مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1395، دوره 16، شماره 10، ص‌ص 19-30

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کاربرد روش ترکیبی شبکه بولتزمن- اختلاف محدود- مرز شناور در بررسی گرمایش یک محفظه توسط استوانه متحرک

نرگس دهقانی وینچه[1]، شهرام طالبی[2*]

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
* یزد، صندوق پستی 8915818411، talebi_s@yazd.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 20 تیر 1395
پذیرش: 10 شهریور 1395
ارائه در سایت: 11 مهر 1395

کلید واژگان:
شبکه بولتزمن
روش مرز شناور
معادله انرژی
روش اختلاف محدود

چکیده

در این مطالعه، روش ترکیبی شبکه بولتزمن- اختلاف محدود- مرز شناور برای بررسی مسأله‌های همراه با انتقال حرارت، به کار برده شده است. برای این منظور معادله‌های بقای جرم و بقای مومنتم با استفاده از روش شبکه بولتزمن- مرز شناور حل شده‌اند و برای حل معادله‌ی بقای انرژی از روش اختلاف محدود استفاده شده است. اثر مرز شناور به صورت جمله‌ی نیرو و منبع انرژی خارجی در معادلات ظاهر شده و در پی آن جریان و انتقال حرارت حول استوانه دایره‌ای، و همچنین تاثیر چگونگی حرکت استوانه در گرمایش سیال داخل محفظه مورد مطالعه قرار گرفته است. به این منظور چهار نوع حرکت دایره‌ای رفت و برگشتی، دایره‌ای معمولی، نوسان قطری و نوسان افقی برای استوانه در نظر گرفته شده، و در همه‌ی موارد به بررسی تغییرات ضرایب نیرویی و عدد ناسلت پرداخته شده است. نشان داده شده است که حرکت دایره‌ای رفت و برگشتی تأثیر بیشتری در گرمایش سیال داخل محفظه دارد. در واقع این حرکت، زمان گرمایش سیال را در حدود 20 درصد نسبت به حرکت دایره‌ای معمولی و نوسان قطری، و در حدود 37 درصد نسبت به نوسان افقی کاهش می‌دهد. در تمام مسائل مورد بررسی کارآمدی روش ترکیبی به اثبات رسیده است.

The study of heating a cavity with moving cylinder using hybrid Lattice Boltzmann - Finite difference – Immersed Boundary method

Narges Dehghani Vyncheh, Shahram Talebi*

Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran
* P.O.B. 8915818411, Yazd, Iran, talebi_s@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 10 July 2016
Accepted 31 August 2016
Available Online 02 October 2016

Keywords:
Lattice Boltzmann
Immersed Boundary method
Energy equation
Finite difference method

ABSTRACT

In this study, the hybrid Lattice Boltzmann - Finite difference - Immersed Boundary method has been used for investigation of problems with heat transfer. For this purpose, mass and momentum conservation equations are solved by the Immersed Boundary- Lattice Boltzmann method and finite difference method has been used for solving energy conservation equation. The effect of Immersed Boundary has been shown as force and external energy source term in equations and therefore flow and heat transfer around circular cylinder and also the effect of how to move cylinder in heating of fluid inside the cavity has been studied. for this purpose four kinds of movements: circular reciprocating, normal circular, diagonal amplitude and horizontal amplitude have been considered for the cylinder and in all cases, the changes of force coefficients and Nusselt number have been discussed. It has been shown that the circular reciprocating movement has more effect on heating of fluid inside the cavity, which indeed reduces the time of fluid heating about 20 percent in comparison with normal circular and diagonal amplitude movement and approximately 37 percent in comparison with horizontal amplitude movement. In all of the studied problems, the efficiency of hybrid method has been proved.

1- مقدمه

روش مرز شناور (IBM[1]) برای شبیه‌سازی اندر کنش بین سیال و سازه به کار می‌رود. گسسته‌سازی مکانی معادلات مرز شناور بر اساس یک شبکه ثابت دکارتی برای متغیرهای اویلری و یک شبکه متحرک منحنی‌وار برای متغیرهای لاگرانژی قرار دارد. این دو نوع متغیر با استفاده از معادلات اندرکنش، که شامل یک تقریب خوب از تابع دلتای دیراک است، به یکدیگر مربوط می‌شوند. اولین بار روش مرز شناور برای مطالعه‌ی الگوی جریان در اطراف دریچه‌های قلب مطرح شده است. این روش، به عنوان یک روش جدید، از این جهت که هزینه و زمان لازم برای تولید شبکه را سهولت می‌بخشد، معرفی شده است. ویژگی بارز این روش این است که نیازی به نشاندن مرز محاسباتی به مرزهای فیزیکی نیست. این ویژگی برای هندسه‌های بسیار پیچیده جذاب است، چرا که از یک شبکه ساده دکارتی می‌توان استفاده کرد. از جمله کاربرد مسأله‌های مطرح شده می‌توان به

[1] Immerse Boundary Method

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
N. Dehghani Vyncheh, Sh. Talebi, The study of heating a cavity with moving cylinder using hybrid Lattice Boltzmann - Finite difference – Immersed Boundary method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 10, pp. 19-30, 2016 (in Persian)

گرمایش سیستم‌های بیولوژیکی، بررسی انتقال حرارت و جریان سیال در مبدل‌های حرارتی اشاره داشت. روش‌های عددی در شبیه‌سازی میدان جریان و دمای اطراف اجسام متحرک تقریبا به دو دسته‌ی روش‌های تطابق مرز و روش‌های عدم تطابق مرز دسته‌بندی می‌-شوند. روش مرز شناور ساده‌ترین روش عدم تطابق مرز است، که اولین بار توسط پسکین [1] برای شبیه‌سازی جریان خون در قلب پیشنهاد شده است. در این روش، مطابق شکل 1 میدان حل به وسیله‌ی مجموعه‌ای از نقاط اویلری و مرز جسم شناور با مجموعه‌ای از نقاط لاگرانژی مشخص می‌شود. اصل روش مرز شناور آن است که مرز فیزیکی به عنوان یک مرز قابل تغییر شکل با سختی بالا رفتار می‌کند. این روش، مرز دیوار داخل دامنه حل را شبیه‌سازی می‌کند، از آن‌جایی که در روش IBM، شبکه‌ها و مرزها بر هم منطبق نیستند این روش قادر به مدل‌سازی اثرات مرزی می‌شود، بدین شکل که وجود دیوار را به صورت یک نیروی خارجی در معادله‌ی مومنتم و یک منبع انرژی در معادله‌ی انرژی، در نظر می‌گیرد [2].

