



## رابطه ضربه ویژه بر حسب تغییرات پس فشار و الگوریتم محاسبه نسبت انبساط بهینه نازل مخروطی

وحید رضائی<sup>1</sup>، محمد صالح عبدالله پور<sup>2</sup>، امیر مردانی<sup>3\*</sup>

1- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
 2- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
 3- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی 1458833351، amardani@sharif.edu

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 04 خرداد 1395  
 پذیرش: 24 مرداد 1395  
 ارائه در سایت: 03 مهر 1395  
 کلید واژگان:  
 ضربه ویژه  
 نسبت انبساط بهینه  
 پس فشار

### چکیده

وظیفه اصلی نازل همگرا- واگرا تبدیل انرژی تولیدشده در محفظه به انرژی جنبشی جهت ایجاد نیروی پیشران است. پارامترهای مختلفی بر روی عملکرد این جز از موتور تأثیرگذار است که به عنوان یکی از مهم‌ترین این پارامترها، می‌توان به اثرات فشار محیط یا به اصطلاح پس فشار اشاره داشت. اصولاً طراحی نازل‌ها برای یک پس فشار خاص صورت می‌گیرد و در زمان صعود به ارتفاعات بالا پس فشار به شدت تغییر می‌یابد که عملکرد نازل را در شرایط غیر بهینه قرار می‌دهد. در پژوهش حاضر با استفاده از ابزار عددی، اثرات تغییر پس فشار بر روی عملکرد نازل‌های همگرا- واگرای سه موتور سوخت جامد استار-27، اورباس-1 و مینتمن مورد بررسی قرار گرفته است. ابزار عددی مورد استفاده در این شبیه‌سازی نرم‌افزار فلونت است که در این نرم‌افزار جهت شبیه‌سازی آشفتنگی از مدل آشفتنگی کی-اِپسیلون استفاده شده است. با توجه به نوع پیشران، فشار و دمای محفظه احتراق برای هر موتور با استفاده از نرم‌افزار سی‌ای‌ای (CEA)، گونه‌های ورودی به نازل همگرا- واگرا محاسبه شده است. نتایج عددی به دست آمده از شبیه‌سازی‌های عددی دارای تطابق خوبی با داده‌های تجربی است. از نتایج مهم این پژوهش می‌توان به رابطه به دست آمده برای ضربه ویژه بر حسب تغییر ارتفاع و الگوریتم محاسبه نسبت انبساط بهینه برای هر موتور بر اساس رابطه مذکور برای مأموریت مشخص، اشاره کرد.

## A Relation for Specific Impulse versus Back Pressure Changes and Optimum Conical Nozzle Expansion Ratio Algorithm

Vahid Rezaei, Mohammad Saleh Abdollahpour, Amir Mardani\*

Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran  
 \* P.O.B. 1458833351, Tehran, Iran, amardani@sharif.edu

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 24 May 2016  
 Accepted 14 August 2016  
 Available Online 24 September 2016

### Keywords:

Specific Impulse  
 Optimum Expansion Ratio  
 Back Pressure

### ABSTRACT

The main objective of utilizing nozzles is to convert the chemical energy to kinetic energy producing thrust. A wide variety of parameters makes a significant impact on nozzle performance; one parameter that produces dramatic effect is back pressure or ambient pressure. Basically, a nozzle designed for a specific back pressure does not work properly when the engine is ascending. Consequently, designing of nozzles requires knowledge of full effect of back pressure on engine performance. In this study, numerical simulation of three solid propellant nozzles has been conducted in several flight conditions. In other words, simulation have been done in some ambient pressures which represent specific flight altitudes. Numerical modeling has been conducted using commercial code FLUENT. k-ε RNG turbulence model has been used for calculating turbulence interactions with the flow. Mass flow rate, chemical species, and chamber temperature have been used as the inlet boundary conditions based on engine specifications. Numerical results show a reasonable accuracy in comparison with experimental measurements. Estimating nozzle thrust level as a function of altitude increment is the primary goal of this study. Furthermore, with the aid of this relation and a MATLAB code for computing average specific impulse, optimum expansion ratio can be achieved based on a specified mission.

### 1- مقدمه

عملکرد صحیح نازل اثرات مفید بسیاری از جمله کاهش مصرف سوخت و افزایش تراست را به همراه دارد. در این راستا، می‌توان به کار هاهن و ایترن [1] که در سال 1965 انجام پذیرفته، اشاره داشت. آن‌ها با ایجاد یک کد کامپیوتری برای نازلی خاص، کمینه مقدار سوخت مصرفی را در زمان پرواز

یکی از اجزای مهم تشکیل دهنده موتورهای فضایی نازل است. کار اصلی نازل‌های همگرا- واگرا تبدیل انرژی حرارتی تولیدشده در داخل محفظه به انرژی جنبشی است که این انرژی جنبشی، نیروی پیشران تولید می‌کند.

Please cite this article using:

V. Rezaei, M. S. Abdollahpour, A. Mardani, A Relation for Specific Impulse versus Back Pressure Changes and Optimum Conical Nozzle Expansion Ratio Algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 307-317, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

V. Rezaei, M. S. Abdollahpour, A. Mardani, A Relation for Specific Impulse versus Back Pressure Changes and Optimum Conical Nozzle Expansion Ratio Algorithm, *Modares*

کمتری نسبت به سایر روش‌ها دارد. عبدالله پور و همکارانش [11] در سال 2013 به بررسی تفاوت شبیه‌سازی جریان نازل به صورت گونه‌های تثبیت‌شده<sup>5</sup> و نرخ محدود<sup>6</sup> برای دو پیشران مختلف پرداختند. از نتایج آن‌ها می‌توان به دقت قابل قبول حل عددی گونه‌های تثبیت‌شده برای پیش‌بینی تراست اشاره کرد. مردانی و همکارانش [12] در ادامه کار [11] به این نتیجه رسیدند که خطای نتایج به دست آمده برای دو روش حل عددی گونه‌های تثبیت شده و نرخ محدود برای پیشران‌های هیدروکربنی با جرم مولکولی سنگین‌تر بیشتر است؛ همچنین محدودی انجام واکنش‌های شیمیایی پیشران هیدروژن-اکسیژن نسبت به کروسین-اکسیژن در طول نازل گسترده‌تر است.

همان‌گونه که اشاره شد، مطالعات فراوانی بر روی اجزای مختلف موتورهای شیمیایی از جمله نازل صورت گرفته است، اما تاکنون مطالعات کمی بر روی اثرات پس فشار جهت محاسبه نسبت انبساط بهینه صورت گرفته است. لذا، در این پژوهش، شبیه‌سازی عددی نازل همگرا-واگرای سه موتور سوخت جامد در سیزده پس فشار مختلف صورت گرفته است. علاوه بر این، در یک موتور خاص در این سیزده پس فشار مختلف اثرات نسبت انبساط نازل نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در تمامی این شبیه‌سازی‌ها، گونه‌های شیمیایی به صورت تثبیت‌شده در نظر گرفته شده است. سپس با استفاده از نتایج عددی به دست آمده که دارای تطابق نسبتاً خوبی با داده‌های تجربی است، رابطه‌ای برای ضربه ویژه بر اساس ارتفاع استخراج گردیده است. در نهایت با استفاده از این رابطه یک الگوریتم جهت طراحی نسبت انبساط بهینه ارائه می‌شود که در این الگوریتم، نسبت انبساط بهینه به مأموریت و کلاس کاری موتور وابسته است.

## 2- معادلات حاکم

جهت بررسی و شناسایی پدیده‌های مختلف یک جریان با استفاده از روش‌های عددی، باید معادلات مربوط به آن جریان حل گردد. در این راستا، در پژوهش حاضر جهت بررسی و شناسایی پدیده‌های موجود در جریان داخل نازل، معادلات جریان، گونه‌های شیمیایی، انرژی و آشفستگی به صورت همزمان در نرم‌افزار فلونت حل شده است. برای برقراری رابطه بین سرعت و فشار از روش کوپل استفاده شده و تمامی معادلات به صورت مرتبه دوم پیشرو گسسته سازی شده‌اند. رابطه (1) فرم کلی معادله پایستگی جرم برای هر دو جریان‌های تراکم‌پذیر و غیرقابل تراکم است.  $S_m$  ترم منبع<sup>7</sup> می‌باشد که جرم اضافه شده از فاز پیوسته به فاز گسسته (مثلاً بر اثر تبخیر) است که مقدار آن در مطالعه حاضر صفر است.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m \quad (1)$$

نرم افزار فلونت معادله انرژی را به صورت معادله (2) حل می‌کند.  $k_t$  رسانایی گرمایی آشفته است که با توجه به مدل آشفستگی به دست می‌آید. سه ترم داخل پرانتز در سمت راست معادله به ترتیب بیانگر انتقال حرارت در اثر رسانایی، پخش گونه‌ها و پراکندگی لزجت<sup>8</sup> است. ترم  $S_H$  گرمای حاصل از واکنش‌های شیمیایی یا هر منبع حرارتی در میدان را شامل می‌شود. متغیرهای  $E$  و  $k_{eff}$  به ترتیب از رابطه‌های (3) و (4) به دست می‌آید.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} (\rho E + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T - \sum_j h_j \vec{J}_j)$$

محاسبه نمودند. در راستای بهینه کردن مصرف سوخت، در سال 1969 باروز و وود [2] به محاسبه کمینه کردن زمان پرواز پرداختند. از دیگر کارهای انجام‌شده می‌توان به کار یارمارک [3] اشاره داشت؛ وی با توجه به پروفیل ارتفاع پروازی، مقدار پیشران مورد نیاز را برای یک مأموریت خاص بهینه نمود.

