



مدل سازی دینامیکی جابجایی نانو/میکروذرات در تماس چندنقطه‌ای بر پایه مدل رامپ

منیژه زاکری^{1*}، جواد فرجی²

1- استادیار، مهندسی مکترونیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- کارشناس ارشد، مهندسی مکترونیک، دانشگاه تبریز، تبریز

* تبریز، صندوق پستی 5166614761، m.zakeri@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 10 خرداد 1395

پذیرش: 20 تیر 1395

ارائه در سایت: 24 مرداد 1395

کلید واژگان:

مدل سازی دینامیکی

راندن نانو/میکرو ذره

سطح زبر

تماس چندنقطه‌ای

چکیده

در این مقاله رفتار دینامیکی نانوذره بر روی سطح زبر در حین راندن بر پایه میکروسکوپ نیروی اتمی (AFM)، با استفاده از مدل تماس چند نقطه‌ای مدل سازی و شبیه سازی شد. ابتدا یک مدل تماس چندنقطه‌ای برای دو سطح با هندسه زبری متفاوت شامل پروفیل زبری شش وجهی و چهاروجهی، از ترکیب مدل تماس تک نقطه‌ای رامپ با مدل های تماسی JKR و شوارتز استخراج گردید و معادلات مربوط به سطح تماس واقعی و نیروی چسبندگی برای تماس چندنقطه‌ای سطوح زبر ارائه شد. سپس رفتار دینامیکی نانو/میکرو ذره کروی در راندن روی سطح زبر، با استفاده از مدل تماس چندنقطه‌ای جدید، مدل سازی شد. به علاوه، شبیه سازی دینامیکی نانو/میکرو ذراتی با شعاع های 50، 400 و 500 نانومتر در جابجایی بر روی سطوح زبر مختلف، با فرض تماس چندنقطه‌ای، تک نقطه‌ای، و سطح صاف اجرا و تحلیل شد. نتایج شبیه سازی ها نشان دادند که استفاده از مدل تماس چندنقطه‌ای خصوصاً در شعاع های زبری کوچک، تأثیر عمده‌ای در تعیین نیروی بحرانی حرکت دارد. به علاوه، فرض سطح صاف و یا تماس تک نقطه‌ای منجر به ایجاد خطای قابل توجهی در تخمین نیروی بحرانی می شود. نشان داده شد که پروفیل زبری سطح و توزیع زبری عوامل بسیار مؤثری در تعیین تعداد نقاط تماسی بوده و موجب تغییر مقدار نیروی بحرانی پیش بینی شده می شوند. در کل، نیروی بحرانی به دست آمده از مدل تماس چندنقطه‌ای در مقایسه با مقادیر به دست آمده از مدل های سطح صاف و تماس تک نقطه‌ای، به ترتیب کاهش و افزایش یافته است.

Dynamic modeling of nano/microparticles displacement with multi-point contact based on the Rumpf model

Manizhe Zakeri*, Javad Faraji

School of Engineering Emerging Technologies, University of Tabriz, Tabriz, Iran

* P.O.B. 5166614761, Tabriz, Iran, m.zakeri@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 30 May 2016

Accepted 10 July 2016

Available Online 14 August 2016

Keywords:

Dynamic modeling
pushing nano/micro particles
rough surface
multipoint contact

ABSTRACT

In this paper, dynamic behavior of a nano particle on a rough surface in pushing based on the atomic force microscopy (AFM) was modeled and simulated by using the multipoint contact model. First, a multipoint contact model was extracted for two different roughness profiles of rough surfaces including the hexagonal and tetrahedral by combination of the Rumpf singular point contact model with JKR and Schwarz contact models, and the equations of the real contact area and adhesion force were proposed for multipoint contact of rough surfaces. Then, the dynamic behavior of particles in pushing on the rough substrate was modeled by using the new multipoint contact model. Additionally, simulation of the particles dynamics with radii of 50, 400 and 500 nm in moving on the different rough substrates was performed and analyzed, by assuming multipoint, singular point contacts, and flat surface contacts. Results showed that the multipoint contact model, especially in small radiuses of roughness has an essential impact on determination the critical force. Moreover, assumptions of the flatness or the singular point contact leads to a considerable error in estimating the critical force. Results showed profiles of rough surface and roughness distribution are very important factors in determining the numbers of the contact points, and changing the estimated amount of the critical force. In general, the obtained critical force based on the new multi-point contact model in comparison with those based on the flat surface and the singular point contact models, was decreased and increased, respectively.

1- مقدمه

دینامیکی، ابزار اساسی در فهم پروسه نانو/میکرو جابجایی است و نانو/میکرو ذرات می توانند در هر لحظه مسیریابی بشوند که این امر ما را قادر به قرار دادن آن ها در موقعیت مورد نظر برای ساخت و مونتاژ در مقیاس های نانو/میکرومتری می کند. مطالعات گسترده ای در زمینه جابجایی نانو/میکرو

جابجایی نانو/میکرو ذرات با استفاده از پروب میکروسکوپ های روبشی میله ای¹ (SPM) از جمله اهداف کلان سال های اخیر بوده است. مدل سازی

¹ Scanning probe microscopy

نیروی چسبندگی را با استفاده از خواص مشخصه زبری ارائه می‌کنند. این خواص یا مستقیماً اندازه‌گیری شده و یا از پروفیل سطح استخراج می‌شوند. خواص مشخصه عبارت از مقدار متوسط ارتفاع و انحراف rms پروفیل آن، شعاع انحنا، قله برآمدگی، ارتفاع برآمدگی‌ها و فاصله بین آن‌ها یا طول موج زبری، نسبت سطح صاف در مقابل سطح زبر و یا حتی طیف کامل ارتفاع سطح می‌باشند. مدل‌ها و روش‌های تئوری مختلفی بر پایه استفاده از برآمدگی‌های نیمه کره با توزیع ارتفاع گاوسین، rms زبری سطح و طول موج مشخصه و تحلیل آن ارائه شده‌اند. با این حال در تحقیقات کمی از مقادیر اندازه‌گیری شده واقعی زبری برای پیش‌بینی نیروی چسبندگی بین سطوح غیر ایده‌آل استفاده شده است. البته، در برخی پژوهش‌ها نیروهای چسبندگی سطوح زبر نیز با استفاده از مدل‌های تماسی JKR و یا DMT وارد مدل‌سازی شده‌اند [16, 20]. ذاکری و خوارزمی اصطکاک در مقیاس میکرو/نانو را در سطوح با توزیع زبری مدل‌سازی کرده و نشان دادند که زبری سطوح در مقیاس نانومتری تأثیر زیادی بر رفتار اصطکاک دارد [25].

در مجموع، تحقیقات کمی در زمینه مدل‌سازی جابجایی ذره روی سطح زبر با در نظر گرفتن تأثیر زبری سطوح و پروفیل زبری انجام شده است. تحقیقات حاضر با فرض سطح صاف و یا تماس تک‌نقطه‌ای انجام شده‌اند. لذا در این مقاله به عنوان کار جدید، مدل‌سازی دینامیکی راندن نانوذره روی صفحه مینای زبر با فرض تماس چندنقطه‌ای ارائه خواهد شد. بدین منظور جهت تعیین تعداد نقاط تماسی به صورت تابعی از پارامترهای سطح زبر و شعاع ذره، و نیروی چسبندگی سطوح، مدل تماس چندنقطه‌ای بین ذره کره‌ای صاف و سطح زبر استخراج خواهد گردید. جهت مدل‌سازی نیروهای چسبندگی و سطح تماس واقعی از پروفیل زبری شش‌وجهی و چهاروجهی براساس تئوری رامپ [15] استفاده خواهد شد. سپس، تئوری تماسی JKR جهت کاربرد در تماس چندنقطه‌ای توسعه داده خواهد شد. برای اعمال نیروهای کوتاه‌برد و دور-برد نیروهای چسبندگی در سطوح زبر و مدل‌سازی تغییر شکل‌های تماسی سطوح، از تئوری تماسی شوارتز استفاده خواهد شد [12]. طبق مدل‌های تماسی سطوح زبر، مساحت سطح تماس از مجموع نقاط تماسی بین دو سطح در تماس تشکیل می‌شود که به‌عنوان سطح واقعی تماس تعریف می‌شود. سطح واقعی تماس بستگی به اندازه شعاع قله و توزیع برآمدگی‌های روی سطح زبر دارد. همچنین، زبری سطح موجب افزایش یا کاهش چسبندگی ذرات به سطوح بسته به مقیاس زبری، محل قرارگیری ذره و اندازه و هندسه ذره می‌شود. در ادامه این مقاله، ابتدا تئوری‌های موردنیاز جهت مدل‌سازی راندن ذره کره‌ای بر سطح زبر با فرض تماس چندنقطه‌ای شامل تئوری‌های مکانیک تماس، چسبندگی سطوح زبر، تماس چندنقطه‌ای و اصطکاک در مقیاس میکرو/نانو ارائه خواهد شد. در ادامه مدل دینامیکی راندن نانو/میکرو ذرات بر روی صفحه مینای ناهموار با در نظر گرفتن تغییر شکل‌های میکروتیرک و عکس‌العمل‌های نانو/میکرو ذره در سطوح تماسی ارائه خواهد شد و نهایتاً رفتار دینامیکی ذره در حرکت بر روی سطح زبر مطالعه خواهد شد.

2- مدل‌سازی جابجایی نانو/میکرو ذره به روش راندن

برای مدل‌سازی رفتار دینامیکی ذره و استخراج نیرو بحرانی در لحظه شروع حرکت ذره روی سطح، نیاز به تعریف کامل هندسه و نیروهای عمل‌کننده در این مسئله می‌باشد. بعلاوه در تعریف هندسه مسئله، تغییر شکل سطوح

ذرات کره‌ای با هدف استفاده از SPM و خصوصاً نوع مکانیکی آن که میکروسکوپ نیروی اتمی¹ (AFM) است، انجام می‌گردد. با این حال تحقیقات کمی در خصوص مدل‌سازی و کاربردهای آن در پیش‌بینی مسیر حرکت نانوذره یا انتهای سوزن ابزار انجام شده است [1].

