [15] S. Bilal Hussain Shah, X.-Y. Lu, Computational study of drag reduction at various freestream flows using a counterflow jet from a hemispherical cylinder, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Vol. 4, No. 1, pp. 150-163, 2010.
- [16] M. Gilinsky, C. Washington, I. M. Blankson, A. I. Shvets, Spike-nosed bodies and forward injected jets in supersonic flow, *38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, Indianapolis, Indiana, July 7-10, 2002.
- [17] Z. Jiang, Y. Liu, G. Han, Conceptual study on non-ablative TPS for hypersonic vehicles, *17th AIAA International space planes and hypersonic systems and technologies Conference*, San Francisco, California, April 11-14, 2011.
- [18] W. Huang, A survey of drag and heat reduction in supersonic flows by a counterflowing jet and its combinations, *Journal of Zhejiang University*, Vol. 16, No. 7, pp. 551-561, 2015.
- [19] Z. Jiang, P. Cheng, C. Chenfang, M. Handong, Q. Yongming, Optimization research on combination of spike and forward-facing jet using response surface methodology, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 33, No. 2, pp. 204-210, 2015.
- [20] F. R. Menter, Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA Journal*, Vol. 8, No. 32, pp. 1598-1605, 1994.

7- نتیجه‌گیری

کاهش درگ موشک‌های با دماغه‌ی پخ به دلیل نیروی درگ شدیدی که به آنها وارد می‌شود، از اهمیت زیادی برخوردار است. در این تحقیق از ترکیب اسپایک و تزریق جت در موقعیت‌های مختلف روی اسپایک برای بهبود عملکرد این دماغه‌ها استفاده شده است. با توجه به تحلیل‌های انجام شده روی مدل‌های مختلف اسپایک و تزریق جت، نتایج زیر بدست آمده است.

استفاده از اسپایک تنها و تزریق جت تنها، موجب کاهش درگ قابل توجهی در دماغه‌های پخ می‌شود. شب تغییرات ضربی نیروی محوری نسبت به تغییرات زاویه حمله در تزریق جت، ملایم‌تر از استفاده از اسپایک است. بدین معنی که در روش اسپایک با افزایش زاویه حمله، ضربی نیروی محوری رشد سریع‌تری نسبت به تزریق جت دارد. بنابراین در زوایای حمله بالا، استفاده از تزریق جت روش مناسب‌تری برای کاهش نیروی درگ دماغه‌های پخ است. به منظور کاهش بیشتر ضربی درگ، از ترکیب اسپایک-تزریق جت استفاده شد. سیال جت به صورت صوتی و در سطح جانبی اسپایک تزریق شد. نتایج بدست آمده از این روش ترکیبی به شرح زیر است.

- نتایج نشان می‌دهد که این روش کاهش قابل ملاحظه‌ی در ضربی نیروی محوری برای زوایای حمله مختلف نسبت به دو روش اسپایک تنها و جت تنها ایجاد می‌کند.

- تزریق جت محوری نوک اسپایک به دلیل جایه‌جا کردن شاک خمیده به بالادست جریان، کاهش درگ بیشتری نسبت به تزریق جت جانبی ایجاد می‌کند، ولی با ایجاد نیروی تکانه‌ی هم‌راستا با نیروی درگ، باعث عدم کاهش قابل توجهی در نیروی درگ می‌شود.

- از میان حالت‌های مختلف ترکیب اسپایک و تزریق جت جانبی، می‌توان گفت که Case3 مناسب‌تر از سایر حالت‌ها است و تقریباً کاهش درگ 40 درصدی نسبت به دماغه‌ی با اسپایک تنها ایجاد می‌کند.

- تزریق جت محوری دارای مو مدد پایا و ناپایا بوده و باعث ایجاد فشار بحرانی می‌شود در صورتیکه در جت جانبی تغییر مدد، مشاهده نشده و فشار بحرانی رخ نمی‌دهد.

- نتایج ضربی نیروی عمودی نشان می‌دهد که استفاده از اسپایک تنها، تزریق جت تنها و روش ترکیبی، تأثیری روی این ضربی ندارد.

- ضربی گشتاور پیچشی در حالت تزریق جت محوری از نوک اسپایک باعث کاهش حاشیه پایداری می‌شود.

8- مراجع

- C. D. Marley, D. W. Riggins, Numerical study of novel drag reduction techniques for hypersonic blunt bodies, *AIAA journal*, Vol. 49, No. 9, pp. 1871-188, 2011.
- V. Kulkarni, K. Reddy, Counterflow drag reduction studies for a blunt cone in high enthalpy flow, *International Journal of Hypersonics*, Vol. 1, No. 1, pp. 69-76, 2010.
- C. Schnepf, O. Wysocki, E. Schülein, Wave drag reduction due to