



اندرکنش هیدرودینامیکی چند غشاء ارتجاعی و تأثیر موقعیت اولیه یک غشاء بر رفتار آن در یک میکروکانال

اسعد علیزاده¹، عبدالرحمان دادوند^{2*}، مهدی بخشان³

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه
3- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه
* ارومیه، صندوق پستی 41957155 a.dadvand@mee.uut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 05 اردیبهشت 1395
پذیرش: 01 مرداد 1395
ارائه در سایت: 21 شهریور 1395

کلید واژگان:

روش شبکه بولتزمن
روش مرز غوطه‌ور
چند غشاء ارتجاعی
اندرکنش
میکروکانال

چکیده

در این مقاله، حرکت یک غشاء ارتجاعی و نیز اندرکنش هیدرودینامیکی چند غشاء در یک میکروکانال با توسعه یک کد کامپیوتری به زبان C شبیه‌سازی می‌گردد. برای حل میدان جریان سیال از روش شبکه بولتزمن و برای شبیه‌سازی اندرکنش سیال - جامد از روش مرز غوطه‌ور استفاده می‌شود. غشاها به صورت مرزهای انعطاف‌پذیر غوطه‌ور در جریان سیال در نظر گرفته می‌شوند. ابتدا یک غشاء با سفتی بالا به شکل مقعرالطرفین در نظر گرفته می‌شود. این غشاء به دلیل سفت بودن، از خود حرکت غلت خوردن نشان می‌دهد و جابجایی عرضی آن با نوسان همراه خواهد بود. سپس، اثرات موقعیت اولیه یک غشاء به شکل دایره بر تغییر شکل، سرعت و جابه‌جایی عرضی آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. دیده شد که با نزدیک شدن موقعیت اولیه غشاء به مرکز میکروکانال، جابجایی عرضی و مؤلفه قائم سرعت آن کاهش یافته و مؤلفه افقی سرعت آن افزایش می‌یابد. در انتها، حرکت همزمان چند غشاء در یک میکروکانال و برهمکنش آنها با یکدیگر و با جریان تحلیل می‌گردد. غشاها با هم برخورد نداشته و بنابراین مکانیزم برخورد مدل نشده است. مشاهده شد که غشای بالادست جریان، بیشترین تغییر شکل را دارد و نیروی بیشتری از طرف سیال به آن وارد می‌شود. همچنین، حضور همزمان چند غشاء باعث کندتر شدن سرعت جریان خواهد شد. نتایج عددی حاضر تطابق خوبی با نتایج معتبر عددی موجود دارد.

Hydrodynamic interaction of multiple flexible membranes and initial position effect of a membrane on its behavior in a microchannel

As'ad Alizadeh, Abdolrahman Dadvand*, Mehdi Bakhshan

Department of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran
*P.O.B. 41957155, Urmia, Iran, a.dadvand@mee.uut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 April 2016
Accepted 22 July 2016
Available Online 11 September 2016

Keywords:

Lattice Boltzmann method
Immersed boundary method
Multiple flexible membranes
Interaction
Microchannel

ABSTRACT

In this paper, motion of a flexible membrane and hydrodynamic interaction of multiple membranes in a microchannel are simulated by developing a computer code written in C. The membranes are considered as flexible boundaries immersed in the fluid. First, a single biconcave shaped membrane with high rigidity is considered. Due to the rigidity of the membrane, tumbling motion occurs and vertical displacement becomes oscillatory. Then, the effects of initial position of a circular membrane on its deformation, vertical velocity and displacement are investigated. It was observed that as the initial location of the membrane approaches the channel's central axis, its vertical displacement and velocity decreased, but its horizontal velocity component increased. Finally, the simultaneous motion of multiple membranes in a microchannel and their interaction with each other and with flow are evaluated. The membranes do not collide and hence the collision mechanism is not modeled. It was found that the upstream membrane experienced greatest deformation and the greatest force was exerted on it by the fluid on it. In addition, simultaneous presence of multiple membranes would result in a reduction in the flow velocity. The current numerical results have good agreement with the available valid numerical results.

1- مقدمه

محصور شده را نام برد. شبیه‌سازی تغییر شکل فصل مشترک و جریان در یک هندسه پیچیده، از نظر عددی سخت و چالش برانگیز است. یکی از چالش‌ها در این گونه مسایل، محاسبه هم زمان حرکت سیال، حرکت همراه با تغییر شکل فصل مشترک و برهم‌کنش بین سیال و فصل مشترک می‌باشد.

جریان سیال با عدد رینولدز پایین و دارای فصل مشترک در هندسه‌های پیچیده مورد علاقه مهندسان و فیزیولوژیست‌ها است. برای مثال می‌توان جریان‌های چند فازی، پیل سوختی، سلول زیستی و ریزقطره در هندسه

Please cite this article using:

A. Alizadeh, A. Dadvand, M. Bakhshan, Hydrodynamic interaction of multiple flexible membranes and initial position effect of a membrane on its behavior in a microchannel, Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 8, pp. 355-364, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

www.SID.ir

روش‌هایی که از شبکه کارترین برای حل مسایل دارای فصل مشترک یا مسایل دارای هندسه پیچیده بهره می‌گیرند در سال‌های اخیر مرسوم شده‌اند. روش‌های شبکه کارترین موجود برای مسایل دارای فصل مشترک به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند: الف) روش‌هایی که شرایط پرش را در عرض فصل مشترک تعیین نموده و آن‌ها را در اسکیم اختلاف محدود وارد می‌نمایند و ب) روش‌هایی که نیروی منفرد را قبل از اعمال آن به سیال هموار می‌کنند. روش فصل مشترک غوطه‌ور که توسط لوک و لی [2,1] پیشنهاد شد در دسته اول و روش مرز غوطه‌ور که توسط پسکین [3] پیشنهاد شد در دسته دوم جای می‌گیرند. روش مرز غوطه‌ور هم یک فرمولاسیون ریاضی و هم یک طرحواره عددی می‌باشد. فرمولاسیون ریاضی از ترکیبی از متغیرهای اولیه و لاگرانژی استفاده می‌کند، که این متغیرها از طریق معادلات تبادل که در آن‌ها تابع دلتای دیراک نقش مهمی بازی می‌کند، به هم مرتبط می‌شوند. در طرحواره عددی فرمولاسیون مرز غوطه‌ور، متغیرهای اولیه روی یک شبکه دکارتی ثابت و متغیرهای لاگرانژی روی یک شبکه منحنی‌الخط که آزادانه حرکت می‌کند، تعریف می‌شوند. اساس کار روش مرز غوطه‌ور، اعمال شرایط مرزی با قرار دادن یک عبارت نیرو به شکل چشمه در معادلات ناویر-استوکس یا روش شبکه بولتزمن می‌باشد [3]. مرزهای متحرک به خصوص مسائل اندرکنش بین سیال - جامد¹ نیز همیشه جزو مباحث مهم در دینامیک سیالات بوده که روش مرز غوطه‌ور به دلیل ثابت ماندن شبکه محاسباتی مناسب‌ترین روش برای این‌گونه مسائل می‌باشد. همچنین چون روش مرز غوطه‌ور برای اجسام الاستیک نیز کاربرد دارد در نتیجه در موارد پزشکی و دارویی مثلاً در تحلیل گلبول‌های قرمز خون²، جریان در رگ‌ها و دریچه‌های قلب نیز می‌توان از این روش استفاده کرد.