مدل اولیه برای جابجایی دوبعدی نانو/میکرو ذرات به شکل راندن توسط فالوو ارائه شده است. در این مدل از تئوری تماسی هرتز² استفاده شده و از نیروی چسبندگی ناشی از انرژی سطحی مواد صرف‌نظر گشته است [2]. سیتی و هاشیموتو با استفاده از تئوری تماسی JKR³ و مدل جرم و فنر مدلی ارائه نموده و از آن برای جابجایی کنترل شده ذره به صورت نیمه اتوماتیک استفاده نموده و مسیر حرکت ذره را با استفاده از داده‌های بینایی سیستم کنترل کرده‌اند [3]. کیم و همکارانش به مدل‌سازی مکانیکی پروسه‌های راندن/کشیدن و برداشتن/موقعیت دهی ذرات در مقیاس نانو پرداخته‌اند، اما آن‌ها مدل کامل را بررسی نکرده‌اند [4]. تفضلی و سیتی مدل دینامیکی نسبتاً کاملی از پروسه راندن نانو/میکرو ذرات با استفاده از تئوری JKR ارائه داده و رفتار دینامیکی نانو/میکرو ذرات را روی صفحه مینای صاف بررسی کرده‌اند. آن‌ها سعی کرده‌اند با شبیه‌سازی، نیرو و زمان واقعی جابجایی را در هر لحظه از پروسه تعیین کنند [5]. طاهری جابجایی نانوذرات بیولوژیکی را توسط AFM به صورت سه‌بعدی مدل‌سازی کرد و نشان داد که در نانوذرات مورد بررسی شروع حرکت غلتشی حول محور x قبل از غلتش حول محورهای y و z اتفاق می‌افتد [6]. با توجه به اهمیت زبری سطح و تأثیر آن بر چسبندگی سطوح، کورایم و ذاکری به توسعه مدل دینامیکی جابجایی نانو/میکرو ذرات صاف بر روی سطوح زبر در تماس تک‌نقطه‌ای پرداخته‌اند [7]. ذاکری و فرجی به مدل‌سازی راندن نانو/میکرو ذرات زبر در سطوح صاف پرداخته و نشان داده‌اند که وجود زبری بر روی ذرات نیز سبب کاهش مقدار نیروی بحرانی در شروع حرکت ذره می‌شود [8]. آلدوسین و همکارانش به بررسی تجربی منیبولیشن دوبعدی تک ذره طلا به شکل 20 وجهی پرداختند. آن‌ها نیروهای اطراف نانوذره شامل چسبندگی، اصطکاک و نیرو خارجی را به صورت بلادرنگ بررسی کردند و تأثیر تغییر این نیروها بر حرکت نانوذره را مورد مطالعه قرار دادند [9]. آن‌چه موجب تفاوت تحلیل دینامیکی سیستم در مقیاس نانو نسبت به مقیاس ماکرو می‌گردد، اهمیت یافتن نیروهای سطحی و همچنین تغییر شکل سطوح تماسی در مقیاس میکرو/نانو است که در مدل‌سازی سیستم‌هایی در مقیاس میکرو/نانو از اهمیت بالایی برخوردارند [10, 11]. در مطالعه تماس/تغییر شکل، مدل‌های مکانیکی مختلف هرتز، JKR، DMT⁴ و MD⁵ ارائه شده‌اند و مدل تحلیلی تغییر شکل الاستیک تماس چسبنده بین کره و سطح صاف در محدوده مشخص JKR و DMT توسط شوارتز ارائه شده است [11, 12]. اما در حال حاضر ثابت شده که نیروهای برهم‌کنش و خصوصاً نیروهای جدایش یا چسبندگی ذره/سطح برای یک هندسه بسیار ساده یعنی کره/صفحه در مواد نرم بسیار کمتر از مقادیر پیش‌بینی شده با تئوری‌های تماسی JKR، DMT و MD در سطوح صاف ایده‌آل است. عموماً زبری سطوح و حضور برآمدگی‌ها به‌عنوان پاسخ این اختلاف بین تئوری و آزمایش‌ها مطرح شده که موجب کاهش سطح تماس واقعی و افزایش فاصله بین سطوح اجسام می‌شود [13-24]. پس از تحقیقات اولیه فولر و همکارانش [13]، تئوری‌های مختلفی ارائه شده‌اند که بیان ریاضی

¹ Atomic force microscopy

² Hertz

³ Johnson-Kendall-Roberts

⁴ Derjaguin-Muller-Toporov

⁵ Maugis-Dugdale

⁶ root mean square

چسبندگی اعمال کند. مدل رامپ بر پایه تماس بین یک برآمدگی منفرد نیمه کره‌ی روی صفحه و یک‌ذره کره‌ی است (شکل 1). مرکز ذره با شعاع بزرگ‌تر در بالای مرکز برآمدگی است و سیستم بدون تغییر شکل فرض شده است. ذره کره‌ی با شعاع R در بالای برآمدگی به شعاع r و به مرکز O قرار گرفته و در امتداد محور Y بر هم نیرو وارد می‌کنند. نیروی عکس‌العملی مؤثر در این مدل از مجموع دو عبارت که برهم‌کنش‌های وندروالس دو سطح در تماس هستند، به دست می‌آید. رامپ از تقریب درجاگوین برای برهم‌کنش بین دو سطح استفاده نموده و معادله (6) را به دست آورد.

$$F_{adh} = \frac{A_H R}{6D_0^2} \left[\frac{r}{r+R} + \frac{1}{(1+r/D_0)^2} \right] \quad (6)$$

که در آن r شعاع برآمدگی، A_H ثابت همیگر و D_0 کمترین فاصله بین کره و برآمدگی (معادل فاصله بین‌اتمی) است. عبارت اول و دوم داخل براکت در معادله به ترتیب مقادیر نیروی وندروالس تماسی بین ذره و برآمدگی و نیروی برهم‌کنش غیرتماسی بین ذره و صفحه مبنای صاف را بیان می‌کند که ذره در فاصله‌ای معادل شعاع برآمدگی r از صفحه مینا قرار دارند [15]. رابینوویچ و همکارانش رابطه بین شعاع زبری r و ریشه میانگین مربعات یا rms را مشخص کردند [17,16]. کوپر و همکارانش مدلی جهت تعیین نیروی چسبندگی در تماس ذره کره‌ی زبر با سطح صاف ارائه دادند که در آن از پراکندگی همگن برآمدگی‌های نیمه کره‌ی که مرکز آن روی ذره کره‌ی قرار دارد، استفاده شده است. در مدل مذکور نیروی چسبندگی کل برابر مجموع چسبندگی تماسی در یک برآمدگی ضربدر تعداد برآمدگی‌های تماسی موجود در سطح مشترک دو جسم و نیروی غیر تماسی بین کره و سطح می‌باشد [18]. جورج، هندسه سطحی با توزیع زبری شش‌وجهی پوشیده از برآمدگی‌های کره‌ی به شعاع یکسان را جهت تخمین پروفیل سطوح زبر واقعی پیشنهاد کرده است [19]. تحقیقات تجربی مختلفی نیز جهت اندازه‌گیری نیروی چسبندگی و مقایسه مدل‌های موجود انجام می‌گیرد [20]. بیچ و همکارانش به اندازه‌گیری مستقیم نیروهای چسبندگی بین ذرات دارویی (بکلومتازون، لاکتوز و ...) با هندسه منظم و سطوح زبرین پلیمری با استفاده از AFM پرداخته‌اند. این اندازه‌گیری‌ها نشان دادند که زبری سطوح تماسی، عامل مهمی است که نیروهای چسبندگی اندازه‌گیری شده در آزمایش را تحت تأثیر قرار می‌دهد [21]. فتاح تأثیر تغییرات زبری‌های با شعاع بسیار کوچک از 0 تا 10 نانومتر را بر نیروی چسبندگی ذرات کره‌ی از روشی مشابه با روش رامپ استفاده و بررسی کرده است [24]. آن‌ها نشان دادند که در زبری بسیار کم، عبارت غیرتماسی چسبندگی نیروی وندروالس بین سطح دو ذره غالب است که با افزایش شعاع زبری، این نیرو کاهش می‌یابد و نیروی چسبندگی تماسی بین ذره با برآمدگی سطح زبر، افزایش می‌یابد. یکی از خاصیت‌های اساسی سطوح زبر، توزیع قابل‌توجه نیروی جدایش است [13,14,23]. در قسمت‌های قبل الگوهای موجود جهت بررسی چسبندگی سطوحی با زبری مشخص که در آن‌ها از پوشش سطح با ذرات کره‌ی استفاده شده بود، مرور شد. رابینوویچ از برآمدگی‌های کره‌ی به شعاع یکسان و با پوشش قله-دره را جهت تخمین هندسه پروفیل سطوح زبر واقعی استفاده کرده است [16] که با تکرار آن در راستای محور عمود بر صفحه، پروفیل مربعی به دست می‌آید. همچنین، جهت تخمین دقیق‌تری از پروفیل سطوح واقعی، هندسه سطحی با توزیع زبری شش‌وجهی پوشیده از برآمدگی‌های کره‌ی به شعاع یکسان جهت تخمین از سطوح زبر واقعی پیشنهاد شده بود [19].

تماسی بایستی لحاظ گردد. نیروهای موجود شامل نیروهای تماسی و اصطکاک و نیروهای ابزار بوده و بایستی با استفاده از تئوری‌های مکانیک تماس و اصطکاک در مقیاس میکرو/نانو استخراج شوند که در ادامه به آن می‌پردازیم.

1-2- چسبندگی و مکانیک تماس در مقیاس میکرو/نانو

نیروی چسبندگی به مقاومت در برابر جدایش دو سطح در تماس که در خلاف جهت هم کشیده می‌شوند، گفته می‌شود. چسبندگی سطوح کاملاً وابسته به کار چسبندگی W و در نتیجه انرژی سطحی γ بوده و معادلات اولیه توسط تابور ارائه شده است. نقطه شروع تحلیل او معادله زیر است:

$$W = 2\gamma \quad (1)$$

برای مطالعه مکانیک تماس/تغییر شکل در مقیاس نانو/میکرومتری، استفاده از مدل‌های تماسی هرتز، JKR، DMT و MD پیشنهاد شده‌اند [10]. ساده‌ترین قانون نیرو برای تخمین عکس‌العمل‌های واقعی بین کره/صفحه توسط هرتز مدل شده که مکانیک تغییر شکل تماسی بین کره با سطح صاف را بدون در نظر گرفتن چسبندگی ارائه نمود. با افزودن چسبندگی به مدل هرتز، مدل‌های پیشرفته مکانیک تماس به دست می‌آیند. یکی از این مدل‌ها، مدل JKR است. در این مدل نیروهای جاذبه فقط در داخل سطح تماس عمل می‌کنند و نیروهای چسبندگی در فواصل بینهایت نزدیک را در برمی‌گیرد. تئوری معروف JKR استفاده از بار ظاهری هرتز را ارائه می‌کند که به عبارت دیگر، بار معادل در غیاب نیروهای چسبندگی است که موجب افزایش سطح تماسی می‌شود. تئوری JKR به شکل معادلات (2) تا (4) بیان می‌شود:

$$F_{(adh)JKR} = -\frac{3}{2}\pi\gamma R \quad (2)$$

$$\delta = \frac{a_{JKR}^2}{R} - \sqrt{\frac{8\pi\gamma a_{JKR}}{3K}} \quad (3)$$

$$a_{JKR} = \frac{R}{K} (\sqrt{F_{(adh)JKR}} + \sqrt{F - F_{(adh)JKR}})^{2/3} \quad (4)$$

