



## مشخصه‌سازی خواص مکانیکی بافت نرم ناهمگن به وسیله مدل سازی هایپر-ویسکوالاستیک و روش المان محدود معکوس

میلاذ حسامی<sup>1</sup>، مجتبی حقیقی یزدی<sup>2\*</sup>، فرشید نجفی<sup>2</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

\* تهران، صندوق پستی 143995596، mohaghighi@ut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 15 تیر 1395

پذیرش: 19 شهریور 1395

ارائه در سایت: 11 مهر 1395

کلید واژگان:

هایپر-ویسکوالاستیک

مشخصه‌سازی

آزمون فرورودنگی

المان محدود معکوس

الگوریتم لونیبرگ

### چکیده

مشخصه‌سازی خواص مکانیکی بافت نرم با استفاده از مدل هایپر-ویسکوالاستیک در زمینه پزشکی از جمله در تشخیص بیماری‌ها توجه ویژه‌ای را به خود جلب کرده است. در بیشتر مطالعات انجام شده، فقط یک بافت همگن تحلیل شده است. بنابراین در صورت معیوب بودن بافت‌های زیرین تعمیم نتایج به دست آمده از تحلیل یک بافت برای سایر بافت‌ها امکان‌پذیر نخواهد بود. به همین جهت در این مطالعه، برای ایجاد یک بافت ناهمگن، یک لایه سینه مرغ بر روی یک لایه جگر گوسفند قرار داده می‌شود. خواص مکانیکی این دو بافت با استفاده از یک آزمون فرورودنگی به صورت همزمان تعیین می‌شود. پارامترهای مدل، به وسیله روش المان محدود معکوس تعیین می‌شوند. همچنین یک الگوریتم بهینه‌سازی برای فرآیند کمیته‌سازی اختلاف نمودارهای نیرو-زمان حاصل از آزمایش فرورودنگی و شبیه‌سازی المان محدود به کار رفته است. با جدا نمودن دو بخش هایپرالاستیک و ویسکوالاستیک نمودار نیرو-زمان، پارامترهای مربوط به هر بخش طی فرآیند المان محدود معکوس جداگانه‌ای محاسبه می‌شوند که این کار موجب کاهش مدت زمان حل و حجم محاسبات می‌گردد. در نهایت، پارامترهای ویسکوالاستیک و هایپرالاستیک، به ترتیب، با خطای حداقل مربعات غیرخطی 0.0695 و 0.0315 به دست آمده‌اند. مقایسه نمودار نهایی حاصل از شبیه‌سازی المان محدود و نمودار آزمایشگاهی، صحت و کارایی روش استفاده شده را نشان می‌دهد.

## Characterization of Mechanical Properties of an Inhomogeneous Soft Tissue Using Hyper-viscoelastic Modeling and Inverse Finite Element Method

Milad Hesami, Mojtaba Haghighi-Yazdi\*, Farshid Najafi

Department of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

\* P.O.B. 143995596 Tehran, Iran, mohaghighi@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 05 July 2016

Accepted 09 September 2016

Available Online 02 October 2016

### Keywords:

Hyper-viscoelastic

Characterization

Indentation test

Inverse finite element

Levenberg algorithm

### ABSTRACT

Characterization of mechanical properties of soft tissues using hyper-viscoelastic models has been of special attention in medical fields such as medical diagnosis. In most of these studies, only one single tissue has been analyzed and therefore, in cases that the lower tissue does not function well, generalization of obtained results for a tissue will not be suitable for other tissues. In the current study, mechanical properties of chicken chest and sheep liver, two different study cases, have been determined simultaneously using an indentation test. To determine the properties of the obtained model, inverse finite element method (IFEM) has been employed. Moreover, an optimization algorithm has been used for minimizing the differences of force-time curves that are obtained from indentation test and finite element analysis. By separating the force-time curve to two hyperelastic and viscoelastic parts, the parameters of each part have been determined individually using a separate inverse finite element method. This procedure results in reducing the computation time. Finally, the parameters of viscoelastic and hyperelastic models are determined by nonlinear root mean square error of 0.0695 and 0.0315, respectively. Comparison of the curves obtained from finite element analyses and those obtained from experiments shows the validity and capability of the employed method.

### 1-مقدمه

مانند غیرخطی بودن، ناهمسانگردی، هایپرالاستیک و ویسکوالاستیک بودن را از خود نشان می‌دهند [1]. بیشتر بافت‌ها و عضوهایی که نیاز به بازسازی یا جایگزینی دارند خواص و توابع بیومکانیکی ویژه‌ای دارند. بنابراین شناخت خواص این بافت‌ها و توابع حالت نرمال آن‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. همچنین مشخصه‌سازی و مدل کردن بافت نرم به منظور تشخیص مکانیزم آسیب بعد از حوادث بسیار مهم است. به‌طور کلی رفتار بافت تحت شرایط با

مشخصه‌سازی خواص مکانیکی بافت نرم به‌منظور تشخیص بیماری‌ها، پیشرفت بیماری، بازسازی بافت، جایگزینی بافت، پزشکی ورزشی و طراحی دستگاه‌های ورزشی برای چند دهه اخیر بررسی شده است. بافت‌های نرم به‌طور کلی به‌وسیله رفتارهای مکانیکی مانند تغییر شکل‌های بزرگی که در فرکانس‌های بالا از خود نشان می‌دهند، شناسایی می‌شوند. این مواد رفتارهایی

هندسه عضو و تغییر شکل سه بعدی تحمیل شده به سطح، گزینه مناسبی نخواهد بود. بنابراین برای حل این مشکل تخمین المان محدود معکوس مورد توجه قرار گرفته است. این روش پارامترهای مجهول مواد را با استفاده از قوانین کمینه‌سازی بین نتایج شبیه‌سازی و آزمایشگاهی تخمین می‌زند. با توجه به این‌که در حالت واقعی یک عضو دارای ناهمگنی بوده یا از چندین لایه بافت تشکیل شده است، رفتار دیگر بافت‌ها بر ارزیابی خواص یک بافت تأثیر گذار خواهد بود. از این رو لازم است که با در نظر گرفتن اثرات لایه‌ها بر روی یکدیگر خواص آن‌ها به طور هم‌زمان تعیین گردد.