در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن به‌عنوان یک روش دینامیک سیالات محاسباتی جایگزین برای شبیه‌سازی جریان‌های با هندسه پیچیده، دو فازی، متلاطم و ... در آمده است. برخلاف روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی که بر پایه گسسته‌سازی معادلات پیوسته ماکروسکوپی استوارند، روش شبکه بولتزمن بر پایه مدل‌های میکروسکوپی و معادلات جنبشی موزوسکوپیک استوار است و دینامیک ماکروسکوپی سیال نتیجه رفتار تجمعی ذرات میکروسکوپی در سیستم می‌باشد. در سطح موزوسکوپیک تعداد جهت‌های حرکت ذره محدود است و می‌توان سیال را به‌صورت اجتماعی از ذرات سیال در نظر گرفت. اثبات شده است روش شبکه بولتزمن معادله ناویر استوکس را با استفاده از بسط چابمن انسکوگ بازیابی می‌کند [4]. از مزایای مهم روش شبکه بولتزمن فرم صریح معادله حاکم و نیز راحتی حل موازی معادلات و سادگی اعمال شرایط مرزی روی مرزهای منحنی‌وار است. روش شبکه بولتزمن نیاز به یک شبکه یکنواخت در مختصات کارترین دارد. در اواخر دهه 1980، روش شبکه بولتزمن توسط مهندسان و فیزیکدان‌ها معرفی شد. از آن زمان تاکنون معادلات زیادی نوشته شد، اما در زمینه ریاضی هنوز در بسیاری از حوزه‌ها مشکل وجود دارد. کاربردهای روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی جریان‌های غیرقابل تراکم در هندسه‌های پیچیده برای مثال جریان خون در رگ‌ها [6,5]، جریان‌های چند فازی [8,7]، مسائل جابجایی آزاد [10,9]، مرزهای متحرک [11]، واکنش‌های شیمیایی [12]، جریان عبوری از سطوح متخلخل [13]، جریان‌های معلق [14]، هیدرودینامیک مغناطیس [15]، جریان‌های سیال غیرنیوتنی [16]، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ [17]، جریان‌های آشفته در آیرودینامیک [18]

2- معادلات حاکم

روش مرز غوطه‌ور بر این اصل استوار است که تغییر شکل و حرکت یک مرز

¹ Fluid-structure interaction

² Red blood cell

$$\delta(\vec{x}) = \frac{1}{h^2} \varphi\left(\frac{x}{h}\right) \varphi\left(\frac{y}{h}\right) \quad (5)$$

$$\varphi = \begin{cases} \frac{1}{4\pi} \left(\pi + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}(2r+1)\right) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}(2r-1)\right) \right), & r \leq 1.5 \\ -\frac{1}{8\pi} \left(-5\pi + 2\pi r + 4 \sin\left(\frac{\pi}{4}(2r-1)\right) \right), & 1.5 \leq r \leq 2.5 \\ 0, & 2.5 \leq r \end{cases} \quad (6)$$

در رابطه (6)، r فاصله بین گره‌های اویلری و لاگرانژی می‌باشد.

در روش شبکه بولتزمن برای محاسبه تبادل مومنتوم از یک تابع برخورد به صورت رابطه (7) استفاده می‌شود:

$$\xi_i(\vec{x} + \hat{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - \xi_i(\vec{x}, t) = -\frac{\xi_i(\vec{x}, t) - \xi_i^{eq}(\vec{x}, t)}{\tau} + \Delta t G_i \quad (7)$$

که در آن $\xi_i(\vec{x}, t)$ تابع توزیع ذراتی با سرعت \hat{e}_i است که در زمان t در موقعیت \vec{x} قرار دارند. Δt گام زمانی، $\xi_i^{eq}(\vec{x}, t)$ تابع توزیع تعادلی، τ نشان دهنده زمان بی‌بعد آرامش و G_i جمله نیروی حجمی مربوط به جسم غوطه‌ور در معادله بولتزمن است. در کار حاضر از روش شبکه بولتزمن با مدل دو بعدی D2Q9 استفاده شده است. سرعت ذره در 9 جهت مربوطه را می‌توان به صورت رابطه (8) نوشت:

$$\hat{e}_i = \begin{cases} (i, i), & i = 0 \\ (\cos\frac{\pi}{2}(i-1), \sin\frac{\pi}{2}(i-1))c, & i = 1-4 \\ \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2}(i-9/2), \sin\frac{\pi}{2}(i-9/2))c, & i = 5-8 \end{cases} \quad (8)$$

که در آن، $c = \Delta x / \Delta t$ به طوری که Δx فاصله دو گره متوالی در شبکه اویلری می‌باشد. تابع توزیع تعادلی به شکل رابطه (9) نوشته می‌شود:

$$\xi_i^{eq}(\vec{x}, t) = w_i \rho \left[1 + 3 \frac{(\hat{e}_i \cdot \vec{u})}{C^2} + \frac{9(\hat{e}_i \cdot \vec{u})^2}{2C^4} - \frac{3|\vec{u}|^2}{2C^2} \right] \quad (9)$$

همچنین فشار در واحد شبکه p از رابطه (10) محاسبه می‌گردد که در آن $C_s = c/\sqrt{3}$ سرعت صوت شبکه و ρ چگالی شبکه می‌باشد:

$$p = \rho C_s^2 \quad (10)$$

w_i ضریب وزنی با مقادیر رابطه (11) می‌باشد:

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & ; i = 0 \\ 1/9 & ; i = 1-4 \\ 1/36 & ; i = 5-8 \end{cases} \quad (11)$$

جمله نیروی ارتجاعی در معادله شبکه بولتزمن به صورت رابطه (12) تعریف می‌شود [29]:

$$G_i = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) w_i \left[\frac{3(\hat{e}_i \cdot \vec{u})}{C^2} + \frac{9(\hat{e}_i \cdot \vec{u})^2}{C^4} \right] \cdot \vec{f} \quad (12)$$

در ضمن چگالی و سرعت‌های ماکروسکوپی \vec{u} سیال از رابطه‌های (13) و (14) محاسبه می‌شوند:

$$\rho = \sum_{i=0}^8 \xi_i \quad (13)$$

$$\vec{u} = \frac{1}{\rho} \left[\sum_{i=0}^8 \xi_i \hat{e}_i + \frac{1}{2} \vec{f} \Delta t \right] \quad (14)$$

ویسکوزیته سینماتیکی شبکه ν در مدل D2Q9 به صورت زیر با زمان بی‌بعد آرامش τ مرتبط است.

$$\nu = C_s^2 \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \quad (15)$$

چگالی نیروی لاگرانژی \vec{F} از دو قسمت کششی- فشاری \vec{F}_s و خمشی \vec{F}_b به صورت رابطه (16) تشکیل شده است:

ارتجاعی نامتعادل در داخل یک سیال نیرویی ایجاد می‌کند که تمایل دارد مرز را به شکل یا مکان اولیه‌اش (حالت تعادلی) برگرداند. در این روش برخلاف روش‌های متداول دینامیک سیالات محاسباتی، شرایط مرزی به طور صریح اعمال نمی‌شود بلکه اثرات مرز روی سیال با اضافه کردن یک جمله نیرویی به‌عنوان چشمه به سمت راست معادله ناویر- استوکس یا معادله شبکه بولتزمن حاکم بر دینامیک سیال در نظر گرفته می‌شود. سپس ساختار مرز غوطه‌ور براساس سرعت سیال در مرز به‌روزرسانی می‌شود. "شکل 1" نشانگر بخشی از یک مرز غوطه‌ور در سیال است. ساختار منحنی به شکل پارامتری $\vec{X}(s, t)$ بیان می‌شود که در آن s مختصات لاگرانژی در امتداد منحنی می‌باشد. از این رو، معادلات حاکم بر ترکیب سیال- جامد به صورت رابطه‌های (1) تا (3) می‌باشد:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f} \quad (2)$$

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \int_r \vec{F}(s, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}(s, t)) ds \quad (3)$$

برای ارضای شرط مرزی عدم لغزش روی سطح مشترک سیال- جامد، سرعت جسم یا ذره باید برابر با سرعت سیال مجاور باشد. در این حالت باید،

$$\vec{U}(s, t) = \vec{u}(\vec{X}(s, t), t) = \frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial t} = \int_r \vec{u}(\vec{x}, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}(s, t)) d\vec{x} \quad (4)$$

در معادله‌های بالا، ρ و μ به ترتیب دانسیته جرمی و ویسکوزیته دینامیکی سیال مورد مطالعه می‌باشند. همچنین \vec{u} و p به ترتیب میدان سرعت و فشار را نشان می‌دهند. \vec{f} در سمت راست معادله (2)، نیروهای غشاه (کششی و خمشی) ناشی از وجود اجسام ارتجاعی غوطه‌ور در سیال را نشان می‌دهد.

معادله (3) نشان می‌دهد که چگالی نیروی سیال $\vec{f}(\vec{x}, t)$ از چگالی نیروی مرز غوطه‌ور $\vec{F}(s, t)$ با انتگرال‌گیری در محدوده مرز غوطه‌ور به‌دست می‌آید.