علاوه بر مباحث بهینه‌سازی سیستمی موتور، مطالعات بسیاری بر روی جریان داخل نازل و پلوم موتور صورت گرفته است. از جمله این مطالعات می‌توان به پژوهش انجام‌شده توسط جنتینک [4] در سال 1991 اشاره کرد. جنتینک با استفاده از روش‌های عددی جریان داخل نازل موتوری خاص را بدون در نظر گرفتن واکنش‌های احتراقی، مورد بررسی قرارداد. او پارامترهای مختلفی از جمله مقادیر فشار و حرارت انتقال‌یافته به دیواره‌ی موتور، محل جدایش جریان و مقدار تراست حاصل از شبیه‌سازی عددی خود را با داده‌های تجربی مقایسه نمود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی وی با داده‌های تجربی از تطابق مناسبی برخوردار بود. از نتایج مهم این مطالعه می‌توان به وجود بیشینه خطا در محاسبات شار حرارتی به دلیل استفاده از معادلات بیضوی پیشرو در مکان و دستیابی به دقت قابل قبول در محاسبه تراست به دلیل استفاده از روش‌های انتگرالی اشاره نمود. شجاعی فرد و همکارانش [5] بدون در نظر گرفتن احتراق، رفتار گذرا بین محدوده فرو صوت و فراصوت نازل را به صورت تجربی و عددی مورد بررسی قراردادند. آن‌ها با رسم کانتورهای چگالی و سرعت در دو نسبت فشار نازل، محل ایجاد موج‌های ضربه‌ای و جدایش جریان را به دست آوردند. در سال 2006 گیملشین و همکارانش [6] با استفاده از نرم‌افزارهای تجاری فلونت، سی‌اف-دی پلاس پلاس<sup>1</sup> و سی‌اف‌دی-ای سی‌ای<sup>2</sup> به مطالعه عددی اثرات ذرات آلومینیوم در درون نازل و جریان پلوم در قسمت نزدیک نازل پرداختند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که تا زمانی که هدف حل جریان فاز پیوسته نازل و پلوم می‌باشد، هر سه کد تجاری جواب‌های مناسبی می‌دهند. احمدی کیا و طالبی [7] به بررسی جریان آشفته‌ی سطح بیرونی بدنه و پلوم پرداختند؛ آن‌ها در این پژوهش از روش تجزیه‌ی شار ون لیر با دقت مرتبه دوم ضمنی در گسسته سازی معادلات استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که عدد ماخ و فشار پلوم تأثیر زیادی در آرایش جریان پشت نازل به خصوص در تشکیل و انعکاس امواج فشاری و انبساطی دارد. پسندیده فرد و ساعدی‌امیری [8] در سال 2008 به مطالعه‌ی عددی احتراق در یک جریان مادون صوت تراکم پذیر آشفته پرداختند؛ آن‌ها در این مطالعه از مدل آشفستگی کی-ا-پسیلون<sup>3</sup> استفاده کردند و نتایج قابل قبولی در رابطه با پیش‌بینی محل موج ضربه‌ای در نازل به دست آوردند.

در سال 2010 ورما و هایدن [9] به صورت تجربی به بررسی محل جدایش جریان و زوایای موج‌های مایل به وجود آمده در نازل تی‌اوبی<sup>4</sup> در شرایط فشار محیطی مختلف پرداختند. از جمله نتایج مهم پژوهش آن‌ها می‌توان به کاهش زاویه امواج انبساطی برای ارتفاع زیاد در مقایسه با سطح دریا اشاره کرد. از دیگر مطالعاتی که در چند سال اخیر انجام شده می‌توان به کار ردی و همکارانش [10] اشاره کرد. آن‌ها به منظور شبیه‌سازی جریان محفظه احتراق موتور با نازل زنگوله‌ای، مدل‌های مختلف آشفستگی را مورد بررسی قراردادند و به این نتیجه رسیدند که جهت دستیابی به نتایج نسبتاً قابل قبول می‌توان از معادلات کی-ا-پسیلون استفاده نمود که حجم محاسباتی

<sup>5</sup> Frozen species

<sup>6</sup> Finite Rate

<sup>7</sup> Source Term

<sup>8</sup> Viscous Dissipation

<sup>1</sup> CFD ++

<sup>2</sup> CFD-ACE

<sup>3</sup> k-ε

<sup>4</sup> TOP (Thrust Optimized Parabolic)

$$+ (\bar{\tau}_{eff} \cdot \vec{v})) + S_H \quad (2)$$

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \quad (3)$$

$$k_{eff} = k + k_t \quad (4)$$

مدل آشفته‌گی مورد استفاده در تمامی این شبیه‌سازی‌ها، کی-ا پسلیون آران‌جی<sup>1</sup> می‌باشد. معادلات زیر مدل آران‌جی با استفاده از روشی آماری به نام نظریه نرمال کردن مجدد گروهی<sup>2</sup> به دست آمده است [13]. به طور کلی ساختار این زیر مدل بسیار شبیه به زیر مدل استاندارد می‌باشد، با این تفاوت که دارای اصلاحات ذیل می‌باشد:

الف) وجود یک ترم اضافی در معادله کی-ا پسلیون، باعث بهبود دقت این زیر مدل برای جریان‌های دارای نرخ تغییر شکل بالا<sup>3</sup> شده است.

ب) در نظر گرفتن اثرات چرخش در معادلات این زیر مدل، دقت حل آن را در جریان‌های آشفته با چرخش زیاد افزایش داده است.

پ) علاوه بر این موارد، در این زیر مدل برای محاسبه عدد پرناتل آشفته از یک فرمول تحلیلی استفاده می‌شود، ولی در زیر مدل استاندارد مقدار عدد پرناتل ثابت در نظر گرفته می‌شود.

ویژگی‌های زیر مدل آران‌جی سبب تبدیل مدل کی-ا پسلیون به یک مدل آشفته‌گی با دقت بالا و قابل اعتماد برای محدوده وسیعی از جریان‌های آشفته شده است. در این مدل آشفته‌گی، دو معادله انتقال جهت محاسبه انرژی جنبشی و اتلاف آشفته‌گی به صورت روابط (5) و (6) حل می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_\epsilon \mu_{eff} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + G_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} - R_\epsilon + S_\epsilon \quad (6)$$

در این معادلات ضرایب ثابت  $C_{1\epsilon}$  و  $C_{2\epsilon}$  به ترتیب برابر با 1.42 و 1.68 است.

با توجه به نوع سوخت، اهداف شبیه‌سازی و همچنین کوچک بودن زمان اقامت نسبت به نرخ انجام واکنش‌ها در داخل نازل می‌توان گونه‌های موجود در داخل نازل را به صورت تثبیت شده در نظر گرفت [12,11]. لذا معادله انتقال گونه‌ها به صورت رابطه (7) ساده می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_i) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} Y_i) = -\nabla \cdot \vec{J}_i \quad (7)$$

که  $Y_i$  کسر جرمی گونه  $i$ -ام و  $\vec{J}_i$  پخش گونه  $i$ -ام است. برای برقراری رابطه بین سرعت و فشار از روش کوپل<sup>4</sup> استفاده شده و تمامی معادلات به صورت مرتبه دوم پیشرو گسسته سازی شده اند. از آنجایی که خواص مخلوط مانند گرمای ویژه در فشار ثابت، پخش مولکولی و خواص دیگر وابستگی شدیدی به نوع ترکیب مخلوط، دما و فشار دارند، هر یک از این پارامترها به صورت متغیر در نظر گرفته می‌شود؛ به عنوان مثال گرمای ویژه مخلوط از طریق قانون مخلوط، چگالی مخلوط با استفاده از گاز ایده‌آل و ویسکوزیته و رسانایی حرارتی از روش میانگین وزنی قانون مخلوط محاسبه می‌شود.

<sup>1</sup>  $k$ - $\epsilon$  RNG

<sup>2</sup> Renormalization Group Theory

<sup>3</sup> Rapidly Strained Flows

<sup>4</sup> Couple

### 3- شبیه سازی

#### 1-1- اطلاعات عملکردی

در این مطالعه، سه موتور سوخت جامد استار-27<sup>5</sup>، اورباس-1<sup>6</sup> و مینتمن<sup>7</sup> بررسی می‌شود که برخی از ویژگی‌های عملکردی این سه موتور در جدول آورده شده است [15,14].

#### 2-2- هندسه، شبکه حل و شرایط مرزی

هندسده همگرا-واگرای نازل موتور استار-27 در شکل 1، اورباس-1 در شکل 2 و مینتمن در شکل 3 نمایش داده شده است. این پروفیل‌ها با استفاده از مطالعات انجام شده در مراجع [15,14] استخراج گردیده است. به منظور کاهش حجم شبیه‌سازی و همچنین وجود تقارن در جریان و هندسه، از شبکه دو بعدی، تقارن محوری و با سازمان تطبیق یافته استفاده شده است.

شرایط مرزی حرارتی و سرعتی دیواره به ترتیب دما ثابت 700 کلوین و عدم لغزش است [15,14]. با توجه به شرایط کاری هر موتور و استفاده از ماژول TP<sup>8</sup> نرم‌افزار CEA<sup>9</sup> ترکیبات شیمیایی ورودی به نازل در هر موتور به دست آمد؛ به عنوان نمونه این ترکیبات برای موتور استار-27 در جدول مشاهده می‌شود. دمای کل در شرط مرزی فشار خروجی<sup>10</sup> در همه شبیه سازی‌ها برابر با 300 کلوین در نظر گرفته شده است.