روش مرز شناور مانند روش شبکه بولتزمن ([1]LBM) از شبکه دکارتی استفاده می‌کند، همین تشابه، تلفیق این دو روش را آسان‌تر نموده است. ترکیب دو روش شبکه بولتزمن و روش مرز شناور اولین بار توسط فنگ و همکارش [3] برای شبیه‌سازی جریان تراکم‌ناپذیر ارائه شده است. پس از او نیو و همکارانش [4] و پنگ و همکارانش [5] روش مرز شناور- شبکه بولتزمن ([2]IB-LBM) را ارائه داده‌اند.

جونگ و همکاران [6] برای شبیه‌سازی جریان اطراف جسم همراه با انتقال حرارت، روش IB-LBM را به کار برده‌اند. کار آن‌ها با شبیه‌سازی جریان طبیعی در یک حفره‌ی مربعی با استوانه‌ی مربعی و دایره‌ای هم مرکز با حفره، تحت شرایط دمایی متفاوت و همچنین مدل دو تابع توزیع انجام پذیرفته است. لین و همکارانش [7] شبیه‌سازی جریان جابه‌جایی طبیعی را با هندسه پیچیده به وسیله روش شبکه بولتزمن حرارتی انجام داده‌اند. جریان‌های مورد بررسی آن‌ها جریان کوئت با تزریق دیوار، جریان گذرای حرارتی ناشی شده به وسیله چرخش ناگهانی یک حلقه گرم شده و انتقال حرارت جابه‌جایی درون یک حفره با یک سیلندر در داخل آن، بوده است. آن‌ها برای محاسبه سرعت و دما از روش LBM استفاده کرده‌اند که به نتایجی سازگار با نتایج قبلی دست پیدا نموده‌اند. لی و همکاران [8] روش حجم محدود- مرز شناور را جهت شبیه‌سازی جابه‌جایی طبیعی در یک حفره مربعی با یک سیلندر دایره‌ای که به صورت افقی و قطری در راستای خط مرکزی حفره تغییر مکان می‌دهد به کار برده‌اند. پارک و همکاران [9] نیز با استفاده از روش حجم محدود- مرز شناور، به مطالعه جابه‌جایی طبیعی در یک حفره‌ی مربعی که در آن دو سیلندر گرم به طور عمودی در حفره حرکت کرده‌اند، پرداخته‌اند. بررسی آن‌ها برای موقعیت‌های مختلف سیلندرها صورت

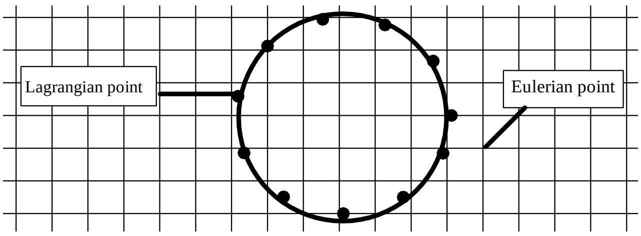


Fig. 1 The ways of lattice in Immersed-Boundary method

شکل 1 نحوه شبکه‌بندی در روش مرز شناور

[1] Lattice Boltzmann Method
[2] Immersed Boundary- Lattice Boltzmann Method

گرفته است و تأثیر محل سیلندرها را بر انتقال حرارت درون حفره بررسی کرده‌اند. بتایبی و همکاران [10] بررسی انتقال حرارت ترکیبی در یک حفره مستطیل شکل پر شده از هوا را مورد مطالعه قرار داده‌اند. آن‌ها روش شبکه بولتزمن با زمان آسودگی چندگانه ([3]MRT-LBM) را برای بدست آوردن سرعت به کار برده‌اند، در حالی که برای بدست آوردن دما از معادله‌ی انرژی، از روش اختلاف محدود استفاده کرده‌اند. آنها نتایج حاصل از شبیه‌سازی خود را به صورت خطوط جریان، خطوط هم‌دما و عدد ناسلت برای اعداد ریچاردسون ([4]Ri) و رینولدز ([5]Re) مختلف گزارش کرده‌اند. کانگ و همکاران [11] به منظور بررسی جریان‌های غیر هم‌دما، از مدل‌های دو تابع توزیع و شبکه بولتزمن – اختلاف محدود (گسسته سازی معادله انرژی به روش اختلاف محدود) بهره گرفته و به مقایسه این دو روش پرداخته‌اند. شبیه‌سازی‌های آن‌ها روی مسأله جابه‌جایی طبیعی در حفره مربعی، سقوط ذرات در کانال و جابه‌جایی طبیعی در یک حفره با یک استوانه خارج از مرکز آن، انجام شده است. آن‌ها به این نتیجه رسیده‌اند که استفاده از روش شبکه بولتزمن –اختلاف محدود نسبت به روش دو تابع توزیع از نظر عددی بازده و دقت بالاتر دارد و مدت زمان اجرا را در حدود 50 درصد کاهش می‌دهد. علیزاده و همکاران [12] حرکت و تغییر شکل یک غشاء الاستیک در یک کانال دو بعدی را با استفاده از ترکیب روش شبکه بولتزمن و روش مرز شناور شبیه‌سازی کرده‌اند. برای حل میدان جریان سیال از روش شبکه بولتزمن و برای شبیه‌سازی اندرکنش سیال و غشاء از روش مرز شناور استفاده نموده‌اند. صداقت و همکاران [13] با استفاده از روش مرز شناور شبکه بولتزمن به مدل‌سازی جریان سیال غیرنیوتونی با مدل توانی بر روی سطوح منحنی پرداخته‌اند.

در مطالعه‌ی حاضر جریان و انتقال حرارت بین محفظه مربعی سرد و جسم داخلی گرم با روش ترکیبی شبکه بولتزمن اختلاف محدود شبیه‌سازی شده است. از ویژگی‌های بارز این شبیه‌سازی، به کارگیری روش شبکه بولتزمن برای حل میدان جریان و استفاده از روش اختلاف محدود برای حل میدان دمایی در حضور مرز شناور است. تأثیر حرکت سیلندر داخلی بر روی جریان و چگونگی گرمایش سیال داخل حفره در ادامه مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که حل مسأله‌ی گرمایش محفظه همراه با جسم داخلی متحرک به صورت عددی انجام نشده است.

