ماهنامه علمى يژوهشى



mme modares ac in



# **بررسی تحلیلی پیش بینی برگشت فنری ورقهای دو فازی در فرآیند خمش U شکل بر** اساس مدل سختشوندگی جنبشی غیرخطی ناهمسانگرد

اصغر زاجکانی<sup>1</sup>ً، حمید حاج براتی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بین|لمللی امام خمینی (ره)، قزوین 2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بین|لمللی امام خمینی (ره)، قزوین \* قزوين، صندوق پستى 1418 - 28\809.rajkani@eng.ikiu.ac.ir



## Analytical consideration of springback predicting dual-phase steels sheets during U- form bending process based on anisotropic nonlinear kinematic hardening model

#### Asghar Zajkani<sup>\*</sup>, Hamid Hajbarati

Department of Mechanical Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran. \* P.O.B. 34148 - 96818, Qazvin, Iran, zajkani@eng.ikiu.ac.ir



يواي بوطع به اين مقاله از عبارت ذيل استفاده نعاييد:<br>"A. Zajkani, H. Hajbarati, Analytical consideration of springback predicting dual-phase steels sheets during U<br>"A. Zajkani, H. Hajbarati, Analytical consideration of spr hardening model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 293-302, 2016 (in Persian)

#### 1- مقدمه

یکی از مشکلات رایج در فرآیند شکل دهی ورق های فلزی، تغیر شکل های نامطلوب ناشی از آزاد شدن تنشهای الاستیک میباشد. مواد دارای استحکام بالاتر و مدول الاستیسیته پایینتر دارای برگشت فنری بیشتری میباشند. برای مثال، فولادهای استحکام بالا<sup>1</sup> در مقایسه با فولادهای متداول به دلیل داشتن استحکام بالاتر دارای برگشت فنری بیشتری میباشند. از فرآیند خمش U شکل برای تولید قطعاتی مانند کانالها و قابها استفاده می شود. در این فرآیند ورق فلزی تغییر شکلهای پیچیده شامل کشش-خمش و خمش معکوس را تجربه میکند؛ بنابراین بعد از باربرداری علاوه بر برگشت فنری، انحنای دیواره جانبی<sup>2</sup> نیز مشاهده میشود. روشهای مختلفی شامل روشهای تحلیلی [1-5]، نیمهتحلیلی<sup>3</sup> [6-8] و روشهای اجزای محدود<sup>4</sup> [9-12] برای پیشبینی پدیده برگشت فنری استفاده میشوند. روشهای اجزای محدود در مقایسه با روشهای تحلیلی زمان گیر می باشند و همچنین نسبت به پارامترهای عددی شامل نوع و اندازه المانها نیز حساس هستند.

دقت پیش بینی برگشت فنری هنگامیکه رفتار مکانیکی ماده بهخوبی توصیف شود افزایش می یابد بنابراین میزان برگشت فنری به دو عامل اصلی وابسته است که عبارتاند از: تنشها در ماده قبل از باربرداری و مدول باربرداري [3, 10, 13, 14]. شكل 1 منحني تنش جاري در سطح بيروني ورق هنگامي كه حول انحناي قالب خم مي شود را نشان مي دهد. چهار ويژگي در این منحنی مشاهده میشوند که عبارتاند از: اثر بوشینگر<sup>5</sup> [15]، رفتار گذرا<sup>6</sup>، نرم شوندگی ماندگار <sup>7</sup> [16] و رکود کار سختی<sup>8</sup> [5].

مدلهای تحلیلی قبلی به دلیل استفاده از مدل ساده سخت شوندگی، قادر به مدلسازی رفتار پیچیده ماده در بارگذاری معکوس شامل رفتار گذرا و .<br>نرم شوندگی ماندگار نمیباشند. مدل تحلیلی ارائهشده در این مقاله از یک مدل سختشوندگی جنبشی غیرخطی ناهمسانگرد<sup>9</sup> پدیدارشناختی استفاده کرده است که توانایی توصیف این رفتارهای پیچیده ماده را دارد. هدف اصلی در این مقاله بررسی کارایی یک مدل سختشوندگی جنبشی غیرخطی در یک فرآیند شکلدهی عملی فلزات است. برای این منظور، یک مدل تحلیلی مبتنی بر توصیف هندسه تغییر شکل و مدل سختشوندگی ناهمسانگرد غیرخطی جنبشی [17]، معیار تسلیم هیل 48 <sup>10</sup>و شرایط کرنش صفحهای ارائه شده است. همچنین از روش انتگرال&یری عددی سیمپسون<sup>11</sup> برای محاسبه بر گشت فنری استفاده شده است.

#### 2 - رابطه بین تنش و کرنش در مدل سختشوندگی

در مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله از مدل سختشوندگی جنبشی ناهمسانگرد برای بررسی تأثیر تغییر شکلهای پیچیده که شامل کشش، خمش و خمش معکوس است بر روی برگشت فنری فرآیند خمش U شکل استفاده شده است. این مدل سختشوندگی قادر است تا اثر بوشینگر، نرم شوندگی ماندگار و رفتار گذرا را در طول فرآیند شکلدهی ماده مدلسازی کند. همان طور که در شکل 1 نشان داده شده است رابطه بین تنش و کرنش پلاستیک مؤثر در طول بارگذاری رفتی بهصورت زیر است [17]:

Advanced High-Strength Steels

Sidewall cur Semi-analytical

Finite element method (FEM)

- Bauschinger effect Transient behavior
- Permanent softening
- Work hardening stagnation Anisotropic nonlinear kinematic hardening model (ANK)
- Hill's 1948
- $^{\rm 11}$  Simpson's rule

$$
\bar{\sigma}_{\text{fov}} = \sigma_{\text{e}} + H_{\text{iso}} + \alpha_{\text{fov}}
$$
\n(1)  
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \sigma_{\text{e}} + H_{\text{iso}} + \alpha_{\text{flow}}
$$
\n
$$
H_{\text{iso}} = \eta_{\text{cav}} \left[ 17 \right]
$$
\n
$$
\sigma_{\text{cav}} = \frac{12}{13} \left[ 17 \right]
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left[ 17 \right]
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left[ 17 \right]
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{C_1}{\gamma_1} \left( 1 - e^{-\gamma_1 \bar{c}_{\text{fov}}} \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n
$$
\sigma_{\text{fow}} = \frac{12}{13} \left( 17 \right)
$$
\n<math display="block</math>

همچنین  $\alpha_{\rm{fov}}$  تنها مؤلفه غیر صفر تانسور پیش تنش $^{\circ}$  در طول بارگذاری تک محوره است و از رابطه زیر محاسبه میشود [17]:  $\alpha_{\text{fov}} = \frac{C_1}{v} (1 - e^{-\gamma_1 \bar{\varepsilon}_{\text{fov}}^p}) + C_2 \bar{\varepsilon}_{\text{fov}}^p$  $(3)$ 

در معادله بالا جم<sup>2</sup>6 کرنش پلاستیک مؤثر<sup>14</sup> در بارگذاری رفتی است و همچنین  $\mathcal{C}_1$ ،  $\mathcal{C}_2$  و  $\mathcal{Q}$  پارامترهای سختشوندگی ماده میباشند که مقادیر آنها در جدول 1 آورده شده است.