که در آن F نیروی عمودی اعمال شده خارجی و $F_{(adh)JKR}$ نیروی جداسازی دو سطح است. K مدول الاستیک مؤثر است که مقدار آن از رابطه (5) به دست می‌آید. E_1 و E_2 مدول یانگ و ν_1 و ν_2 ضرایب پواسون دو سطح در تماس است. a شعاع تماسی و δ عمق تماس می‌باشد.

$$\frac{1}{K} = \frac{3}{4} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \quad (5)$$

2-2- تئوری‌های چسبندگی در سطوح زبر

اغلب سطوح مهندسی صرف‌نظر از روش آماده‌سازی دارای برآمدگی‌هایی در سطح هستند. باودن و تابور در سال 1956 مدعی شدند که سطح تماس واقعی بین ذره و سطح زبرین از سطح تماس ظاهری خیلی کوچک‌تر می‌باشد و در حالت تئوری، نیروی اصطکاک متناسب با سطح تماس واقعی است. در تحقیقات بعدی، فولر و تابور تأثیر زبری سطح نمونه بر چسبندگی را با استفاده از مدل تماسی JKR بررسی نمودند [13]. آن‌ها پارامتر بدون بعدی را محاسبه نمودند که به معنی کاهش چسبندگی به علت زبری سطح بود. اولین مدل برای زبری سطوح در سال 1966، توسط گرین‌وود و همکارانش ارائه شد که در آن برآمدگی‌های سطح زبر باکره‌های مستقل و بر اساس خواص آماری سطوح تقریب زده شده بود [14]. اولین مدل ساده برای توصیف تأثیر زبری سطوح بر میزان نیروی چسبندگی توسط رامپ ارائه شده است. او مدل همیگر را تغییر داد تا اثر ارتفاع برآمدگی را بر نیروهای

2-3-2- مدل‌سازی نیروی چسبندگی کره/سطح زیر در حالت تماس چندنقطه‌ای

در این قسمت، نیروی چسبندگی تماسی سطوح با توجه به تأثیر پروفیل زبری و تعداد نقاط تماسی بر میزان نیروی چسبندگی برای توزیع زبری با طول موج $\lambda = 4r$ و $\lambda = 2r$ استخراج می‌شود. با در نظر گرفتن تعداد نقاط تماسی برابر N ، معادله (6) که بیانگر نیروی تماسی در تماس تک‌نقطه‌ای است، برای حالت تماس چندنقطه‌ای و توزیع زبری با ضرب نیروی تماسی در N به شکل معادله (8) تغییر می‌کند:

$$F_{ad} = \frac{A_H R}{6D_0^2} \left[\frac{Nr}{r+R} + \frac{1}{(1+r/D_0)^2} \right] \quad (8)$$

در تحقیقات هدف تعیین نیروی چسبندگی بوده و سطح تماس واقعی و تغییر شکل سطوح بررسی نشده است و در موارد موردنیاز، سطح تماس واقعی بین ذره و سطح زیر غالباً با استفاده از نیروی چسبندگی مدل‌های JKR در سطوح صاف به دست آمده و لذا نیروی چسبندگی دقیق در معادلات تماسی اعمال نشده است؛ اما آزمایش‌ها نشان داده‌اند که برخلاف زبری مقیاس میکرو که نیروی چسبندگی را می‌توان با استفاده از ناحیه کوچک تماسی مشخص نموده و با عبارت‌هایی از تئوری الاستیسیته بیان نمود، برهم‌کنش‌های سطوح ماشین‌کاری شده با زبری نانومتری به میزان زیادی تحت تأثیر نیروی وندروالس بین سطوح غیرتماسی است. از این‌رو در مدل‌سازی نانو راندن به معادلات تغییر شکل تماسی و نیز سطح واقعی تماس نیاز داریم. معادلات تغییر شکل تماسی و نیز سطح واقعی تماس در تماس تک‌نقطه‌ای توسط کویریم و ذاکری با استفاده از مدل ریاضی تغییر شکل الاستیک تماس چسبندگی شوارتز و براساس معادلات نیروی چسبندگی سطوح زبر ارائه شده است. در این مدل تأثیر کامل نیروهای وندروالس کوتاه‌برد و دور-برد در داخل و خارج سطح تماس واقعی اعمال شده است. به‌علاوه، برهم‌کنش تماسی بین ذره با قله برآمدگی سطح زبر مشابه نیروی چسبندگی مدل JKR در نظر گرفته شده و نیروی برهم‌کنش دور-برد ذره با صفحه مبنا به نیروی خارجی اضافه می‌گردد. سپس برای استخراج رابطه شعاع تماسی و بار وارده از روش استخراج مدل JKR استفاده شده است [7]. نیروی معادل هر تزیین در مدل JKR، F_H^{JKR} ، با در نظر گرفتن نیروی دور-برد $2\pi r\omega_2$ به شکل زیر می‌باشد:

$$F_H^{JKR} = F + 3\pi r\omega_2 = \sqrt{F + (3\pi r\omega_2)^2} \quad (9)$$

با جای‌گذاری نیروی خارجی معادل $F + 2\pi r\omega_2$ در معادله (9)، بار معادل هر تزیین به صورت معادله (10) استخراج شده است:

$$F_H^{JKR} = F + 2\pi r\omega_2 + 3\pi r\omega_1 \pm \sqrt{6\pi r\omega_1(F + 2\pi r\omega_2) + (3\pi r\omega_1)^2} \quad (10)$$

از طرفی، طبق معادلات (6) و (8)، نیروی چسبندگی در سطوح زبر از دو بخش نیروی داخل دایره تماسی یا کوتاه-برد و نیروی خارج دایره تماسی یا دور-برد تشکیل شده است که بیانگر مقادیر نیروی وندروالس تماسی بین ذره/برآمدگی و نیروی وندروالس میانگین غیرتماسی بین ذره/صفحه مبنا به عنوان سطح صاف می‌باشد. با فرض تماس چند نقطه‌ای، نیروی وندروالس، معادل در معادلات (9) و (10)، بایستی در تعداد نقاط تماسی ضرب گم طبق معادله (10)، نیروی دور-برد یا عبارت غیرتماسی نیروی چسبندگی F_{Ic} به عنوان یک نیروی خارجی در نظر گرفته می‌شود. نهایتاً، معادلات تعمیم داده شده شوارتز جهت استفاده در مدل تماس چند نقطه‌ای به صورت معادله (11) به دست می‌آید:

2-3-3- مدل‌سازی مکانیک تماس کره/سطح زیر در تماس چندنقطه‌ای

چنان‌که ذکر شد در مدل رامپ نیروی چسبندگی بین ذره کروی/سطح زیر برای تماس تک نقطه‌ای مطالعه شده است. در حالت واقعی وقتی شعاع ذره بزرگ‌تر از اندازه شعاع قله برآمدگی‌های سطح زیر باشد، تعداد نقاط تماسی ذره/سطح زیر، در منطقه تماسی بیش از یک نقطه خواهد بود که این امر موجب تغییر نیروی چسبندگی به دست آمده در مقایسه با مدل‌های موجود می‌گردد. از این‌رو جهت تعیین نیروی موردنیاز برای جدا کردن ذره از سطح زیر، تعداد نقاط تماسی باید مشخص شود. در ادامه با فرض مشخص بودن سطح تماس ظاهری مطابق تئوری‌های موجود در مکانیک تماس، تعداد نقاط موجود در منطقه تماسی براساس هندسه توزیع زبری استخراج خواهد شد.

2-3-1- مدل‌سازی هندسی تماس چندنقطه‌ای برای پروفیل سطح زبر با توزیع شش‌وجهی و چهاروجهی

در "شکل 2" نمای فوقانی پروفیل زبری با توزیع شش‌وجهی و چهاروجهی مشاهده می‌شود. هندسه تماس ذره کروی با پروفیل‌های زبری شش‌وجهی و چهاروجهی به صورت فشرده و دارای طول موج $\lambda = 2r$ است. براساس هندسه پروفیل شش‌وجهی، با فرض توزیع زبری فشرده و طول موج $\lambda = 2r$ و تعداد برآمدگی‌های در تماس N به صورت معادله (7) به دست می‌آید:

$$N = 1 + \sum_{i=1}^{\frac{a}{n}} \frac{360}{\arccos(1 - \frac{1}{2i^2})} \quad (7)$$

که در آن a شعاع تماسی ذره با صفحه مبنا، n فاصله مرکز برآمدگی‌ها از یکدیگر بوده و زاویه برحسب درجه است. معادله به دست آمده مشابه معادله موجود برای تماس کره زبر با سطح صاف است [18].

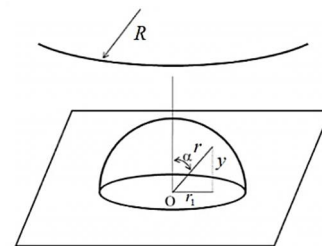


Fig. 1 Geometry of the Rumpf model for contact of a particles of radii R along the y -axis with spherical roughness of radius r that its center is on the substrate [15]

شکل 1 هندسه مدل رامپ برای تماس ذره کروی به شعاع R در امتداد محور y با زبری کروی به شعاع r که مرکز آن روی صفحه قرار گرفته است [15]

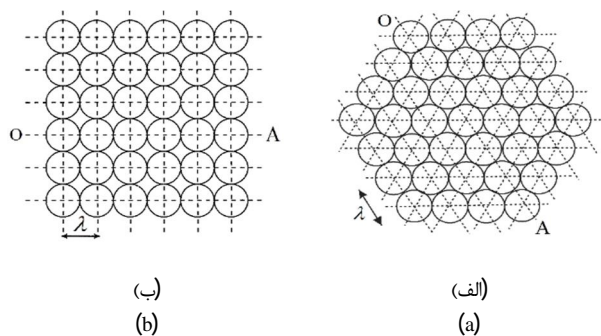


Fig. 2 Top view of roughness profiles, (a) hexahedron roughness profile, (b) tetrahedron roughness profile

شکل 2 نمای فوقانی پروفیل زبری، (الف) پروفیل زبری شش‌وجهی، (ب) پروفیل زبری چهاروجهی

از اطمینان از تماس ذره با ابزار، صفحه مینا با سرعت ثابت V_{sub} حرکت می‌کند که با استفاده از فرض سرعت نسبی می‌توان فرض نمود ذره با سرعت نسبی معادل سرعت صفحه مینا ولی در خلاف جهت آن در حرکت است (فاز اول). در فاز اول ورودی مسئله موقعیت لحظه‌ای ذره براساس سرعت حرکت صفحه مینا بوده و خروجی مدل، مقدار نیروی وارده از طرف رأس سوزن پروب بر ذره F_T در هر لحظه است. حرکت ذره موجب افزایش پیچش و خمش میکروتیرک نانو ربات شده و نیروی عکس‌العمل بین نوک سوزن/نانو/میکرو ذره را افزایش می‌دهد. افزایش نیرو تا لحظه غلبه بر چسبندگی و اصطکاک بین ذره/صفحه مینا ادامه یافته و پس از آن حرکت نسبی بین ذره/صفحه مینا آغاز می‌گردد (فاز دوم). با رسیدن ذره به موقعیت هدف، حرکت متوقف شده و ابزار به مکان اولیه باز می‌گردد [5]. خروجی این فاز میزان جابجایی ذره است [29]. در راندن نانو/میکرو ذره بر روی سطح زبر، تغییراتی در مدل نیروی چسبندگی، عمق تغییر شکل و مساحت سطح تماسی ایجاد می‌شود و پروسه جابجایی نانو/میکرو ذره، مشابه مدل‌های موجود است [29,5,3]. چنان‌که در "شکل 3" (الف) نشان داده شده است، نیروی F_T موجب خمش و پیچش میکروتیرک پروب می‌گردد. در "شکل 3" (الف)، L و w و t به ترتیب طول و عرض و ضخامت میکروتیرک و H طول سوزن پروب AFM است. نیروها و ممان پیچشی میکروتیرک (F_y و F_z و M_θ)، نیروهای عمودی و افقی رأس نوک سوزن پروب (F_z و F_y) و نیروی راندن ذره F_T در حرکت افقی نانو/میکرو ذرات، در "شکل 3" (الف) نشان داده شده‌اند. نیروها بر زاویه پیچش θ و خیز Z_c عمودند. γ_c و θ به هم وابسته‌اند [30,29].