به منظور بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی در شبیه‌سازی، برای هر یک از این سه موتور، از سه شبکه با تعداد سلول محاسباتی متفاوت استفاده شده است. به عنوان مثال برای موتور استار-27 از سه شبکه با تعداد سلول محاسباتی 20180، 80720، 322880 استفاده شده است. به دلیل تأثیر مستقیم سرعت محوری بر روی ضربه ویژه، معیار دقت سلول‌های

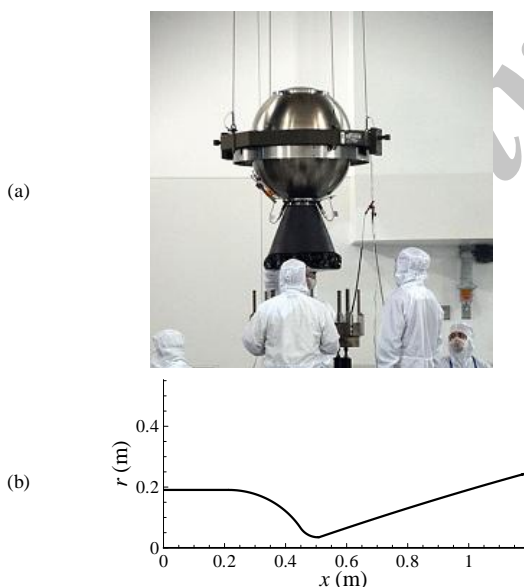


Fig. 1 (a) STAR-27 Nozzle and Engine photograph, (b) STAR-27 Nozzle Profile [14]

شکل 1 (a) عکس نازل و موتور استار-27.

(b) پروفیل نازل موتور استار-27 [14]

<sup>5</sup> STAR 27 (Apogee Motor)

<sup>6</sup> Orbus-1

<sup>7</sup> Minuteman (First Stage)

<sup>8</sup> نرم‌افزار CEA دارای 9 ماژول است که یکی از آن‌ها ماژول TP است. در این ماژول دما، فشار و نوع سوخت و اکسندنه ورودی است و خروجی آن ترکیب گونه‌های شیمیایی حاصل از احتراق است.

<sup>9</sup> Chemical Equilibrium Compositions and Applications

<sup>10</sup> Pressure Outlet

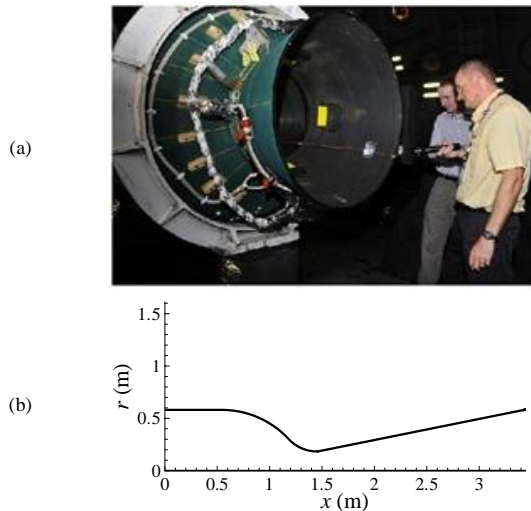


Fig. 3 (a) Minuteman Nozzle and Engine photograph, (b) Minuteman Nozzle Profile [14]

شکل 3 (a) عکس نازل موتور مینتمن، (b) پروفیل نازل موتور مینتمن [14]

استفاده شده است. در نهایت، برای موتورهای استار-27، اورباس-1 و مینتمن به ترتیب شبکه‌ی محاسباتی با تعداد سلول 80720، 102800 و 146800 انتخاب شده است. نمونه‌ای از شبکه حل تولیدشده به همراه شرایط مرزی در نظر گرفته‌شده در شکل نمایش داده شده است.

### 3-3-3 صحت سنجی

جهت صحت‌سنجی حل‌های عددی صورت گرفته، مقدار فشار محفظه و ضربه ویژه به دست آمده از حل عددی با مقدار گزارش‌شده در [15,14] مقایسه شده است (جدول و جدول). مقایسه این نتایج نشان می‌دهد که بیشینه

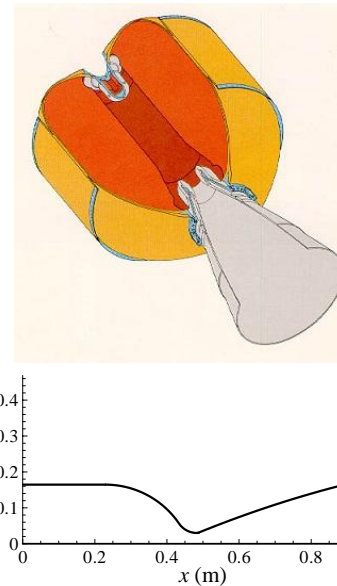


Fig. 2 (a) Orbus-1 Nozzle and Engine photograph, (b) Orbus-1 Nozzle Profile [15]

شکل 2 (a) عکس نازل و موتور اورباس-1، (b) پروفیل نازل موتور اورباس-1 [15]

محاسباتی پروفیل سرعت محوری در راستای محور تقارن در نظر گرفته شد. در شکل تغییرات سرعت محوری بر روی محور تقارن برای موتور استار-27 برای سه شبکه مذکور نمایش داده شده است. با مقایسه سرعت محوری در شکل مذکور می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات چندانی برای مقدار سرعت محوری در شبکه با تعداد سلول محاسباتی 80720 و 322880 وجود ندارد؛ بنابراین برای شبیه‌سازی عددی از شبکه با تعداد سلول محاسباتی 80720

جدول 1 مشخصات موتورهای شبیه‌سازی شده [15,14]

Table 1 Specification of Simulated Engines [14,15]

مینتمن	اورباس-1	استار-27	موتور
865624	29225	26734	تراست میانگین زمان سوزش <sup>1</sup> (N)
53.78	57.02	38.06	فشار محفظه (bar)
254.0°	289.6 (خلأ)	290.8 (خلأ)	ضربه ویژه (s)
3472.03	3620.90	3538.15	دمای بی‌دررو شعله (K)
1578.8	1589.5	1578.8	سرعت مشخصه (m/s)
20781.4	413.4	333.6	جرم کل پیشران (kg)
347.4	10.19	9.18	دبی جرمی میانگین (kg/s)
52.6	40.4	34.4	زمان سوزش (s)
0.10594	0.00284	0.00381	مساحت گلوگاه (m <sup>2</sup> )
10.1	39.0	48.8	نسبت مساحت انبساط
11.4	ورودی 22.15	ورودی 18.9	نیم زاویه مخروط انبساط <sup>2</sup> (degree)
	خروجی 12.19	خروجی 15.5	
آمونیم پرکلرات 70%	آمونیم پرکلرات 68%	آمونیم پرکلرات <sup>3</sup> 72%	پیشران
آلومینیوم 16%	آلومینیوم 18%	آلومینیوم 16%	
چسب و دیگر مواد 14%	چسب و دیگر مواد 14%	چسب <sup>4</sup> و دیگر مواد 12%	

\* در ارتفاع 3.4 کیلومتری سطح دریا

<sup>1</sup> Burn Time Average Thrust

<sup>2</sup> Expansion cone Half Angle

<sup>3</sup> NH<sub>4</sub>ClO<sub>4</sub>

<sup>4</sup> Binder

می‌باشد. به طور کلی متوسط خطا در محاسبه فشار محفظه در حدود 2.5% و در ضربه ویژه 2.0% است.

#### 4- نتایج شبیه سازی

در این مطالعه، شبیه‌سازی جریان داخل نازل و پلوم سه موتور سوخت استار-27، اورباس-1 و مینتمن برای سیزده پس فشار مختلف بین 300 تا 101325 پاسکال (معادل با تغییر ارتفاع از سطح دریا تا ارتفاع 40 کیلومتری از سطح دریا) صورت گرفته است. در تمامی این شبیه‌سازی‌ها گونه‌های شیمیایی به صورت تثبیت‌شده در نظر گرفته شده است. پس از آن با استفاده از نتایج عددی، رابطه‌ای برای محاسبه ضربه ویژه بر اساس ارتفاع پروازی مختلف استخراج گردیده است. در نهایت از طریق این رابطه یک الگوریتم برای محاسبه نسبت انبساط بهینه با توجه به مأموریت و کلاس کاری موتور ارائه شده است.