2- شبیه‌سازی

در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری، معادله‌های بقای جرم، بقای مومنتم و بقای انرژی مستقل از یکدیگر هستند. شکل بی‌بعد معادله‌های حاکم، طبق معادله‌های (1) تا (3) بیان گردیده است:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t^*}+U\frac{\partial \vec{V}}{\partial X}+V\frac{\partial \vec{V}}{\partial Y}=-\vec{\nabla}P^*+\frac{1}{Re}\nabla^2\vec{V} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*}+U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\frac{1}{RePr}\nabla^2\theta \tag{3}$$

که در آن متغیرهای بدون بعد طبق معادله‌های (4) و (5) و (6) بیان شده‌اند:

$$U=\frac{u}{u_{\mathrm{ref}}}\ ,\quad V=\frac{v}{u_{\mathrm{ref}}}\ ,\qquad X=\frac{x}{L_{\mathrm{ref}}}\ ,\qquad Y=\frac{y}{L_{\mathrm{ref}}} \tag{4}$$

[3] Multiple relaxation time Lattice Boltzmann Method
[4] Richardson
[5] Reynolds

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad , \quad t^* = \frac{t}{t_{\mathrm{ref}}}$$
$$t_{\mathrm{ref}} = \frac{L_{\mathrm{ref}}}{u_{\mathrm{ref}}} \quad , \quad P^* = \frac{\Delta P}{\rho_{\mathrm{ref}} u_{\mathrm{ref}}^2} \tag{5}$$
$$\mathrm{Re} = \frac{u_{\mathrm{ref}} D}{\vartheta} \quad , \quad \mathrm{Pr} = \frac{\vartheta}{\alpha} \tag{6}$$

که u_{ref} سرعت مشخصه و برابر سرعت دورانی، t_{ref} زمان مشخصه، L_{ref} طول مشخصه و برابر قطر دایره ، ρ_{ref} چگالی مشخصه، T_c و T_h به ترتیب دماهای حداقل و حداکثر هستند.

2-1- روش شبکه بولتزمن برای حل میدان جریان

روش شبکه بولتزمن یکی از روش‌های ذره‌ای برای تحلیل جریان سیال است. گام اول در استفاده از روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی، معرفی یک مدل شبکه‌ی مناسب است. بنابر این میدان جریان به تعدادی مسیر یا لینک تقسیم و سیال به عنوان تعدادی ذرات مجازی مدل می‌شود که این ذرات فقط می‌توانند بر روی این مسیرها حرکت کنند. یکی از شبکه‌های استاندارد برای مسائل دو بعدی، شبکه D_2Q_9 است (شکل 2). همان‌طور که در شکل 2 دیده می‌شود هر گره می‌تواند از هشت مسیر با گره‌های اطراف ارتباط برقرار کند و با احتساب محل خود ذره، 9 احتمال برای حرکت ذره پیش‌بینی می‌شود که با تابع توزیع f_α ($\alpha = 0,1,\ldots,8$) مشخص می‌گردد. برای تعیین سرعت ذراتی که بر روی لینک‌های مختلف حرکت می‌کنند می‌توان گفت که اگر $C = \delta x/\delta t$ باشد، بنابر این سرعت ذرات روی مسیرهای عمودی و افقی برابر C و روی مسیرهای قطری برابر $\sqrt{2}C$ است. توجه شود که $\delta t = 1$ گام زمانی شبکه[1]، $\delta x = 1$ گام مکانی شبکه[2] و C سرعت شبکه است [11].

اساس این روش بر مبنای معادله شبکه بولتزمن قرار دارد [11]:

$$f_\alpha(\vec{x} + \vec{e}_\alpha \delta t , t + \delta t) = f_\alpha(\vec{x}, t) + \frac{f_\alpha^{\mathrm{eq}}(\vec{x}, t) - f_\alpha(\vec{x}, t)}{\tau_f} \tag{7}$$

که زیرنویس α نشان‌دهنده جهت‌های گسسته شده (شکل 2)، f_α تابع توزیع ذرات، $\vec{e}_\alpha$ بردار سرعت گسسته ذرات، f_α^{eq} تابع توزیع تعادلی، τ_f زمان آسودگی و $\vec{x}$ بردار موقعیت گره است. بر این اساس توابع توزیع تعادلی و زمان آسودگی مطابق با معادله‌های (8) و (9) بدست می‌آیند.

$$f_\alpha^{\mathrm{eq}} = \rho\omega_\alpha \left[1 + 3\frac{\vec{e}_\alpha \cdot \vec{V}}{C^2} + 4.5\frac{\left(\vec{e}_\alpha \cdot \vec{V}\right)^2}{C^4} - 1.5\frac{\|\vec{V}\|^2}{C^2}\right] \tag{8}$$

$$\tau_f = 0.5 + 3\frac{\vartheta}{C^2 \delta t} \tag{9}$$

اندازه‌ی بردارهای $\vec{e}_\alpha$ و ضرایب وزنی ω_α برای این شبکه در [11] آمده است. حل معادله شبکه بولتزمن که در رابطه‌ی (7) نشان داده شده، طی دو مرحله برخورد و جاری شدن به ترتیب مطابق معادله‌های (10) و (11) انجام

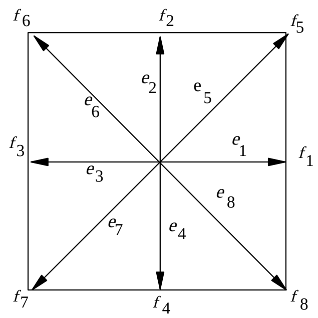


Fig. 2 View of a two dimensional model

شکل 2 نمایش یک مدل دو بعدی

[1] Lattice time
[2] Lattice length

می‌پذیرد.

$$\tilde{f}_\alpha(\vec{x}, t + \delta t) = f_\alpha(\vec{x}, t) - \frac{f_\alpha(\vec{x}, t) - f_\alpha^{\mathrm{eq}}(\vec{x}, t)}{\tau} \tag{10}$$

$$f_\alpha(\vec{x} + \vec{e}_\alpha \delta t, t + \delta t) = \tilde{f}_\alpha(\vec{x}, t + \delta t) \tag{11}$$