تابع دلتای دیراک به‌صورت رابطه (5) تعریف می‌شود:

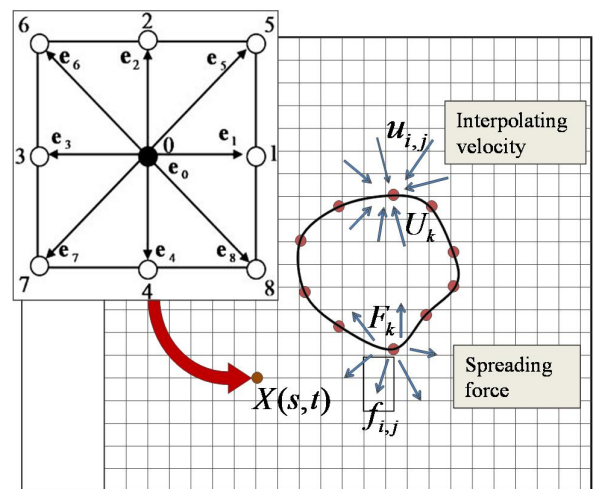


Fig. 1 Schematic representation of the immersed boundary (Lagrangian coordinates) and fluid domain (Eulerian Cartesian grids) and spreading of Lagrangian force to the Eulerian grid points

شکل 1 شمای مرز غوطه‌ور (مختصات لاگرانژی) و شبکه دکارتی اویلری برای سیال و پخش نیروی لاگرانژی از نقطه مرزی غشاه به گره‌های اویلری سیال

شده است، به طور كلي جابه‌جائي عرضي، يك فرآيند بسيار آهسته است. غشاء تنها 10 ميكرومتر در جهت عرضي طی می‌كند، در حالی كه نزديك به 2500 ميكرومتر در جهت طولی طی می‌كند. نرخ جابه‌جائي به تغيير شكل سلول بستگی دارد. مولفه افقی و قائم سرعت در "شكل 2 ج و د" نشان داده شده است. نوسانات سرعت به دليل حرکت غلت خوردن غشاء به وجود می‌آيد. اين نوسانات با کاهش تغيير شكل پذیری افزایش می‌يابد. سرعت قائم غشاء به دليل جهت حرکت غشاء كه در برخی بازه‌های زمانی رو به پايين است، منفي می‌شود.

4- نتایج و بحث

پارامترهای بی‌بعد به كار رفته در اين تحقيق به صورت رابطه (22) است:

$$y^* = \frac{y}{H}, x^* = \frac{x}{H}, v_{\text{membrane}}^* = \frac{v_{\text{membrane}}}{u_{\text{max}}}$$

$$u_{\text{membrane}}^* = \frac{u_{\text{membrane}}}{u_{\text{max}}}, t^* = \frac{t u_{\text{max}}}{H} \quad (22)$$

كه در آن y^* ، x^* ، v_{membrane}^* ، u_{membrane}^* ، t^* ، به ترتيب پارامترهای بدون بعد موقعیت‌های عرضي و طولی، سرعت غشاء در جهت‌های y و x ، و زمان می‌باشند. H ارتفاع ميكروكانال، u_{max} سرعت ماكزيمم جريان پوزی در نظر گرفته شده‌اند. عدد رينولدز از رابطه $Re = \rho u_{\text{max}} H / \mu$ محاسبه می‌شود.

همچنين ضرایب درگ و ليفت به صورت رابطه (23) تعريف می‌شوند:

$$f_{\text{drag}}^* = \frac{f_{\text{drag}}}{(1/2)\rho u_{\text{max}}^2 A} ; f_{\text{lift}}^* = \frac{f_{\text{lift}}}{(1/2)\rho u_{\text{max}}^2 A} \quad (23)$$

كه در آن f_{drag} و f_{lift} به ترتيب مجموع نیروهای افقی و مجموع نیروهای قائم وارد بر گره‌های لاگرانژی می‌باشند.

يك غشای دایروي به قطر $7 \mu\text{m}$ در جريان پوزی در نظر گرفته می‌شود. مدول کششی، خمشی و عدد رينولدز به ترتيب برابر $2 \times 10^{-19} \text{ N}\cdot\text{m}$ ، $2 \times 10^{-9} \text{ N/m}$ و 0.1 می‌باشند. طول و ارتفاع ميكروكانال به ترتيب $20 \mu\text{m}$ و $80 \mu\text{m}$ است.

ذکر اين نکته مهم است كه برای تمامی مطالعات موردی در اين تحقيق، عدد نادسن (كه با توجه به ويسكوزيته سيال، قطر ميكروكانال و قطر غشاء محاسبه شده است) كمتر از حدود 0.001 می‌باشد. در نتیجه محیط پیوسته بوده و شرط عدم لغزش برقرار است.

4-1- اثر موقعیت اوليه بر رفتار غشاء

در "شكل 3"، رفتار غشاء در سه موقعیت اوليه مختلف مشاهده می‌شود. وقتی غشاء در مركز ميكروكانال قرار دارد (شكل 3 الف)، بين نیروهای بالا بر عمل کننده از بالا و پايين روی غشاء، تعادل برقرار است. در نتیجه غشاء در جهت قائم جابه‌جائي ندارد. اختلاف فشار ايجاد شده در عقب و جلوی غشاء، باعث حرکت غشاء در جهت طولی ميكروكانال می‌گردد. فشار بيشتري قسمت عقب نسبت به جلوی غشاء، باعث می‌شود كه در جلو، تحذب و در پشت تفرع بيشتري پيدا كند تا بر مقاومت جريان غلبه كند.

يك حرکت متداول مربوط به حرکت غشای ارتجاعی، جابجایی رو به بالا همراه با چرخش غشاء² در داخل جريان برشی است. چرخش غشاء در اثر نیروی برشی سيال اطراف آن به وجود می‌آيد. در اثر پديده چرخشی يك نیروی بالا بر روی غشای تغيير شكل يافته اعمال شده و در صورت عدم وجود سایر نیروها از قبيل نیروی گرانش (مانند تحقيق حاضر) آن را به سمت مركز

$$\vec{F}^T(s, t) = \vec{F}_s^T(s, t) + \vec{F}_b^T(s, t) \quad (16)$$

اين نیرو با استفاده از قضيه كار مجازی با چگالی انرژی ارتجاعی \mathcal{E} به صورت رابطه (17) مربوط می‌شود:

$$\vec{F}^T(s, t) = -\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \vec{X}} = -\frac{\partial (\mathcal{E}_s + \mathcal{E}_b)}{\partial \vec{X}} \quad (17)$$

چگالی انرژی پتانسیل ارتجاعی شامل يك قسمت کششی - فشاری (\mathcal{E}_s) و يك قسمت خمشی (\mathcal{E}_b) می‌باشد كه به صورت رابطه‌های (18) و (19) تقريب زده می‌شوند [35]:

$$\mathcal{E}_s = \frac{1}{2} E_s \sum_{j=1}^{N-1} \left(\frac{|\vec{X}_{j+1} - \vec{X}_j|}{\Delta s} - 1 \right)^2 \Delta s \quad (18)$$

$$\mathcal{E}_b = \frac{1}{2} E_b \sum_{j=2}^{N-1} \left(\frac{|\vec{X}_{j+1} - 2\vec{X}_j + \vec{X}_{j-1}|^2}{(\Delta s)^4} \right) \Delta s \quad (19)$$

كه در آنها E_s و E_b به ترتيب مدول ارتجاعی (ثابت کششی / فشاری) و مدول خمشی هستند.

شكل گسسته چگالی نیروی لاگرانژی \vec{F}^T به صورت رابطه‌های (20) و (21) می‌باشد [35]:

$$(\vec{F}_s^T)_k = \frac{E_s}{(\Delta s)^2} \sum_{j=1}^{N-1} \left\{ (|\vec{X}_{j+1} - \vec{X}_j| - \Delta s) \times \frac{\vec{X}_{j+1} - \vec{X}_j}{|\vec{X}_{j+1} - \vec{X}_j|} (\delta_{j,k} - \delta_{j+1,k}) \right\} \quad (20)$$

$$(\vec{F}_b^T)_k = \frac{E_b}{(\Delta s)^4} \sum_{j=2}^{N-1} \{ (\vec{X}_{j+1} - 2\vec{X}_j + \vec{X}_{j-1}) (2\delta_{j,k} - \delta_{j+1,k} - \delta_{j-1,k}) \} \quad (21)$$

در معادلات (20) و (21) $k = 1, 2, \dots, N$ (تعداد كل گره‌های لاگرانژی روی غشاء است)، $(\vec{F}_s^T)_k$ و $(\vec{F}_b^T)_k$ نیروهای لاگرانژی ارتجاعی در گره k ام از غشاء و تابع دلتای كرونكر است.