#### 4-1- استار-27

در ابتدا، اثرات پس فشار بر روی عملکرد نازل موتور استار-27 مورد بررسی

جدول 3 صحت‌سنجی نتایج عددی فشار محفظه

Table 3 Numerical Results Verification for Chamber Pressure

موتور	فشار محفظه (تجربی) (bar)	فشار محفظه (عددی) (bar)	درصد خطا فشار
استار-27	38.06	38.98	2.41
اورباس-1	57.02	58.66	2.87
مینتمن	53.78	52.46	2.45

جدول 4 صحت‌سنجی نتایج عددی با داده‌های تجربی برای ضربه ویژه

Table 4 Numerical Results Verification for Specific Impulse

موتور	ضربه ویژه (تجربی) (s)	ضربه ویژه (عددی) (s)	درصد خطا ضربه ویژه
استار-27	290.8	296.1	1.8
اورباس-1	289.6	299.3	3.3
مینتمن	254.0	249.9	1.6

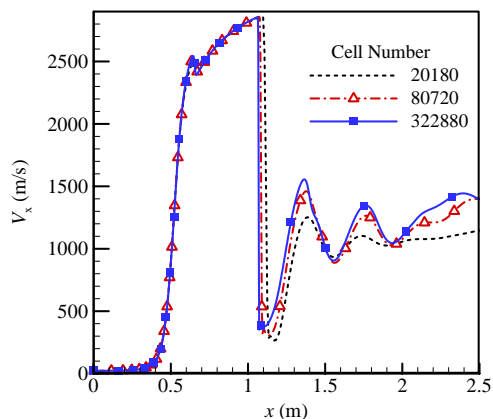


Fig. 4 Axial Velocity Variation Versus Axial Axis for Three Grids Containing 20180, 80720, 322880 Cells for STAR-27 (Atmospheric Back Pressure)

شکل 4 تغییرات سرعت محوری بر روی محور تقارن موتور استار-27 برای سه شبکه با تعداد سلول 20180، 80720 و 322880 (پس فشار یک اتمسفر است).

جدول 2 نسبت مولی فرآورده‌های خروجی از محفظه احتراق موتور استار-27

Table 2 Mole Fraction of STAR-27 Combustion Chamber Products

گونه	نسبت مولی	گونه	نسبت مولی
Cl <sub>2</sub>	0.00001	Al	0.00012
H	0.03157	AlCl	0.00572
HCl	0.11668	AlCl <sub>2</sub>	0.00142
HCN	0.00001	AlCl <sub>3</sub>	0.00015
H <sub>2</sub>	0.31968	AlH	0.00005
H <sub>2</sub> O	0.08886	AlO	0.00013
NH <sub>2</sub>	0.00000	AlOH	0.00036
NH <sub>3</sub>	0.00001	Al <sub>2</sub> O	0.00005
NO	0.00025	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.09293
O	0.00021	CO	0.22259
OH	0.00364	COCl	0.00001
O <sub>2</sub>	0.00002	CO <sub>2</sub>	0.00799
N <sub>2</sub>	0.00000	Cl	0.00772

خطای عددی مربوط به محاسبه ضربه ویژه اورباس-1 با خطای 3.3%

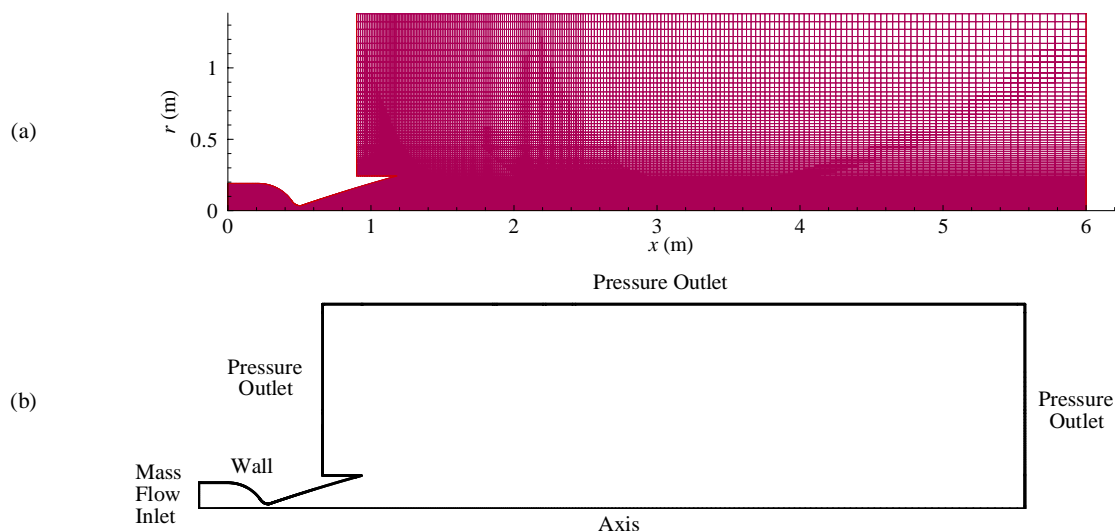
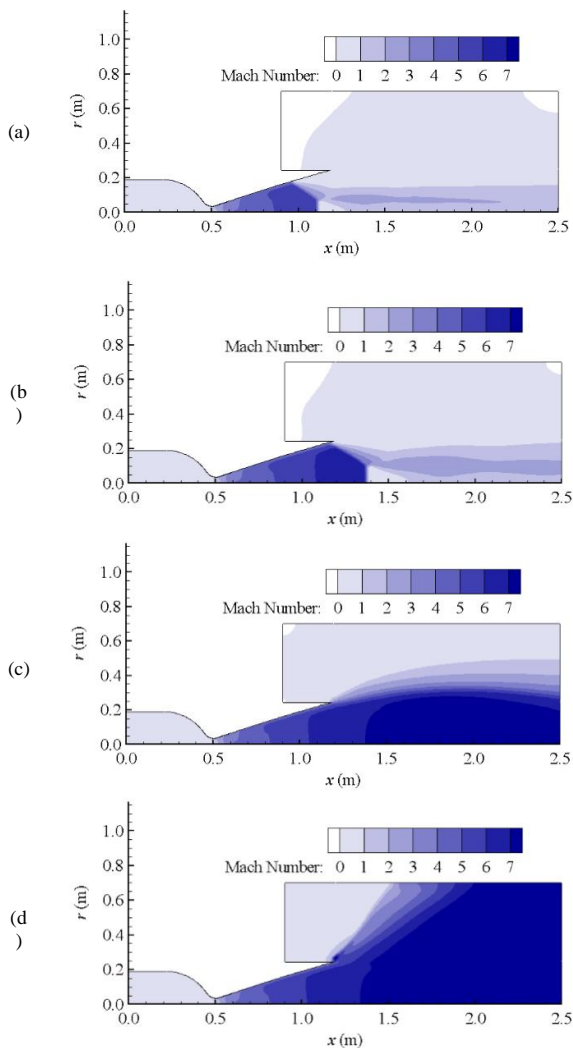


Fig. 5 (a) Grid Generation for STAR-27 Nozzle Simulation, (b) Boundary Conditions for STAR-27 Nozzle Simulation

شکل 5 (a) شبکه محاسباتی برای شبیه‌سازی نازل استار-27، (b) شرایط مرزی برای شبیه‌سازی نازل استار-27



**Fig. 7** STAR-27 Nozzle and Plume Mach Number Contour for some Back Pressures (a)  $P_{amb} = 101325$  Pa, (b)  $P_{amb} = 50000$  Pa, (c)  $P_{amb} = 5000$  Pa, (d)  $P_{amb} = 300$  Pa

شکل 7 کانتور عدد ماخ برای نازل و پلوم برای موتور استار-27

$P_{amb} = 50000$  Pa (b),  $P_{amb} = 101325$  Pa (a)

$P_{amb} = 300$  Pa (d),  $P_{amb} = 5000$  Pa (c)

$$C_F = \frac{F}{A_t P_C} \quad (9)$$

$$C^* = \frac{A_t P_C}{\dot{m}} \quad (10)$$

اگر فرض شود که موتور استار-27 دارای نازل با عملکرد بهینه (عملکرد در شرایط انبساط مطلوب<sup>2</sup>) در تمامی شرایط پروازی باشد، نگاه باید نسبت انبساط در هر ارتفاع تغییر یابد تا فشار خروجی برابر با فشار محیط شود. این نسبت انبساط بهینه با فرض جریان آیزنتروپیک، بی‌دررو، ثابت بودن مرزها و صرف‌نظر از انرژی پتانسیل گرانشی، در هر فشار محیط از رابطه (11) به دست می‌آید [16].

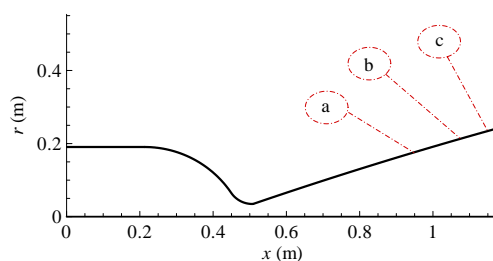
$$\frac{A_2}{A_1} = \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{-1}{\gamma-1}} \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left( 1 - \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)}} \quad (11)$$

قرار گرفت. در فشار محیط 50000 پاسکال یک موج ضربه‌ای در دهانه خروجی نازل تشکیل می‌شود. با افزایش فشار محیط، موج ضربه‌ای به سمت داخل نازل حرکت می‌کند و جریان به صورت کامل از سطح نازل جدا می‌شود. این جدایش جریان موجب از بین رفتن کارایی بقیه نازل و کاهش تراست می‌شود. محل جدایش جریان برای موتور استار-27 در فشارهای محیط 101325، 70000 و 50000 پاسکال به ترتیب در فاصله محوری 0.954، 1.085 و 1.150 متری از دهانه ورودی نازل است (شکل 6). در فشار محیط کمتر از 1000 پاسکال گازهای خروجی به شدت انبساط می‌یابد. در شکل کانتور ماخ در پس فشارهای مختلف برای موتور استار-27 ترسیم شده است.