پس از به دست آوردن توابع توزیع، کمیت‌های اصلی جریان مطابق معادله (12) بدست آورده می‌شوند:

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^{8} f_\alpha \ , \ \rho\vec{V} = \sum_{\alpha=0}^{8} f_\alpha \vec{\mathrm{e}}_\alpha \ , P = \rho c_s^2 \ , \quad c_s = \frac{C}{\sqrt{3}} \tag{12}$$

2-2- روش اختلاف محدود برای حل معادله انرژی

روش ترکیبی به این صورت ارائه شده است که حل معادله‌های بقای جرم و مومنتم با استفاده از روش شبکه بولتزمن، و حل معادله‌ی انرژی با استفاده از روش اختلاف محدود صورت می‌گیرد. این روش ناپایداری مدل‌های چند سرعته و مشکل کم‌بازدهی عددی در مدل‌های دو تابع توزیع را ندارد [11,6]. در حقیقت مزیت روش اختلاف محدود نسبت به روش دو تابع توزیع این است که، استفاده از این روش منجر به کاهش حجم محاسبات مربوط می‌شود. مزیت دیگر این روش، توانایی آن در حل مسأله‌های با عدد پرانتل بالا (مایعات) است. در واقع به کارگیری روش اختلاف محدود در حل میدان دما، تأثیر افزایش عدد پرانتل بر روی عدد رینولدز و تعداد گره‌ها را برداشته است و بدون نیاز به ریزسازی شبکه، با تعداد گره کمتر می‌توان حل را انجام داد.

در این مطالعه از روش صریح برای گسسته‌سازی معادله انرژی استفاده شده است. روش‌هایی که برای گسسته‌سازی مورد استفاده قرار گرفته‌اند عبارتند از:

گسسته‌سازی زمانی: گسسته‌سازی جمله مشتق زمانی در معادله‌ی انرژی، از روش اختلاف محدود جلو رونده مرتبه اول طبق معادله (13) صورت گرفته است:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\theta^{n+1} - \theta^{n}}{\delta t} \tag{13}$$

که بالا نویس n و n+1 نشان دهنده‌ی قدم زمانی است.

گسسته‌سازی مکانی: گسسته‌سازی جملات مشتق مکانی در معادله‌ی انرژی، از روش اختلاف محدود مرکزی طبق روابط (14) و (15) صورت گرفته است:

$$\frac{\partial\theta}{\partial \mathrm{X}} = \frac{\theta(i+1, j) - \theta(i-1, j)}{2\delta\mathrm{X}} \tag{14}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial \mathrm{Y}} = \frac{\theta(i, j+1) - \theta(i, j-1)}{2\delta\mathrm{Y}} \tag{15}$$

با توجه به اینکه در معادله‌ی انرژی مشتقات مرتبه دوم دما وجود دارد، گسسته‌سازی این جمله‌ها طبق معادله‌های (16) و (17) صورت می‌گیرد:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial \mathrm{X}^2} = \frac{\theta(i+1, j) + \theta(i-1, j) - 2\theta(i, j)}{\delta\mathrm{X}^2} \tag{16}$$

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial \mathrm{Y}^2} = \frac{\theta(i, j+1) + \theta(i, j-1) - 2\theta(i, j)}{\delta\mathrm{Y}^2} \tag{17}$$

2-3- روش مرز شناور در چهار چوب روش شبکه بولتزمن

در روش مرز شناور برهم‌کنش بین مرز شناور و جریان سیال، به وسیله توزیع نیروی مرز در نقاط لاگرانژی روی جسم به نقاط اویلری سیال و درون‌یابی سرعت از نقاط اویلری به نقاط لاگرانژی توصیف می‌شود. معادله‌های بقایی پس از گسسته‌سازی و اعمال نیروی خارجی مجهول به معادله‌ی شبکه بولتزمن استاندارد، معادله شبکه بولتزمن اصلاح شده را نتیجه می‌دهند [11]:

$$f_\alpha(\vec{x}+\vec{e}_\alpha\delta t, t+\delta t) = f_\alpha(\vec{x},t) - \frac{f_\alpha(\vec{x},t) - f_\alpha^{\mathrm{eq}}(\vec{x},t)}{\tau_f} + (1-\frac{1}{2\tau_f})F_\alpha\delta t \qquad (18)$$

که F_α بیانگر نیروی ناشی از مرز است که بر روی نقاط اویلری قابل محاسبه است. برای محاسبه نیروی وارد به مرز جامد، می‌بایست مطابق روش پیش رو عمل کرد:

1- محاسبه نیروی F_α بر روی نقاط اویلری از معادله (19) [11]:

$$F_\alpha = \omega_\alpha\left(3\frac{\vec{e}_\alpha\cdot\vec{V}(\vec{x},t)}{c^2} + 9\frac{\vec{e}_\alpha\cdot\vec{V}(\vec{x},t)}{c^4}\vec{e}_\alpha\right)\cdot\vec{F}(x,t) \qquad (19)$$

در این رابطه $\vec{F}(x,t)$ نیرو در واحد جرم بوده که ناشی از وجود مرز است که با مشخص شدن مقدار آن و جایگذاری در رابطه (19) مقدار نیروی F_α بدست می‌آید. سپس این نیرو وارد معادله (18) شده و با حل معادله شبکه بولتزمن، سرعت سیال و چگالی از روابط (20) و (21) بدست می‌آیند.

$$P\vec{V} = \frac{C^2}{3}(\sum_{\alpha=0}^{8}\vec{e}_\alpha f_\alpha + \frac{1}{2}\vec{F}) \qquad (20)$$

$$P = \frac{C^2}{3}\sum_{\alpha=0}^{8} f_\alpha \qquad (21)$$

با مشخص شدن کمیت‌های فوق، با اعمال مرحله برخورد و جاری شدن بر روی معادله، حل شبکه بولتزمن صورت می‌گیرد، بدین ترتیب نیروی خارجی اعمال شده بر روی نقاط لاگرانژی بدست می‌آید [11]:

$$\vec{F}_B(\vec{X},t+\delta t) = 6\frac{P(\vec{X},t+\delta t)}{C^2}\times\frac{\vec{V}^d - \vec{V}^{\mathrm{nof}}(\vec{X},t+\delta t)}{\delta t} \qquad (22)$$