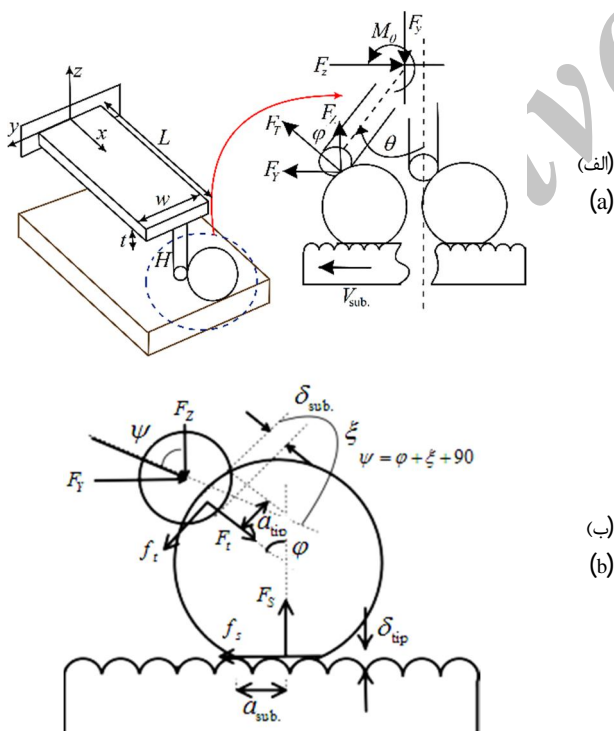


Fig. 3 Displacement of the particle by using the tip of AFM probe, (a) the microcantilever deformation during pushing of the nanoparticle, (b) the interaction forces and deformation of the contact surfaces between the tip/particle and particle/substrate

شکل 3 جابجایی ذره توسط رأس سوزن پروب AFM، (الف) تغییر شکل میکروتیرک در حین راندن نانوذره، (ب) نیروهای برهم‌کنش سطوح و تغییر شکل‌های تماسی بین نوک سوزن/ذره و ذره/صفحه مینا

$$F_{adh}^{rough} = (F_{nc} + F_{external}) + 3N\pi R'\gamma \pm \sqrt{6\pi R'\gamma(F_{nc} + F_{external}) + (3N\pi R'\gamma)^2} \quad (11)$$

پس از تعیین نیروی کل چسبندگی سطح براساس معادله (11)، با تقسیم آن بر تعداد نقاط تماسی، نیروی چسبندگی در یک نقطه تماس ذره با هر قله برآمدگی سطح زبر F_{adh}^s در مدل تماس چند نقطه‌ای به‌دست می‌آید.

$$F_{adh}^s = F_{adh}^{rough} / N \quad (12)$$

مقادیر تغییر شکل و γ تماس بین ذره کروی با یک قله برآمدگی سطح زبر، با جای‌گذاری F_{adh}^s در معادلات JKR در هر نقطه تماس به دست خواهد آمد [10]. سطح تماس کل A در مدل تماس چند نقطه‌ای، از سطح تماس ذره کروی با یک قله برآمدگی سطح زبر ضرب در تعداد نقاط تماسی به‌دست خواهد آمد.

4-2- نیروی اصطکاک در مقیاس نانو

در حین حرکت دادن ذرات، حرکات محتمل ذرات عبارت از چسبندگی، لغزش و غلتش می‌تواند باشد [25-27]. بنابراین بایستی از مدل‌های اصطکاک لغزش و غلتش در مقیاس نانو استفاده نمود. با فرض عدم وجود ساییش و خوردگی و این‌که اصطکاک اساساً ناشی از چسبندگی است، اصطکاک لغزشی به شکل رابطه (13) تعریف می‌شود:

$$f = \tau A \quad (13)$$

که در آن τ شدت برش دو سطح در تماس و A سطح تماس واقعی کلی است. برای هر ماده‌ای، مقدار τ در تئوری معادل $\tau = G/29$ می‌باشد که G مدول برشی ماده است [26]. برای اصطکاک غلتشی بین ذره کروی با صفحه مینا، مدل اصطکاک به‌صورت معادله (14) فرض می‌شود:

$$f_{sub}^\psi = \tau_\psi A \quad (14)$$

در معادله فوق τ_ψ ضریب اصطکاک دورانی است و برای بیشتر مواد خیلی کمتر از اصطکاک لغزشی است [26].

5-2- مدل دینامیکی راندن نانوذره بر صفحه مینای با سطح زبر توسط

نانو ربات AFM

در این قسمت با توجه به تأثیر و اهمیت زبری سطوح در جابجایی اجسام در مقیاس میکرو/نانومتری، اثر زبری سطح بر مدل دینامیکی راندن نانو/میکرو ذرات با استفاده از پروب AFM در حالت تماس چند نقطه‌ای مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در تحقیقات ارائه شده قبلی برای محاسبه نیروهای اصطکاک از سطح تماسی ظاهری بین ذره صاف و صفحه مینا و یا فرض تماس تک نقطه‌ای استفاده شده بود. در این قسمت، جهت مدل‌سازی مکانیک تماس ذره صاف بر روی صفحه مینای زبر از مدل تماس چندنقطه‌ای با پروفیل زبری شش‌وجهی و چهاروجهی، در دو حالت توزیع زبری فشرده و قله‌دره استفاده خواهد شد. تغییر شکل سطوح با استفاده از روش شوارتز و براساس نیروی چسبندگی استخراج شده به‌دست می‌آید. از این‌رو، مدل دقیقی که شامل نیروهای چسبندگی و نیروهای اصطکاک براساس سطح تماس واقعی است، ارائه خواهد شد. بعد از تعیین محل نانو/میکرو ذرات توسط AFM در مد غیرتماسی آن، نوک سوزن نانو ربات در تماس با ذره هدف قرار می‌گیرد. در طراحی پارامترها از لغزش رأس ابزار و دوران آن اجتناب شده و زاویه تماس φ در کل زمان پروسه ثابت باقی می‌ماند و برای عمل جابجایی به شکل راندن، بزرگ‌تر از صفر است. تماس نوک سوزن با نانو/میکرو ذره موجب تغییر شکل اولیه در میکروتیرک شده و توسط سیستم فیدبک احراز می‌گردد. پس

3- شبیه‌سازی رفتار دینامیکی نانو/میکرو ذره در جابجایی به شکل راندن بر سطح زبر

در ادامه این قسمت ابتدا مقادیر و شرایط اولیه ارائه خواهند شد. سپس رفتار دینامیکی ذره در جابجایی به شیوه راندن بر سطوح زبر با فرض تماس چندنقطه‌ای، با حل همزمان معادلات دینامیکی، تماسی و بحرانی و با اعمال شرایط اولیه شبیه‌سازی و تحلیل خواهد شد. شبیه‌سازی‌ها با حل همزمان معادلات (7) تا (26) و با استفاده از شرایط اولیه ارائه شده در معادله (27) اجرا می‌گردند و معادلات (25) و (26) به عنوان شروط آغاز حرکت ذره می‌باشند. نتیجه شبیه‌سازی‌ها، نمودار تغییرات نیروهای دینامیکی F_r و F_s ، F_T در حین حرکت است که نیروی بحرانی شروع حرکت لغزشی یا غلتشی ذره از آن استخراج می‌شود.

3-1- مقادیر اولیه مسئله

در این تحقیق، جابجایی ذراتی کرووی از جنس طلا بر روی صفحه مینایی زبر از جنس اکسید سیلیکون و با توزیع زبری شش‌وجهی و چهاروجهی که با سرعت ثابت $V_{sub} = 100 \text{ nm/s}$ حرکت می‌کند، شبیه‌سازی می‌شود. زاویه تماس پروب با ذره معادل $\varphi = 60^\circ$ و ثابت است [29]. قبل از شروع حرکت صفحه مینا، برای اطمینان از تماس رأس سوزن پروب با ذره تغییر مکان اولیه $\theta_0 = 0.7^\circ$ حول محور y در میکروتیرک ایجاد می‌شود. مقدار انرژی سطحی معادل طلا و سیلیکون برای ذره/رأس سوزن پروب و ذره/صفحه مینا، تقریباً معادل $\omega = 0.2 \text{ J/m}^2$ است [20]. جهت بررسی رفتار دینامیکی نانو/میکرو ذرات، از ذراتی با شعاع‌های مختلفی در محدوده 50 تا 500 نانومتر استفاده خواهد شد. این محدوده از اندازه ذره، برای بررسی تغییر حرکت لغزشی به غلتشی یا برعکس انتخاب شده است. در تحقیقات گذشته جابجایی نانو/میکرو ذرات 50 تا 1000 نانومتری بر سطوح صاف، بررسی شده است. طبق این تحقیقات، نانو ذراتی با شعاع 50 تا 500 نانومتر در حین جابجایی بر روی سطح صاف و در شرایط تعریف شده مسئله، ابتدا شروع به لغزش می‌کنند و ذرات با شعاع بالای 500 نانومتر ابتدا شروع به غلتش می‌کنند [29,30]. به علاوه، جابجایی ذره بر سطوح زبر با فرض تماس تک‌نقطه‌ای مطالعه شده است [7]. در این تحقیق، امکان غلتش در زبری‌های کم برای ذرات نانومتری مشاهده شده است. مقادیر هندسی پروب AFM در جدول 1 و خواص مکانیکی آن در جدول 2 ارائه شده است. ضرایب اصطکاکی موردنیاز برای سطوح تماسی در جدول 3 ارائه شده‌اند. μ_s و μ_a ثابت‌های ضریب اصطکاک استاتیکی و دینامیکی حرکت نانو/میکروذره روی صفحه مینا است (جدول 3). τ مقاومت برشی سطوح در تماس بین ذره/صفحه مینا و نوک/ذره ثابت فرض شده و μ_r و τ_r پارامترهای اصطکاک غلتشی می‌باشند. نهایتاً، شبیه‌سازی‌ها با استفاده از پروفیل زبری سطح با توزیع شش‌وجهی و چهاروجهی و طول‌موج‌های $\lambda = 4r$ و $\lambda = 2r$ بر اساس مدل رامپ برای تماس چند نقطه‌ای انجام خواهند شد.