بنابراین هدف این مطالعه به‌کارگیری روش المان محدود معکوس با استفاده از الگوریتم لوبنبرگ برای به‌دست آوردن خواص دو بافت متفاوت؛ در اینجا، سینه مرغ و جگر گوسفند، که روی هم قرار گرفته‌اند، با استفاده از پاسخ آزمون فروری می‌باشد. بدین منظور ابتدا خواص تک تک بافت‌ها به طور جداگانه با استفاده از پاسخ آزمون فروری و روش معکوس مشخصه‌سازی شده، سپس نتایج به‌دست آمده در حالتی که دو بافت بر روی هم قرار گرفته‌اند با حالت تک لایه مقایسه شده است.

## 2- آزمایش

مواد ویسکوالاستیک مورد استفاده سینه مرغ و جگر گوسفند به ابعاد  $2.5 \times 8 \times 10$  سانتی‌متر می‌باشد. در کل سه آزمون فروری برای بافت سینه مرغ به صورت جداگانه، برای جگر گوسفند به صورت جداگانه و این دو بافت روی هم انجام شده است. تمامی شرایط آزمایشگاهی هر سه آزمون یکسان می‌باشد. همچنین در حالتی که دو بافت بر روی هم قرار دارند، سینه مرغ به عنوان لایه زیرین و جگر گوسفند لایه بالایی قرار داده شده است و نیز سطح زیرین در راستای عمود بر سطح مقید در نظر گرفته شده است. تمامی آزمایش‌های فروری با استفاده از دستگاه مخصوص معاینات پزشکی ساخته شده در آزمایشگاه پیشرفته رباتیک<sup>1</sup> دانشگاه تهران انجام شده است. سنسور نیروی استفاده شده در این دستگاه دارای دقت 0.001 گرم نیرو می‌باشد و از دقت بالایی برخوردار است. بالاترین ظرفیت نیروی این سنسور نیز حدود 1200 گرم نیرو می‌باشد. همچنین تمامی داده‌ها (نمودار نیرو-زمان) با استفاده از کد نوشته شده در نرم‌افزار متلب استخراج شده است. فرورونده<sup>2</sup> دستگاه به شکل نیم کره و به شعاع 4 میلی‌متر می‌باشد. برای انجام آزمایش می‌توان به دو صورت عمل کرد: حالت اول؛ با اعمال جابه‌جایی مقدار نیرو ثابت گردد، حالت دوم؛ با اعمال نیرو مقدار جابه‌جایی ثابت گردد. در این مقاله با اعمال جابه‌جایی مقدار نیروها ثابت گردید. فرورونده در مرکز نمونه‌ها قرار داده شده است. نقطه صفر دستگاه مماس بر نمونه‌ها تنظیم شده است تا بتوان میزان جابه‌جایی مورد نظر را اعمال کرد (شکل 1). بارگذاری به روش رمپ- هولد<sup>3</sup> به‌صورت زیر انجام می‌شود: ابتدا فرورونده در مدت زمان 10 ثانیه به اندازه 5 میلی‌متر به داخل نمونه‌ها فرو می‌رود. هنگامی که فرورونده به بیشینه جابه‌جایی خود یعنی 5 میلی‌متر رسید، فرورونده به مدت زمان 300 ثانیه ثابت نگه داشته می‌شود و در کل این مدت زمان مقادیر نیرو ثابت می‌گردد و نمودار نیرو- زمان استخراج می‌گردد. (شکل 2).

## 3- تخمین خواص بافت نرم

در این مطالعه از روش ویسکوالاستیک شبه خطی<sup>4</sup> پیشنهاد شده توسط

سرعت بالا و بار ضربه‌ای مورد مطالعه پژوهشگران بوده است. براساس آنچه که در حوادث رخ می‌دهد عمدتاً اندازه‌گیری‌ها به صورت تجربی انجام می‌گیرد. به همین منظور پارامترهای خواص کلیه خوک با استفاده از نمونه‌های آزمایشگاهی و تست کشش تک محوره با نرخ سرعت‌های مختلف مشخص شده است [2]. از طرفی دیگر مشخصه‌سازی بافت تحت شرایط با سرعت پایین و با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده بر روی موجودات زنده که شرایط را برای پذیرش خواص بافت‌های زنده مهیا می‌کند متمرکز شده است. از این رو یک مدل دو بعدی ریاضی برای بافت طحال خوک تحت فشار تک محوره با استفاده از فرورونده در مقیاس بزرگ توسعه داده شده است [3]. در این تحقیق مسائل مقدار مرزی غیرخطی به روش عددی و با استفاده از قانون تنش- کرنش نمایی و مدل اجزاء محدود حل شده است. نتایج نشان داد که با تغییر اندازه مدل، نیروهای اندازه‌گیری شده بر روی فرورونده به اندازه مدل حساس نیست. یکی از مدل‌های توسعه یافته برای بافت‌های اعضای داخل شکمی، مدل ساختاری سه بعدی هایپر الاستیک- ویسکوالاستیک است [4] که به‌صورت یک تابع انرژی کرنشی با نوابت وابسته به زمان نشان داده می‌شود. همچنین از روش تست نانو فروری برای تشخیص خواص غضروف مفصلی خوک استفاده شده است. نانو فروری به دو صورت شبه استاتیکی (نیرو ثابت) و نیروی نوسانی انجام می‌گیرد؛ اولی خواص مکانیکی- استاتیکی مثل سفتی و مدول یانگ و دومی خواص ویسکوالاستیک وابسته به زمان مثل مدول‌های ذخیره و اتلاف را تعیین می‌کند [5]. علاوه بر این از روش آنالیز المان محدود معکوس جهت بهینه‌سازی ثابت‌های خواص مواد ویسکوالاستیک، با توجه به نتایج تست فروری با یک فرورونده کروی روی قطعه‌ای از بافت گردن، و مقایسه این خواص برای زنان باردار و عادی استفاده شده است [6]. در یک مطالعه دیگر مشخصه‌سازی خواص مکانیکی محلی روی قطعه‌های بافت مغز و بیو موادهای هیدراته و نرم انجام شده است. خواص مکانیکی بافت مغز با دقت اندازه‌گیری بیشتر و با در نظر گرفتن تغییرات حجمی در بافت، تغییرات زمانی در طول دوره بارگذاری و تغییرات بیولوژیکی با توجه به تخریب بافت ارائه شده است [7]. همچنین بر روی اطمینان‌سازی سفتی‌های نخاعی اندازه‌گیری شده با فرورونده مکانیکی کنترل شده به‌وسیله کامپیوتر در اشخاص با درد کمر و بدون درد کمر کار شده است [8]. در مطالعه‌ای دیگر تغییر رفتار ویسکوالاستیک غضروف مفصلی در حالتی که مفصل دچار آرتروز شده است بررسی شده است، که با استفاده از مدل عددی اجزاء محدود ایجاد شده از طریق داده‌های آزمایشگاهی و روش معکوس کوپله شده خواص ویسکوالاستیک دو حالت سالم و آرتروزی تعیین شده‌اند [9]. در تحقیقی دیگر به مشخصه‌سازی بافت بازو که به‌صورت چند لایه با لایه‌های زیرین الاستیک در نظر گرفته شده است، پرداخته شده است. در این تحقیق میزان حساسیت خواص و ضخامت هر لایه نشان داده شده است [10]. با توجه به اینکه در بیشتر موارد موجود، تشخیص آسیب بافت یا بافت‌های آسیب دیده در یک عضو مدنظر است، لازم است که بتوان به‌طور هم‌زمان خواص چند لایه بافت را مشخصه‌سازی کرد.