در رابطه (22)، F_B نیروی اعمال شده بر روی نقاط لاگرانژی، $\vec{V}^d$ سرعت معلوم جسم است که شرط عدم لغزش را ارضا می‌کند و $\vec{V}^{\mathrm{nof}}$ سرعتی است که از حل معادله‌ی شبکه بولتزمن در صورتی که هیچ نیروی خارجی وجود نداشته باشد (مرز شناوری در میدان حل وجود نداشته است) بدست می‌آید. [11]:

$$P(\vec{X},t+\delta t)\vec{V}^{\mathrm{nof}}(\vec{X},t+\delta t) = \frac{C^2}{3}\sum_{\alpha=0}^{8}\vec{e}_\alpha f_\alpha(\vec{X},t+\delta t) \qquad (23)$$

سرعت و کلیه کمیت‌های دیگر در نقاط لاگرانژی وقتی در یک سلول اویلری قرار گرفته باشد با میان‌یابی کمیت‌های نقاط اویلری بدست می‌آیند. در این مقاله از میان‌یابی مرتبه دوم استفاده شده است. از آن جایی که روش شبکه بولتزمن بر روی نقاط اویلری اعمال می‌شود بنابر این، باید نیروی به دست آمده از معادله (22) را بر روی نقاط اویلری انتقال داد.

2- تبدیل نیرو از دستگاه لاگرانژی به دستگاه اویلری با استفاده از تابع پسکین [11]:

$$\vec{F}_{eu}(\vec{x},t) = \sum_j \vec{F}_B(\vec{X}(s,t),t)D_j(\vec{x}-\vec{X}(s,t))\Delta sh \qquad (24)$$

Δs طول المان در نظر گرفته شده بر روی مرز، h فاصله گره‌های اویلری، $\vec{X}$ مختصات نقاط بر روی مرز لاگرانژی و $\vec{x}$ مختصات نقاط در دستگاه اویلری تعریف می‌شود، همچنین در رابطه (24)، D_j که به تابع پسکین معروف است، طبق معادله‌ی (25-a) تعریف شده است [11]:

$$D_j(\vec{x}-\vec{X}) = \delta(x-X)\delta(y-Y) \qquad (25\text{-a})$$

$$\delta(r) = \begin{cases}\frac{1}{4h}(1+\cos\frac{\pi r}{2}) & |r|\le 2\\ 0 & |r|>2\end{cases} \qquad (25\text{-b})$$

نیرویی که از معادله (24) بدست آمده، در حقیقت همان نیروی $\vec{F}(x,t)$ است که در معادله (19) نشان داده شد.

3- با بدست آمدن نیرو در دستگاه اویلری (F_α) و اعمال این نیرو در معادله (18)، حل معادله کلی بر اساس مرحله‌های مطرح شده در بخش قبل صورت می‌گیرد.

4- انتقال سرعت از دستگاه اویلری به دستگاه لاگرانژی با استفاده از میان‌یابی

5- برگشت به گام اول و شروع گام زمانی

2-4- پیاده سازی روش مرز شناور در معادله انرژی

معادله‌ی انرژی ساده شده (بدون لزجت گرمایی) به صورت معادله (26) قابل تعریف است:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + \nabla\cdot(\vec{V}\theta) = \alpha\nabla^2\theta + q \qquad (26)$$

که q منبع انرژی (اثر مرز شناور) است. با توجه به محدوده‌ی دمایی در نظر گرفته شده، تغییرات خواص سیال (آب) بسیار ناچیز است به همین دلیل تغییرات دمای سیال در محدوده بررسی شده، باعث تغییر در خواص سیال و وابستگی آنها به دما نمی‌شود [14]. معادله (26) به طور صریح به روش اختلاف محدود بر اساس معادلات (13) تا (17) جداسازی شده است، بدین ترتیب معادله انرژی اختلاف محدود به شکل رابطه (27) ساده می‌شود:

$$\theta_{i,j}^{n+1} = \theta_{i,j}^{n} + (rhs^n + q_{i,j}^n)\delta t \qquad (27)$$

که در آن:

$$rhs^n = \alpha\left(\frac{\theta_{i+1,j}^n - 2\theta_{i,j}^n + \theta_{i-1,j}^n}{\delta X^2} + \frac{\theta_{i,j+1}^n - 2\theta_{i,j}^n + \theta_{i,j-1}^n}{\delta Y^2}\right) - (u_{i,j}^n\frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2\delta X} + V_{i,j}^n\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2\delta Y}) \qquad (28)$$

حال روش مرز شناور به راحتی به معادله (27) اعمال می‌شود. بدین ترتیب مقدار منبع انرژی خارجی برای ارضای شرایط مرزی روی مرز شناور، طبق معادله (29) محاسبه می‌گردد [11]:

$$q_B = \frac{\theta^d - \theta_l^{\mathrm{noe}}}{\delta t} \qquad (29)$$

که در آن θ^d دمای مورد نظر بر روی مرز شناور، δt گام زمانی و θ_l^{noe} دمای بدون منبع نقاط لاگرانژی است که با میان‌یابی از نقاط اویلری اطراف خود حاصل می‌شود. در واقع اگر که هیچ منبع انرژی خارجی وجود نداشته باشد، دمای نقاط اویلری بدون وجود منبع انرژی خارجی مطابق رابطه (30) به دست می‌آید:

$$\theta_{i,j}^{\mathrm{noe}} = \theta_{i,j}^n + (rhs^n)\delta t \qquad (30)$$

گام بعدی انتقال منبع گرمایی بدست آمده از نقاط لاگرانژی به نقاط اویلری توسط تابع پسکین، طبق رابطه (31) است:

$$q_{\mathrm{eu}}(\vec{x},t) = \sum_j q_B(\vec{X}(s,t),t)D_j(\vec{x}-\vec{X}(s,t))\Delta sh \qquad (31)$$

با بدست آمدن مقدار منبع انرژی بر روی نقاط اویلری، توزیع دما بر روی این نقاط در حضور منبع انرژی مطابق با رابطه (32) محاسبه می‌گردد:

$$\theta_{i,j}^{\mathrm{new}} = \theta_{i,j}^{\mathrm{noe}} + q_{\mathrm{eu}}\delta t \qquad (32)$$

بدین ترتیب توزیع دما در زمان جدید به دست می‌آید.