به محض محاسبه نیروها روی غشاء، تمام سرعت‌های انتقالی و چرخشی به صورت صریح به‌روزرسانی می‌شوند. غشاء جامد به طور پیوسته و براساس ديناميك نيوتنی حرکت می‌كند كه در نهايت موقعیت جديد غشاء به دست می‌آيد. شایان ذکر است كه در هر گام زمانی فاصله بين نقاط لاگرانژی به مقدار جزئی تغيير می‌كند ولی تأثير محسوسى در جواب‌های عددی ندارد. در صورتی كه تغيير در فاصله بين نقاط لاگرانژی زياد باشد، بايستی در هر گام زمانی از يك تكنيك درونيابی مناسب (مانند اسپلاين مكعبی) برای بازآرایی نقاط لاگرانژی جهت يكنواخت كردن فاصله نقاط لاگرانژی كمك گرفت.

3- اعتبارسنجی حل عددی

برای غشای درون جريان برشی، حرکت غلت خوردن¹ غشاء توسط محققان به صورت تجربی و عددی مشاهده شده است [36-39]. در اين حرکت، مقاومت کششی و خمشی غشاء زياد است. در اين بخش، جهت مقایسه با نتایج عددی [40]، ميكروكانالی به طول $L = 2500 \mu\text{m}$ ، ارتفاع $H = 40 \mu\text{m}$ و غشائی به شكل مقعرالطرفين به قطر $D = 8 \mu\text{m}$ با مدول کششی و خمشی به ترتيب $6 \times 10^{-6} \text{ N/m}$ ، $72 \times 10^{-19} \text{ N}\cdot\text{m}$ عدد رينولدز 0.07 و ويسكوزيته جريان $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ در نظر گرفته می‌شود. در "شكل 2 الف" حرکت غلت خوردن غشاء به دليل سختی بالا نشان داده شده است. در "شكل‌های 2 ب، ج و د" نتایج حاضر با نتایج عددی [40] مقایسه شده است كه توافق خوبی بين آنها برقرار است. در "شكل 2 ب" جابجائي عرضی مركز غشاء نشان داده

¹ Tank-treading motion

¹ Tumbling motion

میکروکانال هدایت می‌کند. در حرکت چرخشی بعد از یک تغییر شکل اولیه، شکل و جهت جسم در حین حرکت ثابت باقی می‌ماند. چون جریان در داخل میکروکانال لزج است بنابراین دارای لایه های برشی در داخل لایه مرزی می‌باشد. در حالت جریان کاملاً توسعه یافته هر دو لایه مرزی بالا و پایین میکروکانال به هم رسیده و جریان در کل سطح مقطع میکروکانال برشی است. طبق رابطه $\tau = \mu du/dy$ برش از گرادیان مولفه افقی سرعت در راستای قائم ناشی می‌شود. یعنی با وجود لایه‌های برشی، سرعت در راستای قائم تغییر می‌کند، بنابراین با برخورد سیال به مرز غوطه ور، بخش بالایی مرز، تحت تأثیر سرعت با شدت بیشتر نسبت به بخش پایینی آن قرار می‌گیرد. این اختلاف تکانه در روی غشاء، باعث چرخش آن می‌شود. در نتیجه ی این چرخش، یک نیروی لیفت رو به بالا از طرف سیال به غشاء وارد می‌شود و آن را به مرکز میکروکانال هدایت می‌کند (شکل 3 ب و 3 ج). بعد از یک مدت زمان مشخص که غشاء به مرکز میکروکانال رسید نیروهای لیفت عمل کننده روی غشاء از سمت بالا و پایین به تعادل رسیده و پس از آن چرخش ادامه نخواهد یافت.

برای بررسی استقلال نتایج از تعداد نقاط شبکه، حساسیت شبکه‌های اولیه و لاگرانژی و تأثیر آن‌ها بر مؤلفه قائم سرعت غشاء برای حالتی که در آن موقعیت اولیه غشاء در $y_{center}^* = 0.15$ قرار دارد بررسی شده است. با توجه به نتایج "شکل 4 الف"، شبکه اولیه با تعداد نقاط 400×100 و با توجه به "شکل 4 ب"، شبکه لاگرانژی با تعداد 100 گره انتخاب شده است. این تعداد نقاط شبکه برای سایر مطالعات موردی انجام گرفته در کار حاضر نیز مناسب خواهد بود.

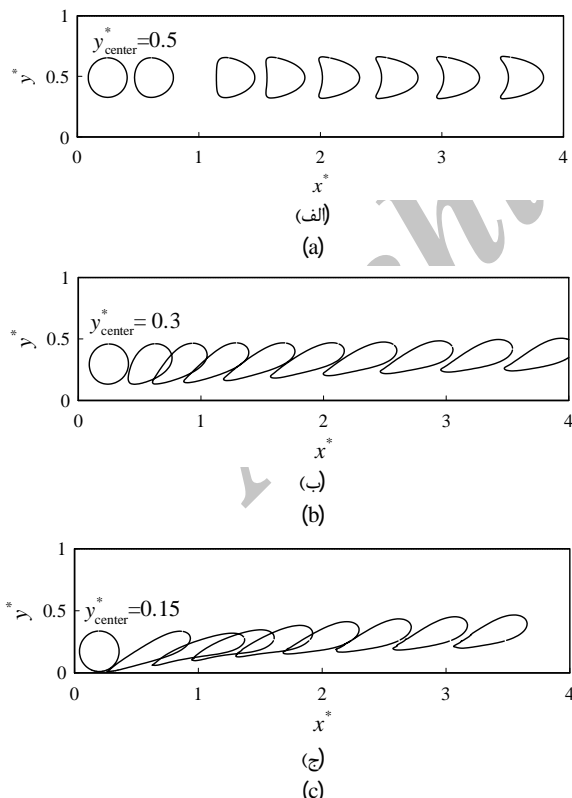


Fig. 3 Effect of initial position of the membrane on its deformation rate; (a) $y_{center}^* = 0.5$, (b) $y_{center}^* = 0.3$ and (c) $y_{center}^* = 0.15$
 شکل 3 تأثیر موقعیت اولیه بر تغییر شکل غشاء؛ (الف) $y_{center}^* = 0.5$ (ب) $y_{center}^* = 0.3$ (ج) $y_{center}^* = 0.15$

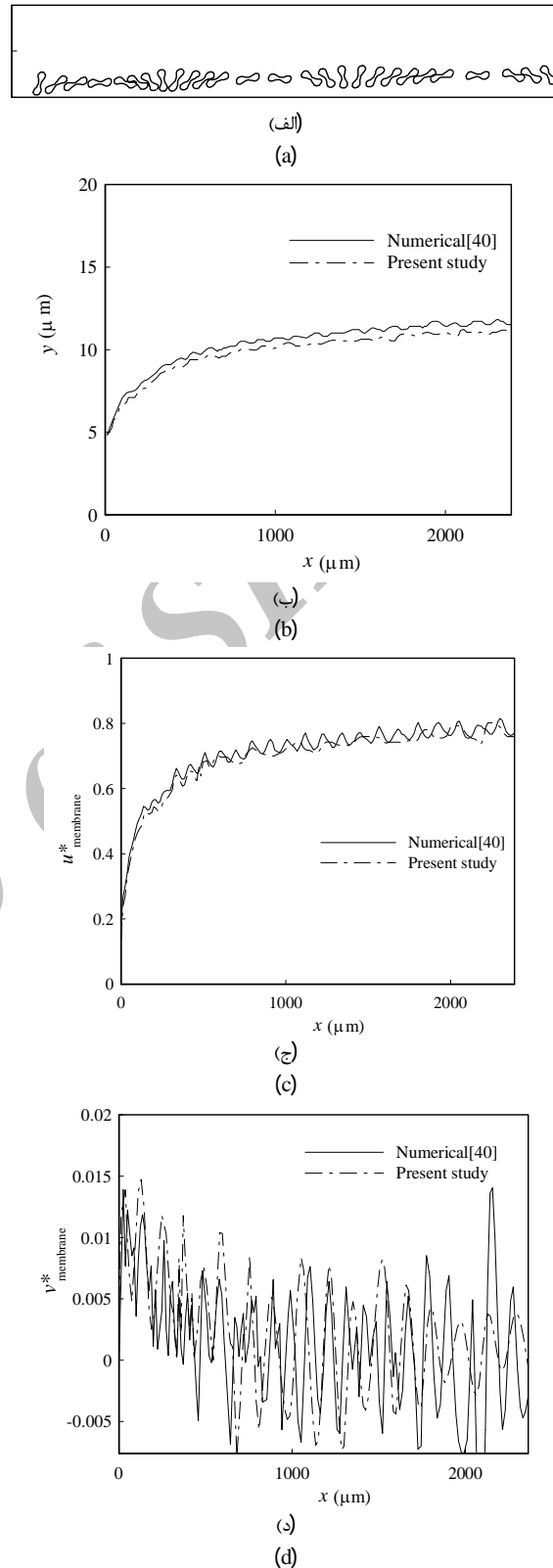
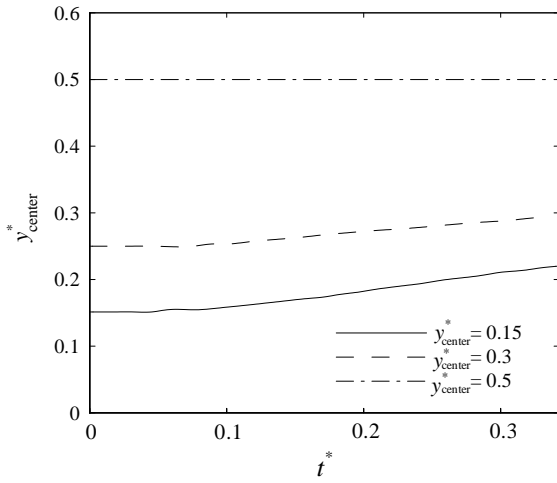


