



ارائه یک مدل جدید بر پایه پاندول معکوس سه جرمه برای طراحی مسیر بلادرنگ ربات‌های دوپا

مصطفی اسلامی¹، عقیل یوسفی‌کما^{2*}، مجید خدیو³

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

3- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، صندوق پستی 11155-4563، aykoma@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 27 خرداد 1395

پذیرش: 06 مرداد 1395

ارائه در سایت: 21 شهریور 1395

کلید واژگان:

ربات انسان‌نما

طراحی مسیر بلادرنگ

مدل پاندول معکوس سه جرمه

چکیده

هدف از این مقاله بهبود مدل پاندول معکوس برای طراحی مسیر بلادرنگ ربات‌های دوپاست. در این راستا یک مدل براساس پاندول معکوس سه جرمه پیشنهاد می‌شود و دقت تخمین این مدل با مدل پاندول معکوس سه جرمه و تک‌جرمه مقایسه می‌شود. مدل پیشنهادی با اضافه کردن تقریبی از لنگر پای معلق به مدل پاندول معکوس سه جرمه، تخمین رفتار دینامیکی ربات را بهبود می‌بخشد. برای نشان دادن کارایی مدل پیشنهادی مسیر مرکز جرم ربات با استفاده از سه مدل، براساس نقطه گشتاور صفر طراحی شده، به دست می‌آید. سپس مسیره‌های فضای کاری با استفاده از سینماتیک معکوس به فضای مفصلی نگاشت داده می‌شوند. در نهایت با استفاده از مسیره‌های به دست آمده در فضای مفصلی موقعیت دقیق نقطه گشتاور صفر محاسبه شده و مقادیر به دست آمده از سه مدل با هم مقایسه می‌شود. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی حرکت ربات نشان از بهبود تخمین دینامیک ربات با استفاده از مدل پیشنهادی نسبت به مدل‌های تک‌جرمه و سه جرمه، به خصوص در سرعت‌های بالا دارد. مدل ارائه شده براساس ویژگی‌های ربات سورنا 3 بوده که این ربات در مرکز سیستم‌ها و فناوری‌های پیشرفته (CAST) دانشگاه تهران طراحی و ساخته شده است.

A Novel Model Based on the Three-Mass Inverted Pendulum for Real-Time Walking Pattern Generation of Biped Robots

Mostafa Eslami¹, Aghil Yousefi-Koma^{2*}, Majid Khadiv³

1, 2- School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

3- School of Mechanical Engineering, K.N Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

* P.O.B. 11155-4563 Tehran, Iran, aykoma@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 16 June 2016

Accepted 27 July 2016

Available Online 11 September 2016

Keywords:

Humanoid Robot

Real-Time Pattern Walking Generation

Three-Mass Inverted Pendulum Model

ABSTRACT

In this paper, to improve the accuracy of the one-mass and three-mass inverted pendulum models, which have been used for generating real-time walking patterns for biped robots, we propose a novel model based on the three-mass inverted pendulum. The proposed model employs an approximation of moment of inertia of the swing leg to improve the accuracy of the three-mass inverted pendulum in estimating dynamic behavior of the robot. In order to show the significance of the proposed model, trajectories for the Center of Mass (CoM) are obtained using the three models, based on a desired ZMP trajectory. The task space trajectories are then mapped into the joint space, using inverse kinematics. Having the joint space variables, the actual ZMPs for the three obtained walking patterns are computed and compared. This comparison shows the advantages of the proposed model in estimating dynamic behavior of the robot well, especially for walking with relatively high speeds. The kinematic and dynamic properties of the models in this paper are based on the humanoid robot SURENA III, which has been designed and fabricated in the Center of Advanced Systems and Technologies (CAST), University of Tehran.

چالش‌های ربات‌های دوپا، راه رفتن و حفظ تعادل در طول حرکت بر سطوح

مختلف است. دینامیک حرکت ربات‌های دوپا غیرخطی بوده و حل تحلیلی معادلات و استفاده از آن در طراحی مسیر امکان‌پذیر نیست [1]. همچنین استفاده از مدل دینامیکی کامل ربات در طراحی مسیر، حجم محاسبات

1- مقدمه

استفاده از ماشین و ربات برای بهبود زندگی بشر همواره از موضوعات تحقیقاتی و علمی بوده است. برای استفاده از ربات‌ها در کنار انسان باید توانایی آن‌ها را در دستورپذیری و مطابقت با محیط افزایش داد. یکی از

پاندول معکوس تک‌جرمه به جای جرم متمرکز از یک چرخ طیار⁸ استفاده شده است.

در این مقاله هدف بهبود مدل پاندول معکوس سه‌جرمه ارائه شده در [18] است. برای بهبود این مدل اثرات اینرسی هر پا در طول حرکت به‌صورت یک پاندول با جرم گسترده به مدل پاندول معکوس تک‌جرمه اضافه می‌شود. معادلات دینامیک سیستم خطی با استفاده از فرضیات انجام گرفته باقی می‌ماند. در نتیجه این مدل می‌تواند در طراحی مسیر بلادرنگ بدون اضافه کردن حجم محاسباتی قابل ملاحظه نسبت به مدل پاندول معکوس تک‌جرمه استفاده شود.

بخش‌های پسین این مقاله بدین شرح است: در بخش دوم، شکل کلی ربات، درجات آزادی و سینماتیک مستقیم و معکوس ربات به‌صورت خلاصه مورد بررسی قرار گرفته‌است. در بخش سوم، چگونگی طراحی مسیر در فضای کاری برای مچ و همچنین تولید مسیر مرکز جرم ربات در سه حالت پاندول معکوس تک‌جرمه [6]، سه‌جرمه [16] و مدل پیشنهادی بررسی شده است. در بخش چهارم، نتایج شبیه‌سازی برای سه مدل ارائه و بر آن‌ها بحث شده است. در نهایت در بخش پنجم نتیجه‌گیری و جمع‌بندی ارائه شده است.

2- مدل‌سازی سینماتیکی

همان‌طور که در شکل 1 دیده می‌شود ربات مورد مطالعه یک ربات دوپا با 6 درجه آزادی فعال است. مختصات تعمیم‌یافته لازم برای توصیف حرکت ربات در شکل مشخص شده است.

با توجه به شکل 1 با داشتن زوایای مفصلی و حل سینماتیک مستقیم ربات، موقعیت مرکز جرم هر کدام از لینک‌ها و همچنین متغیرهای فضای کاری به‌دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \bar{F}(\theta) & (1) \\ \bar{Z} &= \bar{G}(\theta) & (2) \end{aligned}$$

در روابط (2,1)، \bar{X} و \bar{Z} فضای کاری، $\bar{\theta}$ فضای مفصلی و همچنین \bar{F} و \bar{G} نگاشت‌های انتقال از فضای مفصلی به فضای کاری است.

همچنین با داشتن مختصات مرکز جرم و مچ پای ربات در هر لحظه، می‌توان با حل سینماتیک معکوس ربات زوایای مفصلی را به‌دست آورد. برای حل سینماتیک معکوس ربات از روابط (4,3) استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} X_G + l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) &= X_R \\ Z_G + l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) &= Z_R \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} X_G + l_1 \cos(\theta_4) + l_2 \cos(\theta_4 + \theta_5) &= X_L \\ Z_G + l_1 \sin(\theta_4) + l_2 \sin(\theta_4 + \theta_5) &= Z_L \end{aligned} \quad (4)$$

در روابط (4,3)، (X_R, Z_R) و (X_L, Z_L) به ترتیب مختصات بالاتنه‌ی ربات، مچ پای راست و مچ پای چپ در صفحه $(X-Z)$ و l_1 و l_2 طول لینک‌های مربوط به ران و ساق پاهاست.