3-2- شرایط اولیه

با جای‌گذاری مقادیر عددی و ساده نمودن معادلات در زمان $t = 0$ ، شرایط

جدول 1 ابعاد هندسی AFM [29]

Table 1 AFM geometric dimensions [29]				
شعاع نوک	ارتفاع	ضخامت	عرض میکروتیر	طول میکروتیر
سوزن (nm)	سوزن (μm)	میکروتیر (μm)	(μm)	(μm)
20	12	1	48	225

در شکل 3 (ب) نیروهای برهم‌کنش سطوح و تغییر شکل‌های تماسی بین نوک سوزن/ذره و ذره/صفحه مینا مشاهده می‌شوند. معادلات نیروهای وارد بر میکروتیرک به‌عنوان تیر یک سرگیردار به ترتیب زیر است:

$$F_y = K_y y_p \quad (15)$$

$$F_z = K_z z_p \quad (16)$$

$$M_\theta = K_\theta \theta \quad (17)$$

ماتریس سختی فتری میکروتیرک در راستای y و z و θ به‌صورت تابعی

از خواص مکانیکی و هندسه میکروتیرک به‌دست می‌آید [29]:

$$K_z = \frac{Ewt^3}{4L^3}, K_y = \frac{Etw^3}{4L^3}, K_\theta = \frac{Gwt^3}{6L} \quad (18)$$

که E و θ به ترتیب مدول یانگ و ضریب پواسون میکروتیرک می‌باشند.

با در نظر گرفتن تغییر شکل تماسی بین ذره-رأس ابزار δ_t و ذره-صفحه مینا δ_s در شعاع یا ارتفاع برآمدگی r براساس مدل تماس چند نقطه‌ای، معادلات

سینماتیکی برای موقعیت انتهای آزاد میکروتیرک به‌دست می‌آیند:

$$y_p = y_{sub} + (R_p - \delta_t) \sin \varphi - H \sin \theta \quad (19)$$

$$z_p = z_{sub} + (R_p - \delta_t) \cos \varphi + (R_p + r - \delta_s) + H \cos \theta \quad (20)$$

$$F_y = F_y \sin^2 \theta - F_z \cos \theta \sin \theta + \frac{M_\theta \cos \theta + I_p \ddot{\theta} \cos \theta}{H} + \frac{m \sin \theta}{2} (\ddot{y}_T \sin \theta + \ddot{y}_p \sin \theta - \ddot{z}_T \cos \theta - \ddot{z}_p \cos \theta) \quad (21)$$

$$F_z = F_z \cos^2 \theta - F_y \cos \theta \sin \theta + \frac{M_\theta \sin \theta + I_p \ddot{\theta} \sin \theta}{H} - \frac{m \cos \theta}{2} (\ddot{y}_T \sin \theta + \ddot{y}_p \sin \theta - \ddot{z}_T \cos \theta - \ddot{z}_p \cos \theta) \quad (22)$$

نهایتاً نیروی راندن ذره F_T و زاویه آن با محور عمود بر سطح افق ψ با

استفاده از معادلات زیر به‌دست می‌آیند:

$$F_T = \sqrt{F_y^2 + F_z^2} \quad (23)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{F_y}{F_z} \right) \quad (24)$$

4-2- مدل‌سازی رفتار دینامیکی ذرات

نیروهای اصطکاکی و عمودی و نهایتاً شرایط بحرانی برای لحظه حرکت ذره براساس "شکل 3 (ب)" از نیروهای وارد بر رأس سوزن پروب به‌دست می‌آیند. معادلات لازم برای تعیین مقدار بحرانی نیروی اعمالی از طرف رأس سوزن پروب در لحظه حرکت با استفاده از روش به‌کار رفته در استخراج معادلات در سطوح صاف به دست می‌آیند [29,5]. نهایتاً، شرایط موجود در معادلات زیر برای غلبه نیروی ابزار بر چسبندگی و شروع حرکت ذره بایستی ارضا شوند که نهایتاً نیروی بحرانی اعمالی از طرف رأس سوزن پروب در لحظه حرکت را تعیین می‌کند [29]. با استفاده از معادله اصطکاک لغزشی، شرط لازم جهت شروع حرکت لغزشی ذره بر روی صفحه مینا به‌دست می‌آید [5]:

$$F_T > \frac{\tau_s A}{\sin \psi - \mu_s \cos \psi} = F_s \quad (25)$$

با استفاده از معادله اصطکاک غلتشی، شرط لازم جهت شروع حرکت

غلتشی ذره بر روی صفحه مینا به شکل معادله (26) است [5]:

$$F_T > \frac{\tau_r A + \tau_{r_t} A_t}{R(\sin \psi + \cos \zeta) + \mu_{r_t} \sin \zeta - \mu_{r_s} \cos \psi} = F_r \quad (26)$$

که در معادلات فوق، A ، برابر سطح تماس واقعی در مدل تماس

چندنقطه‌ای خواهد بود.

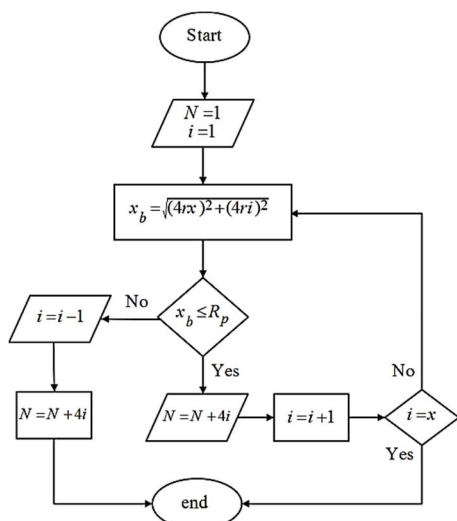


Fig. 5 The algorithm of the number of contact points calculation for tetrahedron roughness profile with $\lambda = 4r$

شکل 5 الگوریتم محاسباتی تعداد نقاط تماسی برای پروفیل زبری چهاروجهی با $\lambda = 4r$

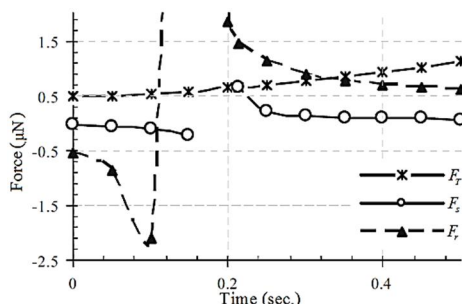


Fig. 6 Nanoparticle starts to sliding on the smooth substrate after 0.213 seconds and critical force of 0.647µN [29]

شکل 6 شروع به حرکت لغزش بر روی صفحه مبنای صاف بعد از 0.213 ثانیه و نیروی 0.647µN [29]

شروع به لغزش بر روی صفحه مبنای صاف می‌کند [29].

در "شکل‌های 7 تا 12"، نتایج شبیه‌سازی‌های جدید و نمودار تغییرات نیروی بحرانی راندن نانو/میکرو ذره صاف، صفحه مبنای زبر با پروفیل شش‌وجهی و چهاروجهی و با دانه‌ها، قطر شعاع قله برآمدگی برای زبری‌های مختلف با طول موج $\lambda = 2r$ و $\lambda = 4r$ ارائه شده‌اند. با توجه به این‌که در معادلات نیروی چسبندگی در سطوح زبر، عبارت نیروی چسبندگی غیرتماسی بین ذره و سطح نیز لحاظ شده‌است، جهت افزایش دقت در مقایسه نمودارها با سطح صاف و تعیین میزان تأثیر زبری سطح، نیروی بحرانی حرکت ذره در سطح صاف نیز با افزودن نیروی چسبندگی غیرتماسی به معادلات JKR تعیین شده‌است.

در "شکل‌های 9 و 10"، نمودار تغییرات نیروی بحرانی حرکت لغزشی و غلشی نسبت به تغییر شعاع قله زبری برای نانوذرات با شعاع 400 نانومتر به ترتیب روی سطوح زبری با پروفیل زبری شش‌وجهی و چهاروجهی، و با طول موج‌های $\lambda = 4r$ و $\lambda = 2r$ نشان داده شده‌است.

با توجه به نمودارها مشاهده می‌گردد که میکرو ذره‌ای به شعاع 400 نانومتر در لحظه شروع حرکت روی صفحه مبنای زبر رفتار لغزشی خواهد داشت که مطابق نتایج به‌دست آمده در تحقیقات گذشته است [29,5]. بعلاوه در شعاع‌های زبری کوچک تا حدود $r=4\text{nm}$ ، مقدار نیروی بحرانی لغزشی ذره

جدول 2 خواص مکانیکی AFM [29]

Table 2 The mechanical properties of AFM [29]

چگالی (kgm ⁻³)	مدول برشی (GPa)	ضریب پواسون	مدول یانگ (GPa)
2330	66.54	0.27	169

جدول 3 ضرایب اصطکاک لغزشی/غلتشی [29]

Table 3 Friction coefficient of sliding/rolling [29]

ضریب اصطکاک	پارامتر	واحد	مقدار
استاتیکی	μ_s	-	0.8
دینامیکی	μ_d	-	0.7
غلطشی	μ_r	nm	80
مقاومت برشی سطح	τ	MPa	28
مقاومت برشی سطح غلشی	τ_s, τ_r	Pa.m	28

اولیه مسئله به ترتیب زیر به‌دست می‌آید. توجه شود که مشتق دوم تغییر شکل زاویه‌ای و تغییر شکل‌های تماسی ناچیز است و معادل صفر فرض شده‌است.

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ \dot{\theta} = \frac{\dot{y}_{sub}}{H} \\ \ddot{\theta} = 0 \end{cases}, \begin{cases} y_{p_0} = y_{T_0} = 0 \\ \dot{y}_p = \dot{y}_T = 0 \end{cases}, \begin{cases} \Phi_0 = 0.7^\circ \\ z_{p_0} = L \sin(\Phi_0) \\ z_{p_0} = -\dot{y}_{sub}^2 / H \\ z_{T_0} = z_{p_0} - H \end{cases} \quad (27)$$

3-3- نتایج شبیه‌سازی نیروی بحرانی حرکت نانو/میکرو ذره بر سطح زبر در تماس چندنقطه‌ای

براساس هندسه پروفیل چهاروجهی، با فرض توزیع زبری فشرده و طول موج $\lambda = 4r$ ، تعداد برآمدگی‌های در تماس N با استفاده از الگوریتم "شکل 5" (براساس هندسه "شکل 4") به دست می‌آید.