رابطه نهایی بین تنش و کرنش پلاستیک معادل در بارگذاری تکمحوره رفتی با جایگذاری معادله (2) و (3) در معادله (1) بهصورت زیر به دست میآید:



Fig. 1 Unloading curve under reverse loading to show hardening behavior, including Bauschinger effect, transient behavior and permanent softening

جدول 1 پارامترهای مربوط به مدل سختشوندگی ANK برای فولاد دوفازی **DP780** 



 $12$  Isotropic hardening

**Backstress tensor** 

<sup>14</sup> Effective plastic strain

رابطه زیر برای تنش پلاستیک جاری در بارگذاری معکوس با در نظر گرفتن به عنوان کرنش پلاستیک مؤثر پیش از بارگذاری معکوس به دست $\bar{\varepsilon}_{\rm{fov}}^{\rm{p}}$ می آید [14]:

 $\bar{\sigma}_{rev} = -\sigma_{\bullet} - H_{iso} + \alpha_{rev} \qquad \bar{\varepsilon}_{rev}^{\mathbf{p}} > \bar{\varepsilon}_{row}^{\mathbf{p}}$  (5)  $\frac{p}{r_{\text{ev}}} > \bar{\varepsilon}_{\text{fov}}^{\text{p}}$ که در آن  $\bar{\varepsilon}_{\rm rev}^{\rm p}$  کرنش پلاستیک موثر و  $\alpha_{\rm rev}$  تنها مؤلفه غیر صفر تانسور پیش تنش در بارگذاری معکوس می بشد که با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود [14]:

$$
\alpha_{\text{rev}} = -\frac{C_1}{\gamma_1} \mathbf{(1 - 2e^{-\gamma_1 \mathbf{E}_{\text{rev}}^{\text{P}} - \overline{\varepsilon}_{\text{fov}}^{\text{P}})} + e^{-\gamma_1 \overline{\varepsilon}_{\text{rev}}^{\text{P}}}\mathbf{1} - C_2 \mathbf{E}_{\text{rev}}^{\text{P}} - 2\varepsilon_{\text{fov}}^{\text{P}} \mathbf{1}} \quad \varepsilon_{\text{rev}}^{\text{P}} > \varepsilon_{\text{fov}}^{\text{P}} \quad (6)
$$

با جایگذاری معادلات (6) و (2) در معادله (5) رابطه نهایی زیر برای تنش پلاستیک جاری در بارگذاری معکوس به دست میآید:

$$
\bar{\sigma}_{rev} = -\sigma_{o} - Q(\mathbf{1} - e^{-b\bar{\varepsilon}_{rev}^{p}}) - C_{2}\bar{\varepsilon}_{rev}^{p}
$$
  
+ 
$$
\frac{2C_{1}}{\gamma_{1}} \left( e^{-\gamma_{1}(\bar{\varepsilon}_{rev}^{p} - \bar{\varepsilon}_{row}^{p})} - e^{-\gamma_{1}\bar{\varepsilon}_{rev}^{p}} \right)
$$
  
+ 
$$
2C_{2}\bar{\varepsilon}_{row}^{p} \qquad \bar{\varepsilon}_{rev}^{p} > \bar{\varepsilon}_{row}^{p}
$$
(7)

## 3- تحليل فرآيند كشش-خمش ورق

تغییر شکل ورق در گوشههای سنبه و قالب می تواند ب*هص*ورت یک فرآیند کشش-خمش همانطور که در شکل 2 نشان داده شده است با فرضیات زیر در نظر گرفته شود:

1- بر اساس تئوری کلاسیک ورق<sup>1</sup>، خطوط مستقیم عمود بر تار خنثی در طول فرآيند كشش-خمش ثابت باقي ميماند. .<br>2- عرض ورق پی مقایسه با ضخامت آن به اندازه کافی بزرگ است

ߝ ÊÉZfY{¿¯¾ËY]ZÀ] <sup>௭</sup> dY¨ {ÂÊ»¿¥ ߪ ÊZ ÀeY -3

- 4- قانون پایستگی حجم در طول فرآیند کشش-خمش در نظر گرفته| مے شود.
- 5- در طول فرأيند خمش معكوس، ضخامت ديواره جانبي و نيروى كششى در ديواره جانبي بدون تغيير مىماند.



**Fig. 2** The schematic of the sheet U-bending part and different regions شکل 2 شماتیک بخش ورق خمیده شده U شکل و نواحی مختلف آن

کرنشهای مهندسی<sup>2</sup> مماسی و شعاعی در طول ضخامت ورق توسط معادلات زير بيان ميشوند [4]:

$$
\varepsilon_{\theta} = \frac{r}{R_n} - \mathbf{1}
$$
\n(8)

$$
\varepsilon_r = \frac{t^{\text{u}}}{t_0} - \mathbf{1}
$$
\n
$$
\varepsilon_r = \frac{t^{\text{u}}}{t_0} - \mathbf{1}
$$
\n
$$
\varepsilon_r = \frac{t^{\text{u}}}{t_0}
$$

ست همچنین  $t_0$  و  $t$  به ترتیب ضخامت پیش و بعد از فرآیند کشش-خمش است. کرنشهای مماسی و شعاعی توسط قانون بقای حجم به صورت زیر به هم مرتبط مے شوند [4]:

$$
\varepsilon_{\theta} + \varepsilon_{r} = \mathbf{0}
$$
\n(10)\n
$$
\frac{R_{\text{n}}}{R_{\text{m}}} = \frac{t}{t_{0}}
$$
\n(11)\n
$$
\frac{R_{\text{n}}}{R_{\text{m}}} = \frac{t}{t_{0}}
$$
\n(12)

نشان داده شده میباشد که از رابطه زیر محاسبه میشود:  
\n
$$
R_{\text{m}} = R_i + \frac{t}{2}
$$
\n(12)

س معادله بالا Ri شعاع انحنای سطح مقعر ورق همانطور که در شکل 3 $R_{\rm i}$  ) نشان داده شده میباشد.