با این‌که آزمایش‌ها بر روی موجودات زنده، داده‌های نیرو- جابه‌جایی یا نیرو- زمان را در حالت زنده مهیا می‌کند و نتایج آن به‌منظور توسعه مدل‌های بافت نرم برای شبیه‌سازی جراحی و تمرینی ضروری است، اما از آن‌جا که اعضا موردنظر در هر مقطع از بافت، سطح غیریکنواخت و کرنش غیریکنواخت دارند، مشخصه‌سازی خواص بافت نرم موفق نبوده است. از طرف دیگر راه حل تحلیلی براساس مساله مقدار مرزی، به دلیل رفتار پیچیده ماده،

<sup>1</sup> Advanced Robotic Lab

<sup>2</sup> indenter

<sup>3</sup> Ramp- Hold

<sup>4</sup> quasi linear viscoelastic (QLV)

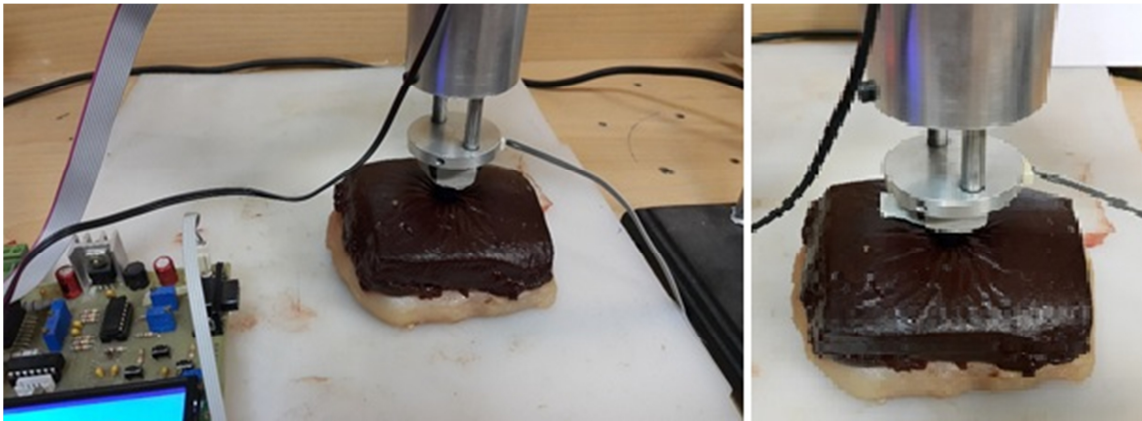


Fig. 1 Indenter and experimental samples

شکل 1 فرورونده و نمونه های آزمایش

$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3)$  (3)  
 که  $C_{10}$  و  $C_{01}$  پارامترهای ماده هستند و  $I_1$  و  $I_2$  نامتغیرهای اصلی کرنش می باشند.

از آنجا که استفاده از حل تحلیلی، با در نظر داشتن قانون ماده و شرایط آزمایشگاهی پیچیده است، به طور عمده از روش المان محدود معکوس استفاده می شود. از طریق مدل کردن آزمایش های فروری با رویکرد QVL، خروجی های نهایی شبیه سازی المان محدود را می توان به سادگی مانند زیر بیان نمود:

$$Fs = \text{FEM\_SIMULATION}(p_i) \quad (4\text{-الف})$$

$$p_i = [\tau_i, \bar{g}_i^p, C_{ij}] \quad (4\text{-ب})$$

به طوری که  $Fs$  نیروی شبیه سازی شده و  $p_i$  پارامترهای مواد شامل پارامترهای ویسکوالاستیک و الاستیک غیرخطی است. برای مثال تعداد پارامترهای تخمینی در مدل مونی-ریولین 2 پارامتر ( $C_{10}$  و  $C_{01}$ ) می باشد. هدف از مشخصه سازی، تعیین پارامترهای پیشنهاد شده برای قانون ماده به وسیله کمینه کردن اختلاف بین نتایج شبیه سازی و اندازه گیری های آزمایشگاهی است. این فرآیند حل معکوس نامیده می شود.

به جای این که همه پارامترهای لازم در یک مرحله مشخصه سازی شوند، مشخصه سازی به دو مرحله تقسیم شده است. در مرحله اول پارامترهای ویسکوالاستیک از روش المان محدود معکوس و با استفاده از پاسخ های نیرویی در آزمایش فروری به صورت رمپ-هولد تعیین شدند. با استفاده از پارامترهای تخمین زده شده در مرحله اول، از روش المان محدود معکوس برای تعیین سایر پارامترهای الاستیک غیرخطی استفاده شده است. این جدایش پارامترها مشابه کار کاوسر<sup>5</sup> و همکارانش است [12]. هر چند که آن ها ثابت های زمانی رهاسازی تنش را ثابت (1، 0.1، 10 و 100 ثانیه) در نظر گرفتند و مقدار آن ها را تطبیق دادند. سپس با استفاده از روش اجزا محدود معکوس سایر پارامترها را تعیین کردند.