3- نتایج

1-3- اعتبار سنجی

مسأله‌ای که در این بخش مورد حل و بررسی قرار داده شده است، نوسان استوانه‌ای افقی در یک سیال ساکن است. هندسه‌ی مسأله یک محیط باز است. شرایط روی مرزهای دامنه‌ی حل از نوع جابجایی هستند. شرط اولیه، سیال ساکن است و تعداد 150 نقطه لاگرانژی روی استوانه قرار دارد. شکل 3

هندسه مسأله را نشان می‌دهد که مرکز دامنه‌ی حل، به عنوان مرکز مختصات در نظر گرفته شده است.

فواصل بین گره‌ها $0.025D$ انتخاب شده است، یعنی در قطر استوانه 40 گره قرار دارد. اعداد رینولدز و کئولگان-کارپنتر[1] به‌ترتیب برابر با Re=100 و KC = 5 هستند. عدد کئولگان-کارپنتر به صورت $KC = u_{\text{ref}}T_t/D$ تعریف می‌شود که در آن u_{ref} سرعت نوسان، D قطر استوانه و T_t دوره تناوب است. استوانه با معادله $X_c(t^*) = -A\sin(2\pi t^*/KC)$ در $Y_c = 0$ به نوسان در می‌آید که $A = KC/2\pi$ دامنه‌ی نوسان استوانه در حالت بدون بعد است. X_c و Y_c مختصات مرکز استوانه هستند.

با مقایسه‌ی نتایج حاصل‌شده در این پژوهش و نتایج کارتجربی داچ و همکاران [15] برای مؤلفه‌های سرعت در $X_c = 0$ وقتی که استوانه به سمت راست می‌رود، نمودارهای شکل 4 به دست آمده است. همان‌طور که در شکل 4 نشان داده شده است، نمودار U_x از Y های مثبت و منفی در دوردست با مقدار صفر آغاز شده است و تا سطح استوانه به سرعت حرکت استوانه می‌رسد. در مقادیر منفی X، سرعت منفی U_x به این دلیل است که استوانه در نیم دوره‌ی قبلی نوسان خود به سمت چپ حرکت کرده و سرعت کنونی استوانه که در جهت راست است به سیال در لایه‌های بالایی و پایینی منتقل نشده است و این سیال همچنان با سرعت قبلی خود در حرکت است. به عبارت دیگر سرعت سیال در نیم دوره قبل همچنان در حافظه سیال باقی مانده است. اما در ادامه حرکت استوانه در X های مثبت لایه‌های بالایی، سرعتی هم جهت با استوانه دارند. تغییرات U_y ها نیز تحت تأثیر شکل استوانه است. در واقع استوانه در حرکت خود به سمت راست سیال جلویی را به بالا و پایین می‌راند و سیال پشت استوانه نیز تحت تأثیر جدایی جریان پشت استوانه قرار دارد.

شکل 5 تغییرات زمانی ضریب نیرو (C_F) در یک دوره حرکت را، در مقایسه با نتایج تجربی داچ و همکاران [15] نشان می‌دهد. نتایج به‌دست آمده از روش شبیه‌سازی LBM تطابق بسیار خوبی با داده‌های تجربی دارد.

به منظور اعتبارسنجی بخش حرارتی می‌توان به کار نبوی‌زاده و همکاران [16] اشاره داشت. آنها نتایج حاصل از کار خود را با دیگران مقایسه نموده که به نتایجی سازگار با دیگر روش‌های عددی دست یافته‌اند. بنابر این صحت روش ذکر شده به تأیید رسیده‌است.

2-3- مسأله‌های مورد بررسی

در تمام مسائل مطرح شده عدد رینولدز مقدار ثابت Re = 16، $R = 1.5D$ که نشان دهنده دامنه نوسان استوانه است، عدد پرانتل Pr = 4، KC = 5 و

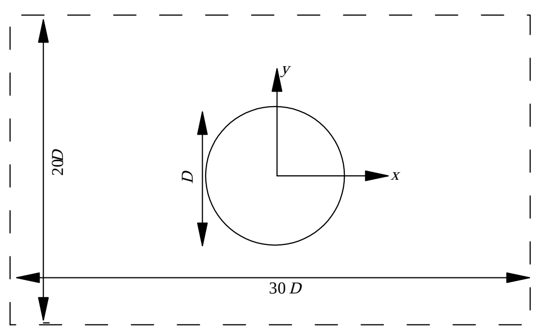
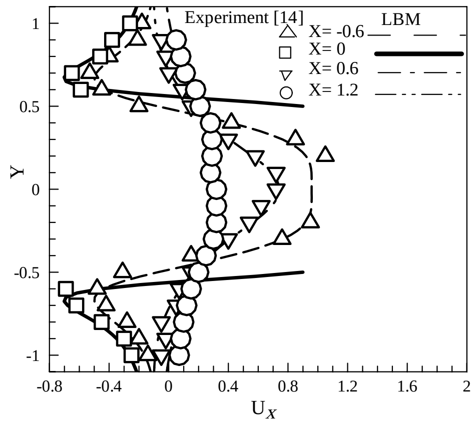
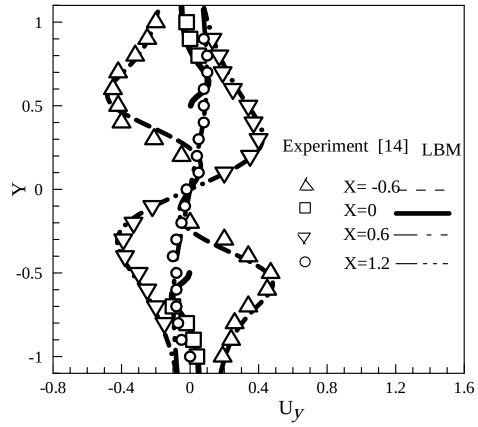


Fig. 3 Schematic of geometry

شکل 3 هندسه مورد بررسی



(a)



(b)

Fig. 4 Comparison of velocity components with experimental results in X = 0 when cylinder moves to the right

شکل 4 مقایسه مؤلفه‌های سرعت با نتایج تجربی در X = 0 زمانی که استوانه به سمت راست حرکت می‌کند.