برای به‌دست‌آوردن زوایای θ_3 و θ_6 با فرض آن‌که پای ربات عمود بر زمین باقی می‌ماند و ارتفاع مچ نسبت به کف زمین برابر h_0 است، روابط (6,5) را خواهیم داشت.

$$l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) = h_0 \quad (5)$$

$$l_3 \sin(\theta_4 + \theta_5 + \theta_6) = h_0 \quad (6)$$

همان‌طور که اشاره شد در روابط (6,5)، h_0 ارتفاع مچ پاها و l_3 طول لینک مربوط به مچ پاست. کافی است دستگاه دو معادله و دو مجهول (4,3) را حل کرده تا بتوان تمامی زوایا را به‌دست آورد. برای حل این دستگاه از روابط (8,7) که در ادامه آورده شده است، استفاده می‌شود.

بالایی را به دنبال خواهد داشت و این امر سبب می‌شود که تنها در طراحی مسیر های خارج‌خط¹ از مدل کامل ربات بتوان استفاده کرد.

کارهای کنترلی روی ربات‌های دوپا اغلب بر مبنای طراحی الگوهای راه رفتن و کنترل برخط² این الگوها پایه‌گذاری می‌شود. با طراحی مسیر برای نقطه گشتاور صفر که در واقع نقطه‌ای که در آن برآیند نیروهای وارده از زمین به پای ربات وارد می‌شود، به گونه‌ای که مجموع ممان‌هایی که در صفحه افق به کف پای ربات وارد می‌شود صفر باشد [2]، مسیر نقطه گشتاور صفر مطلوب حاصل می‌شود و تا وقتی نقطه گشتاور صفر درون چندضلعی تکیه‌گاهی³ قرار دارد، حرکت ربات پایدار است. در همین راستا مقالات [4,3] با بررسی اثر پنجه در گام نهادن، تولید مسیر برای حرکت پایدار ربات را بررسی کرده‌اند.

همان‌طور که اشاره شد استفاده از مدل دینامیکی کامل ربات به دلیل حجم بالای محاسبات تنها در طراحی مسیر خارج‌خط مقدور است. روش‌های بهینه برای به‌دست آوردن مسیر حرکت بالاتنه ربات برای داشتن حرکتی پایدار در مراجع [6,5] ارائه شده است. اما به دلیل حجم محاسباتی بسیار بالا این روش‌ها تنها در طراحی مسیر خارج‌خط کاربرد دارند. از مشکلات طراحی مسیر خارج‌خط حجم بالای اطلاعات ذخیره شده است، چرا که باید برای هر تغییر طول گام و هر تغییر سرعت محاسبات به‌صورت خارج خط انجام شود و در حافظه ربات ذخیره شود که این امر با اختیاری فرض کردن طول گام و سرعت غیرممکن است و طراح ملزم می‌شود تا مسیرهای محدودی را در حافظه ربات ذخیره کند، که این امر از انعطاف ربات در گام نهادن می‌کاهد. برای رفع این مشکل از طراحی مسیر بلادرنگ⁴ استفاده می‌شود. در این روش به جای حل کامل دینامیک ربات از یک مدل دینامیکی ساده استفاده می‌شود. استفاده از یک مدل دینامیکی ساده حجم محاسبات را کاهش می‌دهد و انعطاف ربات را در تغییر سرعت و تغییر طول گام افزایش می‌دهد. بهره‌گیری از طراحی مسیر بلادرنگ سبب می‌شود که ربات در مقابل تغییر شرایط محیطی و دستورهای متفاوت مانورپذیری بهتری از خود نشان دهد.

بیشتر تحقیقات انجام شده در زمینه طراحی مسیر بلادرنگ بر پایه استفاده از پاندول معکوس تک‌جرمه است [7-9]. الگوریتم‌های استفاده شده در طراحی مسیر بلادرنگ شامل حل تحلیلی [10,11]، حل عددی به کمک تقریب تفاضلی محدود⁵ [12]، روش پرتابی⁶ [13] و روشی بر پایه مدل کنترلی پیش‌بین⁷ [14-16] است. در تمامی این تحقیق‌ها از مدل پاندول معکوس تک‌جرمه برای تخمین دینامیک ربات‌های دو پا استفاده شده است. اگرچه این مدل برای سرعت‌های پایین نتایج بسیار خوبی را به‌دست می‌دهد، برای سرعت‌های بالا و با افزایش اثرگذاری دینامیک پای معلق خطای این مدل افزایش می‌یابد. در نتیجه مدل‌هایی که دینامیک پای معلق را به مدل پاندول معکوس تک‌جرمه اضافه می‌کند و از طرفی مدل را غیرخطی نمی‌کند مورد توجه محققان بوده است. در همین راستا مدل‌های پاندول معکوس دو جرمه و سه‌جرمه ارائه شده است [13,17-20]، همچنین می‌توان در بهبود تخمین دینامیک ربات توسط مدل پاندول معکوس تک‌جرمه در طراحی مسیر بلادرنگ به مدل ارائه شده در [21] اشاره کرد. در این مدل برای در نظر گرفتن اثر مومنتوم دورانی بالاتنه به هنگام دفع اغتشاشات در مدل

¹ Offline

² Online

³ Support Polygon

⁴ Real Time

⁵ Finite Difference Approximation

⁶ Shooting Method

⁷ Predictive Control

⁸ Flywheel

(11) ارضا شوند.

$$\begin{cases} \dot{X}_S^j(t_j) = 0 \\ \dot{X}_S^j(t_{j+1}) = 0 \\ \ddot{X}_S^j(t_j) = 0 \\ \ddot{X}_S^j(t_{j+1}) = 0 \\ X_S^j(t_j) = X_S^{j-1}(t_j) \\ X_S^j(t_{j+1}) = X_S^{j+1}(t_{j+1}) \end{cases} \quad (11)$$

که در روابط (11) \dot{X}_S^j و \ddot{X}_S^j به ترتیب مکان، سرعت و شتاب پای معلق در جهت X و در بازه زمانی j -ام است. جهت ارضا شدن شرایط مرزی رابطه (11)، از یک چند جمله‌ای درجه 5 استفاده می‌شود؛ بنابراین معادله مسیر پای معلق در جهت X به شکل رابطه (12) است.

$$X_S^j(t) = \sum_{i=0}^5 a_i^j (t - t_j)^i, \quad t_j \leq t \leq t_{j+1} \quad (12)$$

که ضرایب a_i^j معادله مسیر حرکت پای معلق در بازه زمانی j -ام است و به کمک شرایط مرزی رابطه (11) به دست می‌آیند.

برای طراحی مسیر پای معلق در جهت Z علاوه بر شرایط یاد شده در رابطه (11) باید یک شرط دیگر که آن بیشترین ارتفاع پای معلق از زمین است نیز ارضا شود. به این ترتیب برای مسیر پای معلق در جهت Z شرایط مرزی رابطه (13) را خواهیم داشت.

$$\begin{cases} Z_S^j(t_j) = h_0 \\ Z_S^j(t_{j+1}) = h_0 \\ Z_S^j((t_{j+1} + t_j)/2) = h_{Max} \\ \dot{Z}_S^j(t_j) = 0 \\ \dot{Z}_S^j(t_{j+1}) = 0 \\ \ddot{Z}_S^j(t_j) = 0 \\ \ddot{Z}_S^j(t_{j+1}) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

که در روابط (13)، h_0 ارتفاع اولیه مچ پا از زمین و h_{Max} بیشترین مقدار مجاز ارتفاع مچ از زمین و همچنین Z_S^j ، \dot{Z}_S^j و \ddot{Z}_S^j به ترتیب مکان، سرعت و شتاب پای معلق در جهت Z و در بازه زمانی j -ام است؛ بنابراین برای مسیر پای معلق در جهت Z از یک چند جمله‌ای درجه 6 استفاده می‌شود. به این ترتیب معادله مسیر پای معلق در جهت Z به شکل رابطه (14) خواهد بود.

$$Z_S^j(t) = \sum_{i=0}^6 b_i^j (t - t_j)^i, \quad t_j \leq t \leq t_{j+1} \quad (14)$$

که ضرایب b_i^j معادله مسیر حرکت پای معلق در بازه زمانی j -ام است که با استفاده از شرایط مرزی رابطه (13) مشخص می‌شوند.