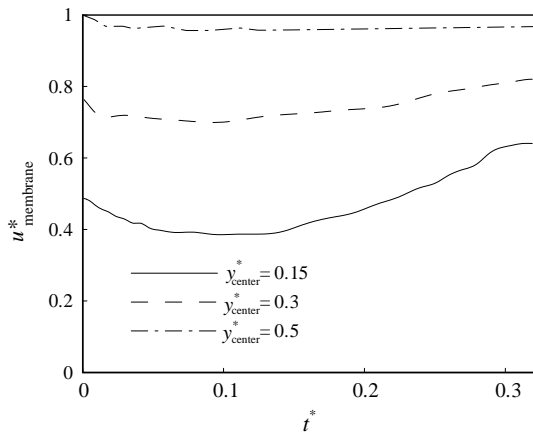
Fig. 2 Tumbling motion of a membrane in Poiseuille flow (a), vertical displacement (b), horizontal velocity variations (c) and vertical velocity variations (d) of the membrane
 شکل 2 الف) حرکت غلت خوردن غشاء در جریان پواز، ب) جایجایی عرضی، ج) تغییرات سرعت افقی و د) تغییرات سرعت قائم غشاء

"شكل 5-د" اين مطلب را به خوبي نشان مي دهد. ولي با توجه به اين كه سرعت ماكزيمم جريان پوازي در مركز ميكروكانال اتفاق مي افتد، با نزديك شدن موقعيت اوليه غشاء به مركز ميكروكانال، سرعت افقي غشاء بيشتر مي شود.



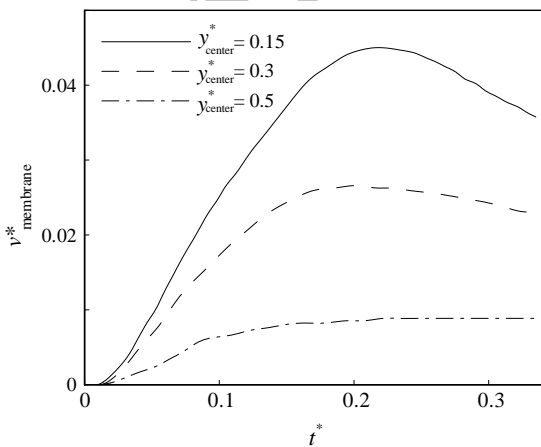
(الف)

(a)



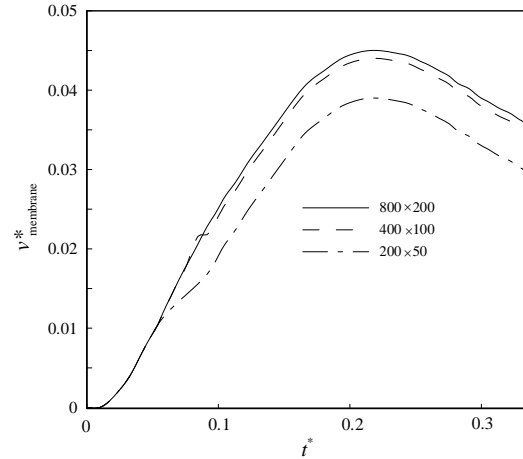
(ب)

(b)



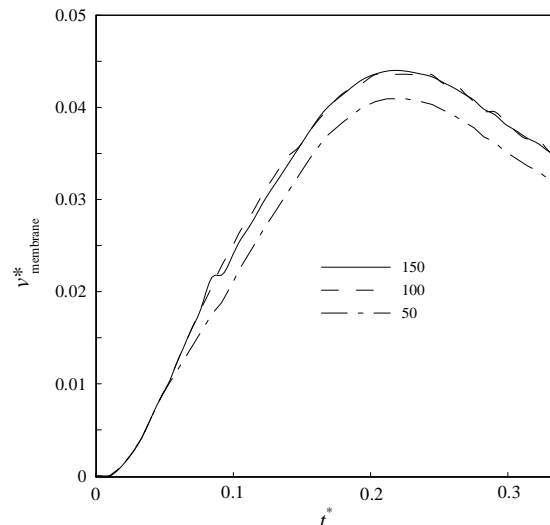
(ج)

(c)



(الف)

(a)



(ب)

(b)

Fig. 4 Grid independence test for: Eulerian grid (a) and Lagrangian grid (b)

شكل 4 آزمون استقلال نتايج از شبكه براي: شبكه اويلري (الف) و شبكه لاگرانزي (ب)

تأثير موقعيت اوليه غشاء بر جابجائي عرضي، مؤلفه هاي قائم و افقي سرعت، به ترتيب در "شكل 5 الف، ب و ج" نشان داده شده است. با فاصله گرفتن موقعيت اوليه غشاء از ديواره پاييني ميكروكانال، جابجائي عرضي و مؤلفه قائم سرعت غشاء، کاهش ولي مؤلفه افقي سرعت افزايش مي يابد. با توجه به اين كه اثرات ويسكوزيته در نزديك ديواره بيشتر است، با فاصله گرفتن غشاء از سطح پاييني ميكروكانال، مقدار لايه هاي برشي کاهش يافته (كاهش شيب پروفيل سرعت)، از چرخش و مؤلفه قائم سرعت غشاء كاسته خواهد شد و نيروي ليفت كمترى به غشاء وارد مي شود. وقتي غشاء در مركز ميكروكانال قرار بگيرد مؤلفه قائم سرعت غشاء و نيروي ليفت خالص وارده از طرف سيال به غشاء به دليل به تعادل رسيدن نيروهاي ليفت عمل كننده روي غشاء از طرف بالا و پايين (جريان متقارن محوري است)، تقريباً صفر خواهند شد كه

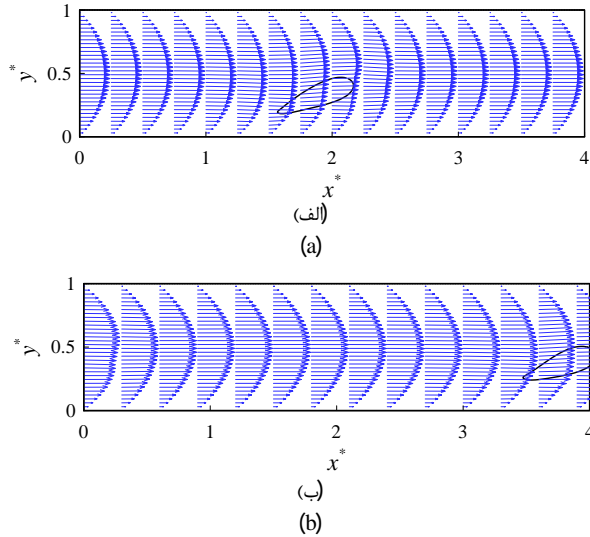


Fig. 7 Flow velocity profile at times $t^* = 0.3$ and $t^* = 0.15$ for the case where the initial position of the membrane is $y_{center}^* = 0.3$.
 شکل 7 پروفیل سرعت جریان در زمان‌های: الف) $t^* = 0.15$ و ب) $t^* = 0.3$ برای حالتی که غشاء در موقعیت اولیه $y_{center}^* = 0.3$ قرار دارد.