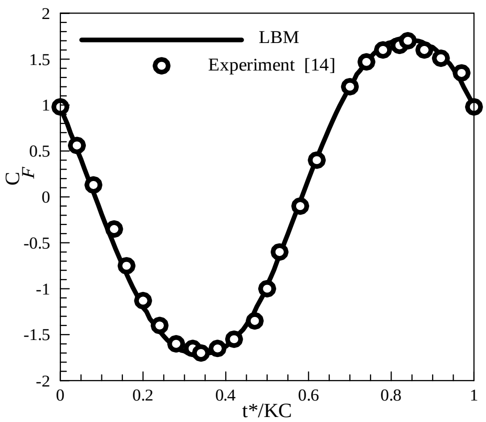


Fig. 5 Time dependent changes of force in a period of movement

شکل 5 تغییرات زمانی نیرو در یک دوره حرکت

A = 1.5 (دامنه نوسان در حالت بدون بعد) در نظر گرفته شده است. تمام ابعاد نسبت به قطر استوانه، سرعت‌ها نسبت به سرعت نوسان و دما به صورت معادله (5) بی‌بعد شده است، که در آن T_c و T_h به ترتیب دمای اولیه سیال و دمای سطح استوانه است. با بررسی عدم وابستگی نتایج به تعداد گره‌ها برای تمام مسائل مورد بررسی، در این مقاله تعداد گره‌ها 241×241 انتخاب

[1] Keulegan-Carpenter Number

شده است. همچنین با بررسی تأثیر تعداد نقاط لاگرانژی (نقاط واقع بر محیط استوانه) بر روی نتایج و در نتیجه عدم وابستگی نتایج به تعداد نقاط، تعداد نقاط لاگرانژی 90 انتخاب گردیده که نتایج آن در ادامه گزارش شده‌است.

از مهم‌ترین عوامل بررسی دقت نتایج حاصل شده در این پژوهش ، در تحلیل جریان حول استوانه ضرایب نیرویی و در مسائل انتقال حرارتی، عدد ناسلت هستند که طبق معادله‌های (33) تا (35) تعریف شده‌اند.

$$\mathrm{C_x} = \frac{\bar{F}_x}{0.5\rho u_{ref}^2 D} \tag{33}$$

$$\mathrm{C_y} = \frac{\bar{F}_y}{0.5\rho u_{ref}^2 D} \tag{34}$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{Q}{k(T_h - T_c)} \tag{35}$$

3-2-1- نوسان افقی استوانه در داخل یک محفظه مربعی

در این مسأله به بررسی نوسان افقی استوانه درون سیال ساکن با دمای اولیه صفر، داخل یک محفظه‌ی مربعی پرداخته شده است. هندسه‌ی مسأله مورد بررسی در شکل 6 نشان داده شده است. شرایط مرزی در تمام مرزهای محفظه به صورت دیوار ساکن و عایق در نظر گرفته شده است. مختصات مرکز استوانه مطابق با معادله‌ی (36) است.

$$\mathrm{X}_c(\mathrm{t}^*) = 3 + \mathrm{A}\sin(\frac{2\pi}{\mathrm{KC}}\mathrm{t}^*) \tag{36}$$

به منظور بررسی عدم وابستگی نتایج به تعداد گره‌ها که در بخش 3-2 مطرح شد، در این مسأله مقدار دمای بدون بعد متوسط $(\bar{\theta})$ در $\mathrm{t}^* = 900$ مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به جدول 1 دیده می‌شود که دمای بدون بعد متوسط در شبکه‌ی 300×300 و 241×241 تغییرات محسوسی نداشته، به همین دلیل اندازه شبکه 241×241 برای ادامه‌ی حل و همچنین حل بقیه‌ی مسأله‌ها انتخاب شده‌است.

در شکل 7 تغییرات ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو (C_x) نسبت به مکان مرکز استوانه، و تغییرات ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو و مختصات مرکز استوانه نسبت به زمان نشان داده شده‌اند. با توجه به هر دو شکل دیده می‌شود که در یک دور نوسان استوانه ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو هنگام بازگشت استوانه از بیشترین و کمترین X_c در بازه حرکت خود به سمت مرکز، به بیشینه مقدار می‌رسد. کمترین مقدار ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو کمی بعد از عبور استوانه از مرکز رخ داده است. دلیل اختلاف زمانی میان نمودار ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو و تغییر مکان به دلیل این است که هنگامی که استوانه به سمت راست می‌رود سیال موجود در سمت راست و جلوی استوانه هنوز سرعت دریافت شده از استوانه در دوره تناوب قبلی آن را دارا است. لذا سرعت سیال در یک X_c مشخص به هنگام گذر استوانه در یک رفت و برگشت متفاوت است.

جدول 1 بررسی استقلال شبکه

Table 1 Study of grid independent

تعداد گره	$\bar{\theta}$
100×100	0.835
150×150	0.874
241×241	0.943
300×300	0.944

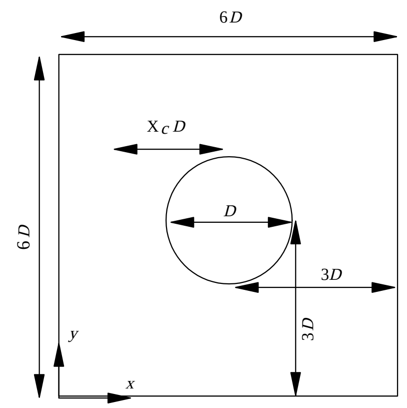


Fig. 6 Schematic of geometry

شکل 6 هندسه مسأله مورد بررسی

در شکل 8 تغییرات عدد ناسلت نسبت به مکان مرکز استوانه، و تغییرات عدد ناسلت و مکان استوانه نسبت به زمان نشان داده شده است. با توجه به شکل دیده می‌شود که عدد ناسلت در هر دور حرکت استوانه دو مرتبه به مقدار بیشینه و دو مرتبه به مقدار کمینه می‌رسد، بنابر این عدد ناسلت تقریبا با دوره تناوبی برابر با نصف دوره تناوب حرکت مرکز استوانه نوسان می‌کند. به این ترتیب عدد Nu هنگام بازگشت استوانه از بیشترین و کمترین مکان در بازه حرکت خود، به سمت مرکز به مقدار حداقل، و در قبل از رسیدن به ابتدا و انتهای بازه، به بیشینه مقدار خود می‌رسد. سیال جلوی استوانه قبل از رسیدن استوانه به آن و دریافت گرما از سطح استوانه، دمایی را که از استوانه در دوره تناوب قبلی دریافت کرده است، از دست داده و دمای کنونی آن کمتر از سطح استوانه است. بنابر این سیال در یک مقطع از جریان، در یک رفت و برگشت استوانه از آن مقطع، دو دمای متفاوت را احساس می‌کند. به این ترتیب اختلاف دمای به وجود آمده در سیال در یک X مشخص، اختلاف بین نمودار مکان نوسان و عدد ناسلت را توجیه می‌کند. این تفاوت به دلیل اختلاف در زمان تماس کنونی و آخرین تماس و همچنین زمان تماس کنونی و تماس بعدی سیال با استوانه در هر بار عبور استوانه از آن مقطع است.