3-2- طراحی مسیر مرکز جرم

در این قسمت فرض می‌شود که ریبات بر یک سطح افقی و صاف در حال حرکت کردن است و حرکت ریبات در صفحه افقی در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود که مسیر نقطه گشتاور صفر حرکت ریبات به صورت یک تابع چند جمله‌ای باشد. رابطه نقطه گشتاور صفر طراحی شده برای j -امین بازه زمانی به صورت رابطه (15) تعریف می‌شود.

$$X_{zmp}^j = \sum_{i=0}^1 c_i^j (t - t_j)^i, \quad t_j \leq t \leq t_{j+1} \quad (15)$$

که در رابطه بالا ضرایب c_i^j ضرایب اسکالر است و متناسب با سرعت ریبات

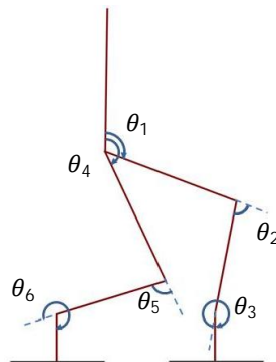


Fig. 1 A simple overview of the robot

شکل 1 شکل ساده ریبات

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(\sqrt{1 - \left(\frac{P_1^2 + P_2^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right)^2}, \left(\frac{P_1^2 + P_2^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right)\right) \quad (7)$$

$$\theta_1 = \text{atan2}\left(\sqrt{1 - \left(\frac{P_1(l_1 + l_2 \cos(\theta_2)) + P_2l_2 \sin(\theta_2)}{P_1^2 + P_2^2}\right)^2}, \left(\frac{P_1(l_1 + l_2 \cos(\theta_2)) + P_2l_2 \sin(\theta_2)}{P_1^2 + P_2^2}\right)\right) \quad (8)$$

در معادلات (8,7) روابط (10,9) را به صورت زیر داریم.

$$P_1 = X_R - X_G \quad (9)$$

$$P_2 = Z_R - Z_G \quad (10)$$

دستگاه دو معادله و دو مجهول (4,3) دو پاسخ دارد که در روابط (8,7)

تنها پاسخ قابل قبول آورده شده است. در ادامه با به دست آوردن زوایای θ_1 و θ_2 و استفاده از رابطه (5) زاویه θ_3 نیز به دست می‌آید و سه زاویه مفصلی دیگر نیز با ادامه این روند مشخص شده و به این ترتیب نگاشتی که فضای کاری را به فضای مفصلی تبدیل می‌کند به دست می‌آید.

3- طراحی مسیر

در این بخش، هدف طراحی مسیر برای پای معلق و همچنین تولید مسیر مرکز جرم به کمک مدل پاندول معکوس برای ایجاد حرکتی پایدار برای ریبات است. در این راستا ابتدا برای مچ‌ها متناسب با سطحی که ریبات بر آن راه می‌رود، طراحی مسیر می‌شود. سپس با استفاده از مدل پاندول معکوس و با استفاده از مسیر حرکت پایدار مطلوب نقطه گشتاور صفر، مسیر حرکت مرکز جرم استخراج می‌شود. سپس مسیرهای به دست آمده در فضای کاری با استفاده از نگاشت سینماتیک معکوس توضیح داده شده در قسمت پیشین به فضای مفصلی نگاشت داده می‌شوند. در نهایت نقطه گشتاور صفر واقعی ریبات با استفاده از زوایای به دست آمده در فضای مفصلی به دست می‌آید.

3-1- طراحی مسیر مچ پا

برای طراحی مسیر برای پای معلق، این نکته باید توجه داشت که پای معلق باید حرکتش متعلق به فضای C^2 باشد، به این معنی که نه تنها از رسته موقعیت، بلکه سرعت و شتاب حرکت پای معلق نیز باید پیوسته باشد. پیوستگی از مرتبه دو در فضای کاری نه تنها سبب پیوستگی در مسیر نقطه گشتاور صفر می‌شود، بلکه با تولید مسیریابی هموار سبب تعقیب خوب توسط موتورها در فضای مفصلی می‌شود؛ بنابراین برای طراحی مسیر برای پای معلق در جهت X و در بازه زمانی $[t_j, t_{j+1}]$ باید شش شرط مرزی رابطه

در آن حل می‌کنیم نیز به هفت افزایش می‌یابد، به این ترتیب برای حل معادله مرکز جرم توسط معادله پاندول معکوس 18 مجهول وجود دارد که برای به دست آوردن آنها نیاز به 18 معادله است، روابط مورد استفاده برای به دست آوردن ضرایب معادلات مرکز جرم و همچنین نقطه گشتاور صفر ایجاد شده در رابطه (18) ارائه شده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{zmp}^n(t_0) = x_{zmp}(0) \\ x_{zmp}^n(t_n) = x_{zmp}^1(t_n) \\ x_{zmp}^1(t_1) = x_{zmp}^2(t_1) \\ X_G^n(t_0) = X_{G0} \\ X_G^e(t_6) = X_{GF} \\ \dot{X}_G^n(t_0) = \dot{X}_{G0} \\ X_G^n(t_n) = X_G^1(t_n) \\ \dot{X}_G^n(t_n) = \dot{X}_G^1(t_n) \\ X_G^i(t_i) = X_G^{i+1}(t_i), \quad i = 1 \dots 5 \\ \dot{X}_G^i(t_i) = \dot{X}_G^{i+1}(t_i), \quad i = 1 \dots 5 \end{array} \right. \quad (18)$$

در روابط (18)، X_G^i و \dot{X}_G^i به ترتیب مکان، سرعت و شتاب مرکز جرم در جهت X و در بازه زمانی i -ام است. t_n لحظه‌ای است که در آن نقطه گشتاور صفر مجهول محاسبه می‌شود:

$$t_n = (t_0 + t_1)/2 \quad (19)$$

با استفاده از 18 رابطه معرفی شده در دسته معادلات (18) ضرایب معادله مرکز جرم و همچنین نقطه گشتاور صفر مجهول به دست می‌آیند.

2-2-3- مدل پاندول معکوس سه جرمه

در حالت تک جرمه از جرم پاها صرف نظر شد، در این مرحله جرم ریات بین پاها و بدن تقسیم می‌شود، به این ترتیب یک پاندول معکوس سه جرمه خواهیم داشت. مدل استفاده شده در شکل 3 آمده است.

در شکل 3، X_L ، X_R ، X_B به ترتیب مکان بالاتنه، میچ پای راست و میچ پای چپ در جهت X و Z_B ارتفاع بالاتنه و همچنین C_{ZL} و C_{ZR} ارتفاع مرکز جرم پای چپ و راست است که با توجه به حرکت ریات به صورت یک ضریب ثابت در نظر گرفته می‌شوند.