در این مقاله پارامترهای هر دو مدل ویسکوالاستیک و الاستیک غیرخطی از روش المان محدود معکوس توسط نمودار نیرو- زمان تجربی تخمین زده شده است. در "شکل 3" روند مشخصه سازی پارامترها نشان داده شده است. با توجه به آن چه نشان داده شده است، داده های آزمایشگاهی نیرو برحسب زمان استخراج می شود؛ از طرفی دیگر هندسه، شرایط مرزی و خواص مواد برای شبیه سازی و تحلیل نرم افزاری شرایط اعمال شده در

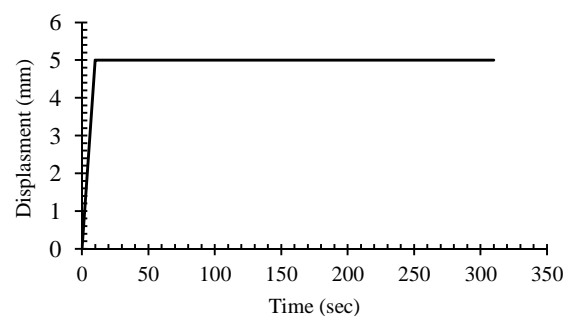


Fig. 2 Loading

شکل 2 نحوه بارگذاری

فانگ<sup>1</sup> استفاده شده است. این راه کار فرض می کند که رفتار ماده می تواند به دو بخش تقسیم شود: پاسخ الاستیک مستقل از زمان و پاسخ خطی ویسکوالاستیک تنش رهاسازی<sup>2</sup>. این پاسخ ها می توانند به صورت جداگانه از آزمایش ها مشخص شوند. تنش ها در بافتها نسبت به پارامتر زمان خطی هستند. معادله های ساختاری QLV به صورت زیر است [11]:

$$S(t) = G(t)S^e(0) + \int_0^t G(t-\tau) \frac{\partial S^e(E(\lambda))}{\partial \tau} d\tau \quad (1)$$

که در آن  $S(t)$  تانسور دوم تنش پیولا-کیرشهف<sup>3</sup> و  $G(t)$  تابع رهاسازی کاهش یافته<sup>4</sup> نامیده می شود.  $S^e(E(\lambda))$  پاسخ خالص خواص الاستیک را نشان می دهد که می تواند خطی یا غیرخطی باشد. تابع  $G(t)$  تابعی اسکالر از زمان است و اغلب می توان آن را با سری پرونی بیان کرد:

$$G(t) = G_0 \left( 1 - \sum_{i=1}^N \bar{g}_i^p \left( -\frac{t}{\tau_i} \right) \right) \quad (2\text{-الف})$$

$$G_0 = G(0) \quad (2\text{-الف})$$

که  $\bar{g}_i$  پارامترهای سری پرونی هستند.

برای پاسخ الاستیک غیرخطی، از خواص هایپرالاستیک تراکم ناپذیر استفاده شده است که معمولاً برای مدل کردن الاستومرها استفاده می شود. خواص یک ماده هایپرالاستیک را می توان با تابع انرژی کرنشی،  $W$ ، مشخص نمود. مدل های متعددی برای خواص مواد وجود دارد که وابسته به این که چگونه تابع انرژی کرنشی تقریب زده شود، می توان از آن ها بهره برد. تابع انرژی کرنشی مدل مونی-ریولین به صورت زیر است:

<sup>1</sup> Fung

<sup>2</sup> stress relaxation

<sup>3</sup> piolla-kirchhoff

<sup>4</sup> Reduced Relaxation Function

<sup>5</sup> Kauser

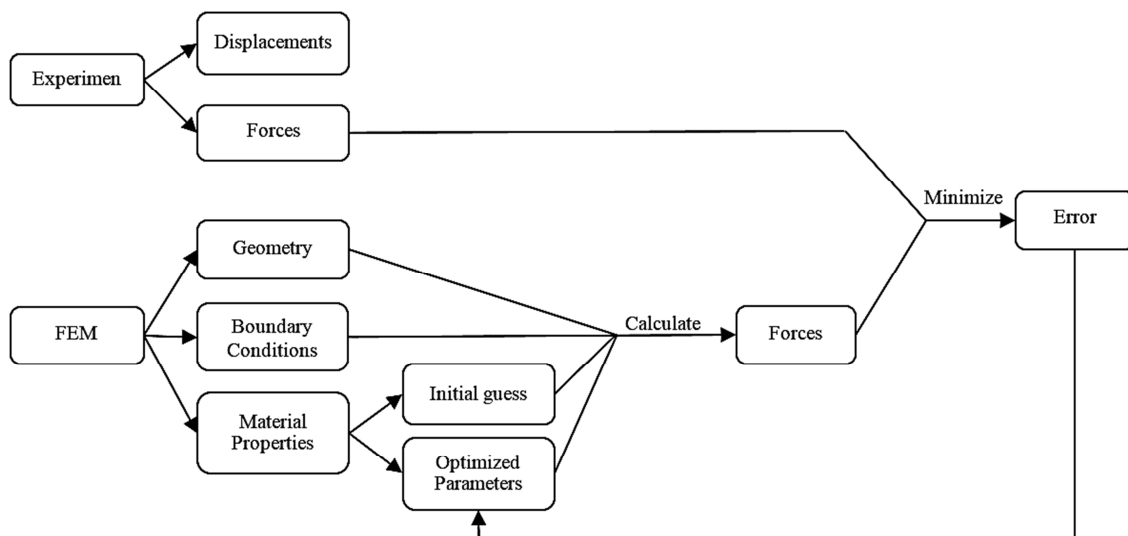


Fig. 3 solution procedure

شکل 3 فرآیند حل مسئله

زیاد است و بهتر است تا جایی که امکان دارد تعداد پارامترها کاهش داده شود. "شکل 4" مدل ایجاد شده در آباکوس را نشان می دهد. در آزمایش های انجام شده، به دلیل این که مقدار فروروی (در حد چند میلی متر) نسبت به ابعاد نمونه (چند سانتی متر) کوچک است، تغییر شکل وابسته به ابعاد نمونه نخواهد بود. اندازه و چگالی مش با دقت مناسب برای رسیدن به جواب بهتر تنظیم شده است. شکل المان ها به صورت چهاروجهی<sup>2</sup> و نوع المان CAX8RH در نظر گرفته شده است. همچنین تعداد المان ها برابر 11632 المان می باشد. برای هر دو مدل، فرضیه غیرخطی بودن و تغییر شکل های بزرگ در نظر گرفته شده است.