#### **©Á¼y -¯|ÀËM§Y | ]cZ^Zv»-5**

با استفاده از معيار تسليم هيل 48 و فرض شماره 4 معادله زير به دست مي آيد [18, 19]:

$$
\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{1 + 2\bar{r}}}{1 + \bar{r}} |\sigma_{\theta}| = \frac{1}{G} |\sigma_{\theta}|
$$
\n(13)

که در آن  $\sigma_{\theta}$  و  $\bar{r}$  به ترتیب تنش مماسی و ضریب ناهمسانگردی عرضی ماده میباشند. ضریب G مربوط به مربوط به ناهمسانگردی در شرایط کرنش صفحهای است. ضریب ناهمسانگردی عرضی در جدول 1 آورده شده است. .<br>همچنین کرنش مؤثر بهصورت : بر تعریف مرشود:

$$
\bar{\varepsilon} = G \left[ \varepsilon_{\theta} \right]
$$
 (14)

با در نظر گرفتن  $R_{0}$  بهعنوان شعاع انحناي سطح محدب ورق و بر اساس معادلات (4)، (8)، (3)) و (14) توزيع تنش مماسي در راستاى ضخامت با معادلات زير بيان مي شود:



**Fig. 3** The schematic of sheet stretch-bending شكل 3 شماتيك كشش-خمش ورق 

<sup>2</sup> Engineering strain

<sup>1</sup> Kirchhoff-Love plate theory

که در آن 
$$
M_f^{\rm p}
$$
 به ترتیب گشتاور الاستیک و پلاستیک بخش  $j$ ام ورقی میباشنده و با استفاده از معادلات زیر به دست میآید:

$$
M_j^e = \int_{R_{nj}-c_j}^{R_{nj}+c_j} (\sigma_{\theta j} - \sigma_{\text{m}\theta j})(r - R_{mj})dr
$$
  
\n
$$
M_j^p = \int_{R_{ij}}^{R_{nj}-c_j} (\sigma_{\theta j} - \sigma_{\text{m}\theta j})(r - R_{mj})dr
$$
\n(20)

$$
+ \int_{R_{nj}+c_j}^{R_{oj}+c_j} (\sigma_{\theta j} - \sigma_{\text{m}\theta j})(r - R_{\text{m}j}) dr \tag{21}
$$

#### **6- فرآيند كشش-خمش معكوس ورق**

ورق ابتدا توسط نیروی کششی اعمال شده توسط سنبه کشیده میشود و سپس حول انحنای قالب خم میشود و سرانجام به دلیل جدا شدن از سطح تماس صاف خواهد شد. د<sub>ر</sub> طول فرآیند خمش معکوس، نیروی کششی به صورت یکنواخت توزیع شده است. به دلیل وجود تغییر شکلهای پیچیده، تنش مماسی و گشتاور خمشی وابسته به مدل سختشوندگی ماده است.

بر اساس فرض شماره 5، رابطه زیر برای شعاع انحنای ورق در مختصات مربوط به سنبه و قالب همان طور كه در شكل 5 نشان داده شده است به دست میآید:

$$
r_{\rm p} + r_{\rm d} = R_{\rm ip} + R_{\rm id} + t_{\rm sw} = Cv \tag{22}
$$

 $\epsilon_{\rm c}$ در معادله بالا،  $Cv$  یک مقدار ثابت است و  $t_{\rm sw}$  ضخامت دیواره جانبی است که برابر با ضخامت ورق در پایان فرآیند خمش حول انحنای قالب است. كرنش يلاستيك مؤثر كه به علت خمش حول گوشهى قالب در طول

بارگذاری رفتی ایجاد میشود بر اساس معادلات (8) و (22) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$
\vec{\varepsilon}_{\text{fov}}^{\text{p}} = |G\varepsilon_{\theta\text{d}}| = |G(\frac{r_{\text{d}}}{R_{\text{nd}}} - \mathbf{1})|
$$
\n
$$
\text{Answer (23)}
$$

ئوشەي سنبه ايجاد مے شود مے تواند با استفاده از معادله زیر بیان شود:

$$
\bar{\varepsilon}_{\text{rev}} = |G\varepsilon_{\theta\text{p}}| = \left| -G\left(\frac{r_{\text{d}}}{R_{\text{nd}}} - \mathbf{1}\right) \right| \tag{24}
$$

با در نظر گرفتن  $\bar{\varepsilon}_{\rm rev}^{\rm p}$  به عنوان کرنش پلاستیک مؤثر در طول بارگذاری معکوس معادله زير به دست مي آيد:

$$
\bar{\varepsilon}_{rev}^{\mathbf{p}} = \bar{\varepsilon}_{rev} - \Delta \bar{\varepsilon}_{rev}^{\mathbf{y}} + \bar{\varepsilon}_{fov}^{\mathbf{p}} \tag{25}
$$
\n
$$
\Delta \bar{\varepsilon}_{rev}^{\mathbf{y}} \tag{25}
$$

معکوس است که در آن تنش جاری به مقدار تنش تسلیم در بارگذاری معکوس همان طور که در شکل [ نشان داده شده است می رسد. بر اساس



**Fig. 5** Relation between blank parameters in the die and punch coordinates

شکل 5 رابطه بین پارامترهای ورق اولیه در مختصات قالب و سنبه

$$
\sigma_{\theta} = \begin{cases}\nG(\sigma_{\theta} + Q\left(1 - e^{-Gb\left(\frac{r}{R_{n}} - 1\right)}\right) & R_{n} + c \leq r \leq R_{o} \\
+ Gc_{2}\left(\frac{r}{R_{n}} - \mathbf{1}\right), & R_{n} + c \leq r \leq R_{o} \\
\frac{E}{1 - \theta^{2}}\varepsilon_{\theta} = E_{1} \frac{r - R_{n}}{R_{n}}, & R_{n} - c \leq r \leq R_{n} + c \\
-G(\sigma_{\theta} + Q\left(1 - e^{Gb\left(\frac{r}{R_{n}} - 1\right)}\right) & R_{i} \leq r \leq R_{n} - c \\
-Gc_{2}\left(\frac{r}{R_{n}} - \mathbf{1}\right), & R_{i} \leq r \leq R_{n} - c\n\end{cases}
$$
\n(15)

که در آن c نصف ضخامت ناحیه الاستیک است و به صورت زیر محاسبه {ÂÊ»

$$
c = \frac{G\sigma \cdot R_{\rm n}}{F} \tag{16}
$$

$$
E_1
$$
همچنین **(** 2)  $E_1 = E / (1 - v^2)$  ممچنین ( 1 - v^2) سبت پواسون<sup>1</sup> است.