در این قسمت از مدل سازی، تأثیر حرکت پاها به معادلات اضافه می‌شود تا مدل دینامیکی به حالت دقیق خود نزدیک تر شود. متناسب با توضیحات

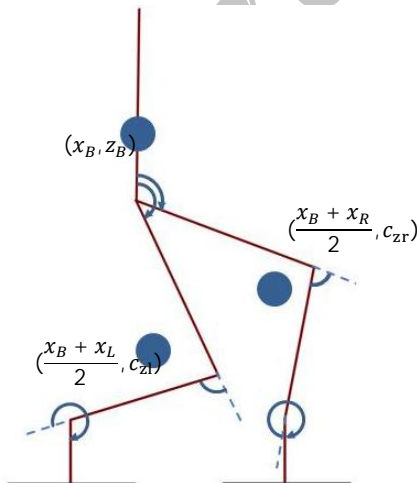


Fig. 3 The Three-Mass inverted pendulum model

شکل 3 مدل پاندول معکوس سه جرمه

توسط طراح منظور می‌شوند.

هدف حل معادله پاندول معکوس برای هر گام بر اساس نقطه گشتاور صفر آن گام و دو گام بعدی ریات است. استفاده از اطلاعات دو گام بعدی، سبب توزیع مناسب شتاب ایجاد شده در اثر تغییر طول گام و یا سرعت حرکت می‌شود. در این قسمت برای به دست آوردن مسیر مرکز جرم ریات، با داشتن مسیر حرکت میچ پاها، با استفاده از مدل پاندول معکوس تک جرمه، سه جرمه و مدل پیشنهادی به جای مدل کامل ریات مسیر مرکز جرم استخراج شده و نتایج با یکدیگر مقایسه می‌شوند. ابتدا معادلات برای مدل پاندول معکوس تک جرمه سه جرمه استخراج می‌شوند و سپس برای بهبود، یک مدل سه جرمه دقیق تر ارائه شده و معادلات برای آن حل می‌شوند.

1-2-3- مدل پاندول معکوس تک جرمه

شکل ساده مدل پاندول معکوس تک جرمه را در شکل 2 می‌توان دید. رابطه (16) معادله پاندول معکوس تک جرمه با فرض ثابت باقی ماندن ارتفاع مرکز جرم، برای بازه j -ام از حرکت را نشان می‌دهد.

$$x_{zmp}^j = x_G^j - \frac{z_G^j - z_{zmp}^j}{g} \ddot{x}_G^j \quad (16)$$

در رابطه (16) x_{zmp}^j مکان نقطه گشتاور صفر، x_G^j و \ddot{x}_G^j مکان و شتاب مرکز جرم ریات و g شتاب گرانش زمین است. با فرض ثابت ماندن ارتفاع مرکز جرم، حل معادله (16) که یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم با ضرایب ثابت است، به صورت رابطه (17) است.

$$X_G^j = V^j \exp(T(t - t_{j-1})) + W^j \exp(-T(t - t_{j-1})) + d_1^j(t - t_{j-1}) + d_0^j \quad (17)$$

در رابطه (17) V^j و W^j ضرایب ثابت پاسخ عمومی معادله دیفرانسیل و d_1^j و d_0^j ضرایب مربوط به پاسخ خصوصی معادله است.

همان طور که دیده می‌شود در هر بازه زمانی دو مجهول وجود دارد. همچنین برای کاهش تأثیر سرعت اولیه در تغییر طول گام، فرض بر آن است که معادله نقطه گشتاور صفر در اولین بازه، که حالت تک تکیه‌گاهی¹ اولیه دارد، مجهول باشد؛ بنابراین حالت تک تکیه‌گاهی اول را به دو بازه مساوی تقسیم کرده و به این ترتیب با فرض این که معادله مسیر نقطه گشتاور صفر یک معادله درجه یک باشد، چهار مجهول که مربوط به نقطه گشتاور صفر است نیز به معادلات اضافه می‌شود و همچنین تعداد بازه‌هایی که معادلات را

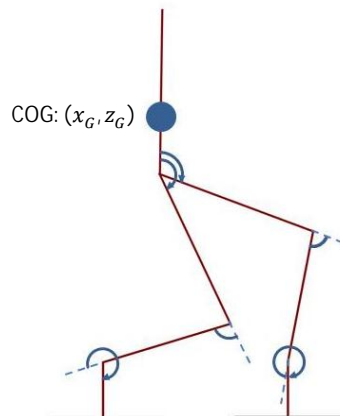


Fig. 2 The One-Mass inverted pendulum model

شکل 2 مدل پاندول معکوس تک جرمه

¹ Single Support Phase

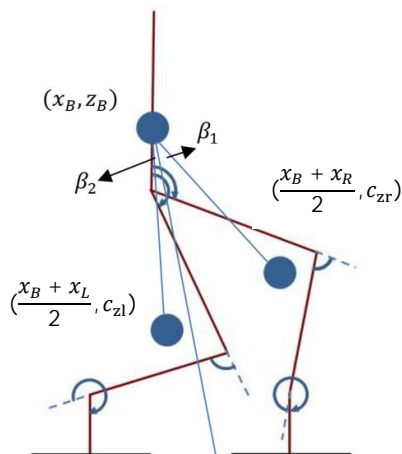


Fig. 4 The proposed model based on the three-mass pendulum

شکل 4 مدل پیشنهادی بر اساس مدل پاندول معکوس سه جرمه

$$X_{zmp} = \frac{m_B x_B + m_L \left(x_B + \frac{x_R}{2} + \frac{x_L}{2} \right)}{M} \quad (26)$$

$$+ I_1 \ddot{\beta}_1 + I_2 \ddot{\beta}_2$$

که در رابطه (26) I_1 و I_2 ممان اینرسی‌های دو پا هستند که متناسب با فرضیات و تخمین اعمال شده در این مدل، مطابق با رابطه (27) معرفی می‌شوند.

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{3} m_L L^2 \quad (27)$$

برای X_{zmp} مانند قبل از یک معادله درجه یک استفاده می‌شود و طراحی مسیره‌ها برای پای چپ و راست نیز با حالت پیشین تفاوتی نخواهند داشت و همچنین مقادیر تخمین‌های استفاده شده برای ارتفاع مرکز جرم پای راست و چپ نیز مانند حالت پیشین خواهد بود. در این قسمت تنها معادله دیفرانسیل مرکز جرم ربات تغییر می‌کند. معادله دیفرانسیل جدید با در نظر گرفتن جرم پاها و همچنین لنگر ناشی از حرکت پاها به شکل رابطه (28) است.

$$\frac{m_B z_B + \frac{m_L c_{zr}}{2} + \frac{m_L c_{zl}}{2}}{M} \ddot{x}_B - \frac{m_B + m_L}{M} x_B = \frac{\frac{m_L x_R}{2} + \frac{m_L x_L}{2}}{M} - \frac{\frac{m_L c_{zr} x_R}{2} + \frac{m_L c_{zl} x_L}{2}}{M} + I_1 \ddot{\beta}_1 + I_2 \ddot{\beta}_2 - X_{zmp} \quad (28)$$

حل معادله (28) در بازه z -م به صورت رابطه (29) خواهد بود.

$$X_G^j = V^j \exp(T(t - t_{j-1})) + W^j \exp(-T(t - t_{j-1})) + \sum_{i=0}^5 f_i^j (t - t_{j-1})^i \quad (29)$$

که در روابط بالا مقادیر f_i^j براساس معادلات حرکت پای راست و چپ به دست می‌آیند. همان‌طور که در این قسمت نیز دیده می‌شود، مانند حالت تک جرمه، در این قسمت نیز 18 مجهول وجود دارد که با شرایط مرزی (18) به دست می‌آیند.