جهت مطالعه بیشتر تأثیر جدایش جریان بر روی مقدار ضربه ویژه موتور استار-27، نازل از محل جدایش جریان در سطح دریا (موقعیت (a) در شکل (b) بریده<sup>1</sup> شد و نازل جدید تولید شده که دارای نسبت انبساط 8.3 می‌باشد، مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. این بررسی به درک بیشتر و بهتر تأثیر جدایش جریان بر میزان تراست کمک می‌کند. بیان رفتار ضربه ویژه (رابطه 8) بر اساس ارتفاع به دلیل اختلاف زیاد بین نسبت‌های انبساط بررسی شده (48.8 و 8.3)، تنها با استفاده از این دو نسبت انبساط بسیار دشوار است. به همین منظور دو نسبت انبساط 14 و 26 که بین دو نسبت انبساط مذکور قرار دارد، برای بررسی بیشتر انتخاب شد و نازل از مقاطعی مذکور بریده و شبیه‌سازی بر روی هندسه‌های جدید انجام پذیرفت. شکل تغییرات ضربه ویژه و فشار محیط را بر اساس تغییرات ارتفاع در نسبت‌های انبساط مختلف نمایش می‌دهد.

$$I_{sp} = \frac{F}{\dot{m} g_0} \quad (8)$$

مقدار ضربه ویژه برای نازل اصلی موتور استار-27 (نسبت انبساط 48.8) از 163.8 تا 296.1 ثانیه بر اساس افزایش ارتفاع تغییر می‌یابد. با کاهش نسبت انبساط نازل، بازه تغییرات ضربه ویژه نیز کاهش می‌یابد؛ به عنوان مثال برای نازل بریده شده در نسبت انبساط 8.3، ضربه ویژه از 235.5 تا 270.8 تغییر می‌کند. نازل اصلی این موتور برای کار در ارتفاعات بالا (تقریباً خلاً) طراحی شده است و طبعاً نازل با نسبت انبساط بیشتر برای مأموریت این موتور دارای بازده بیشتری است. به دلیل ثابت بودن سطح مقطع گلوگاه و فشار محفظه احتراق در این چهار نازل، ضریب تراست (رابطه 9) هم رفتاری مشابه با ضربه ویژه دارد. سرعت مشخصه هم با توجه به رابطه (10) در طول مسیر پرواز ثابت است.



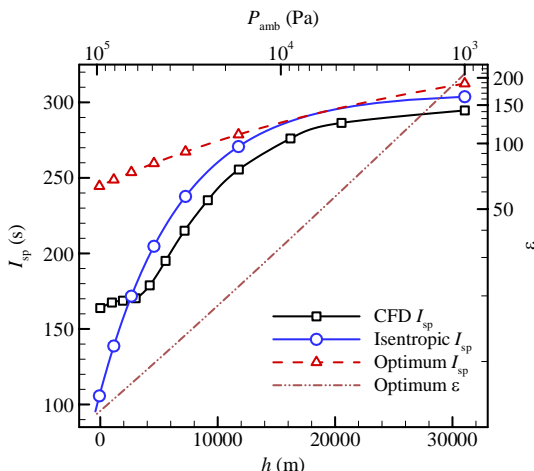
**Fig. 6** STAR-27 Nozzle Flow Separation Points for some Back Pressures (a)  $P_{amb} = 101325$  Pa, (b)  $P_{amb} = 70000$  Pa, (c)  $P_{amb} = 50000$  Pa

شکل 6 محل جدایش جریان برای نازل موتور استار-27 در پس فشارهای مختلف  $P_{amb} = 70000$  Pa (b),  $P_{amb} = 101325$  Pa (a),  $P_{amb} = 50000$  Pa (c)

<sup>2</sup> Optimum Expansion

<sup>1</sup> cut





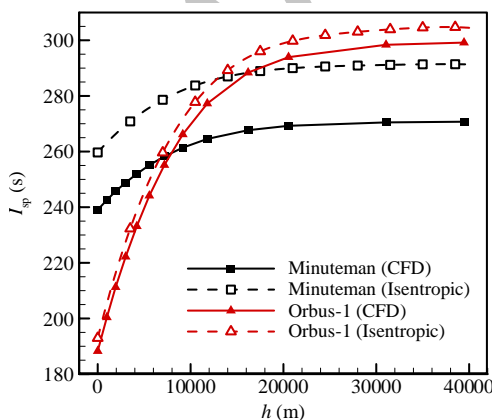
**Fig. 9** STAR-27 Specific Impulse Variation versus Altitude for Three Conditions: CFD (Expansion Ratio= 48.8), Isentropic Relation (Expansion Ratio= 48.8), and Optimum (Variable Expansion ratio) and its corresponding Expansion Ratio

شکل 9 مقدار ضربه ویژه بر اساس ارتفاعات مختلف برای موتور استار- 27 حاصل از نتایج عددی (نسبت انبساط ثابت 48.8)، رابطه آیزنتروپیک (نسبت انبساط ثابت 48.8)، ضربه ویژه بهینه فرضی و مقدار نسبت انبساط متناظر برای بیشینه شدن ضربه ویژه

به منظور به دست آوردن ضربه ویژه در حالت واقعی و در نظر گرفتن اتلاف می توان ضربه ویژه را به صورت رابطه (5) در نظر گرفت.

با استفاده از رابطه (8) و تعریف ضربه ویژه می توان به رابطه (12) رسید که بیانگر ارتباط بین ضربه ویژه خلأ و ضربه ویژه سطح دریا است (هر دو این روابط در حالت آیزنتروپیک هستند).

$$\begin{aligned}
 I_{sp}(\text{Isentropic}) &= \frac{F}{\dot{m}g_0} = \frac{\dot{m}u_e + (P_e - P_{amb})A_e}{\dot{m}g_0} \\
 &= \frac{\dot{m}u_e + P_e A_e}{\dot{m}g_0} - \frac{P_{amb} A_e}{\dot{m}g_0} \\
 &= I_{sp-\text{Vacuum}} - \frac{P_{amb} A_e}{\dot{m}g_0} \\
 &= I_{sp-\text{Vacuum}} - \varepsilon \frac{P_{amb} C^*}{P_c g_0}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$



**Fig. 10** Numerical and Isentropic Specific Impulse Variation versus Altitude for Minuteman and Orbus-1

شکل 10 مقایسه ضربه ویژه شبیه سازی شده و آیزنتروپیک بر حسب تغییر ارتفاع برای موتور مینتمن و اوربیس-1

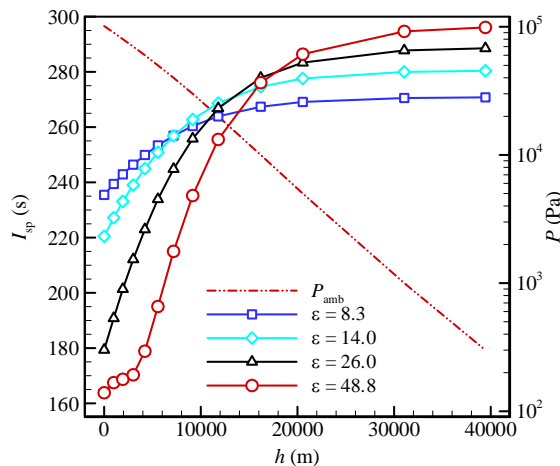
شکل مقدار ضربه ویژه حاصل از نتایج عددی (نسبت انبساط ثابت 48.8)، رابطه آیزنتروپیک (نسبت انبساط ثابت 48.8)، حالت بهینه و مقدار نسبت انبساط بهینه فرضی متناظر برای بیشینه شدن ضربه ویژه در ارتفاعات مختلف برای موتور استار-27 را نمایش می دهد. بیشتر بودن ضربه ویژه در حالت حل عددی نسبت به حالت آیزنتروپیک در فشار محیط بیشتر از حدود 55000 پاسکال به دلیل رخ دادن جدایش جریان درون نازل و جلوگیری طبیعت از انبساط بیش از حد سیال است [14]؛ در حالی که در رابطه آیزنتروپیک با توجه به افزایش سطح مقطع تا انتهای نازل، انبساط جریان اجتناب ناپذیر است.

#### 2-4- مینتمن و اوربیس-1

مقدار ضربه ویژه شبیه سازی شده بر اساس ارتفاعات مختلف برای دو موتور مینتمن و اوربیس- 1 در شکل آمده است. همان گونه که مشاهده می شود مقدار ضربه ویژه برای موتور مینتمن و اوربیس-1 به ترتیب بین 239 تا 270 و 188 تا 299 ثانیه تغییر می کند. از سوی دیگر تقریباً تا ارتفاعات 7000 متری از زمین، ضربه ویژه تولیدی توسط موتور مینتمن از اوربیس-1 بیشتر است، که نمایانگر بازده متفاوت دو موتور با نسبت انبساط های متفاوت در ارتفاعات مختلف است.

#### 5- رابطه ضربه ویژه بر حسب ارتفاع

شکل های 8 تا 11 صرفاً بیانگر نتایج شبیه سازی های عددی و مقایسه آن ها با حل تحلیلی آیزنتروپیک بود. در این قسمت یک رابطه برای ضربه ویژه بر حسب ارتفاع مختلف پروازی با توجه به نتایج شبیه سازی ارائه می شود. اهمیت این رابطه نسبت به حل عددی، کاهش هزینه زمانی و نسبت به رابطه آیزنتروپیک، در نظر گرفتن اتلاف ها و نزدیکی به حالت واقعی است. در شکل مقدار ضربه ویژه در ارتفاعات پروازی مختلف برای حل عددی و آیزنتروپیک موتور استار-27 در چهار نسبت انبساط متفاوت ترسیم شده است. مشاهده می شود که مقدار ضربه ویژه حاصل از حل عددی کمتر از حالت آیزنتروپیک است که به دلیل در نظر گرفتن افت های مختلفی در حل عددی از جمله لایه مرزی است. با توجه به شکل مشاهده می شود که با زیاد شدن نسبت انبساط، اختلاف بین حل تحلیلی آیزنتروپیک و نتایج عددی زیاد می شود.