شرایط مرزی برای مدل شبیه سازی شده همانند شرایط آزمایشگاهی می باشد، طوری که سطح زیرین لایه پایینی در راستای عمود بر سطح مقید شده و برای تمامی سطوح تماس اصطکاک تعریف شده است، اصطکاک بین سطوح از روش تجربی و با استفاده از سطح شیب دار به دست آمده است. اصطکاک بین فرورونده و بافت جگر 0.5، اصطکاک بین بافت سینه مرغ و تکیه گاه 0.7 و اصطکاک بین دو بافت به صورت تماس مکانیکی در آباکوس مدل شده است و چگالی المان غیریکنواخت برای ناحیه تماس در نظر گرفته شده است تا دقت را بهبود دهد. الگوریتم لوبنبرگ- مارکارد از طریق کوپل کردن آباکوس با متلب اجرا شده است. با در نظر گرفتن یک فرض اولیه و با توجه به فراخوانی و اجرای آباکوس در متلب، به طور خودکار پارامترهای ورودی مطابق الگوریتم استفاده شده اصلاح می شوند. با یک حدس مناسب و با استفاده از دانش قبلی، می توان سرعت همگرایی را بالا برد.

#### 4-2- تخمین پارامترها برای لایه اول، سینه مرغ

پس از اعمال الگوریتم بهینه سازی معرفی شده در بخش 4-1 بر نتایج حاصل از آزمایش فروروی انجام شده بر بافت سینه مرغ، پارامترهای ویسکوالاستیک و هایپیرالاستیک برای این لایه تعیین گردید. پارامترهای ویسکوالاستیک به دست آمده در جدول 1 و پارامترهای هایپیرالاستیک در جدول 2 آورده شده است.

"شکل 5" نمودار نیرو- زمان پیش بینی شده از شبیه سازی اجزاء محدود

آزمایش تجربی ایجاد شده است. از آن جا که هدف به دست آوردن خواص مواد است؛ با در نظر گرفتن یک فرض اولیه برای خواص، نیرو بدست خواهد آمد. اختلاف نیروی به دست آمده از شبیه سازی و نتایج آزمایشگاهی به عنوان تابع هدف در کمینه سازی در نظر گرفته می شود. بنابراین خواص مواد اصلاح شده و بار دیگر برای شبیه سازی مورد استفاده قرار می گیرد. تکرار مراحل بالا تا رسیدن به خطای قابل قبول در نظر گرفته شده بین نیروی شبیه سازی شده و آزمایشگاهی ادامه می یابد.

#### 4- تخمین پارامترهای ویسکوالاستیک و هایپیرالاستیک

##### 1-4- الگوریتم بهینه سازی و فرضیات

در این بخش، مقادیر نیروی شبیه سازی شده اجزاء محدود و نیروهای آزمایشگاهی به دست آمده از تست فروروی با هم مقایسه شده اند. جهت انجام فرآیند اجزاء محدود معکوس حداقل مربعات غیرخطی کمینه می شود. حداقل مربعات به صورت زیر می باشد:

$$\vec{E} = \sum_i^m (\vec{F}_s(t_i) - \vec{F}_e(t_i)) \cdot (\vec{F}_s(t_i) - \vec{F}_e(t_i)) \quad (5-الف)$$

$$t_i = (t_1, t_2 \dots t_m) \quad (5-ب)$$

که  $F_s$ ،  $F_e$  و  $t_i$  به ترتیب نیروهای اندازه گیری شده، نیروهای شبیه سازی شده، زمان و تعداد کلیه نقاط داده ها می باشند. در بین چندین الگوریتم بهینه سازی که می تواند به کار برده شود، روش بهینه سازی حداقل مربعات غیرخطی لوبنبرگ- مارکارد<sup>1</sup> استفاده شده است.

اگرچه الگوریتم لوبنبرگ- مارکارد به طور موفقیت آمیزی در کاربردهای کرنش محدود استفاده شده است [13] با این حال کل فرآیند محاسباتی بسیار سنگین است. شبیه سازی اجزاء محدود، که هر اجزایش چندین ساعت طول می کشد، چندین بار تکرار می شود تا زمانی که نتایج شبیه سازی بر نتایج آزمایشگاهی منطبق شوند. بردار ژاکوبین در هر مرحله محاسبه شده است اما نیازمند اندازه گیری حساسیت هر پارامتر است. برای تشکیل این بردار باید شبیه سازی به ازای هر پارامتر تکرار شود. بنابراین برای هر 4 پارامتر مدل اجزاء محدود باید 5 بار برای هر مرحله اجرا شود. تمامی فرآیند مشخصه سازی چندین مرحله طول می کشد تا همگرا شود بنابراین زمان حل خیلی