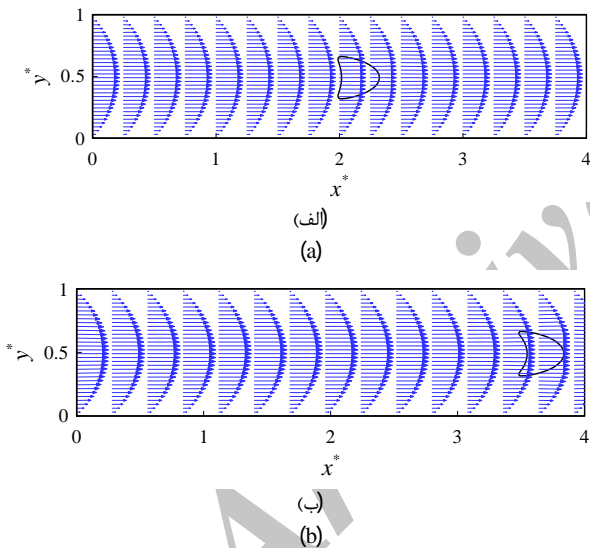


Fig. 8 Flow velocity profile at times $t^* = 0.3$ and $t^* = 0.15$ for the case where the initial position of the membrane is $y_{center}^* = 0.5$.
 شکل 8 پروفیل سرعت جریان در زمان‌های: الف) $t^* = 0.15$ و ب) $t^* = 0.3$ برای حالتی که غشاء در موقعیت اولیه $y_{center}^* = 0.5$ قرار دارد.

2-4- حرکت همزمان سه غشاء

در این بخش، حرکت همزمان سه غشاء که در طول حرکت با هم برخورد ندارند مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور سه غشاء روی محور تقارن میکروکانال قرار داده می‌شوند (شکل 9الف). در "شکل 9 ب" تغییرشکل غشاها در زمان $t^* = 0.8$ مشاهده می‌گردد. با توجه به تقارن فشار و سرعت در بالا و پایین مرکز هر غشاء (شکل 10)، اختلاف فشاری در جهت قائم وجود ندارد تا غشاها را از مرکز میکروکانال انحراف دهد. اختلاف فشار کم ایجاد شده در اطراف غشاها در جهت x باعث ایجاد نیرویی از طرف سیال به غشاء در جهت حرکت سیال از چپ به راست می‌شود. همچنین، هر سه غشاء

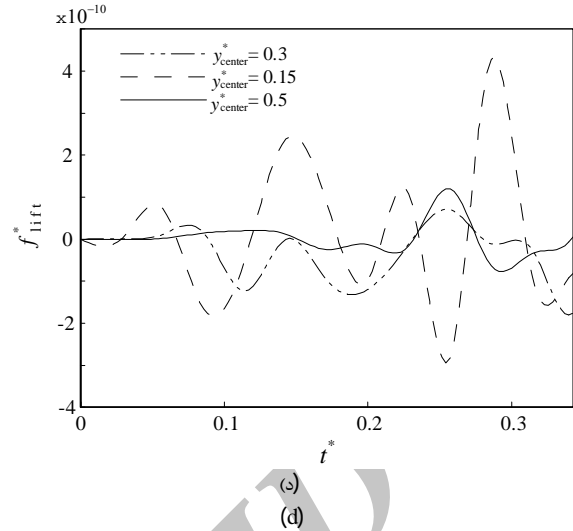


Fig. 5 Effect of initial position of the membrane on its vertical displacement (a), horizontal velocity component (b), vertical velocity component (c) and drag force coefficient exerted on the membrane (d)
 شکل 5 تأثیر موقعیت اولیه غشاء بر: الف) جابجایی عرضی، ب) مؤلفه افقی سرعت، ج) مؤلفه قائم سرعت و د) ضریب نیروی لیفت وارد بر غشاء

با توجه به این‌که مرز غوطه‌ور بدون جرم فرض شده است فقط تأثیر جزئی روی جریان سیال می‌گذارد. بنابراین، تقریباً تمام اندرکنش‌ها در ناحیه بسیار کوچکی حول مرز غوطه‌ور اتفاق می‌افتد. این موضوع را می‌توان از شکل پروفیل‌های سرعت نیز دریافت (شکل‌های 6 تا 8 را ببینید). همان‌طور که مشاهده می‌شود تغییرات چشمگیری در مؤلفه افقی سرعت u ایجاد نمی‌شود اما مؤلفه عمودی سرعت v در کل دامنه محاسباتی دستخوش تغییر شده است و در حول مرز غوطه‌ور این تغییر به بیشترین مقدار خود رسیده است. دلیل این اتفاق حضور مرز غوطه‌ور است که باعث می‌شود خطوط موازی جریان سیال حالت نوسانی پیدا کرده و مؤلفه y سرعت پدیدار شود.

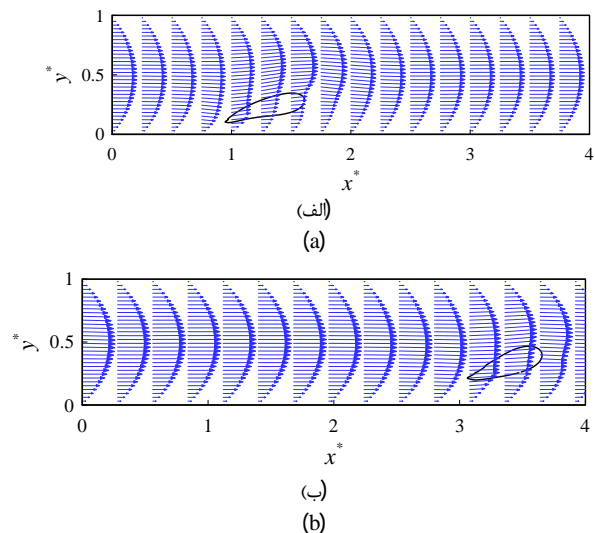


Fig. 6 Flow velocity profile at times $t^* = 0.3$ and $t^* = 0.15$ for the case where the initial position of the membrane is $y_{center}^* = 0.15$.
 شکل 6 پروفیل سرعت جریان در زمان‌های: الف) $t^* = 0.15$ و ب) $t^* = 0.3$ برای حالتی که غشاء در موقعیت اولیه $y_{center}^* = 0.15$ قرار دارد.

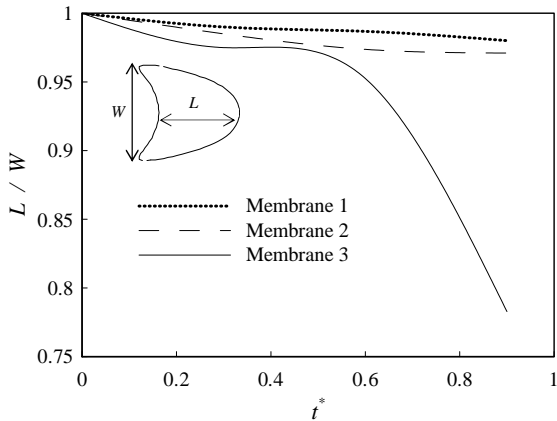


Fig. 11 Ratio $\frac{L}{W}$ of the membranes versus time

شکل 11 نسبت $\frac{L}{W}$ غشاهای برحسب زمان

دارند. همچنین غشای 1 در ناحیه کم فشار غشای 2 قرار دارد. پس تغییر شکل کمتری می‌دهد.

غشاهای شماره 1 در ناحیه کم فشار غشاهای دیگر قرار گرفته و بنابراین (همان‌طور که از "شکل 12" نیز مشاهده می‌شود) نیروی درگ کمتری به این غشاهای وارد می‌شود. از طرفی بیشترین نیروی درگ وارد شده مربوط به غشای 3 بوده و در نتیجه این غشاهای تغییر شکل بیشتری دارند.

"شکل 13" پروفیل سرعت جریان شامل یک و سه غشاهای را در مقایسه با جریان پواری بدون غشاهای نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در اثر وجود غشاهای در درون جریان، پروفیل سرعت در مرکز جریان نسبت به جریان پواری تخت‌تر شده و سرعت جریان کمتر خواهد شد. هرچه تعداد غشاهای بیشتر شود پروفیل سرعت، تخت‌تر می‌گردد. در واقع سرعت جریان اطراف غشاهای کم شده و فشار اطراف بیشتر می‌شود که از روی کانتور فشار "شکل 10" مشخص است. با افزایش تعداد غشاهای، این تغییرات محسوس خواهد شد. با توجه به این واقعیت که غشاهای با سرعت محلی جریان حرکت می‌کنند با افزایش تعداد غشاهای، سرعت آن‌ها کمتر می‌شود که در نتایج دیگران [25] نیز مشاهده گردیده است.