مطابق شکل 4 تنش مماسی در صفحه میانی  $\sigma_{\rm m}$  برابر با تنش ایجاد شده توسط نیروی کششی  $\big(F=\sigma_{\mathrm{m}\theta}\cdot t\big)$  است که توسط رابطه زیر محاسبه مرشود:

*Archive of SID* (17) = ܨ ە ۖ ۔ ۖ ݁ െ 1(ܳ + °ߪ)ܩۓ ିீ( ೃౣ ೃ ିଵ) ) <sup>ଶ</sup>ܥܩ ( ܴ<sup>୫</sup> ܴ୬ െ 1))ݐǡܴ<sup>୬</sup> ܴܿ<sup>୫</sup> ܴ<sup>୭</sup> ଵܧ ܴ<sup>୫</sup> െ ܴ<sup>୬</sup> ܴ୬ ݐ , ܴ<sup>୬</sup> ܴ<sup>୫</sup> ܴ<sup>୬</sup> + ܿ dY{ºÌÅYÂy (17)Ä·{Z »{ (11)Ä·{Z »ÉY~´ËZmZ] ۖ ݁ െ 1(ܳ + °ߪ)ܩ ۓ ିீቀ బ ିଵቁ ) ݐ

$$
F = \begin{cases} +G\mathcal{L}_2\left(\frac{r}{t} - \mathbf{1}\right)t, & R_n + c \le R_m \le R_0\\ E_1\frac{t_0 - t}{t}t = E_1(t_0 - t), & R_n \le R_m \le R_n + c\\ (18) & \text{if } R_n \le R_m \le R_0 \end{cases}
$$

میآید. همچنین شعاع تار خنثی، تنش مماسی و توزیع کرنش با استفاده از معادلات (8)، (11) و (15) به دست میآید. در نهایت ممان خمشی می تواند با استفاده از معادله زیر به دست آید:

$$
M_j = M_j^e + M_j^p, \qquad (j = \mathbf{II}, \mathbf{IV})
$$
 (19)



Strain of Stretching force  $(F)$  + Strain of Bending  $(M) = \varepsilon_{\theta}$ 

**Fig. 4** Scheme of stress distribution in sheet thickness during the stretch-bending process

شکل 4 طرح توزیع تنش در ضخامت ورق در فرآیند کشش-خمش

<sup>1</sup> Poisson's ratio

معادلات (4)، (7) و (23) مقدار آن را با استفاده از رابطه زير مىتوان محاسبه کر د:

$$
\Delta \bar{\varepsilon}_{\text{rev}}^{\text{y}} = \frac{2G \left[ \sigma_{\text{o}} + Q \left( 1 - e^{-b \bar{\varepsilon}_{\text{fov}}^{\text{p}}} \right) - \frac{C_1}{\gamma_1} \left( 1 - e^{-\gamma_1 \bar{\varepsilon}_{\text{fov}}^{\text{p}}} \right) \right]}{E_1} \quad (26)
$$

مهچنین  $\Delta\varepsilon_{\rm rev}^{\rm u}$  برابر است با کرنشی که در آن تنش جاری در طول فرآیند باربرداری همانطور که در شکل 1 نشان داده شده است به مقدار صفر هی رسد. بر اساس معادلات (4) و (23) مقدار آن با استفاده از رابطه زیر محاسبه مے شود:

$$
\Delta \varepsilon_{\text{rev}}^{\text{u}} = \frac{\sigma_{\text{o}} + Q \left( 1 - e^{-b \bar{\varepsilon}_{\text{fov}}^{\text{p}}} \right) + C_2 \bar{\varepsilon}_{\text{fov}}^{\text{p}}}{E_1} \tag{27}
$$

همچنین بر اساس معادلات (4)، (7). (27-25) تنش پلاستیک مماسی در بارگذاری معکوس در قسمت دیواره جانبی ورق با استفاده از معادلات زیر محاسبه می شود:

$$
\sigma_{\theta \text{rev}} = G[\sigma_{\theta} + Q(\mathbf{1} - e^{-b\bar{\varepsilon}_{\text{rev}}^{p}}) + C_{2} \bar{\varepsilon}_{\text{rev}}^{p} - \frac{2c_{1}}{\gamma_{1}} (e^{-\gamma_{1}(\bar{\varepsilon}_{\text{rev}}^{p} - \bar{\varepsilon}_{\text{fov}}^{p})} - e^{-\gamma_{1} \bar{\varepsilon}_{\text{rev}}^{p}}) - 2C_{2} \bar{\varepsilon}_{\text{fov}}^{p} \mathbf{I}
$$
\n(28)

زير تقسيم مي *ك*نيم:

**µÁY ÃZ] Ë -1-6**

 $R_{\rm id}$  <  $r_{\rm d}$  <  $R_{\rm nd}$ 

 $R_{\rm nd}$  +  $c < r_{\rm d} < R_{\rm od}$ 

الف) چنانچه 
$$
R_{\text{net}} - c
$$
  $\triangleright R_{\text{ref}}^Y$   
\n
$$
\sigma_{\theta s w} = \begin{cases}\nE_1(\varepsilon_{\theta p} - \Delta \varepsilon_{\text{rev}}^u) & R_{\text{rect}}^y < r_d < R_{\text{nd}} - c \\
\sigma_{\theta r e v} & R_{\text{ref}} < r_d < R_{\text{ref}} - c \\
\sigma_{\theta r e v} & R_{\text{ref}} < R_{\text{ref}}^y \end{cases}
$$
\n(29)

 $\sigma_{\theta s w} = \sigma_{\theta r e v}$ ,  $R_{\text{id}} < r_{\text{d}} < R_{\text{nd}} - c$  (30)  $\ell$ در معادله بالا  $R^{\text{y}}_{\text{revt}}$  معادل شعاع انحنایی است که تسلیم در ناحیه پلاستیک در طول فرآیند بارگذاری کششی معکوس اتفاق میافتد. ازآنجایی که در طول بارگذاری معکوس تسلیم هنگامی اتفاق میافتد که و بر اساس معادلات (24) و (26) مقدار آن با استفاده از رابطه  $\bar{\varepsilon}_{\rm rev}^{\rm p} = \bar{\varepsilon}_{\rm few}^{\rm p}$ زیر محاسبه مے شود:

$$
\left| \boldsymbol{\zeta}_{\text{R}_{\text{nd}}}^{\text{T}_{\text{d}}} - \boldsymbol{1} \boldsymbol{1} \right| = \Delta \bar{\varepsilon}_{\text{rev}}^{\text{y}}
$$
\n(31)

 **¹Á{ ÃZ] Ë -2-6**

$$
R_{\rm nd} - c < r_{\rm d} < R_{\rm nd} + c
$$
\n
$$
\sigma_{\theta \rm sw} = \mathbf{0}, \qquad R_{\rm nd} - c < r_{\rm d} < R_{\rm nd} + c \tag{32}
$$