4- نتایج

با داشتن مسیر مرکز جرم و همچنین مسیر مچ پا، سینماتیک معکوس ربات

ارائه شده، مکان مرکز جرم بالاتنه ربات (x_B, z_B) ، مرکز جرم پای چپ ربات $(x_B + x_R/2, c_{zr})$ و مرکز جرم پای راست ربات $(x_B + x_R/2, c_{zr})$ است. معادله نقطه گشتاور صفر براساس موقعیت بالاتنه و مچ پاها، برای پاندول معکوس سه جرمه به صورت رابطه (20) است.

$$X_{zmp} = \frac{m_B x_B + m_L \left(x_B + \frac{x_R}{2} + \frac{x_L}{2} \right)}{M} \quad (20)$$

$$\frac{m_B z_B \ddot{x}_B + m_L c_{zr} \left(\frac{\ddot{x}_B + \ddot{x}_R}{2} \right) + m_L c_{zl} \left(\frac{\ddot{x}_B + \ddot{x}_{RL}}{2} \right)}{Mg}$$

در رابطه (20) m_B جرم بالاتنه ربات، m_L جرم پاها و همچنین M کل ربات است که به صورت رابطه (21) تعریف می‌شود.

$$M = m_B + 2m_L \quad (21)$$

برای X_{zmp} مانند قبل از یک معادله درجه یک استفاده می‌شود، طراحی مسیره‌ها برای پای چپ و راست نیز با حالت پیشین تفاوتی نخواهند داشت؛ بنابراین در این قسمت تنها معادله دیفرانسیل مرکز جرم ربات تغییر می‌کند. معادله دیفرانسیل جدید با در نظر گرفتن جرم پاها به شکل رابطه (22) است.

$$\frac{m_B z_B + \frac{m_L c_{zr}}{2} + \frac{m_L c_{zl}}{2}}{M} \ddot{x}_B - \frac{m_B + m_L}{M} x_B = \frac{\frac{m_L x_R}{2} + \frac{m_L x_L}{2}}{M} - \frac{\frac{m_L c_{zr} x_R}{2} + \frac{m_L c_{zl} x_L}{2}}{M} - X_{zmp} \quad (22)$$

حل معادله بالا در بازه z -م به صورت رابطه (23) خواهد بود.

$$X_G^j = V^j \exp(T(t - t_{j-1})) + W^j \exp(-T(t - t_{j-1})) + \sum_{i=0}^5 e_i^j (t - t_{j-1})^i \quad (23)$$

که در روابط بالا مقادیر e_i^j براساس معادلات حرکت پای راست و چپ به دست می‌آیند.

همان‌طور که در این قسمت نیز مشاهده می‌شود مانند حالت تک جرمه، در این قسمت نیز 18 مجهول وجود دارد که با شرایط مرزی (18) به دست می‌آیند.

3-2-3 مدل پاندول معکوس پیشنهادی

در مدل پاندول معکوس سه جرمه، از لنگر حاصل از حرکت پاها ربات، صرف نظر شده است. در مدل پیشنهادی فرض می‌شود که مرکز جرم پاها توسط لینکی به طول L به پاندول معکوسی که جرم بدنه بر آن قرار دارد متصل شده است. شکل 4 این مدل را به صورت ساده به نمایش می‌گذارد.

برای حل تحلیلی پاندول معکوس پیشنهاد شده، زوایای β_1 و β_2 با فرض تغییرات کوچک این زوایا، به صورت (24) تخمین زده می‌شود.

$$\beta_1 = \frac{\frac{x_R + x_B}{2} - x_B}{L} \quad (24)$$

$$\beta_2 = \frac{\frac{x_L + x_B}{2} - x_B}{L}$$

با دوبار مشتق‌گیری از روابط (24) و ساده کردن کسر می‌توان دید که برای شتاب زوایای روابط (25) را خواهیم داشت.

$$\ddot{\beta}_1 = \frac{\ddot{x}_R - \ddot{x}_B}{2L} \quad (25)$$

$$\ddot{\beta}_2 = \frac{\ddot{x}_L - \ddot{x}_B}{2L}$$

به این ترتیب معادله مرکز جرم ربات با توجه به مسیر نقطه گشتاور صفر طراحی شده و مدل پاندول معکوس پیشنهادی به صورت رابطه (26) خواهد بود.

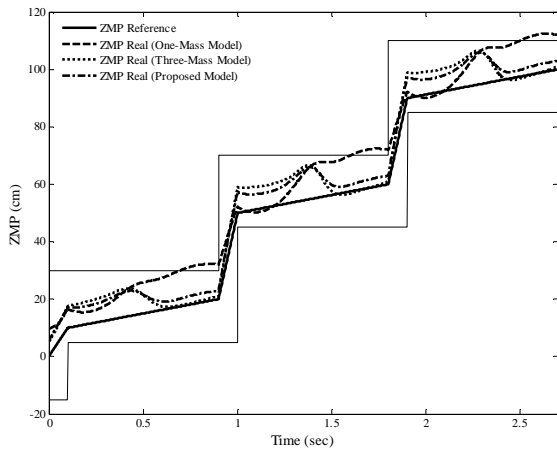


Fig. 5 The actual and desired ZMP for changing the step length from 20 to 40 cm and time of single support phase 0.8 sec

شکل 5 نقطه گشتاور صفر طراحی شده و واقعی برای تغییر طول گام از 20 به 40 سانتی متر و زمان حالت تک تکیه گاهی 0.8 ثانیه

مدل سه جرمه خطای کمتری داشته و در نتیجه تخمین بهتری از دینامیک ربات ارائه می دهد.

1-1-4-2-1-4-2-1-4 شبیه سازی برای زمان حالت تک تکیه گاهی 0.6 ثانیه

در این قسمت مقدار زمان حالت تک تکیه گاهی به 0.6 ثانیه کاهش می یابد و تأثیر افزایش سرعت در سه مدل تک جرمه، سه جرمه و مدل پیشنهادی مورد بررسی قرار می گیرد. نتیجه این شبیه سازی در شکل 6 آورده شده است و همچنین مقدار میانگین مربع خطا در طول مسیر، حالت تک تکیه گاهی و حالت دو تکیه گاهی در جدول 3 آمده است. با تغییر طول گام ربات از 20 به 40 سانتی متر سرعت ربات از 0.29 متر بر ثانیه به 0.58 متر بر ثانیه افزایش می یابد.

مطابق جدول 3 و شکل 6، مدل پیشنهادی با افزایش سرعت مقدار خطا را به شکل چشم گیری کاهش می دهد. همان طور که در شکل 6 دیده می شود برای این سرعت مقدار نقطه گشتاور صفر واقعی در مدل تک جرمه کاملاً از چند ضلعی تکیه گاهی خارج شده و ربات ناپایدار خواهد بود. مدل سه جرمه

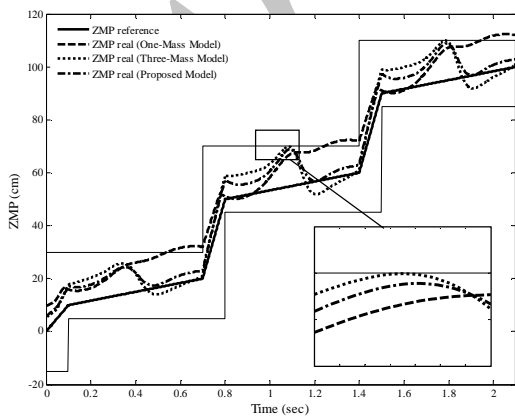


Fig. 6 The actual and desired ZMP for changing the step length from 20 to 40 cm and time of single support phase 0.6 sec

شکل 6 نقطه گشتاور صفر طراحی شده و واقعی برای تغییر طول گام از 20 به 40 سانتی متر و زمان حالت تک تکیه گاهی 0.6 ثانیه

حل شده و زوایای مفصلی به دست می آیند. با داشتن زوایای مفصلی می توان مقدار نقطه گشتاور صفر واقعی را با نقطه گشتاور صفر طراحی شده مقایسه کرد. در همین راستا مدل تک جرمه، سه جرمه و مدل پیشنهادی برای تغییر طول گام 20 به 40 سانتی متر و 20 به 50 سانتی متر مطالعه می شوند و مقدار خطا که همان اختلاف بین نقطه گشتاور صفر واقعی و نقطه گشتاور صفر طراحی شده است، بررسی می شود.