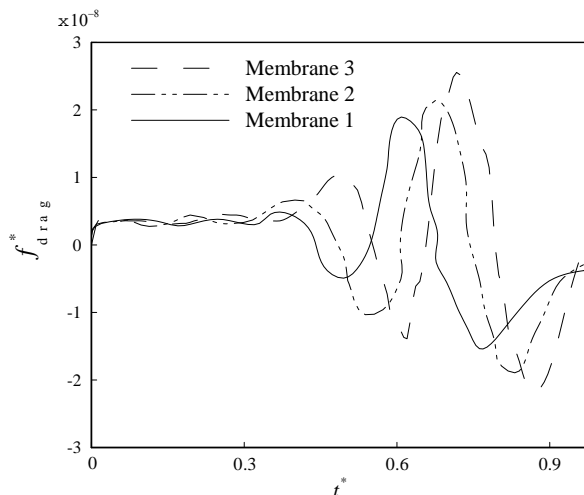
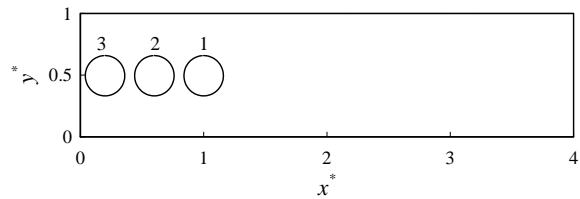


Fig. 12 Drag coefficient exerted on the membranes

شکل 12 ضریب درگ وارد شده بر غشاهای

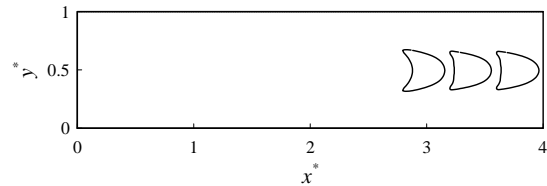
در جلو تحدب و در پشت تقعر بیشتری پیدا می‌کنند تا بر مقاومت جریان غلبه نمایند. این یافته در نتایج تجربی [42,41] نیز دیده شده است.

در نمودار "شکل 11" نسبت $\frac{L}{W}$ غشاهای برحسب زمان نشان داده شده است. از روی این نمودار پیداست که غشای 3 نسبت به غشاهای 1 و 2 تغییر شکل بیشتری دارد. علت را می‌توان ناشی از این مسأله دانست که غشاهای 1 و 2 در ناحیه کم فشار غشای 3 قرار داشته و نیروی کمتری از طرف جریان به آن‌ها وارد می‌شود، بنابراین به تغییر شکل کمتری برای غلبه بر جریان نیاز



(الف)

(a)

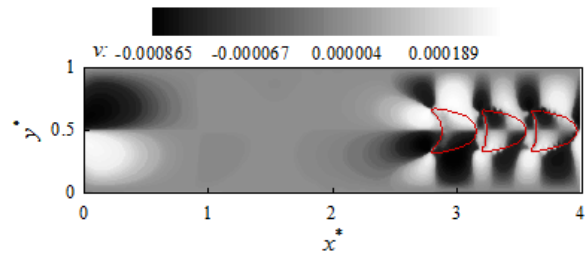


(ب)

(b)

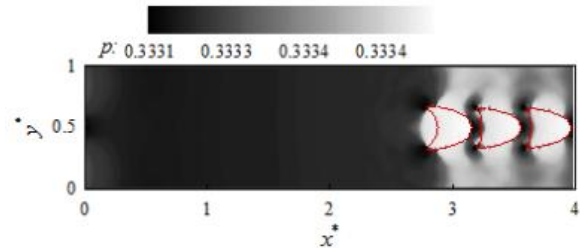
Fig. 9 Initial position of the three membranes (a) and their motion and deformation at time $t^* = 0.8$ (b).

شکل 9 موقعیت اولیه غشاهای (ب) حرکت و تغییر شکل غشاهای در زمان $t^* = 0.8$



(الف)

(a)



(ب)

(b)

Fig. 10 Contours of vertical velocity of the membrane (a) and contours of flow pressure at time $t^* = 0.8$ (b).

شکل 10 کانتورهای بی بعد (در واحد شبکه) الف) مؤلفه قائم سرعت جریان، ب) فشار جریان در زمان $t^* = 0.8$

- Numerical Analysis*, Vol. 31, No. 4, pp. 1019-1044, 1994.
- [2] R. J. LeVeque, Z. Li, Immersed interface method for Stokes flow with elastic boundaries or surface tension, *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 18, No. 3, pp. 709-735, 1997.
- [3] C. S. Peskin, The immersed boundary method, *Acta Numerica*, Vol. 11, No. 2, pp. 479-517, 2002.
- [4] A. A. Mohamad, *Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes*, Third Edition, New York: Springer, 2011.
- [5] M. Krafczyk, M. Cerrolaza, M. Schulz, E. Rank, Analysis of 3D transient blood flow passing through an artificial aortic valve by Lattice-Boltzmann methods, *Journal of Biomechanic*, Vol. 31, No. 5, pp. 453-62, 1998.
- [6] O. Pelliccioni, M. Cerrolaza, M. Herrera, Lattice Boltzmann dynamic simulation of a mechanical heart valve device, *Journal of Math Computing Simulation*, Vol. 75, No. 1, pp. 1-14, 2007.
- [7] T. Lee, C.L. Lin, A stable discretization of the lattice Boltzmann equation for simulation of incompressible two-phase flows at high density ratio, *Journal of Computational Physics*, Vol. 206, No. 3, pp. 16-47, 2005.
- [8] T. Inamuro, T. Ogata, S. Tajima, N. Konishi, A lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density difference, *Journal of Computational Physics*, Vol. 198, No. 5, pp. 628-644, 2004.
- [9] J. G. M. Egels, J. A. Somers, Numerical simulation of free convective flow using the Lattice - Boltzmann scheme, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 16, No. 2, pp. 357-367, 1995.
- [10] M. Krafczyk, M. Cerrolaza, M. Schulz, E. Rank, Analysis of 3D transient blood flow passing through an artificial aortic valve by Lattice-Boltzmann methods, *Journal of Biomechanic*, Vol. 31, No. 5, pp. 453-62, 1998.
- [11] P. Lallemand, L. S. Luo, Lattice Boltzmann method for moving boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 184, No. 8, pp. 406-421, 2003.
- [12] A. Dupuis, J. M. Yeomans, Lattice Boltzmann modelling of droplets on chemically heterogeneous surfaces, *Future Generation Computer Systems*, Vol. 20, No. 6, pp. 993-1001, 2004.
- [13] E. Aharonov, D. H. Rothman, Non-Newtonian flow (through porous media): A Lattice-Boltzmann method, *Geophysical Research Letters*, Vol. 20, No. 1, pp. 679-682, 1993.
- [14] A. J. C. Ladd, Numerical simulation of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation, Part I, Theoretical foundation, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 271, No. 2, pp. 285-294, 1994.
- [15] D.O. Martinez, S. Chen, W.H. Matthaeus, Lattice Boltzmann magneto hydrodynamics, *Physics of Plasmas*, Vol. 1, No. 4, pp. 1850-1867, 1994.
- [16] E. S. Boek, J. Chin, P. V. Convey, Lattice Boltzmann simulation of the flow of non-Newtonian fluids in porous media, *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 17, No. 3, pp. 99-102, 2003.
- [17] Z. Lu, Y. Liao, D. Qian, J. B. McLaughlin, K. Kontomaris, Large eddy simulations of a stirred tank using the lattice Boltzmann method on a nonuniform grid, *Journal of Computational Physics*, Vol. 181, No. 5, pp. 675-704, 2002.
- [18] H. Chen, S. Kandasamy, S. Orszag, R. Shock, S. Succi, V. Yakhot, Extended Boltzmann kinetic equation for turbulent flows, *Science*, Vol. 301, No. 1, pp. 633-636, 2003.
- [19] Y. T. Feng, K. Han, D. R. J. Owen, Coupled lattice Boltzmann method and discrete element modeling of particle transport in turbulent fluid flows, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 72, No. 9, pp. 193-206, 2007.
- [20] X. D. Niu, C. Shu, Y. T. Chew, Y. Peng, A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows, *Physics Letters*, Vol. 354, No. 3, pp. 173-182, 2006.
- [21] Y. Peng, C. Shu, Y. T. Chew, X. D. Niu, X. Y. Lu, Application of multi-block approach in the immersed boundary-lattice Boltzmann method for viscous fluid flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 218, No. 2, pp. 460-478, 2006.
- [22] C. Shu, N. Liu, Y. T. Chew, A novel immersed boundary velocity correction-lattice Boltzmann method and its application to simulate flow past a circular cylinder, *Journal of Computational Physics*, Vol. 226, No. 2, pp. 1607-1622, 2007.
- [23] J. F. Zhang, G. G. Le, Boundary slip from the immersed boundary lattice Boltzmann models, *Physical Review E*, Vol. 79, No. 2, pp. 43-56, 2009.
- [24] A. Dupuis, P. Chatelain, P. Koumoutsakos, An immersed boundary-lattice-Boltzmann method for the simulation of the flow past an impulsively started cylinder, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 9, pp. 4486-4498, 2008.
- [25] J. F. Zhang, P. C. Johnson, A. S. Popel, An immersed boundary lattice Boltzmann approach to simulate deformable liquid capsules and its application to microscopic blood flows, *Physical Biology*, Vol. 4, No. 4, pp. 285-295, 2007.
- [26] J. F. Zhang, P. C. Johnson, A. S. Popel, Red blood cell aggregation and dissociation in shear flows simulated by lattice Boltzmann method, *Journal of Biomechanics*, Vol. 41, No. 1, pp. 47-55, 2008.
- [27] Y. Cheng, H. Zhang, Immersed boundary method and lattice Boltzmann method coupled FSI simulation of mitral leaflet flow, *Computers and Fluids*, Vol. 39, No. 5, pp. 871-881, 2010.
- [28] M. Navidbakhsh, M. Rezazadeh, An immersed boundary-lattice Boltzmann model for simulation of malaria-infected red blood cell in micro-channel, *Scientia Iranica*, Vol. 19, No. 5, pp. 1329-1336, 2012.
- [29] A. Dadvand, M. Navidbakhsh, S. Ghoreishi, M. Baghalnezhad, Numerical simulation of the motion and deformation of red blood cell in viscous flow,