در "شکل 5"، a_{sub} بیانگر شعاع تماسی ذره با صفحه مبنای n فاصله مرکز برآمدگی‌ها از یکدیگر بوده و زاویه برحسب درجه است. در الگوریتم "شکل 6"، $x = [a_{sub} / n]$ می‌باشد که علامت $[-]$ ، بیانگر تابع جز صحیح می‌باشد.

در "شکل 6" نمودارهای تغییرات نیروهای وارده، لغزشی و غلشی در حین پروسه راندن و قبل از غلبه بر نیروی چسبندگی ذره با سطح صاف برای ذره کروی به شعاع 50 نانومتر نشان داده شده‌اند. چنان‌که مشاهده می‌شود، ذره تقریباً پس از زمان 0.213 ثانیه با نیروی بحرانی 0.647 میکرو نیوتن

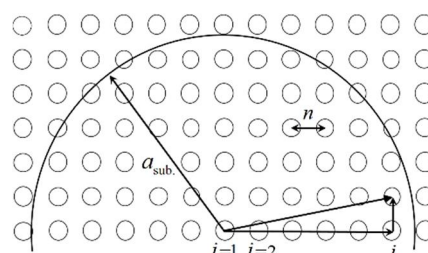


Fig. 4 Tetrahedron roughness distribution with $\lambda = 4r$ to calculate the contact point number N

شکل 4 توزیع زبری چهاروجهی با فرض $\lambda = 4r$ برای محاسبه تعداد زبری‌های در تماس N

تغییر کرده و بیانگر حرکت غلتشی می‌باشد که مطابق نتایج به‌دست آمده در تحقیقات گذشته است [29,7]. طبق نتایج، پیش‌بینی رفتار ذره براساس مدل‌های تماس چندنقطه‌ای در حد واسط مدل‌سازی‌هایی با فرض سطح کاملاً صاف و تماس تک‌نقطه‌ای قرار دارد و بیانگر دقت مدل‌سازی براساس تماس چندنقطه‌ای می‌باشد. در مجموع، مقدار نیروی پیش‌بینی شده توسط مدل‌سازی راندن نانو/میکرو ذره در سطوح زبر در مقایسه با مقدار آن برای سطوح صاف کمتر است و دقت آن بستگی به دقت مدل‌سازی سطح زبر دارد. در حالت کلی، نتایج بیانگر کاهش نیروی اصطکاک چسبندگی در سطوح زبر می‌باشند که این مسئله مطابق نتایج مطالعات انجام شده در زمینه چسبندگی و اصطکاک سطوح زبر است.

در مجموع با تحلیل کلی نمودارهای به‌دست آمده در شبیه‌سازی‌ها مشاهده می‌گردد که برای نانوذره با شعاع 50 نانومتری مقدار نیروی بحرانی لغزشی در توزیع زبری فشرده با $\lambda = 2r$ ، برای پروفیل زبری چهاروجهی در $r = 1 \text{ nm}$ ، 2.5 درصد بیشتر از توزیع زبری شش‌وجهی می‌باشد؛ که به دلیل تغییر تعداد زبری‌های در تماس است و در توزیع زبری فشرده با $\lambda = 4r$ مقدار نیروی بحرانی لغزشی برای پروفیل زبری شش‌وجهی و چهاروجهی هیچ اختلافی باهم نداشته و باهم برابر هستند که ناشی از قطر کوچک ذره و برابری تعداد نقاط تماسی است. با افزایش شعاع ذرات اختلاف زیادی در مقادیر نیروی بحرانی مشاهده می‌گردد که ناشی از تفاوت تعداد نقاط تماسی

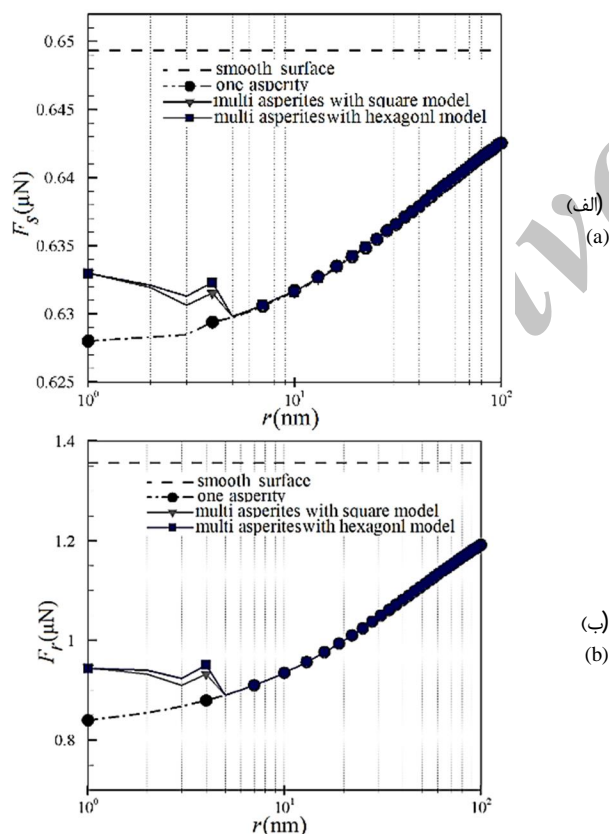


Fig. 8 Variation of the pushing critical force versus to change of the peak radius of the rough surface with the wavelength $\lambda = 4r$ for the particle of radius $R_p = 50 \text{ nm}$; (a) sliding force, (b) rolling force

شکل 8 تغییرات نیروی بحرانی راندن نسبت به تغییر شعاع قله زبری روی سطح زبر با طول موج $\lambda = 4r$ برای ذره به شعاع $R_p = 50 \text{ nm}$ ؛ (الف) نیروی لغزشی، (ب) نیروی غلتشی

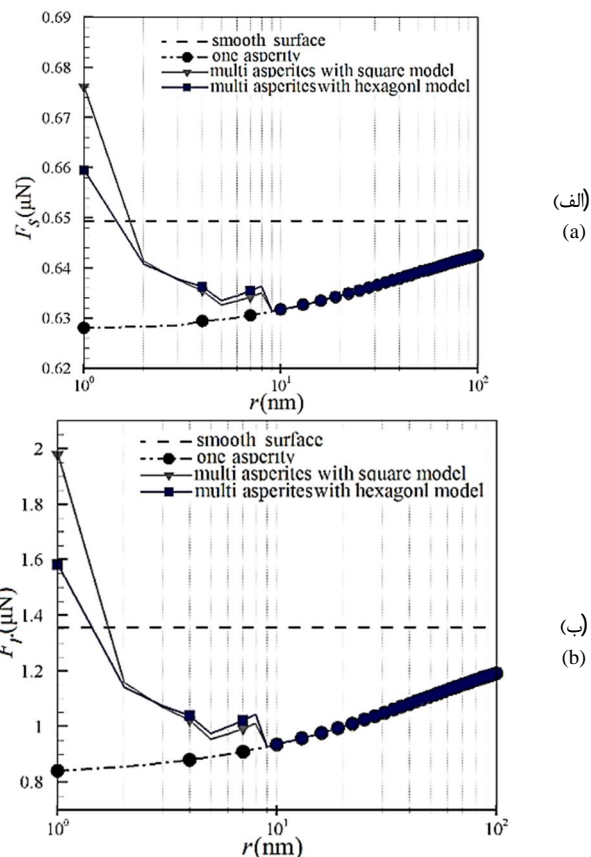


Fig. 7 Variation of the pushing critical force versus to change of the peak radius of the rough surface with the wavelength $\lambda = 2r$ for the particle of radius $R_p = 50 \text{ nm}$; (a) sliding force, (b) rolling force

شکل 7 تغییرات نیروی بحرانی راندن نسبت به تغییر شعاع قله زبری روی سطح زبر با طول موج $\lambda = 2r$ برای ذره به شعاع $R_p = 50 \text{ nm}$ ؛ (الف) نیروی لغزشی، (ب) نیروی غلتشی

براساس پروفیل زبری شش‌وجهی کمتر از مقدار آن براساس پروفیل زبری چهاروجهی است و با افزایش شعاع قله زبری، وضعیت عکس شده است. در سطوح زبری با توزیع زبری فشرده، با افزایش شعاع زبری در حدود $r=19 \text{ nm}$ نیروی به‌دست آمده از مدل‌های چندنقطه‌ای به سمت تماس تک‌نقطه‌ای میل می‌کند و با کاهش فشردگی توزیع زبری، تماس تک‌نقطه‌ای در زبری‌های کوچک‌تر اتفاق می‌افتد.

در "شکل‌های 11 و 12" تغییرات نیروی بحرانی حرکت لغزشی و غلتشی نسبت به تغییر شعاع قله زبری برای نانوذره‌ای با شعاع 500 نانومتر به ترتیب روی سطوح زبری با پروفیل زبری شش‌وجهی و چهاروجهی و طول‌موج‌های $\lambda=2r$ و $\lambda=4r$ نشان داده شده است. طبق نتایج، در شعاع‌های زبری کوچک تا حدود $r=2 \text{ nm}$ ، مقدار نیروی بحرانی غلتشی ذره براساس پروفیل زبری شش‌وجهی کمتر از مقدار آن براساس پروفیل زبری چهاروجهی است و با افزایش شعاع قله زبری، وضعیت عکس شده است. در سطوح زبری با توزیع زبری فشرده، با افزایش شعاع زبری در حدود $r=11 \text{ nm}$ نیروی به‌دست آمده از مدل‌های چندنقطه‌ای به سمت تماس تک‌نقطه‌ای میل می‌کند و با کاهش فشردگی توزیع زبری، تماس تک‌نقطه‌ای در زبری‌های کوچک‌تر اتفاق می‌افتد.