**Fig. 8** Specific Impulse and Back Pressure Variation versus Altitude Change for STAR-27 Specified Expansion Ratios

شکل 8 تغییرات ضربه ویژه و فشار محیط بر اساس تغییرات ارتفاع برای نسبت های انبساط در نظر گرفته شده موتور استار-27

فشار برای موتورهای مختلف پیشنهاد می‌شود. این رابطه برای چند موتور واقعی دیگر هم مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج با دقت بالایی از آن بدست آمد. در واقع در این رابطه دو ترم اول سمت راست معادله نمایش‌دهنده مقدار ضربه ویژه در حالت آیزنتروپیک و ترم بعدی نمایش‌دهنده افت‌ها می‌باشد. این افت‌ها در اثر ایجاد لایه مرزی، انتقال حرارت و امواج ضربه‌ای است. لازم به ذکر است که در این معادله مقدار  $I_{sp}$  و  $\dot{m}_0$  واحد (یک) در نظر گرفته شده است.

$$I_{sp(\text{Correlated})} = I_{sp-\text{Vacuum}} - \varepsilon \frac{P_{amb} C^*}{P_C g_0} - I_{sp0} \left( \sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0}} \right) \quad (16)$$

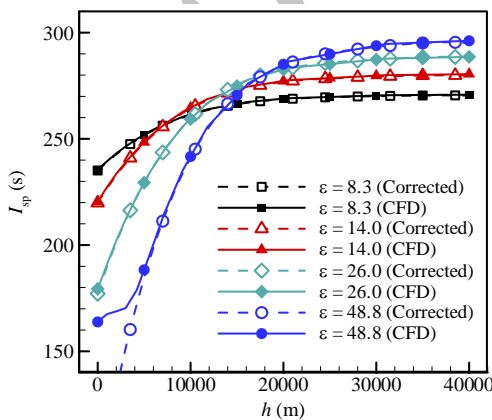
در جدول نتایج حاصل از رابطه (16) با داده‌های تجربی برای موتورهای استار-27، اورباس-1 و مینتمن مقایسه گردیده است. مشاهده می‌شود که بیشینه مقدار خطا در این رابطه کمتر از 1.8% است. در شکل مقدار ضربه ویژه در ارتفاعات پروازی مختلف برای موتور استار-27 برای نسبت‌های سطح مختلف بر اساس رابطه (16) و شبیه‌سازی عددی ترسیم شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که به طور متوسط مقدار خطای رابطه (16) با نتایج عددی به غیر از محدوده جدایش جریان کمتر از 1.0% درصد است. عملکرد در نسبت انبساط 48.8 در سطح زمین، بیشینه اختلاف بین نتایج عددی و رابطه (16) وجود دارد که این اختلاف به دلیل وجود جدایش در نازل پدیدار می‌گردد.

در شکل مقدار ضربه ویژه در ارتفاعات مختلف پروازی برای موتورهای اورباس-1 و مینتمن بر اساس رابطه (16) و شبیه‌سازی عددی

جدول 5 مقایسه ضربه ویژه بر اساس رابطه 16 و داده‌های تجربی (استار-27 و اورباس-1 در شرایط خلأ و مینتمن در شرایط ارتفاع 3.4 کیلومتری زمین است).

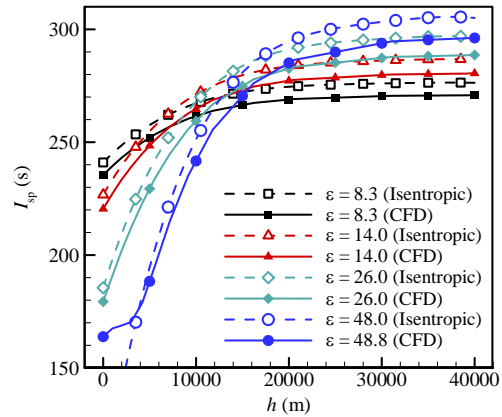
**Table 5** Eqn. 16 and Experimental  $I_{sp}$  Results Comparison (Both STAR-27 and Orbus-1 are in vacuum conditions and Minuteman is at altitude of 3.4 km.)

موتور	ضربه ویژه تجربی (s)	ضربه ویژه طبق رابطه (s) 16	درصد خطا
استار-27	290.8	294.9	1.4
اورباس-1	289.6	295.0	1.8
مینتمن	254.0	250.7	1.3



**Fig. 12** Numerical  $I_{sp}$  and Eqn. 16  $I_{sp}$  Prediction Comparison for Specified STAR-27 Expansion Ratios

شکل 12 مقایسه نتایج حل عددی و پیش بینی رابطه 16 برای ضربه ویژه موتور استار-27 برای نسبت انبساط‌های مختلف



**Fig. 11** Numerical and Isentropic Specific Impulse Comparison versus Altitude Change for STAR-27 Specified Expansion Ratios

شکل 11 مقایسه حل تحلیلی آیزنتروپیک با نتایج عددی در چهار نسبت انبساط برای موتور استار-27

طبق رابطه (13) افت‌ها در ضربه ویژه در اثر افت‌های موجود در محفظه و نازل می‌باشد [14]. به بیان دیگر سرعت مشخصه و ضریب تراست به ترتیب عملکرد محفظه احتراق و نازل را نشان می‌دهد.

$$I_{sp} = \frac{C^* C_F}{g_0} \quad (13)$$

رابطه (12) را با در نظر گرفتن تلفات می‌توان به صورت رابطه (14) بازنویسی کرد.

$$I_{sp(\text{Correlated})} = I_{sp(\text{Isentropic})} - \text{Losses(تلفات)} = I_{sp-\text{Vacuum}} - \varepsilon \frac{P_{amb} C^*}{P_C g_0} - \text{Losses(تلفات)} \quad (14)$$

گزارش‌های موجود در مرجع [7] به این نکته اشاره دارد که افت ضربه ویژه از پارامترهایی نظیر انحراف جریان در خروجی، سرعت کم جریان در لایه مرزی، وجود اصطکاک، وجود جریان دوفازی و یا تغییر فاز جریان گازی، نسبت سطح مقطع محفظه به گلوگاه، ناپایداری احتراق، وجود واکنش‌های شیمیایی در نازل، تغییر نسبت انبساط بر اثر عدم خنک کاری نازل و دیگر عوامل به وجود می‌آید، لذا با علم به این مطلب، رابطه تحلیلی (14) به صورت تابعی با ضرایب نامعلوم که به نحوی، در برگیرنده تمامی موارد مذکور باشد، در نظر گرفته شده است. با توجه به این مطالب رابطه (15) به دست آمده است.

$$\frac{I_{sp(\text{Correlated})}}{I_{sp0}} = \frac{I_{sp-\text{Vacuum}}}{I_{sp0}} - \frac{\varepsilon}{I_{sp0}} \frac{P_{amb} C^*}{P_C g_0} - \left( \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} \right) c_1 - \varepsilon c_2 - \left( \frac{A_C}{A_t} \right) c_3 - \left( \frac{P_C}{P_e} \right) c_4 - \left( \frac{T_C}{T_e} \right) c_5 \quad (15)$$

با توجه به شکل به دلیل اختلاف زیاد بین نتایج شبیه‌سازی عددی و حل تحلیلی برای موتور مینتمن در مقایسه با موتور اورباس-1 احتمالاً تلفات در نازل باید رابطه‌ی مستقیم با دبی جرمی موتور داشته باشد. همچنین با توجه به شکل، به طور مشابه با افزایش نسبت انبساط در موتور استار-27، اختلاف بین حل تحلیلی آیزنتروپیک و نتایج عددی افزایش می‌یابد. با توجه به این نکات و پس از سعی و خطای بسیار و آزمایش ضرایب و نماهای مختلف در رابطه (15) با استفاده از نرم افزار متلب و مقایسه آن با داده‌های شبیه‌سازی و تجربی، رابطه (16) برای محاسبه ضربه ویژه بر اساس هر پس



### 6- نسبت انبساط بهینه

در این بخش با استفاده از نتایج عددی، الگوریتمی جهت محاسبه نسبت انبساط بهینه با توجه به مأموریت تعریف شده، ارائه می‌گردد. بدیهی است این نسبت انبساط بهینه برای یک مسیر پروازی است و کاملاً با نسبت انبساط بهینه رایج که برای یک پس فشار خاص تعریف می‌شود، متفاوت است. به منظور محاسبه نسبت انبساط بهینه برای یک مأموریت، ابتدا باید ضربه ویژه میانگین را در طول مسیر پرواز محاسبه و سپس بهینه نمود. ضربه ویژه میانگین را می‌توان با استفاده از قانون نیوتن و معادلات سینماتیک حرکت و با دانستن نوع مأموریت، جرم اولیه، جرم سوخت، مشخصات موتور و مسیر پروازی به سادگی محاسبه نمود. این الگوریتم به صورت یک کد در نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی شده است. ورودی‌های کد عبارت‌اند از: 1- مشخصات موتور، 2- جرم پیشران و جرم کل، 3- مأموریت. در نهایت خروجی این کد شامل موارد 1- ارتفاع بر حسب زمان، 2- سرعت بر حسب زمان، 3- ضربه ویژه میانگین می‌باشد. برای مثال در این کد اطلاعات مربوط به موتور مینتمن وارد گردیده است و ارتفاع نهایی این موتور حدود 38.5 کیلومتر، سرعت نهایی 1673 متر بر ثانیه و ضربه ویژه میانگین برابر با 256.6 ثانیه به دست آمده است. اختلاف این نتایج با داده‌های تجربی کمتر از یک درصد است.