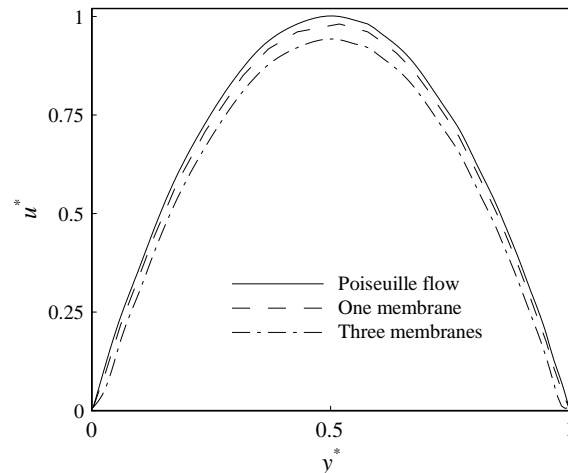


Fig. 13 three membranes to the pure Poiseuille flow in a microchannel
 شكل 13 مقايسه پروفيل سرعت جريان شامل يك و سه غشاء با جريان پوزاي بدون غشاء در يك ميكروكانال

5- نتيجہ گيری

در روش شبکه بولتزمن برخلاف روش‌های متداول دینامیک سیالات محاسباتی (مانند روش‌های المان محدود، اختلاف محدود و حجم محدود) که در آنها معادلات دیفرانسیلی حل می‌شوند، فقط یک معادله جبری حل می‌گردد. بنابراین ترکیب آن با روش مرز غوطه‌ور به خصوص برای حل مسائل اندركنش سیال - جامد بسیار کارا و سریع و اعمال آن آسان می‌باشد. در کار حاضر از ترکیب روش شبکه بولتزمن و روش مرز غوطه‌ور برای شبیه‌سازی حرکت و تغییر شکل غشاء ارتجاعی در یک میکروکانال استفاده شده است. اثرات موقعیت اولیه غشاء بر تغییر شکل، سرعت و جابجایی قائم غشاء مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد که با فاصله گرفتن موقعیت اولیه غشاء از دیواره پایینی میکروکانال، جابجایی عرضی و مؤلفه قائم سرعت غشاء، کاهش ولی مؤلفه افقی سرعت، افزایش می‌یابد. با توجه به این که اثرات ویسکوزیته در نزدیک دیواره بیشتر است، با فاصله گرفتن غشاء از سطح پایینی میکروکانال، مقدار لایه‌های برشی کاهش می‌یابد (کاهش شیب پروفیل سرعت). در نتیجه از میزان چرخش و مؤلفه قائم سرعت غشاء کاسته خواهد شد و نیروی لیفت کمتری به غشاء وارد می‌شود. وقتی غشاء در مرکز میکروکانال قرار بگیرد، مؤلفه قائم سرعت غشاء و نیروی لیفت خالص وارده از طرف سیال به غشاء به دلیل به تعادل رسیدن نیروهای لیفت عمل کننده روی غشاء از طرف بالا و پایین (جریان متقارن محوری است)، تقریباً صفر خواهند شد. ولی با توجه به این که سرعت ماکزیمم جریان پوزای در مرکز میکروکانال اتفاق می‌افتد، با نزدیک شدن موقعیت اولیه غشاء به مرکز میکروکانال، سرعت افقی غشاء بیشتر می‌شود. همچنین با افزایش تعداد غشاها، رفتار و تغییر شکل آن‌ها و تأثیر آن بر جریان تحلیل گردید. مشاهده شد غشای بالادست جریان بیشترین تغییر شکل را دارد. همچنین با افزایش تعداد غشاها، پروفیل سرعت تخت‌تر و سرعت غشاها کمتر خواهد شد. نتایج حاصل از کار حاضر با نتایج عددی موجود مقایسه گردید که توافق خوبی بین آن‌ها مشاهده شد.

6- مراجع

- [1] R. J. LeVeque, Z. Li, The immersed interface method for elliptic equations with discontinuous coefficients and singular sources, *SIAM Journal on*

- Science*, Vol. 93, pp. 45-62, 2016.
- [35] L. Zhu, G. He, S. Wang, L. Miller, X. Zhang, Q. You, S. Fang, Immersed boundary method based on the lattice Boltzmann approach in three dimensions, with application, *Computers and Mathematics with Application*, Vol. 61, No. 12, pp. 3506-3518, 2011.
- [36] T. Fischer, M. Stohr-Lissen, H. Schmid-Schonbein, The red cell as a fluid droplet: tank tread-like motion of the human erythrocyte membrane in shear flow, *Science*, Vol. 202, No. 4, pp. 894-896, 1978.
- [37] H. L. Goldsmith, Red cell motions and wall interactions in tube flow, *Federation Proceedings*, Vol. 30, No. 3, pp. 1578-1590, 1971.
- [38] C. Pozrikidis, Numerical simulation of the flow-induced deformation of red blood cells, *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 31, No. 2, pp. 1194-1205, 2003.
- [39] S.R. Keller, R. Skalak, Motion of a tank-treading ellipsoidal particle in a shear flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 120, No. 2, pp. 27-47, 1982.
- [40] P. Bagchi, Mesoscale simulation of blood flow in small vessels, *Biophysical Journal*, Vol. 92, No. 1, pp. 1858-1877, 2007.
- [41] R. Skalak, P. I. Branemark, Deformation of red blood cells in capillaries, *Science*, Vol. 164, No. 11, pp. 163-196, 1969.
- [42] V. Vitkova, M. Mader, T. Podgorski, Deformation of vesicles flowing through capillaries, *Europhysics Letters*, Vol. 68, No. 3, pp. 398-405, 2004.
- Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 11, pp. 88-98, 2013. (in Persian)
- [30] A. Alizadeh, A. Dadvand, Simulation of the dynamics of an elastic membrane in a grooved channel using a combined lattice Boltzmann-immersed boundary method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 240-248, 2015. (in Persian)
- [31] D. V. Le, B. C. Khoo, J. Peraire, An immersed interface method for viscous incompressible flows involving rigid and flexible boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 220, No. 1, pp. 109-138, 2006.
- [32] A. A. Delouei, M. Nazari, M. H. Kayhani, S. Succi, Non-Newtonian unconfined flow and heat transfer over a heated cylinder using the direct-forcing immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, Vol. 89, No. 5, pp. 053312, 2014.
- [33] A. A. Delouei, M. Nazari, M. H. Kayhani, S. Succi, Immersed boundary-thermal lattice Boltzmann methods for non-Newtonian flows over a heated cylinder: A comparative study, *Communications in Computational Physics*, Vol. 18, No. 2, pp. 489-515, 2015.
- [34] A. A. Delouei, M. Nazari, M. H. Kayhani, G. Ahmadi, A non-Newtonian direct numerical study for stationary and moving objects with various shapes: An immersed boundary-Lattice Boltzmann approach, *Journal of Aerosol*

Archive of SID