با توجه به نمودارها مشاهده می‌گردد که میکرو ذره‌ای به شعاع 500 نانومتر در لحظه شروع حرکت روی صفحه صاف حرکت لغزشی دارد اما با در نظر گرفتن زبری صفحه مینا رفتار پیش‌بینی شده براساس مدل‌سازی‌ها،

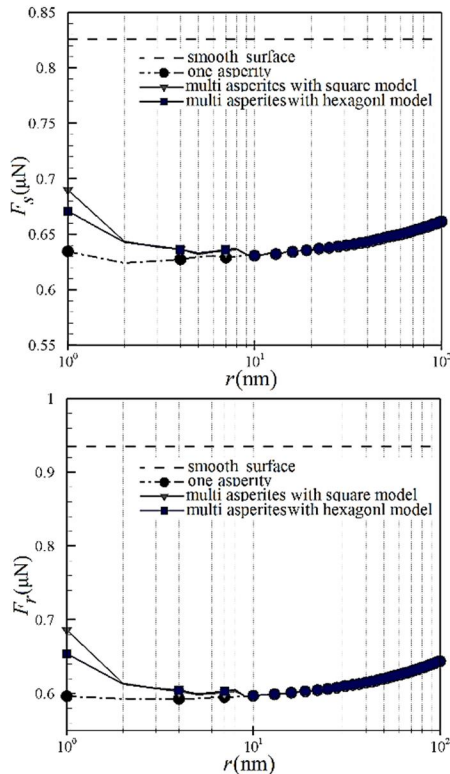


Fig. 10 Variation of the pushing critical force versus to change of the peak radius of the rough surface with the wavelength $\lambda = 4r$ for the particle of radius $R_p = 400$ nm; (a) sliding force, (b) rolling force

شکل 10 تغییرات نیروی بحرانی راندن نسبت به تغییر شعاع قله زبری روی سطح زبر با طول موج $\lambda = 4r$ برای ذره به شعاع $R_p = 400$ nm؛ (الف) نیروی لغزشی، (ب) نیروی غلتشی

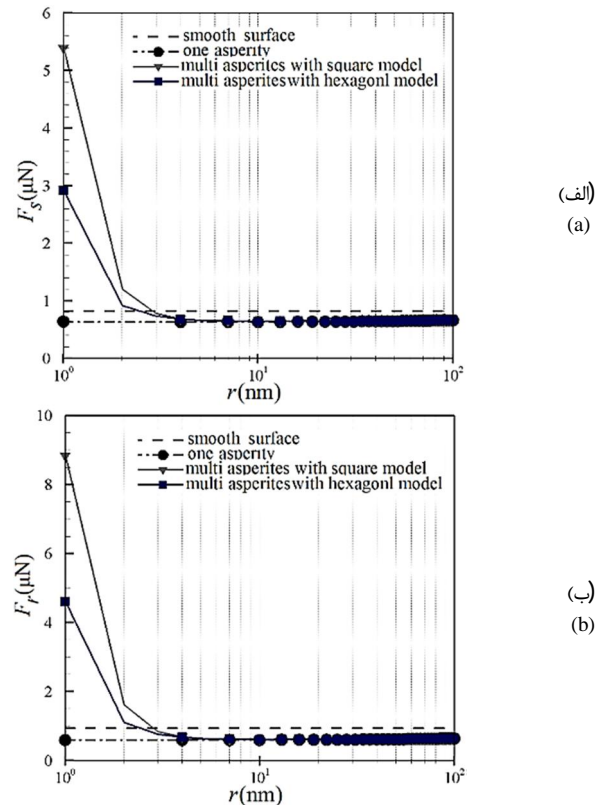


Fig. 9 Variation of the pushing critical force versus to change of the peak radius of the roughness surface with the wavelength $\lambda = 2r$ for the particle of radius $R_p = 400$ nm; (a) sliding force, (b) rolling force

شکل 9 تغییرات نیروی بحرانی راندن نسبت به تغییر شعاع قله زبری روی سطح زبر با طول موج $\lambda = 2r$ برای ذره به شعاع $R_p = 400$ nm؛ (الف) نیروی لغزشی، (ب) نیروی غلتشی

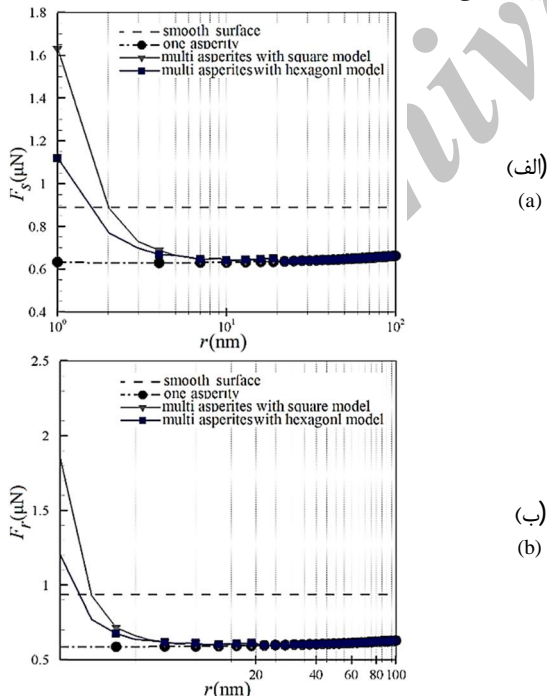


Fig. 11 Variation of the pushing critical force versus to change of the peak radius of the rough surface with the wavelength $\lambda = 2r$ for the particle of radius $R_p = 500$ nm; (a) sliding force, (b) rolling force

شکل 11 تغییرات نیروی بحرانی راندن نسبت به تغییر شعاع قله زبری روی سطح زبر با طول موج $\lambda = 2r$ برای ذره به شعاع $R_p = 500$ nm؛ (الف) نیروی لغزشی، (ب) نیروی غلتشی

با استفاده از پروفیل زبری متفاوت و اختلاف فشردگی توزیع زبری می باشد. به عنوان نمونه برای ذره 400 نانومتر و در $\lambda = 2r$ این اختلاف 45 درصد می باشد. لذا به طور کلی با افزایش شعاع ذره اختلاف بین تخمین تعداد نقاط تماسی در استفاده از پروفیل زبری شش وجهی و چهار وجهی بیشتر می شود. با بزرگ شدن شعاع ذره، سطح تماس نیز افزایش یافته و بنابراین تعداد زبری های در تماس نیز افزایش می یابد. بعلاوه برای شعاع زبری های کوچک، پروفیل زبری شش وجهی، تعداد نقاط تماسی بیشتری را در مقایسه با پروفیل زبری چهار وجهی برآورد می کند. اما با افزایش شعاع زبری ها و با استفاده از هر دو پروفیل زبری شش وجهی و چهار وجهی، تعداد نقاط تماسی تقریباً یکسانی به دست می آید. البته بایستی توجه گردد که تعریف شعاع زبری کوچک در مقایسه با شعاع ذره تعریف می شود. به عنوان نمونه برای نانوذره با شعاع 50 نانومتری برای $\lambda = 2r$ مقدار نیروی بحرانی در $r = 9$ nm در دو حالت توزیع زبری شش وجهی و چهار وجهی با هم برابر می شود، در حالی که برای ذره 400 نانومتری این اتفاق در $r = 19$ nm مشاهده می شود. همچنین برای نانوذرات با شعاع ثابت، با تغییر شعاع زبری در برخی بازه ها با توجه به هندسه توزیع زبری، تعداد زبری های در تماس با ذره ثابت باقی می ماند. در این حالت به علت افزایش شعاع زبری مقدار نیروی چسبندگی تماسی (با توجه به عبارت اول معادله (8)) و در نتیجه نیروی بحرانی در حال افزایش می باشد. در ادامه با افزایش بیشتر شعاع زبری و تغییر تعداد نقاط تماسی به دلیل افزایش شعاع زبری که می تواند کاهش باشد، گاهی کاهش مقدار نیروی بحرانی لغزشی مشاهده می شود که سبب بروز روند صعودی و نزولی در نمودار

تابعی از پارامترهای سطح زبر و شعاع ذره و نیروی چسبندگی سطوح استخراج گردید. مدل تماس چندنقطه‌ای از ترکیب مدل رامپ، تئوری تماسی JKR و شوارتز، و براساس هندسه تماس با پروفیل زبری شش‌وجهی و چهاروجهی با ارائه معادلات لازم جهت استخراج نیروهای چسبندگی و سطح تماس واقعی استخراج شد و سپس تغییرات لازم در معادلات دینامیکی راندن ذرات کروی بر روی صفحه مبنای زبر بر مبنای مدل تماس چندنقطه‌ای اعمال شد. نهایتاً در این پژوهش مدل دینامیکی راندن نانو/میکرو ذره کروی بر پایه تئوری تماس چندنقطه‌ای روی سطوح زبری با پروفیل توزیع زبری شش‌وجهی و چهاروجهی جهت بررسی رفتار دینامیکی جابجایی آن شبیه‌سازی و مطالعه شد. هندسه سطح زبر با استفاده از دو پارامتر اصلی شامل شعاع قله یا اندازه برآمدگی، و طول موج زبری (فشرده‌گی توزیع زبری یا فاصله رأس دو برآمدگی) تعریف شد. شبیه‌سازی‌ها با استفاده از پروفیل هندسی شش‌وجهی و چهاروجهی برای طول موج‌های $\lambda = 4r$ و $\lambda = 2r$ بر اساس مدل تماس چند نقطه‌ای اجرا شد. نهایتاً رفتار دینامیکی نانو/میکرو ذراتی با شعاع‌های 50، 400، و 500 نانومتر در جابجایی بر سطوح زبری با پروفیل هندسی شش‌وجهی و چهاروجهی در توزیع فشرده و نیز قله‌دره شبیه‌سازی و تحلیل شد.

نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان داد که مقدار نیروی بحرانی کمتر از مقدار به‌دست آمده برای صفحه مبنای صاف و بیش از مقدار آن با فرض تماس تک‌نقطه‌ای می‌باشد که بدیهی می‌باشد. با افزایش شعاع نانو/میکرو ذرات، اختلاف نیروی بحرانی حرکت با مقادیر نیروی لازم برای حرکت روی سطح صاف افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش شعاع قله زبری نیروی بحرانی پیش‌بینی‌شده بر اساس مدل‌های چندنقطه‌ای به سمت مقدار به‌دست آمده با فرض تماس تک‌نقطه‌ای میل می‌کند. با کاهش فشرده‌گی توزیع زبری، تماس تک‌نقطه‌ای در زبری‌های کوچک‌تری اتفاق می‌افتد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که نیروی بحرانی حرکت ذره با افزایش شعاع زبری و در مقادیر کوچک، ابتدا سیر نزولی داشته و با افزایش بیشتر زبری، شروع به افزایش می‌کند که ناشی از افزایش نیروهای چسبندگی تماسی در شعاع‌های زبری بزرگ است. برای زبری‌های کوچک مقدار نیروی بحرانی لغزشی ذره در تماس چندنقطه‌ای، بر اساس پروفیل زبری چهاروجهی بیشتر از مقدار آن بر اساس پروفیل زبری شش‌وجهی است که با افزایش شعاع قله زبری، در دو مدل نیروی بحرانی تقریباً یکسان می‌شود. همچنین نیروی بحرانی حرکت با کم شدن فشرده‌گی توزیع زبری کاهش می‌یابد که ناشی از تفاوت تعداد نقاط تماسی است. این اختلاف در پیش‌بینی مقدار نیروی بحرانی در زبری‌های کوچک قابل توجه است. طبق نتایج تحقیقات موجود میکروذره‌ای به شعاع بیش از 500 نانومتر در لحظه شروع حرکت روی صفحه صاف حرکت لغزشی دارد اما با در نظر گرفتن زبری صفحه مینا رفتار پیش‌بینی شده بر اساس مدل‌سازی‌ها، تغییر کرده و میکرو ذره‌ای به شعاع کمتر از 500 نانومتر روی سطح زبر در لحظه شروع رفتار لغزشی دارد. پیش‌بینی رفتار لغزشی/غلزشی ذره بر اساس مدل‌های تماس چندنقطه‌ای در حد واسط مدل‌سازی‌هایی با فرض سطح کاملاً صاف و تماس تک‌نقطه‌ای قرار دارد که بیانگر دقت مدل‌سازی بر اساس تماس چندنقطه‌ای می‌باشد. از آنجایی که در حالت واقعی سطوح کاملاً صاف وجود ندارند، نتایج به‌دست آمده امکان جابجایی و کنترل دقیق‌تر مسیر حرکت نانو/میکروذرات را بر روی صفحه مبنای واقعی به وجود می‌آورد.