**¹ÂÃZ] Ë -3-6**

الف) چنانچه 
$$
R_{\rm revc} > R_{\rm nd} + c
$$
 ہیشت:  
\n $\sigma_{\rm \theta sw} = \begin{cases} \sigma_{\rm \theta rev} \bullet \sigma_{\rm \theta} < \sigma_{\rm d} < R_{\rm \theta} \\ E_1(\varepsilon_{\rm \theta p} + \Delta \varepsilon_{\rm \theta v}^{\rm u}) \bullet \sigma_{\rm \theta} < \sigma_{\rm d} < R_{\rm \theta v}^{\rm v} \\ E_1(\varepsilon_{\rm \theta p} + \Delta \varepsilon_{\rm \theta v}^{\rm u}) \bullet \sigma_{\rm \theta} < \sigma_{\rm \theta} < R_{\rm \theta v}^{\rm v} \\ \text{C,} < \sigma_{\rm \theta} < \sigma_{\rm \theta} < R_{\rm \theta v}^{\rm v} \\ \text{C,} < \sigma_{\rm \theta} < \sigma_{\rm \theta} < R_{\rm \theta v}^{\rm v} \\ \text{C,} < \sigma_{\rm \theta} < \sigma_{\rm \theta} < R_{\rm \theta} < R_{\rm \theta} < R_{\rm \theta} \end{cases} \text{ (31) } \text{ and } \text{P}_{\rm \theta} < \sigma_{\rm \theta} < R_{\rm \theta} < R_{\rm \theta} < R_{\rm \theta} \text{ (32) }$ 

$$
\sigma_{\theta \text{sw}} = \sigma_{\theta \text{rev}} \,, \quad R_{\text{nd}} + c < r_{\text{d}} < R_{\text{od}} \tag{34}
$$

بر اساس فرض شماره پنج در طول بارگذاری معکوس، ضخامت ورق ثابت باقی میماند و تنش در صفحه میانی ورق بدون تغییر باقی میماند.

گشتاور خمشی دیواره جانبی در نقطه C همانطور که در شکل 2 نشان داده شده است، بر اساس معادلات (34-29) به صورت زير بيان ميشود:

$$
M_{\rm C} = \int_{R_{\rm id}}^{R_{\rm od}} (\sigma_{\theta_{\rm SW}} - \sigma_{\rm m\theta}) \, (\mathbf{r} - R_{\rm md}) \, dr_{\rm d} \tag{35}
$$

انتگرال معادله (35) با استفاده از روش تحلیلی قابل حل نیست لذا از روش انتگرال گیری عددی سیمپسون در طول ضخامت استفاده میشود.

#### **©Á¶° U¼y¶Ì¸ve -7**

 $V$  تغییر شکل در فرآیند خمش  $U$  شکل همان طور که در شکل 2 نشان داده شده است به پنج ناحیه مختلف تقسیمبندی می شود.

نیروی کششی و گشتاور خمشی که به هر ناحیه اعمال میشود در شکل فشان داده شده است. ناحیه  $I$  و  $V$  مستقیم و در تماس با لبههای صاف  $6$ قالب و سنبه هستند.

قالب و سنية وقالب من الله على ا اگرچه در واقعیت، این نواحی باید دارای انحنا باشند اما برای سادهسازی به دلیل صرفنظر کردن از گشتاور خمشی که به این دو قسمت وارد میشود مستقيم فرض شدهاند . نواحي  $\rm{IV}$  و  $\rm{II}$  تحت كشش-خمش حول گوشههای سنبه و قالب میباشند. ناحیه III آزاد است و تغییر شکلهای پیچیدهای را تجربه می کند. ناحیه IV ابتدا حول گوشهی قالب خم میشود و سپس صاف میشود و به دیواره جانبی ورق تبدیل میشود. به دلیل گشتاور خمشی که به ناحيه III اعمال ميشود اين ناحيه بايد داراي انحنا باشد اما با در نظر گرفتن این واقعیت که فاصله بین قالب و سنبه در مقایسه با فاصلهای که سنبه در طول فرآیند شکلدهی طی میکند کوچک است این ناحیه مستقیم فرض میشود. بههرحال، بعد از باربرداری این ناحیه از ورق به پدیدهی برگشت فنری دارای انحنای نسبتا بزرگی است.

#### **½M¦¸fz»ÊuY¿{©ÁʯÉÁÌ¿ÉÄ^Zv» -8**

به منظور محاسبهی نیرویی که به هر سطح مقطع عرضی ورق با زاویه  $\theta$  در ناحیه IV وارد میشود از معادله زیر استفاده میشود [4]:

 $F_{\text{IV}} = \mu_{\text{d}} P_{\text{b}} e^{\mu_{\text{d}} \theta}$  (36) در معادله بالا،  $\mu_{\rm d}$  و  $P_{\rm b}$ به ترتیب ضریب اصطکاک بین ورق و ابزار و نیروی نگهدارنده ورق می باشند. این معادله نشان می دهد که نیروی کششی ورق در گوشهی قالب افزایش می $\,$ پابد تا به مقدار بیشینه در نقطه  $\, {\rm C} \,$  برسد که برابر است با:

$$
F_{\rm C} = \mu_{\rm d} P_{\rm b} e^{\mu_{\rm d}\phi} \tag{37}
$$



**Fig. 6** Forces and momentum for different regions of sheet شکل 6 نیروها و گشتاور درنواحی مختلف ورق

که در آن  $\phi$  کل زاویه انحنای قالب و سنبه است. مقدار نیروی کششی در هر نقطه از ناحیه II با زاویه انحنای  $\theta$  با استفاده از معادله زیر محاسبه میشود:  $F_{\text{II}} = F_{\text{D}} e^{\mu_{\text{p}}(\theta - \phi)}$ در معادله بالا،  $\mu_{\rm p}$  ضریب اصطکاک سنبه است. این معادله نشان میدهد که نیروی کششی در ناحیه II در سطح مقطع E به مقدار کمینه خود میرسد که برابر است با:  $F_{\rm E} = F_{\rm D} e^{-\mu_{\rm p} \phi}$  $(39)$ 

ازآنجایی که ناحیه III آزاد و بدون نیروی خارجی است، معادله زیر حاکم

$$
F_{\rm D} = F_{\rm C} \tag{40}
$$

توزیع نیروی کششی در راستای ضخامت ورق را میتوان با استفاده از معادلات بالا به دست آورد. بنابراین، ضخامت ورق، شعاع تار خنثی و توزیع تنش و كرنش و گشتاور خمشى سطح مقطع را مى توان با استفاده معادلات مربوط به کشش-خمش مستقیم و کشش-خمش معکوس ورق به دست آورد.