<sup>2</sup> Quad

<sup>1</sup> Marquardt- Levenberg

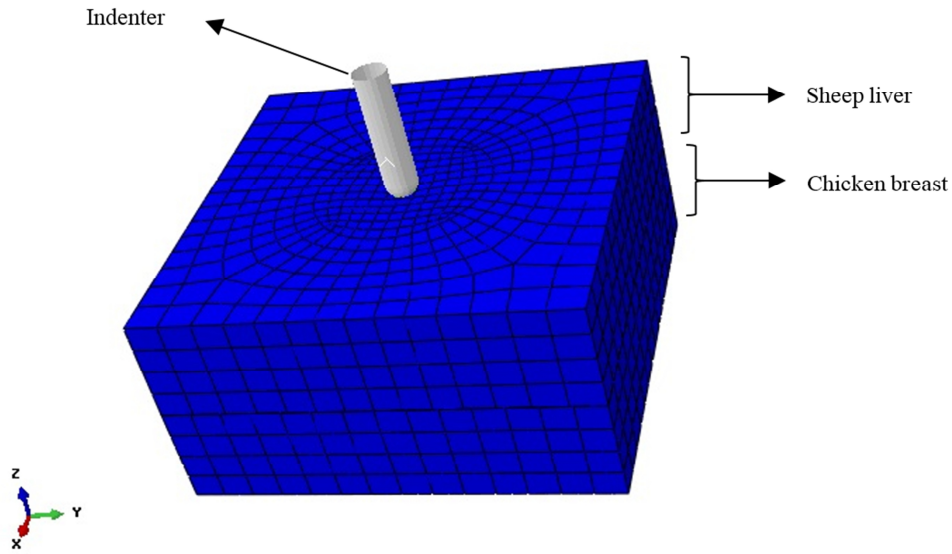


Fig. 4 Finite element simulation in ABAQUS

شکل 4 شبیه سازی المان محدود در نرم افزار آباکوس

جدول 1 پارامترهای سری پرونی برای سینه مرغ

Table 1 Prony series parameters for chicken breast

$\sum \varepsilon^2$	پارامترهای به دست آمده				تعداد تکرار	حدس اولیه				نمونه
	$\tau_2(s)$	$\tau_1(s)$	$g_2$	$g_1$		$\tau_2(s)$	$\tau_1(s)$	$g_2$	$g_1$	
0.0595	5.726	0.714	0.2715	0.2134	32	0.5	0.5	0.1	0.1	سینه مرغ

جدول 2 پارامترهای اولیه و تخمین زده شده مدل مونی-ریولین برای سینه مرغ

Table 2 Initial and estimated parameters in the Mooney-Rivlin model for chicken breast

$\sum \varepsilon^2$	پارامترهای به دست آمده		تعداد تکرار	حدس اولیه		نمونه
	$C_{01}(Pa)$	$C_{10}(Pa)$		$C_{01}(Pa)$	$C_{10}(Pa)$	
0.0335	148.26	436.54	4	100	100	سینه مرغ

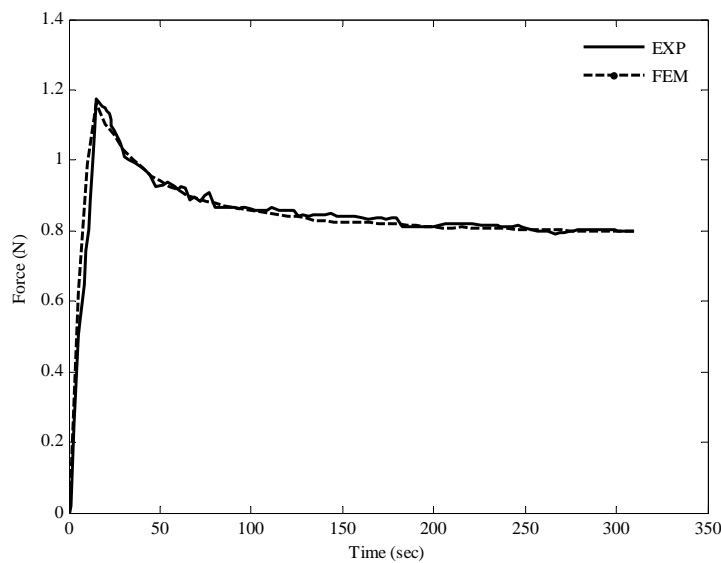


Fig. 5 Force response of the model prediction and the experiment for chicken breast

شکل 5 پاسخ نیرویی مدل پیش بینی شده و آزمایشگاهی برای سینه مرغ

با پارامترهای تخمینی و همچنین نمودار نیرو- زمان آزمایشگاهی برای بافت سینه مرغ نمایش می‌دهد.

**4-4- تخمین پارامترها برای هر دو لایه قرار گرفته بر روی یکدیگر**  
 پس از آن که پارامترهای هر دو بافت سینه مرغ و جگر گوسفند به طور جداگانه تعیین شد، در این بخش با استفاده از نتایج آزمون فروروندگی برای حالتی که دو لایه روی هم قرار گرفته است، سعی شده تا پارامترهای ویسکوالاستیک و هایپرالاستیک برای هر بافت به طور همزمان و فقط با یک آزمون فروروندگی تعیین شوند. پارامترهای ویسکوالاستیک محاسبه شده در جدول 5 و پارامترهای هایپرالاستیک حاصله در جدول 6 آورده شده است. "شکل 7" نمودار نیرو- زمان پیش‌بینی شده از شبیه‌سازی اجزاء محدود با پارامترهای تخمینی و همچنین نمودار نیرو- زمان آزمایشگاهی برای حالتی- که دو بافت روی هم قرار گرفته‌اند را نمایش می‌دهد. "شکل‌های 5، 6 و 7" بیانگر مطابقت خوب نتایج آزمایشگاهی و شبیه‌سازی المان محدود می‌باشد.

**3-4- تخمین پارامترها برای لایه دوم، جگر گوسفند**

مشابه روند به کار رفته در قسمت 2-4 پارامترهای ویسکوالاستیک و هایپرالاستیک برای لایه جگر گوسفند نیز تعیین گردید. پارامترهای ویسکوالاستیک بدست آمده در جدول 3 و پارامترهای هایپرالاستیک در جدول 4 آورده شده است.

"شکل 6" نمودار نیرو- زمان پیش‌بینی شده از شبیه‌سازی اجزاء محدود با پارامترهای تخمینی و همچنین نمودار نیرو- زمان آزمایشگاهی برای بافت جگر گوسفند نمایش می‌دهد.