در مرحله بعد، برای پیدا کردن نسبت انبساط بهینه لازم است ضربه ویژه میانگین بر حسب نسبت انبساط‌های مختلف ترسیم شود. بدین منظور کد تکامل یافته‌ای در نرم‌افزار متلب نوشته شد که الگوریتم آن به صورت خلاصه در شکل آورده شده است. با داشتن مشخصات عملکردی موتور، جرم پیشران، جرم کل، تعریف مأموریت و با استفاده از این کد در نسبت مساحت خاصی از نازل ضربه ویژه میانگین بیشینه می‌گردد. لازم به ذکر است استفاده از این الگوریتم و انتخاب بازه‌های در نظر گرفته شده برای متغیرها (مثلاً نسبت انبساط و جرم پیشران) نیازمند درک از مأموریت موتور است.

### 1-6 مثال برای محاسبه نسبت انبساط بهینه

همان‌طور که در بخش‌های پیشین اشاره شد، نسبت انبساط بهینه در پیوند با مأموریت به دست می‌آید. مأموریت فرضی به صورت رساندن یک محموله 1500 کیلوگرمی با شروع پرواز از ارتفاع 3 کیلومتری و سرعت عمودی صفر

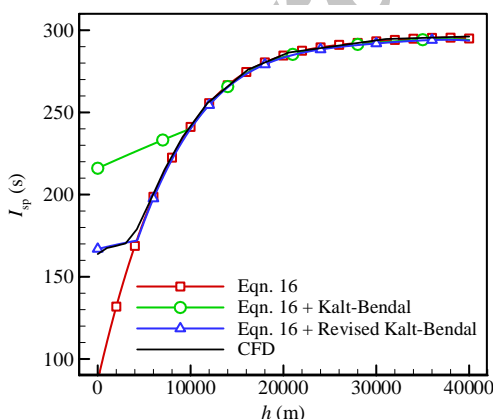
ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که رابطه (16) با ساختار پیشنهادی تطابق مناسبی با داده‌های شبیه‌سازی که در ابتدا صحت‌سنجی شده است دارد. خطای بیشینه رابطه (16) برای موتور اورباس-1 به مقدار 2.5% است که به نظر می‌رسد به دلیل تفاوت زیاد ساختار سوخت این موتور با دو موتور مینتمن و استار-27 است.

همان‌گونه که اشاره شد به نظر می‌رسد که مشکل اصلی رابطه (16) در محل جدایش جریان است. موتور استار-27 با نسبت انبساط 48.8 برای کار در خلأ طراحی شده است و در عمل موتوری که از سطح فشار دریا شروع به کار می‌کند اصلاً نباید جدایش جریان داشته باشد. صرفاً برای کامل بودن الگوریتم محاسبه نسبت انبساط بهینه در بخش 6 از رابطه کالت-بندال<sup>1</sup>، که یکی از روابطی است که فشار جدایش جریان را در نازل پیش بینی می‌کند، استفاده می‌شود (رابطه 17). این رابطه [17] برای هر نازل باید کالیبره شود. کالیبره شده این رابطه برای نازل موتور استار-27 با نسبت انبساط 48.8 با انجام سعی و خطا و تغییر ضرایب ثابت رابطه مذکور، به صورت رابطه (10) به دست می‌آید. در این رابطه  $P_{amb}$  فشار محیط،  $P_{sep}$  فشار جدایش جریان در قسمت واگرایی نازل و  $P_c$  فشار محفظه است. در پس‌فشار بالا (حالت فرا انبساط) رابطه (16) توانایی پیش‌بینی جدایش جریان را ندارد، برای حل این مشکل از رابطه کالت-بندال کالیبره (رابطه 18) استفاده می‌شود و در نتیجه فشار جدایش و نسبت انبساط معادل محاسبه می‌شود.

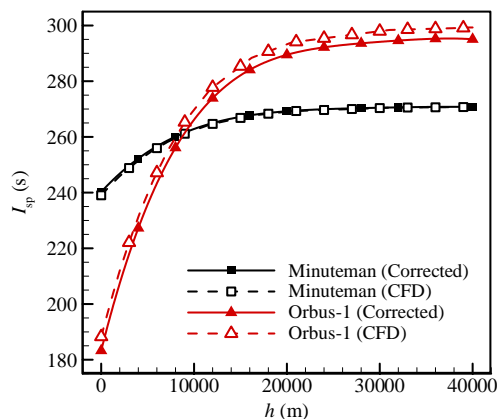
$$\frac{P_{sep}}{P_{amb}} = \frac{2}{3} \left( \frac{P_c}{P_{amb}} \right)^{-0.2} \quad (17)$$

$$\frac{P_{sep}}{P_{amb}} = 0.39 \left( \frac{P_c}{P_{amb}} \right)^{-0.32} \quad (18)$$

در شکل ضربه ویژه بر اساس ارتفاعات پروازی مختلف بر اساس رابطه (16) بدون اعمال رابطه کالت-بندال، با اعمال رابطه کالت-بندال و کالت-بندال کالیبره شده برای نازل استار-27 ترسیم و با نتایج شبیه‌سازی مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که با اعمال رابطه کالت-بندال کالیبره شده به رابطه (16)، نتایج حاصل از این رابطه کاملاً با نتایج شبیه‌سازی عددی هم‌خوانی دارد.



**Fig. 14** Comparison of Numerical  $I_{sp}$ , Eqn.16 in association with Kalt-Bendal, Eqn.8 in association with Revised Kalt-Bendal, and CFD  
شکل 14 مقایسه نتایج ضربه ویژه عددی، رابطه (16) همراه رابطه کالت - بندال، رابطه (16) همراه رابطه کالت - بندال اصلاح شده و شبیه‌سازی عددی



**Fig. 13** Numerical  $I_{sp}$  and Eqn.16  $I_{sp}$  Prediction Comparison for Minuteman and Orbus-1

شکل 13 مقایسه نتایج حل عددی و پیش بینی رابطه 16 برای ضربه ویژه موتور مینتمن و اورباس-1

<sup>1</sup> Kalt-Bendal

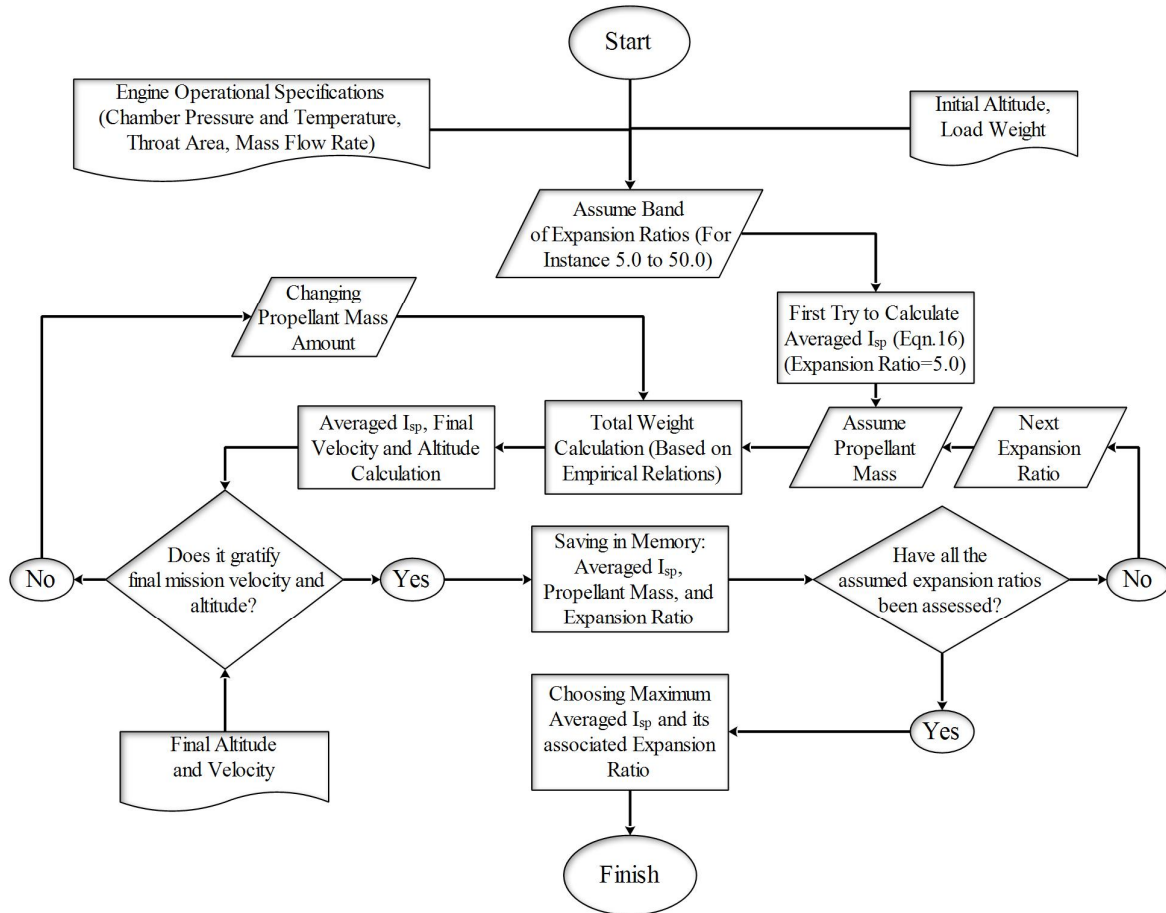


Fig. 15 Optimum Expansion Ratio Algorithm

شکل 15 الگوریتم نسبت انبساط بهینه

است. از نتایج مهم این مطالعه می‌توان به موارد زیر اشاره داشت:

به ارتفاع 30 کیلومتری در نظر گرفته شده است؛ این مأموریت با کمی تفاوت مشابه مأموریت اصلی موتور مینتمن است. دما، فشار و دبی محفظه احتراق و سطح مقطع گلوگاه این موتور مشابه موتور مرحله اول مینتمن در نظر گرفته شده است (جدول ۱). بازه جرم پیشران از 2000 تا 4000 کیلوگرم فرض شده است و جرم کل از 5000 تا 7000 کیلوگرم به صورت تابعی خطی از جرم پیشران تغییر می‌کند؛ در حقیقت نسبت انبساط بهینه در پیوند با جرم پیشران و جرم کل به دست می‌آید. در شکل بخشی از نتایج حاصل از کد نوشته‌شده بر مبنای الگوریتم شکل آورده شده است. پس از طی مراحل الگوریتم، جواب این مسئله فرضی عبارت است از: نسبت انبساط 12.2، جرم پیشران 3034 کیلوگرم و ضربه ویژه میانگین 250.04 ثانیه. از دیگر مشخصات سامانه بهینه‌شده می‌توان به زمان سوزش 60.7 ثانیه و جرم کل 6034 کیلوگرم اشاره کرد.

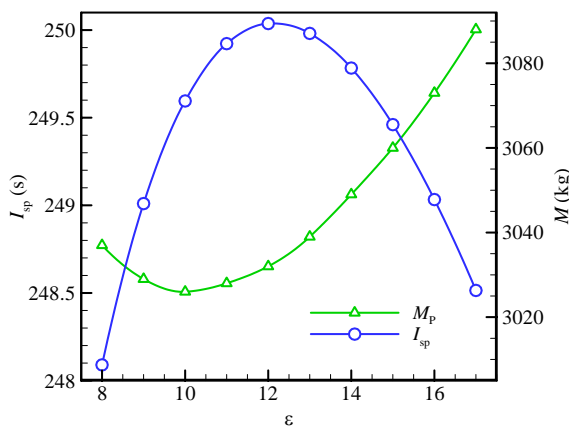


Fig. 16 Variation of Averaged  $I_{sp}$  and Propellant Mass versus Expansion Ratio for Premised Minuteman Mission

شکل 16 تغییرات ضربه ویژه میانگین و جرم پیشران بر حسب نسبت انبساط برای مأموریت فرضی موتور مینتمن

#### 7- جمع بندی

در این پژوهش شبیه‌سازی جریان داخل نازل و پلوم سه موتور سوخت جامد استار-27، اورباس-1 و مینتمن به منظور محاسبه ضربه ویژه بر اساس ارتفاع پروازی صورت پذیرفته است. برای دستیابی به این منظور هر موتور در سیزده پس فشار مختلف مورد بررسی قرار گرفته است؛ علاوه بر این، برای موتور استار-27 سه نسبت انبساط دیگر در این سیزده پس فشار بررسی گردیده

C	مربوط به محفظه احتراق	1- استخراج رابطه ضربه ویژه بر اساس ارتفاع‌های پروازی مختلف،
eff	موثر	2- اصلاح رابطه کالت- بندال به منظور در نظر گرفتن اثرات جدایش جریان در داخل نازل.
sep	مربوط به جدایش جریان	3- ارائه الگوریتم جهت محاسبه نسبت انبساط بهینه با توجه به مأموریت و کلاس کاری موتور.
sp	مربوط به ضربه ویژه	
t	مربوط به گلوگاه	

### 9- مراجع

- [1] D. W. Hahn, B. F. Itzen, Optimum Co-altitude Rendezvous Trajectories with Continuous Thrust, *AIAA Journal*, Vol. 3, No.11, pp. 2151-2152, 1965.
- [2] R. R. Burrows, G. A. Wood, Optimal Continuous Low-thrust Trajectories for Co-altitude Rendezvous, *AIAA Journal*, Vol. 7, No.5, pp. 983-985, 1969.
- [3] B. Jarmark, Optimal Projectile Range with Respect to Thrust and Altitude Profiles, *AIAA Paper*, pp. 149-154, 1986.
- [4] T. N. Jentink, CFD Code Validation for Nozzle Flow Fields, *AIAA Paper*, pp. 1-16, 1991.
- [5] M.H. Shojaeefard, A.R. Noorpoor, V. Keshtiarast, Numerical Simulation of a Transonic Nozzle Flow, *The Second International and Fifth National Conference of Iranian Aerospace Society*, Aerospace Research Institute, Tehran, Iran, 2004. (in Persian فارسی)
- [6] S. Gimmelshin, G. Markelov, J. Muylaert, Numerical Modeling of Low Thrust Solid Propellant Nozzles at High Altitudes, *9th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference*, San Francisco, California, 2006.
- [7] H. Ahmadikia, Sh. Talebi, Supersonic Turbulent Flow Over a Projectile with its Plume, *10th Fluid Dynamics Conference*, Yazd University, Iran, 2006. (in Persian فارسی)
- [8] M. Pasandideh Fard, M. Saedi Amiri, 2D and 3D Analysis of Outlet Flow of Convergent-Divergent Nozzle with its Plume Entering Elastic Viscous Environment, *7th Annual International Conference of Iranian Aerospace Society*, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, 2008. (in Persian فارسی)
- [9] S.B.Verma, O. Haidn, Flow Separation Characteristics of a Thrust Pptimized Parabolic Nozzle in a High Altitude Simulation Chamber, *46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Nashville, Tennessee, 2010.
- [10] S. K.Reddy, K. M. Pandey, A. P. Singh, Numerical Simulation With  $k-\epsilon$  Turbulence Model for Combustion Chamber Engines, *The 11th Asian International Conference on Fluid Machinery and The 3rd Fluid Power Technology Exhibition*, IIT Madras, India, 2011.
- [11] M. S. Abdollahpour, V. Rezaei, A. Mardani, Study of the Effect of Equivalence Ratio on Highly Variable Velocity and Temperature of Two Kinds of Fuels, *5th Fuel and Combustion Conference*, University of science and Technology, Tehran, Iran, 2014.
- [12] A.Mardani, M. S. Abdollahpour, V. Rezaei, Study of Equivalence Ratio and Propellant Effects on a Reactive Flow with Low Residence Time and Highly Variable Temperature and Pressure, *Iranian Combustion Institute Journal*, Vol. 7, No. 2, pp. 77-95, 2015. (in Persian فارسی)
- [13] ANSYS Inc., *ANSYS FLUENT 14.0 Theory Guide*, pp. 49-54, Southpointe, 275 Technology Drive, Canonsburg, Pennsylvania, 2011.
- [14] G.P. Sutton, O. Biblarz, *Propulsion Elements*, 7th Edition, pp. 34-36, 68-74, 424-425, John Wiley & Sons, 2001.
- [15] Orbus-1 User Guide, Accessed on 12 June 2016; <http://www.astronautix.com/o/orbus1.html>.
- [16] S. Farokhi, *Aircraft Propulsion*, 2<sup>nd</sup> Edition, pp. 45-48, John Wiley & Sons, 2009.
- [17] R. H. Stark, Flow Separation in Nozzles a Simple Criteria, *41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibition*, Tucson, Arizona, 2005.

### 8- فهرست علائم

$C^*$	سرعت مشخصه
$C_F$	ضریب تراست
$E$	انرژی کل
$g_0$	شتاب گرانش زمین ( $ms^{-2}$ )
$h$	آنتالپی
$G_K$	انرژی آشفته‌گی تولیدی در اثر تغییرات سرعت متوسط
$G_b$	انرژی آشفته‌گی تولیدشده در اثر نیروی شناوری
$I$	ضربه کل
$\vec{J}_j$	شار پخش گونه $j$ -ام
$k$	انرژی جنبشی آشفته‌گی (J)
$P$	فشار ( $Nm^{-2}$ )
$t$	زمان (S)
$T$	دما (K)
$u$	سرعت محوری ( $ms^{-1}$ )
$v$	سرعت شعاعی ( $ms^{-1}$ )
$x$	مکان (m)
$Y_M$	سهم نوسانات انبساط در آشفته‌گی تراکم پذیر به نرخ کلی اتلاف آشفته‌گی

### علائم یونانی

$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\epsilon$	نرخ اتلاف انرژی جنبشی آشفته‌گی ( $J s^{-1}$ )
$\epsilon$	نسبت انبساط (سطح) نازل
$\gamma$	نسبت گرمای ویژه سیال

### زیرنویس‌ها

1	مربوط به فشار محفظه احتراق
2	مربوط به فشار خروجی نازل (فشار محیط)
amb	محیط
e	مربوط به خروجی محفظه