### 9- محاسبه برگشت فنری ورق بعد از خمش U شکل

توزیع غیریکنواخت تنش در سطح مقطع عرضی ورق در طول فرآیند شکلدهی باعث ایجاد تغییر شکل و برگشت فنری در طول فرأیند باربرداری میشود. برگشت فنری در فرآیند خمش U شکل ورق در نواحی II و III و IV اتفاق میافتد درحالی که نواحی I و V قبل و بعد از باربرداری مستقیم باقی میمانند. میتوان فرض کرد که برگشت فنری در نواحی مختلف ورق برابر با تغییر شکل ناشی از گشتاور خمشی معکوس  $M(\theta)$ -است. زاویه 

$$
\Delta \theta = \int_0^{\phi} \frac{M(\theta)}{E_1 I} R_{\rm m} d\theta \tag{41}
$$

ازآنجایی که ورق در ناحیه III مستقیم فرض شده است بنابراین تغییر

زاويه در اين ناحيه با استفاده از معادله زير محاسبه مي شود [4]:  $\Delta\theta_{\rm sw} = \frac{M_{\rm C}L}{E_{\rm L}I}$  $(42)$ 

در اینجا 1**2**/3 = I ممان اینرسی خمشی بر واحد عرض ورق است و طول سطح جانبی ورق است. همچنین برای محاسبه شعاع انحنای دیواره جانبی از رابطه زیر استفاده میشود [4]:

$$
\frac{1}{\rho_{\text{sw}}} = \frac{M_{\text{C}}}{E_1 I} \tag{43}
$$

#### 10- محاسبه نیروی نگهدارنده بحرانی ورق

قابلیت خمش ورق توسط کرنش نهایی آن مشخص میشود. افزایش نیروی نگهدارنده موجب کاهش برگشت فنری میشود اما باعث نازک شدگی ورق و افزایش کرنش کششی میشود. همچنین ممکن است که کرنش کششی در سطح خارجی ورق از مقدار کرنش نهایی بیشتر شود و باعث ایجاد ترکهایی در سطح خارجي ورق شود. كمترين ضخامت ورق با استفاده از معادله زير به دست مے آید:

$$
G\left(\frac{R_{\text{od}}}{R_{\text{nd}}} - \mathbf{1}\right) = \bar{\varepsilon}_{\text{lim}}\tag{44}
$$

معادله بالا دارای یک مقدار بیشینه در سطح خارجی است. پس از آنکه ضخامت بحرانی با استفاده از معادله بالا به دست آمد با جایگذاری آن در معادله (18) به معادله زیر میرسیم:<br>منفر

$$
F_{\text{lim}} = Gb(G_{\text{P}} + Q(\textbf{1} - e^{-GB(\frac{C_{\text{lim}}}{t_{\text{lim}}}-1)})
$$
  
+ $GC_2(\frac{t_0}{t_{\text{lim}}}-1)$ )  $t_{\text{lim}}$  (45)

هنگامی که نیروی کششی ورق از  $F_{\rm lim}$  بیشتر شود موجب پارگی آن می شود. نیروی کششی را می توان با استفاده از نیروی نگهدارنده ورق و اصطکاک بین ورق و ابزار به دست آورد. با مقایسه نیروی کششی در نواحی مختلف ورق مشاهده میشود که کشش در ناحیه III بیشترین مقدار است. بیشینه نیروی نگهدارنده ورق را میتوان با جایگذاری معادله (45) در معادله (37) به دست آورد:

$$
P_{\text{bmax}} = \frac{P_{\text{lim}}}{\mu_{\text{d}}e^{\mu_{\text{d}}\phi}}
$$
 (46)

#### 11- نتايج و بحث در مورد آن

از مدل تحلیلی ارائهشده در این مقاله میتوان برای تحلیل فرآیند کشش-خمش دوبعدی پیشنهاد شده در مسئله معیار استفاده کرد [20]. ازآنجایی که دیواره جانبی ورق خمش معکوس را تجربه میکند این مسئله برای آزمودن قابلیت مدلسازی رفتار مکانیکی ماده در بارگذاری معکوس توسط معیارهای سختشوندگی مختلف مناسب است.

فرض میشود که زاویه برگشت فنری در نواحی II و III و V به ترتیب برابر با  $\theta_1$  و  $\theta_2$  و  $\theta_3$  همانطور كه در شكل 7 نشان داده شده است باشند.

زوایای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  با استفاده از معادلات زیر محاسبه میشوند [4]:

$$
\theta_1 = 90^\circ + \Delta\theta_1 + \frac{\Delta\theta_{sw}}{2} \tag{47}
$$

$$
\theta_2 = 90^\circ + \Delta\theta_2 - \frac{\Delta\theta_{\rm sw}}{2} \tag{48}
$$

که در آن  $\Delta\theta_1$   $\Delta\theta_2$  و  $\Delta\theta_{\rm sw}$  به ترتیب تغییرات زاویه برگشت فنری مربوط به نواحی IV ،II و III ورق می باشند و با استفاده از معادلات (41) و ر (42) به دست می آیند. هندسه و ابعاد مسئله کشش-خمش  ${\rm U}$  شکل معیار  $(42)$ در شكل 8 نمايش داده شده است.

ورق از جنس فولاد دو فازی DP780 با ضخامت 1.4 میلی متر در این آزمایش استفاده شده است. نمونههای مستطیلی بدون پیش کرنش با عرض 30 میلی متر و طول۔360 میلی متر استفاده شدهاند [20]. در طول فرآیند شکل دهی، نیروی نگهدارنده ورق برابر با 2.94 کیلو نیوتون میباشد. سرعت سنبه برابر با 1 متر بر ثانیه است. همچنین میزان جابجایی سنبه پس از اولین تماس بين ورق و سنبه برابر با 71.8 ميليمتر ميباشد. ضريب اصطكاك بين ابزار و ورق برابر با 0.1 میباشد. بر اساس معادله (51) بیشترین نیروی نگهدارنده ورق معادل 336.7 كيلو نيوتون مىباشد. در ادامه رابطه بين



Fig. 7 Schematic for springback measurement method شکل 7 شماتیک روش اندازهگیری برگشت فنری



Fig. 8 Schematic of Numisheet 2011 benchmark problem 2-D draw bending

كشش-خمش دو بعدي 2011 شماتيك مسئله معيار ناميشيت 8شكل

پارامترهای برگشت فنری پیش بینی شده و پارامترهای مسئله بررسی میشود همچنین نتایج عددی مربوط به زوایای برگشت فنری و شعاع انحنای دیواره جانبی بر حسب پارامترهای مختلف مکانیکی و هندسی مسئله در جدول 2 آورده شده است.

شکل 9 رابطه بین پارامترهای برگشت فنری و نیروی نگهدارنده ورق را نشان میدهد. مشاهده میشود که افزایش نیروی نگهدارنده ورق تا مقادیر کمتر از 270 کیلو نیوتون تأثیری بر روی پارامترهای پیش بینی شده برگشت فنری ندارد. افزایش نیروی نگهدارنده ورق زوایای برگشت فنری را کاهش میدهد درحالیکه شعاع انحنای دیواره جانبی افزایش مییابد. چنانچه نیروی نگهدارنده ورق از مقدار بحرانی خود تجاوز کند موجب پاره شدن ورق مىشود.

شکل 10 رابطه بین پارامترهای برگشت فنری و اصطکاک قالب را نشان میدهد. رابطه بین ضریب اصطکاک و پارامترهای برگشت فنری مشابه رابطه ا آنها با نیروی نگهدارنده ورق میباشد. چنانچه ضریب اصطکاک ورق از مقدار بحرانی خود تجاوز کند موجب پاره شدن ورق میشود.