**جدول 3** پارامترهای سری پرونی برای جگر گوسفند

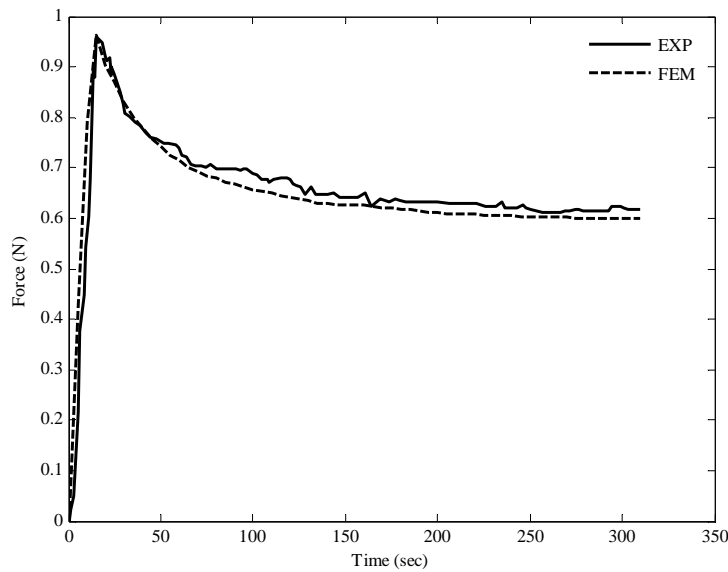
**Table 3** Prony series parameters for sheep liver

$\sum \varepsilon^2$	پارامترهای به دست آمده				تعداد تکرار	حدس اولیه				نمونه
	$\tau_2(s)$	$\tau_1(s)$	$g_2$	$g_1$		$\tau_2(s)$	$\tau_1(s)$	$g_2$	$g_1$	
0.0445	1.392	6.002	0.1521	0.7241	41	0.5	0.5	0.1	0.1	جگر گوسفند

**جدول 4** پارامترهای اولیه و تخمین زده شده مدل مونی- ریولین برای جگر گوسفند

**Table 4** Initial and estimated parameters in the Mooney-Rivlin model for sheep liver

$\sum \varepsilon^2$	پارامترهای به دست آمده		تعداد تکرار	حدس اولیه		نمونه
	$C_{01}(Pa)$	$C_{10}(Pa)$		$C_{01}(Pa)$	$C_{10}(Pa)$	
0.0231	630.49	349.58	3	100	100	جگر گوسفند



**Fig. 6** Force response of the model prediction and the experiment for sheep liver

**شکل 6** پاسخ نیرویی مدل پیش‌بینی شده و آزمایشگاهی برای جگر گوسفند

**جدول 5** پارامترهای سری پرونی برای سینه مرغ و جگر گوسفند

**Table 5** Prony series parameters for chicken breast and sheep liver

$\sum \varepsilon^2$	پارامترهای به دست آمده				تعداد تکرار	حدس اولیه				نمونه
	$\tau_2(s)$	$\tau_1(s)$	$g_2$	$g_1$		$\tau_2(s)$	$\tau_1(s)$	$g_2$	$g_1$	
0.0695	5.926	0.754	0.2815	0.2034	52	0.5	0.5	0.1	0.1	سینه مرغ
	1.526	6.253	0.1501	0.7353	65	0.5	0.5	0.1	0.1	جگر گوسفند

جدول 6 پارامترهای اولیه و تخمین زده شده مدل مونی - ریولین برای سینه مرغ و جگر گوسفند

Table 6 Initial and estimated parameters in the Mooney-Rivlin model for chicken breast and sheep liver

$\sum \varepsilon^2$	پارامترهای به دست آمده		تعداد تکرار	حدس اولیه		نمونه
	$C_{01}$ (Pa)	$C_{10}$ (Pa)		$C_{01}$ (Pa)	$C_{10}$ (Pa)	
0.0315	146.81	438.76	4	100	100	سینه مرغ
	632.41	352.65	5	200	200	جگر گوسفند

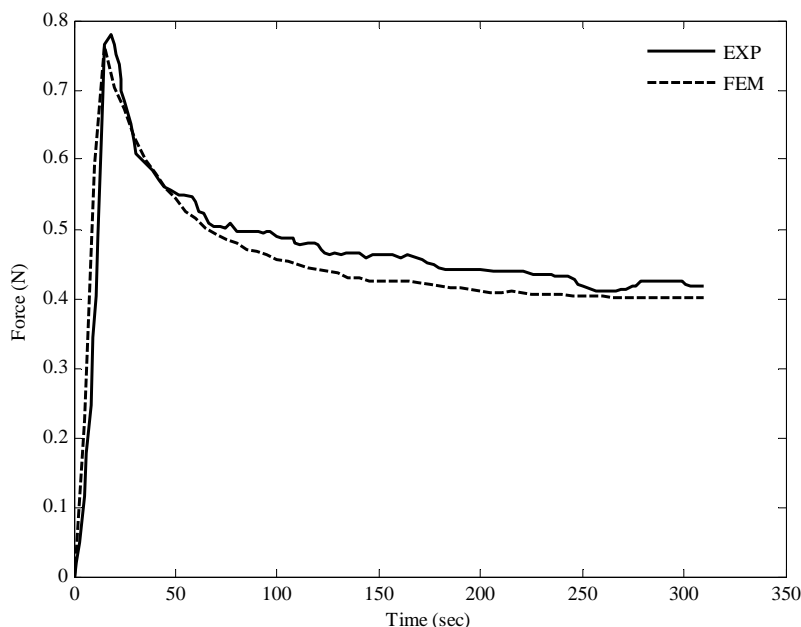


Fig. 7 Force response of the model prediction and the experiment for chicken breast and sheep liver

شکل 7 پاسخ نیرویی مدل پیش‌بینی شده و آزمایشگاهی برای سینه مرغ و جگر گوسفند

### 5- نتیجه گیری

تقریباً یکی هستند و نمودار نیرو- زمان شبیه‌سازی و آزمایشگاهی برای هر سه حالت بر هم منطبق شده‌اند، صحت و کارایی روش استفاده شده تأیید می‌گردد. برای این که روش مورد استفاده در مصارف پزشکی قابل استفاده باشد، باید در مطالعات آتی، لایه‌ها با ضخامت ناهمگون یا بررسی تأثیر وجود یک توده بین لایه‌ها مورد مطالعه قرار گیرد.