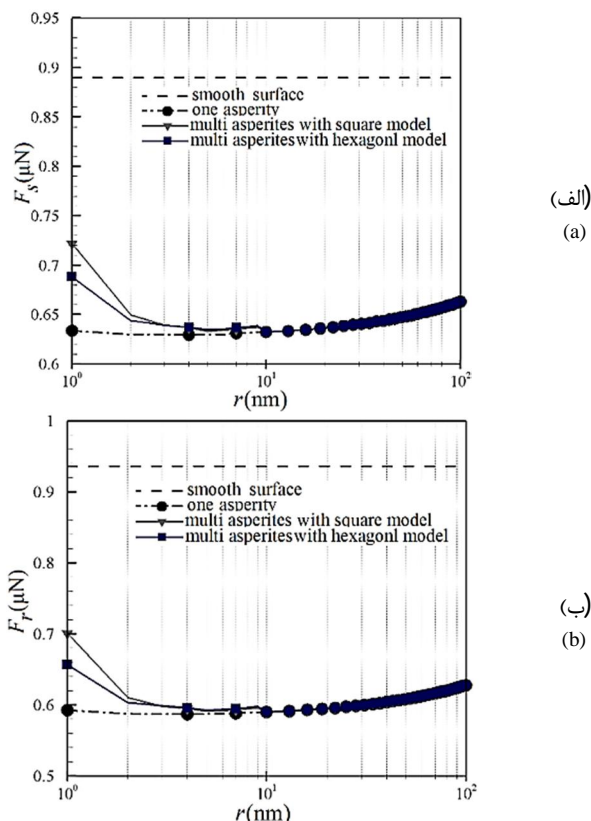


Fig. 12 Variation of the pushing critical force versus to change of the peak radius of the rough surface with the wavelength $\lambda = 4r$ for the particle of radius $R_p = 500$ nm; (a) sliding force, (b) rolling force

شکل 12 تغییرات نیروی بحرانی راندن نسبت به تغییر شعاع قله زبری روی سطح زبر با طول موج $\lambda = 4r$ برای ذره به شعاع $R_p = 500$ nm؛ (الف) نیروی لغزشی، (ب) نیروی غلزشی

نیروی بحرانی می‌گردد.

4- بحث و جمع‌بندی

هدف از مدل‌سازی پروسه راندن ذره در مقیاس نانو توصیف رفتار اصطکاکی و دینامیکی با تکیه بر تحلیل خواص مکانیکی ناهم‌واری‌ها در اندازه‌های نانومتری است که هدف غایی آن جابجایی دقیق و کنترل موقعیت ذره در هر لحظه از حرکت است که اساس کنترل اتوماتیک جابجایی ذره توسط میکروسکوپ نیروی اتمی می‌باشد. با توجه به اهمیت زبری سطح و تأثیر آن بر چسبندگی سطوح و مدل‌سازی دقیق پروسه راندن، و با توجه به این‌که تحقیقات کمی جهت مدل‌سازی جابجایی ذره با در نظر گرفتن هندسه دقیق پروفیل زبری انجام شده است و نیز تحقیقات موجود با فرض سطح صاف و یا تماس تک‌نقطه‌ای انجام شده‌اند، در این مقاله به‌عنوان کار جدید، مدل‌سازی دقیق‌تری از پروسه راندن نانوذره روی صفحه مبنای زبر بر مبنای مدل تماس چند نقطه‌ای ارائه شد.

ابتدا، با توجه به این‌که طبق هندسه مدل رامپ نیروی چسبندگی بین ذره کروی/سطح زبر برای تماس تک‌نقطه‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است، و در حالت واقعی وقتی شعاع ذره بزرگ‌تر از اندازه شعاع قله برآمدگی‌های سطح زبر باشد، تعداد نقاط تماسی ذره/سطح زبر در منطقه تماسی بیش از یک نقطه خواهد بود و لذا جهت تعیین نیروی موردنیاز برای جدا کردن ذره از سطح زبر، تعداد نقاط تماسی باید مشخص می‌شود. بدین منظور مدل جدیدی برای تماس چندنقطه‌ای بین ذره کروی صاف و سطح زبر به‌صورت

5- مراجع

- Colloid and Interface Science*, Vol. 232, No. 1, pp. 10-16, 2000.
- [17] Y. I. Rabinovich, J. J. Adler, A. Ata, R. K. Singh, B. M. Moudgil, Adhesion between nanoscale rough surfaces: II. Measurement and comparison with theory, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 232, No. 1, pp. 17-24, 2000.
- [18] K. Cooper, N. Ohler, A. Gupta, S. Beaudoin, Analysis of contact interactions between a rough deformable colloid and a smooth substrate, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 222, No. 1, pp. 63-74, 2000.
- [19] M. George, D. Goddard, The characterisation of rough particle contacts by atomic force microscopy, *Journal of colloid and interface science*, Vol. 299, No. 2, pp. 665-672, 2006.
- [20] Q. Li, V. Rudolph, W. Peukert, London-van der Waals adhesiveness of rough particles, *Powder Technology*, Vol. 161, No. 3, pp. 248-255, 2006.
- [21] E. Beach, G. Tormoen, J. Drelich, R. Han, Pull-off force measurements between rough surfaces by atomic force microscopy, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 247, No. 1, pp. 84-99, 2002.
- [22] M. C. Audry, S. Ramos, E. Charlaix, Adhesion between highly rough alumina surfaces: an atomic force microscope study, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 331, No. 2, pp. 371-378, 2009.
- [23] Y. V. Kudryavtsev, E. Gelinck, H. R. Fischer, Theoretical investigation of van der Waals forces between solid surfaces at nanoscales, *Surface Science*, Vol. 603, No. 16, pp. 2580-2587, 2009.
- [24] N. Fatah, Study and comparison of micronic and nanometric powders: Analysis of physical, flow and interparticle properties of powders, *Powder Technology*, Vol. 190, No. 1, pp. 41-47, 2009.
- [25] M. Zakeri, M. Kharazmi, Modeling of Friction in Micro/Nano scale with Random Roughness Distribution, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 11, pp. 175-184, 2014. (in Persian فارسی)
- [26] M. Sitti, Nanotribological characterization system by AFM based controlled pushing, *Proceedings of the 1th International Conference Nanotechnology IEEE*, Maui, HI, October 28-30, pp. 99-104, 2001.
- [27] L. M. Dorogin, S. Vlassov, B. Polyakov, M. Antsov, R. Löhms, I. Kink, A. E. Romanov, Real-time manipulation of ZnO nanowires on a flat surface employed for tribological measurements: Experimental methods and modeling, *Physica Status Solidi (b)*, Vol. 250, No. 2, pp. 305-317, 2013.
- [28] H. J. Kim, K. H. Kang, D. E. Kim, Sliding and rolling frictional behavior of a single ZnO nanowire during manipulation with an AFM, *Nanoscale*, Vol. 5, No. 13, pp. 6081-6087, 2013.
- [29] M. Korayem, M. Zakeri, Sensitivity analysis of nanoparticles pushing critical conditions in 2-D controlled nanomanipulation based on AFM, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 41, No. 7-8, pp. 714-726, 2009.
- [30] A. Tafazzoli, M. Sitti, Dynamic modes of nanoparticle motion during nanoprobe-based manipulation, *Proceedings of the 4th International Conference Nanotechnology IEEE*, August 16-19, pp. 35-37, 2004.
- [1] H. Xie, C. Onal, S. Régnier, M. Sitti, *Atomic Force Microscopy Based Nanorobotics: Modelling, Simulation, Setup Building and Experiments*, pp. 1-61, Berlin: Springer, 2011.
- [2] M. R. Falvo, R. Superfine, Mechanics and friction at the nanometer scale, *Journal of Nanoparticle Research*, Vol. 2, No. 3, pp. 237-248, 2000.
- [3] M. Sitti, H. Hashimoto, Controlled pushing of nanoparticles: Modeling and experiments, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 5, No. 2, pp. 199-211, 2000.
- [4] D. H. Kim, J. Park, B. Kim, K. Kim, Modeling and simulation of nano robotic nano manipulation with an AFM probe, *Proceedings of the International Conference on Control, Automation and Systems*, Muju Resort, Jeonbuk, Korea, October 16-19, 2002.
- [5] A. Tafazzoli, M. Sitti, Dynamic behavior and simulation of nanoparticle sliding during nanoprobe-based positioning, *Proceedings of the international mechanical engineering congress and exposition*, ASME, Anaheim, California, USA, November 13-19, pp. 965-972, 2004.
- [6] M. Taheri, 3D-Dynamic modeling and simulation of biological nanoparticle motion using AFM nano-robot, *Modares Mechanical Engineering* Vol. 15, No. 12, pp. 311-316, 2015. (in Persian فارسی)
- [7] M. H. Korayem, M. Zakeri, Dynamic modeling of manipulation of micro/nanoparticles on rough surfaces, *Applied Surface Science*, Vol. 257, No. 15, pp. 6503-6513, 2011.
- [8] M. Zakeri, J. Faraji, Modeling of the rough spherical nanoparticles manipulation on a substrate based on the AFM nanorobot, *Applied Physics A*, Vol. 117, No. 4, pp. 1947-1962, 2014.
- [9] D. Alducin, G. Casillas, F. Mendoza-Santoyo, A. Ponce, M. José-Yacamán, Kinematics of gold nanoparticles manipulation in situ transmission electron microscopy, *Journal of Nanoparticle Research*, Vol. 17, No. 5, pp. 1-7, 2015.
- [10] J. N. Israelachvili, *Intermolecular and Surface Forces With Applications To Colloidal And Biological Systems*, pp. 150-189, London: Academic Press, 1985.
- [11] K. L. Johnson, K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, pp. 202-277, London: Cambridge university press, 1985.
- [12] U. D. Schwarz, A generalized analytical model for the elastic deformation of an adhesive contact between a sphere and a flat surface, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 261, No. 1, pp. 99-106, 2003.
- [13] K. Fuller, D. Tabor, The effect of surface roughness on the adhesion of elastic solids, *Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 345, No. 1642, pp. 327-342, 1975.
- [14] J. Greenwood, J. Williamson, Contact of nominally flat surfaces, *Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 295, No. 1442, pp. 300-319, 1966.
- [15] H. Rumpf, *Mechanische Verfahrenstechnik*, pp. 95-105, Munich: Hanser, 1975.
- [16] Y. I. Rabinovich, J. J. Adler, A. Ata, R. K. Singh, B. M. Moudgil, Adhesion between nanoscale rough surfaces: I. Role of asperity geometry, *Journal of*