شکل 11 رابطه بین اصطکاک سنبه و زاویه برگشت فنری  $\theta_1$  را نشان مىدهد. تغييرات ضريب اصطكاك سنبه فقط باعث تغييرات زاويه برگشت فنری در ناحیه II میشود. می توان مشاهده کرد که با افزایش ضریب اصطکاک، زاویه بر گشت فنری افزایش میبابد.

شکل 12 رابطه بین ضخامت اولیه ورق و پارامترهای برگشت فنری را



Fig. 9 Influence of the blank holding force  $(P_h)$  on the springback parameters prediction

شکل 9 اثر نیروی نگهدارنده ورق  $P_{\rm b}$  بر پیش بینی پارامترهای برگشت فنری

Table 2 Springback angles and sidewall curvature radius for different mechanical and geometrical parameters

جدول 2 زوایای برگشت فنری و شعاع انحنای دیواره جانبی بر حسب پارامترهای





 $\blacksquare$ 

Fig. 10 Effect of the die friction coefficient on the springback parameters prediction **شکل 10** اثر ضریب اصطکاک قالب بر پیشبینی پارامترهای برگشت فنری

نشان میدهد. زوایای برگشت فنری با افزایش ضخامت اولیه ورق کاهش می یابد و شعاع انحنای دیواره جانبی افزایش می یابد.



Fig. 11 Effect of the punch friction coefficient on the angle  $\theta_1$  $\theta_1$  شکل 11 اثر اصطکاک سنبه بر پیش بینی زاویه



Fig. 12 Effect of the sheet thickness on the springback parameters prediction

شکل 12 اثر ضخامت ورق بر پیشبینی پارامترهای برگشت فنری

شکل 13 تأثیر ضریب ناهمسانگردی را بر پارامترهای برگشت فنری نشان میدهد. مشاهده میشود که زوایای برگشت فنری با یک شیب بسیار کم افزایش می،پابند و شعاع انحنای دیواره جانبی با افزایش ضریب ناهمسانگردی کاهش می یابد.



parameters prediction

شكل 13 اثر ضريب ناهمسانگردي ورق بر پيشبيني پارمترهاي برگشت فنري

برای ارزیابی دقت مدل تحلیلی ارائه شده، مقایسهای بین نتایج بهدستآمده و نتايج ارائه شده در مقالات [14, 21] در شكل 14 ارائه شده است. همه .<br>پارامترهای هندسی و مکانیکی مشابه مسئله معیار میباشد. مشاهده میشود که همه پارامترهای برگشت فنری پیش بینی شده به غیر از انحنای دیواره جانبی به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک میباشند.

پارامترهای سختشوندگی  $\mathit{C}_{1}$  و  $\mathit{C}_{2}$  و  $\mathit{C}_{1}$  مربوط به رفتار سختشوندگی ماده شامل اثر بوشینگر، رفتار گذرا و نرم شوندگی ماندگار میباشند. بنابراین تأثیر رفتار سختشوندگی بر روی برگشت فنری را می توان با تغییر این پارامترها بررسی کرد.

شکل 15 رابطه بین  $\gamma_1$  و پارامترهای برگشت فنری را نشان میدهد. تغییرات پارامترهای برگشت فنری با افزایش  $\gamma_1$  کاهش مییابند درحالی که با كاهش پارامتر  $\gamma_1$  افزايش مىيابند. ازآنجايىكه بخش ديواره جانبى ورق تغییر شکلهای پیچیده شامل بارگذاری- باربرداری و بارگذاری معکوس را تجربه می کند می توان نتیجهگیری کرد که رفتار سختشوندگی ماده تحت کرنش معکوس تأثیر بیشتری بر پارامترهای برگشت فنری دارد.

شکل 16 تأثیر تغییر  $\mathcal{C}_1$  بر روی پارامترهای برگشت فنری را نشان میدهد. در مقایسه با ضرایب  $\gamma_1$ و ضریب  $\mathcal{C}_1$ تأثیر کمتری بر روی



Fig. 14 Comparison of several experimental and theoretical predictions of the springback parameters based on FEM method and analytical method

**شکل 14** مقایسه چندین پیشبینی تجربی و نظری پارامترهای برگشت فنری بر اساس روش اجزای محدود و روش تحلیلی



Fig. 15 Influence of  $\gamma_1$  variation on the springback parameters شكل 15 اثر تغييرات ضريب  $\gamma_1$  بر پارامترهاي برگشت فنري



Fig. 16 Influence of  $C_1/\gamma_1$  variation on the springback parameters شکل 16 اثر تغییر پارامتر  $\mathcal{C}_1/\gamma_1$  بر پارامترهای برگشت فنری

پارامترهای برگشت فنری دارد و تغییرات تقریبا به صورت خطی میباشد اما تغییرات انحنای دیواره جانبی قابل ملاحظه می باشد.

شکل 17 رابطه بین  $\,c_2\,$ و پارامترهای برگشت فنری را نشان میدهد. میتوان مشاهده نمود که تقریبا یک رابطه خطی بین ضریب  $\, \mathcal{C}_2 \,$  و تغییرات زوایای برگشت فنری وجود دارد و مقدار تغییرات نسبت به دو پارامتر  $\mathcal{C}_1$  و کمتر می باشند.  $\gamma_1$ 

#### 12-نتيجەگېرى

در این مقاله، یک مدل تحلیلی جدید بر اساس معیار تسلیم هیل 48 و شرایط کرنش صفحهای برای پیش بینی پدیده برگشت فنری در فرآیند خمش  $\vert {\rm U}$  شکل ارائه شده است. از این مدل تحلیلی برای حل مسئله معیار خمش  ${\rm U}$ شکل استفاده شده است و نتایج دارای دقت مطلوبی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی میباشند. همچنین از مدل سختشوندگی جنبشی غیرخطی ناهمسانگرد که دارای قابلیت توصیف رفتار سختشوندگی ماده مانند اثر بوشینگر، نرم شوندگی ماندگار و رفتار گذرا در بارگذاری معکوس میباشد استفاده شده است. نتایج به دست آمده از این مدل تحلیلی با نتایج حاصل از حل اجزای محدود مقایسه شده است و مشاهده می شود که نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله در مقایسه با حل اجزای محدود دارای دقت مطلوبی می باشد.