### 6- قدردانی

نویسندگان مقاله از صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور برای حمایت‌های مالی از این پروژه قدردانی می‌کنند.

### 7- فهرست علائم

مدول یانگ	$E$
پارامترهای مدل مونی - ریولین	$C_{01}$ و $C_{10}$
نامتغیرهای کرنش	$I_1$ و $I_2$
نیرو (N)	$F$
انرژی کرنشی	$W$
تابع رهاسازی کاهش یافته	$G$
تانسور دوم تنش پیولا-کیرشهف	$S$

### علائم یونانی

نسبت کشش	$\lambda$
ثابت زمانی (s)	$\tau$

برای مشخصه‌سازی خواص مواد، با توجه به این که در حالت واقعی یک عضو از چندین لایه بافت تشکیل شده است و برای ارزیابی خواص یک بافت رفتار دیگر بافت‌ها تأثیرگذار است، از این رو لازم است که با در نظر گرفتن اثرات لایه‌ها بر روی یکدیگر خواص آن‌ها به‌طور هم‌زمان تعیین گردد. در این مقاله، ابتدا خواص تک تک بافت‌ها که سینه مرغ و جگر گوسفند می‌باشد، به‌صورت جداگانه به‌دست آورده شده است. سپس برای تعیین خواص این دو بافت به صورت هم‌زمان و با یک آزمون فروروی، یک لایه جگر گوسفند و یک لایه سینه مرغ روی هم قرار داده شده است. پارامترهای ویسکوالاستیک برای حالت تک لایه هر دو بافت سینه مرغ و جگر گوسفند به ترتیب، با خطای حداقل مربعات 0.0595 و 0.0445 استخراج شده‌اند. همچنین پارامترهای هایپراستیک برای حالت تک لایه سینه مرغ و جگر گوسفند به ترتیب، با حداقل خطای مربعات 0.0335 و 0.0231، تعیین شده‌اند. از طرفی دیگر پارامترهای ویسکوالاستیک و هایپراستیک برای بافت سینه مرغ و جگر گوسفند برای حالتی که دو بافت روی هم قرار دارند، به‌ترتیب با درصد خطای حداقل مربعات 0.695 و 0.0315 به‌دست آمده‌اند. از مقایسه مقادیر حداقل خطای مربعات برای حالت تک لایه و دو لایه می‌توان پی برد که برای حالت دو لایه این مقدار افزایش یافته است و علت آن افزایش تعداد پارامترهایی است که باید از فرآیند بهینه‌سازی تعیین گردند. در نتیجه با افزایش تعداد لایه‌ها، حداقل خطای مربعات افزایش یافته است. از آن‌جا که پارامترهای خواص ماده به‌دست آمده برای حالت تک لایه بافت‌ها با حالتی که بر روی هم قرار دارند

compressive viscoelastic mechanical properties of human cervical issue using indentation, *Jurnal of the behavior of biomedical materials*, Vol. 34, pp. 18-26, 2014.

- [7] S. J. Lee, *Characterization of the Mechanical Properties of Soft Materials: Acute Rat Brain Tissue and Hydrogel*, PhD Thesis, University of California, California, 2011.
- [8] A. Y. L. Wong, G. Kawchuk, E. Parent, N. Prasad, Within- and between-day reliability of spinal stiffness measurements obtained using a computer controlled mechanical indenter in individuals with and without low back pain, *Manual Therapy*, Vol. 18, No. 5, pp. 395-402, 2013.
- [9] F. Richard, M. Villars, S. Thibaud, Viscoelastic modeling and quantitative experimental characterization of normal and osteoarthritic human articular cartilage using indentation, *Jurnal of the behavior of biomedical materials*, Vol. 24, pp. 41-52, 2013.
- [10] J. T. Livarinen, R. K. Korhonen, J. S. Jorvelin, Experimental and Numerical Analysis of Soft Tissue Stiffness Measurement Using Manual Indentation Geometry and Soft Tissue Thickness, *journal of Skin Research and Technology*, Vol. 20, No. 3, pp. 347-354, 2013.
- [11] Y. C. Fung, *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues*. New York: Springer-Verlag, 1993.
- [12] M. Kauer, V. Vuskovic, J. Dual, G. Szekely, M. Bajka, Inverse Finite Element Characterization of Soft Tissue, *Medical Image Analysis*, Vol. 6, No. 3, pp. 275-287, 2001.
- [13] P. Seshaiyer, J. D. Humphrey, A Sub-Domain Inverse Finite Element Characterization of Hyperelastic Membranes Including Soft Tissues, *Journal of Biomechanical Engineering*, Transaction of the ASME, Vol. 125, No. 3, pp. 363-371, 2003.

#### بالانویس ها

E الاستیک

P تعداد پارامترهای مواد

#### زیرنویس ها

i و j شمارنده

S شبیه سازی

#### 8- مراجع

- [1] Xuan, Yue, *Mechanical Characterization of Soft Materials Using Transparent Indenter Testing System and finite element simulation*, PhD Thesis, Southern Methodist University, 2011.
- [2] M. Farshad, M. Barbezat, P. Flueler, F. Shmidlin, P. Graber, and P. Niederer, Material Characterization of the Pig Kidney in Relation with the Biomechanical Analysis of Rental Trauma, *Journal of Biomechanics*, Vol. 32, No. 4, pp. 411-425, 1999.
- [3] P. J. Davis, F. J. Carter, D. G. Loxburgh, A. Cuschieri, Mathematical Model for Keyhole Surgery Simulations: spleen capsule as an elastic membrane, *Journal of Theoretical Medicine*, Vol. 1, No. 4, pp. 247-262, 1999.
- [4] K. Miller, Constitutive Modeling of Abdominal Organs, *Journal of Biomechanics*, Vol. 33, No. 3, pp. 367-373, 1999.
- [5] Y. R. Jeng, C. P. Mao, K. T. Wu, Instrumented Indentation Investigation on the Viscoelastic Properties of Porcine Cartilage, *Journal of Bionic Engineering*, Vol. 10, No. 4, pp. 522-531, 2013.
- [6] W. Yao, K. Yoshida, M. Fernandez, J. Vink, Measuring the