در این شبیه سازی ها، پارامترها براساس ویژگی های ربات سورنا 3 انتخاب شده که این ربات در مرکز سیستم ها و فناوری های پیشرفته (CAST) دانشگاه تهران طراحی و ساخته شده است. جزئیات مربوط به پارامترهای استفاده شده در این شبیه سازی ها در جدول 1 آورده شده است.

1-1-4-1-1-4 نتایج برای تغییر طول گام 20 به 40 سانتی متر

در این قسمت مقدار خطا و دقت تخمین مدل تک جرمه، سه جرمه و مدل پیشنهادی برای تغییر طول گام از 20 به 40 سانتی متر برای زمان حالت تک تکیه گاهی متفاوت مورد بررسی قرار می گیرد و تأثیر افزایش سرعت در مقدار خطا سه مدل بررسی می شود.

1-1-4-1-1-4 شبیه سازی برای زمان حالت تک تکیه گاهی 0.8 ثانیه

در این شبیه سازی زمان حالت تک تکیه گاهی برابر 0.8 ثانیه و زمان حالت دو تکیه گاهی 0.1 ثانیه است، نتیجه شبیه سازی برای تغییر طول گام از 20 به 40 سانتی متر در شکل 5 ارائه شده است و همچنین مقدار میانگین مربع خطا، اختلاف بین نقطه گشتاور صفر واقعی و طراحی شده، نیز در جدول 2 آورده شده است. در واقع در این شبیه سازی سرعت از 0.22 متر بر ثانیه به 0.44 متر بر ثانیه افزایش پیدا خواهد کرد.

مطابق جدول 2 و شکل 5، مدل تک جرمه در تغییر طول گام ناپایدار بوده، اما مدل سه جرمه و مدل پیشنهادی هر دو حرکت پایداری را برای ربات تخمین می زنند. با بررسی جدول 2 می توان دید که مدل پیشنهادی نسبت به

جدول 1 پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی

Table 1 The parameters exploited for simulation

طول (cm)	جرم (kg)	
36	13.2	l_1
36	4.56	l_2
36	6.1	l_3
60	-	Z_G
30	-	c_{rz}
30	-	c_{lz}
12	-	h_0
17	-	h_{Max}
-	82.04	جرم کل ربات

جدول 2 مقدار میانگین مربع خطای شبیه سازی در تغییر طول گام از 20 به 40 سانتی متر و زمان حالت تک تکیه گاهی 0.8 ثانیه

Table 2 Mean square of error for changing the step length from 20 to 40 cm and time of single support phase 0.8 sec

میانگین مربع خطا (تک تکیه گاهی)	میانگین مربع خطا (دو تکیه گاهی)	میانگین مربع خطا (کل مسیر)	
93.55	64.81	89.89	مدل تک جرمه
44.04	39.60	43.38	مدل سه جرمه
35.39	36.63	35.42	مدل ارائه شده

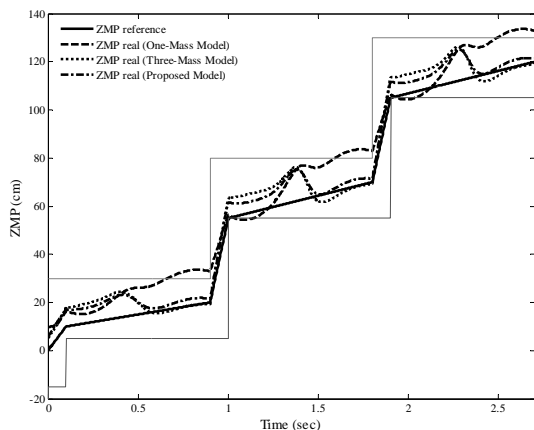


Fig. 7 The actual and desired ZMP for changing the step length from 20 to 50 cm and time of single support phase 0.8 sec

شکل 7 نقطه گشتاور صفر طراحی شده و واقعی برای تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی متر و زمان حالت تک تکیه گاهی 0.8 ثانیه

جدول 4 مقدار میانگین مربع خطای شبیه سازی در تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی متر و زمان حالت تک تکیه گاهی 0.8 ثانیه

Table 4 Mean square of error for changing the step length from 20 to 50 cm and time of single support phase 0.8 sec

میانگین مربع خطا (تک تکیه گاهی)	میانگین مربع خطا (دوتکیه گاهی)	میانگین مربع خطا (کل مسیر)	
113.25	67.57	107.56	مدل تک جرمه
48.28	33.40	46.39	مدل سه جرمه
34.49	30.17	33.88	مدل ارائه شده

بهتری نسبت به مدل سه جرمه ارائه می دهد که نشان از تأثیر بسزای دینامیک پای معلق در حرکت ربات در سرعت های بالا دارد و می توان گفت که مدل پیشنهادی تخمین بهتری از دینامیک ربات به خصوص در سرعت های بالا ارائه می دهد.

3-4- نتایج مربوط نقطه گشتاور صفر تولید شده توسط حل سه مدل

در این قسمت نقطه گشتاور تولید شده در تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی متر مورد مطالعه قرار گرفته است. همان طور که اشاره شد نقطه گشتاور صفر مجهول که در حالت دوتکیه گاهی اول محاسبه می شود، در حالتی که تغییر طول گام صورت نگیرد دقیقاً بر نقطه گشتاور صفر طراحی شده قرار می گیرد، اما در تغییر طول گام به دلیل تغییر سرعت اولیه ربات نقطه گشتاور صفر کنترلی از نقطه گشتاور صفر طراحی شده خارج می شود. در این قسمت مقدار تغییر نقطه گشتاور صفر طراحی شده برای سه مدل بررسی شده و نتایج تحلیل می شوند. در شکل 9 نقطه گشتاور صفر تولید شده توسط الگوریتم ارائه شده برای سه مدل تک جرمه، سه جرمه و مدل پیشنهادی برای تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی متر آورده شده است.

همان طور که در شکل 9 دیده می شود مقدار اختلاف نقطه گشتاور صفر تولید شده توسط الگوریتم ارائه شده در مدل تک جرمه با نقطه گشتاور صفر طراحی شده بیشترین اختلاف را دارد و همچنین نقطه گشتاور صفر تولید شده در مدل پیشنهادی نسبت به مدل سه جرمه اختلاف کمتری نسبت به نقطه گشتاور صفر طراحی شده دارد. با توجه به شکل می توان نتیجه گرفت که مدل پیشنهادی با تخمین بهتر مدل دینامیکی ربات نسبت به مدل تک جرمه و سه جرمه تأثیر تغییر طول گام و تغییر سرعت را در طول مسیر

جدول 3 مقدار میانگین مربع خطای شبیه سازی در تغییر طول گام از 20 به 40

سانتی متر و زمان حالت تک تکیه گاهی 0.6 ثانیه

Table 3 Mean square of error for changing the step length from 20 to 40 cm and time of single support phase 0.6 sec

میانگین مربع خطا (تک تکیه گاهی)	میانگین مربع خطا (دوتکیه گاهی)	میانگین مربع خطا (خطا کل مسیر)	
110.66	56.33	104.04	مدل تک جرمه
59.77	32.26	56.51	مدل سه جرمه
40.15	29.99	39.49	مدل ارائه شده

در بیشترین مقدار نقطه گشتاور صفر واقعی خود به مرز ناپایداری می رسد، اما مدل پیشنهادی در طول مسیر کاملاً در داخل چند ضلعی تکیه گاهی قرار گرفته و حرکت پایداری را برای ربات تولید می کند.