Fig. 17 Influence of  $C_2$  variation on the springback parameters شكل 17 اثر تغيير پارامتر  $\mathit{C}_2$  بر پارامترهاي برگشت فنري

تأثیر پارامترهای سختشوندگی ماده شامل  $\mathcal{C}_1$ ،  $\mathcal{C}_2$ و  $\mathcal{Y}_1$  و همچنین پارامترهای هندسی و مکانیکی ماده بر روی پیشبینی برگشت فنری بررسی شده است. مشاهده میشود که با افزایش پارامترهای  $C_1$  و  $C_2$  شعاع انحنای دیواره جانبی افزایش مییابد درحالی که با افزایش  $\gamma_1$  شعاع انحنای دیواره جانبی کاهش می باید. همچنین با افزایش پارامترهای  $\gamma_1$ و  $\zeta_2$ زوایای برگشت فنری افزایش می یابد درحالی که با افزایش  $C_1$  زوایای برگشت فنری كاهش مىبايد. افزايش نيروى نگهدارنده ورق و ضريب اصطكاك بين قالب و ورق باعث کاهش زوایای برگشت فنری می شود. اصطکاک سنبه تنها بر روی زوایای برگشت فنری در ناحیه II تأثیر میگذارد و باعث افزایش آن می شود. میتوان مشاهده نمود که با کاهش ضخامت اولیه ورق میزان برگشت فنری کاهش می یابد درحالی که با افزایش ضریب ناهمسانگردی افزایش پیدا مى كند.

#### 13- فهرست علائم



 $\bar{\varepsilon}$ 

 $\phi$ 

 $\theta$ 

 $\mathcal{O}$ 

زاویه انحنای سطح مقطع عرضی ورق (degree)

شعاع انحنای دیواره جانبی ورق پس از برگشت فنری

(mm)  
\n
$$
\theta
$$
  
\n $\theta$   
\

ديواره جانبي ورق

14- مراجع

**SW** 

[1] H.-J. Jiang, H.-L. Dai, A novel model to predict U-bending springback and time-dependent springback for a HSLA steel plate, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 81, No. 5-8, pp. 1055-1066,<br>2015.

 $2013$ . (in persian فارسی)

- [12] V. Panahizadeh Rahimloo, H. Moslemi Naeini, G. H. Liaghat, M. Salmani Tehrani, Study of the effects of work hardening models on spring-back in cold roll forming of U-channels, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 13, No. 6, pp. 74-82, 2013. (in persian  $\Sigma$ §)
- [13] J. Lee, J.-Y. Lee, F. Barlat, R. Wagoner, K. Chung, M.-G. Lee, Extension of quasi-plastic–elastic approach to incorporate complex plastic flow behavior– application to springback of advanced high-strength steels, *International Journal of Plasticity,* Vol. 45, No.1, pp. 140-159, 2013.
- [14] S.-l. Zang, M.-g. Lee, J. H. Kim, Evaluating the significance of hardening behavior and unloading modulus under strain reversal in sheet springback prediction, *International Journal of Mechanical Sciences,* Vol. 77, No. 1, pp. 194-204, 2013.
- [15] B. Chun, J. Jinn, J. Lee, Modeling the Bauschinger effect for sheet metals, part I: theory, *International Journal of Plasticity,* Vol. 18, No. 5, pp. 571-595, 2002.
- [16] I. Gutierrez-Urrutia, J. Del Valle, S. Zaefferer, D. Raabe, Study of internal stresses in a TWIP steel analyzing transient and permanent softening during reverse shear tests, *Journal of Materials Science,* Vol. 45, No. 24, pp. 6604- 6610, 2010.
- [17] S. Zang, C. Guo, S. Thuillier, M. Lee, A model of one-surface cyclic plasticity and its application to springback prediction, *International Journal of Mechanical Sciences,* Vol. 53, No. 6, pp. 425-435, 2011.
- [18] R. Wagoner, Measurement and analysis of plane-strain work hardening, *Metallurgical and Materials Transactions A,* Vol. 11, No. 1, pp. 165-175, 1980.
- [19] R. Hill, *The mathematical theory of plasticity*, pp. 334-345, London: Oxford, 1950.
- [20] P. D. Barros, M. Oliveira, J. Alves, L. Menezes, Pre-strain effect on springback of 2D draw bending, *International Journal of Materials Engineering Innovation*, Vol. 4, No. 2, pp. 187-211, 2013.
- **Archive** [21] J.-Y. Lee, J.-W. Lee, M.-G. Lee, F. Barlat, An application of homogeneous anisotropic hardening to springback prediction in pre-strained Udraw/bending, *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 49, No. 25, pp. 3562-3572, 2012.
- [2] N. Nanu, G. Brabie, Analytical model for prediction of springback parameters in the case of U stretch–bending process as a function of stresses distribution in the sheet thickness, *International Journal of Mechanical Sciences,* Vol. 64, No. 1, pp. 11-21, 2012.
- [3] X. Yang, C. Choi, N. K. Sever, T. Altan, Prediction of springback in airbending of Advanced High Strength steel (DP780) considering Young' s modulus variation and with a piecewise hardening function, *International Journal of Mechanical Sciences,* Vol. 105, No. 1, pp. 266-272, 2016.
- [4] D. Zhang, Z. Cui, X. Ruan, Y. Li, An analytical model for predicting springback and side wall curl of sheet after U-bending, *Computational Materials Science,* Vol. 38, No. 4, pp. 707-715, 2007.
- [5] F. Yoshida, T. Uemori, A model of large-strain cyclic plasticity describing the Bauschinger effect and workhardening stagnation, *International Journal of Plasticity,* Vol. 18, No. 5, pp. 661-686, 2002.
- [6] G. Le Quilliec, P. Breitkopf, J.-M. Roelandt, P. Juillard, Semi-analytical approach for plane strain sheet metal forming using a bending-under-tension numerical model, *International Journal of Material Forming,* Vol. 7, No. 2, pp. 221-232, 2014.
- [7] M.-G. Lee, D. Kim, R. Wagoner, K. Chung, Semi-analytic hybrid method to predict springback in the 2D draw bend test, *Journal of Applied Mechanics,* Vol. 74, No. 6, pp. 1264-1275, 2007.
- [8] S. Panthi, N. Ramakrishnan, Semi analytical modeling of springback in arc bending and effect of forming load, *Transactions of Nonferrous Metals Society of China,* Vol. 21, No. 10, pp. 2276-2284, 2011.
- [9] C.-q. GUO, J. CHEN, J.-s. CHEN, D.-k. XU, Y.-c. BAI, Numerical simulation and experimental validation of distortional springback of advanced high-strength steel sheet metal forming, *Journal of Shanghai Jiaotong University,* Vol. 44, No. 4, pp. 468-472, 2010.
- [10] H. Kim, M. Kimchi, Numerical modeling for springback predictions by considering the variations of elastic modulus in stamping advanced highstrength steels (AHSS), *The 8th International Conference and Workshop on numerical simulation of 3D sheet metal forming processes (NUMISHEET 2011)*, Seoul, Republic of Korea, June 21-26, 2011.
- [11] M. Shafiee Alavijeh, H. Torabian, S. Nazari, Investigation on parameters which affect on springback and side wall curl of U-bending of dual-phase steel plates, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 13, No. 1, pp. 13-23,