همان طور که پیشتر توضیح داده شد مدل پاندول معکوس در حالت دوتکیه گاهی تخمین مناسبی از حرکت ربات ارائه می دهد و مقدار خطا در حالت تک تکیه گاهی که در این حالت، حرکت ربات تحت تأثیر حرکت پای معلق می باشد، نسبت به حالت دوتکیه گاهی بیشتر است. بر اساس جدول 3، مقدار میانگین خطا در حالت تک تکیه گاهی برای مدل پیشنهادی نسبت به مدل سه جرمه و تک جرمه به شکل قابل توجهی کاهش یافته که این امر ناشی از در نظر گرفتن لنگر پای معلق در مدل پیشنهادی است.

2-4- نتایج برای تغییر طول گام 20 به 50 سانتی متر

در این قسمت هدف، بررسی مدل تک جرمه، سه جرمه و مدل پیشنهادی برای تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی متر است، به این ترتیب تأثیر افزایش طول گام در این قسمت مورد مطالعه قرار می گیرد.

1-2-4- شبیه سازی برای زمان حالت تک تکیه گاهی 0.8 ثانیه

در ابتدا زمان حالت تک تکیه گاهی را برابر 0.8 ثانیه در نظر گرفته می شود و تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی متر مورد مطالعه قرار می گیرد. بدین ترتیب در این مدل سازی سرعت ربات در طی تغییر طول گام 2.5 برابر می شود و در واقع سرعت ربات از 0.22 متر بر ثانیه به 0.55 متر بر ثانیه افزایش می یابد. نتیجه این شبیه سازی در شکل 6 آورده شده است. همچنین مقادیر میانگین مربع خطاها در این شبیه سازی در جدول 4 آورده شده است. همان طور که در شکل 7 و جدول 4 دیده می شود، در این شبیه سازی نیز مسیر تولید شده توسط مدل تک جرمه در طول مسیر ناپایدار بوده و مدل سه جرمه و مدل پیشنهادی در طول مسیر حرکت پایداری را برای ربات تولید می کنند. در این حالت نیز مدل پیشنهادی نسبت به مدل سه جرمه خطای کمتری دارد.

2-2-4- شبیه سازی برای زمان حالت تک تکیه گاهی 0.6 ثانیه

در این قسمت مقدار زمان حالت تک تکیه گاهی را به 0.6 ثانیه کاهش داده و مدل برای تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی متر شبیه سازی می شود. در این حالت سرعت ربات از 0.28 متر بر ثانیه به 0.71 متر بر ثانیه افزایش می یابد. نتایج شبیه سازی در شکل 8 و جدول 5 آورده شده است.

همان طور که در شکل 8 دیده می شود، مدل سه جرمه در تغییر سرعت 0.28 به 0.71 متر بر ثانیه ناپایدار می شود. در این تغییر سرعت مدل پیشنهادی به مرز ناپایداری می رسد و مدل تک جرمه به شکل کاملاً ناپایدار خواهد بود. با توجه به مقادیر میانگین مربعات خطا که در جدول 5 آورده شده است، می توان دید که مدل پیشنهادی در سرعت های بالا تخمین بسیار

می‌توان دید، بیشترین میزان این اختلاف دقیقاً در وسط حالت تک‌تکیه‌گاهی اتفاق می‌افتد، که در مدل پیشنهادی تا حدی این مقدار خطا کاهش یافته است. در این قسمت به بررسی این خطا و دلیل ایجاد این خطا پرداخته می‌شود.

همانطور که در مدل‌سازی‌ها اشاره شد، می‌توان دید که در هیچ کدام از مدل‌سازی‌ها تأثیر شتاب در جهت z برای پاها در نظر گرفته نشده است، چراکه با اعمال شتاب در جهت z معادله دیفرانسیل پاندول معکوس به یک معادله مرتبه دو با ضرایب تابع زمان تبدیل شده، که حل این معادله به صورت تحلیلی امکان‌پذیر نیست. به این دلیل در این قسمت شتاب پاها در جهت z مورد بررسی قرار گرفته و تأثیر آن روی نقطه گشتاور صفر واقعی مطالعه می‌شود.

متناسب با طراحی مسیرهای انجام‌شده برای پای معلق، شتاب z دو پا، برای تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی‌متر و زمان حالت تک‌تکیه‌گاهی 0.8 ثانیه، در جهت x و z در شکل 10 آورده شده است.

مطابق شکل 7، بیشترین مقدار خطا برای نقطه گشتاور صفر واقعی در لحظات 0.5، 1.4 و 2.3 ثانیه رخ می‌دهد. همچنین مطابق شکل 10، در این لحظات مقدار شتاب پای معلق، در جهت x به مقدار صفر رسیده و مقدار شتاب در جهت z به کمترین مقدار خود می‌رسد. همان‌طور که اشاره شد مقدار شتاب پای معلق در جهت z در مدل‌سازی اعمال نشده است، به این دلیل در این نقطه از آن‌جایی که شتاب در جهت x تقریباً صفر بوده و شتاب در جهت z به کمترین مقدار خود می‌رسد، دینامیک حرکت پای ربات بسیار وابسته به شتاب پای معلق در جهت z است و در نظر نگرفتن شتاب در جهت z برای پای معلق، در این نقطه بیشترین خطا را به دنبال خواهد داشت.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله دو مدل پاندول معکوس تک‌جرمه و سه‌جرمه با مدل پیشنهادی که براساس پاندول معکوس سه‌جرمه است، در تخمین صحیح مدل دینامیکی یک ربات دوپا مورد بررسی قرار گرفت. شبیه‌سازی‌ها نشان داد که مدل پیشنهادی به دلیل در نظر گرفتن دینامیک پای معلق خطای کمتری نسبت به مدل تک‌جرمه و سه‌جرمه دارد، که این کاهش خطا در حالت تک‌تکیه‌گاهی بسیار چشم‌گیر بود. همچنین نشان داده شد که با افزایش سرعت حرکت ربات مدل پیشنهادی تخمین بهتری از دینامیک ربات ارائه

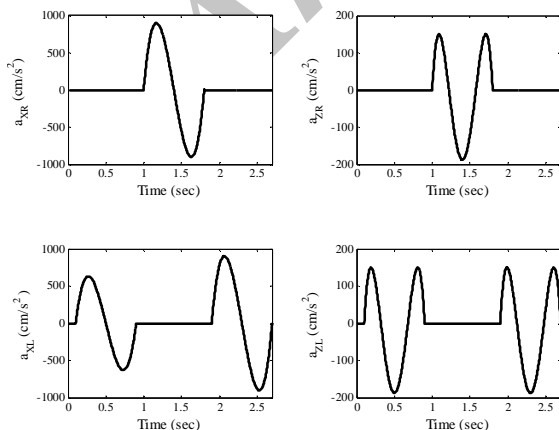


Fig. 10 The acceleration components of the ankles for changing stride length from 20 to 50 cm

شکل 10 شتاب حرکت مچ پاها در طول مسیر با تغییر طول 20 به 50 سانتی‌متر

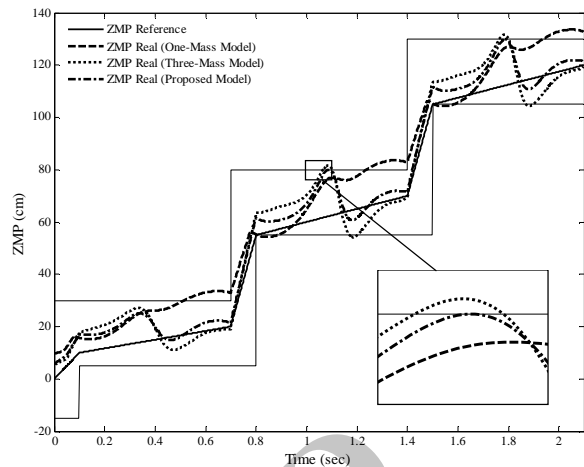


Fig. 8 The actual and desired ZMP for changing the step length from 20 to 50 cm and time of single support phase 0.6 sec

شکل 8 نقطه گشتاور صفر طراحی شده و واقعی برای تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی‌متر و زمان حالت تک‌تکیه‌گاهی 0.6 ثانیه

جدول 5 مقدار میانگین مربع خطای شبیه‌سازی در تغییر طول گام از 20 به 50 سانتی‌متر و زمان حالت تک‌تکیه‌گاهی 0.6 ثانیه

Table 5 Mean square of error for changing the step length from 20 to 50 cm and time of single support phase 0.6 sec

	میانگین مربع خطا (کل مسیر)	میانگین مربع خطا (دو تکیه‌گاهی)	میانگین مربع خطا (تک تکیه‌گاهی)	
مدل تک‌جرمه	129.03	59.31	140.50	مدل تک‌جرمه
مدل سه‌جرمه	71.12	26.33	78.27	مدل سه‌جرمه
مدل ارائه شده	43.16	24.25	45.72	مدل ارائه شده

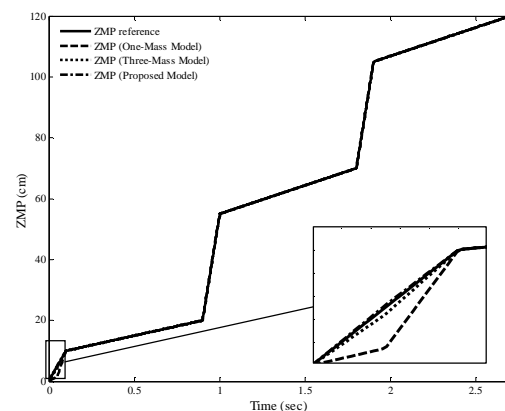


Fig. 9 The obtained ZMP trajectories from one-mass, three-mass and proposed models

شکل 9 نقطه گشتاور تولیدشده با استفاده از سه مدل تک‌جرمه، سه‌جرمه و مدل پیشنهادی

بهتر از بین برده و نقطه گشتاور صفر تولیدشده توسط این مدل اختلاف کمتری با نقطه گشتاور صفر طراحی شده دارد.

4-4- بررسی بیشترین مقدار خطای نقطه گشتاور صفر واقعی و راه کار حل این مشکل

در این قسمت بیشترین اختلاف نقطه گشتاور صفر واقعی با نقطه گشتاور صفر طراحی شده مورد مطالعه قرار می‌گیرد. همان‌طور که در شکل 7

- [11] T. Buschmann, Simulation and control of biped walking robots, *PhD Thesis*, Technische Universität München, 2010.
- [12] S. Kagami, T. Kitagawa, K. Nishiwaki, T. Sugihara, M. Inaba, H. Inoue, A fast dynamically equilibrated walking trajectory generation method of humanoid robot, *Autonomous Robots*, Vol. 12, No. 1, pp. 71-82, 2002.
- [13] T. Takenaka, T. Matsumoto, T. Yoshiike, Real time motion generation and control for biped robot 1-st report: Walking gait pattern generation, *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, St. Louise, USA, pp. 1084-1091, 2009.
- [14] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, H. Hirukawa, Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point, *Robotics and Automation, 2003. Proceedings, ICRA'03. IEEE International Conference on*, Vol. 2, IEEE, Taipei, Taiwan, pp. 1620-1626, 2003.
- [15] P.-B. Wieber, Trajectory free linear model predictive control for stable walking in the presence of strong perturbations, *2006 6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, IEEE*, Genoa, Italy, pp. 137-142, 2006.
- [16] A. Herdt, H. Diedam, P. B. Wieber, D. Dimitrov, K. Mombaur, M. Diehl, Online walking motion generation with automatic footstep placement, *Advanced Robotics*, Vol. 24, No. 5-6, pp. 719-737, 2010.
- [17] J. H. Park, K. D. Kim, Biped robot walking using gravity-compensated inverted pendulum mode and computed torque control, *Robotics and Automation, 1998. Proceedings, 1998 IEEE International Conference on*, Vol. 4, IEEE, Leuven Belgium, pp. 3528-3533, 1998.
- [18] T. Sato, S. Sakaino, K. Ohnishi, Real-time walking trajectory generation method with three-mass models at constant body height for three-dimensional biped robots, *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, Vol. 58, No. 2, pp. 376-383, 2011.
- [19] Galdeano, David, Ahmed Chemori, Sébastien Krut, Optimal pattern generator based on a three-mass linear inverted pendulum model for dynamic walking, *HLR'11: Workshop on Humanoid and Legged Robots*, 2011.
- [20] Feng, Shuai, Zengqi Sun, Biped robot walking using three-mass linear inverted pendulum model, *International Conference on Intelligent Robotics and Applications*, Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [21] J. Pratt, J. Carff, S. Drakunov, A. Goswami, Capture Point: A step toward humanoid push recovery, *Proceedings of the 2006 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, Genoa, Italy, pp. 200-207, December 4-6, 2006.

می‌دهد که دلیل این امر افزایش مقدار لنگر حاصل از حرکت ربات در سرعت‌های بالاست.

6- مراجع

- [1] M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, M. Sadedel, Dynamics modeling of fully-actuated humanoids with general robot-environment interaction, *Robotics and Mechatronics (ICRoM), Second RSI/ISM International Conference on*, IEEE, Tehran, Iran, pp. 233-238, 2014.
- [2] M. Vukobratović, J. Stepanenko, On the stability of anthropomorphic systems, *Mathematical Biosciences*, Vol. 15, No. 1, pp. 1-37, 1972.
- [3] H. Khafi, H. Ahmadi, Trajectory Design for 3D Biped Robot by Considering Active Toe Rotation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No 7, pp. 139-148, 2015. (in Persian فارسی)
- [4] M. Ezati, M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, Optimal Gait Planning for a Biped Robot by Employing Active Toe Joints and Heels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 69-80, 2015. (in Persian فارسی)
- [5] M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, A. Yousefi-Koma, M. Sadedel, S. Mansouri, Optimal gait planning for humanoids with 3D structure walking on slippery surfaces, *Robotica*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-19, 2015.
- [6] Q. Huang, K. Yokoi, S. Kajita, K. Kaneko, H. Arai, N. Koyachi, K. Tanie, Planning walking patterns for a biped robot, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, Vol. 17, No. 3, pp. 280-289, 2001.
- [7] J. Engelsberger, C. Ott, A. Albu-Schaffer, Three-dimensional bipedal walking control based on divergent component of motion, *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 31, No. 2, pp. 355-368, 2015.
- [8] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Yokoi, H. Hirukawa, The 3D linear inverted pendulum mode: A simple modeling for a biped walking pattern generation, *Intelligent Robots and Systems, Proceeding, 2001 IEEE/RSJ International Conference*, IEEE, Maui, USA, pp. 239-246, 2001.
- [9] M. Khadiv, S. A. Moosavian, A low friction demanding approach in gait planning for humanoid robots during 3D manoeuvres, *Computational Applied Mechanics*, Vol. 45, No. 1, pp. 47-60, 2014.
- [10] K. Harada, S. Kajita, K. Kaneko, H. Hirukawa, An analytical method for real-time gait planning for humanoid robots, *Humanoid Robotics*, Vol. 3, No. 01, pp. 1-19, 2006.