شکل 9 توزیع خطوط جریان را در یک رفت و برگشت و به عبارتی در یک نیم دور نوسان استوانه، نشان می‌دهد. دیده می‌شود که با حرکت استوانه از مرکز به سمت راست دو گردابه پادساعتگرد و ساعتگرد به ترتیب در بالا و پایین تشکیل می‌شود. با رسیدن استوانه به انتهای بازه‌ی حرکت خود گردابه‌هایی فرعی در گوشه‌ها و همچنین ناحیه جدایی جریان در پشت استوانه شکل می‌گیرد. در بازگشت به سمت مرکز با توجه به حرکت استوانه به سمت چپ علاوه بر دو گردابه‌ی قبلی دو گردابه‌ی جدید که در خلاف جهت گردابه‌های اولیه هستند شکل می‌گیرد، که سرعت نسبی بین دو گردابه عاملی برای اختلاط بیشتر سیال است.

این گردابه‌ها به تدریج با حرکت استوانه رشد کرده تا اینکه در مرکز، باز دو گردابه در بالا و پایین ولی این بار به ترتیب ساعتگرد و پاد ساعتگرد ایجاد می‌شود. عامل ایجاد گردابه‌ها در هر مقطع به پدیده‌ی جدایی جریان در آن ناحیه‌ها مربوط می‌شود.

3-2-2- حرکت دایره‌ای استوانه در یک محفظه مربعی

در این مسأله، به بررسی حرکت دایره‌ای استوانه، درون سیال ساکن با دمای اولیه صفر، داخل یک محفظه‌ی مربعی پرداخته شده است. چرخش استوانه به صورت پاد ساعتگرد است. هندسه‌ی مسأله مورد بررسی در شکل 10 نشان داده شده است. شرایط مرزی در تمام مرزهای محفظه به صورت دیوار ساکن و عایق در نظر گرفته شده است. در این حالت استوانه دائما به صورت پادساعتگرد چرخش می‌کند. مختصات مرکز استوانه مطابق با معادله‌های (37-a) و (37-b) است.

$$\mathrm{X}_c(\mathrm{t}^*) = 3 + \mathrm{A}\cos(\frac{2\pi}{\mathrm{KC}}\mathrm{t}^*) \tag{37-a}$$

$$Y_c(t^*) = 3 + A\sin(\frac{2\pi}{KC}t^*) \quad (37\text{-b})$$

در شکل a- 11 و b- 11 به ترتیب تغییرات ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو بر حسب مکان و تغییرات ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو و مکان مرکز استوانه بر حسب زمان نشان داده شده است، استوانه از موقعیت $X_c = 4.5$ و $Y_c = 3$ شروع به چرخش نموده است.

همان‌طور که در شکل دیده می‌شود بیشینه مقدار ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو کمی بعد از عبور استوانه از یک چهارم و سه چهارم مسیر چرخش خود رخ داده است، به این دلیل که در این دو موقعیت استوانه تقریبا به صورت افقی حرکت نموده و مؤلفه‌ی افقی نیروی وارد بر استوانه بیشتر بوده است، از سوی دیگر مقدار ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو، وقتی که استوانه در نیمه‌ی حرکت خود قرار گرفته و همچنین وقتی که یک دور کامل زده است (زاویه-های 180 و 360) تقریبا صفر شده است.

در شکل a- 12 و b- 12 به ترتیب تغییرات ضریب مؤلفه‌ی عمودی نیرو (C_y) بر حسب مکان و تغییرات ضریب مؤلفه‌ی عمودی نیرو و مکان مرکز استوانه بر حسب زمان نشان داده شده است، در شکل b- 12 دیده می‌شود که ضریب مؤلفه‌ی عمودی نیرو در موقعیت $X_c = 4.5$ و $Y_c = 3$ دقیقا عکس مؤلفه‌ی افقی عمل کرده و مقدار صفر را نشان داده است، بیشینه مقدار ضریب مؤلفه‌ی عمودی نیرو زمانی رخ داده که استوانه تقریبا به صورت

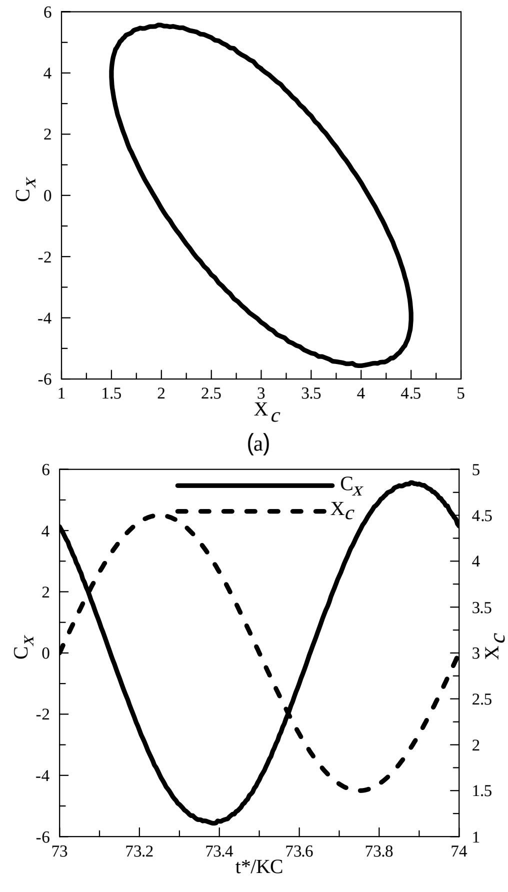


Fig. 7 a) Changes of coefficient of *x* component of force vs X_c b) Changes of coefficient of *x* component of force and position of center of cylinder vs time

شکل 7 الف) تغییرات ضریب مؤلفه *x* نیرو نسبت به X_c؛ ب) تغییرات ضریب مؤلفه *x* نیرو و مکان مرکز استوانه نسبت به زمان

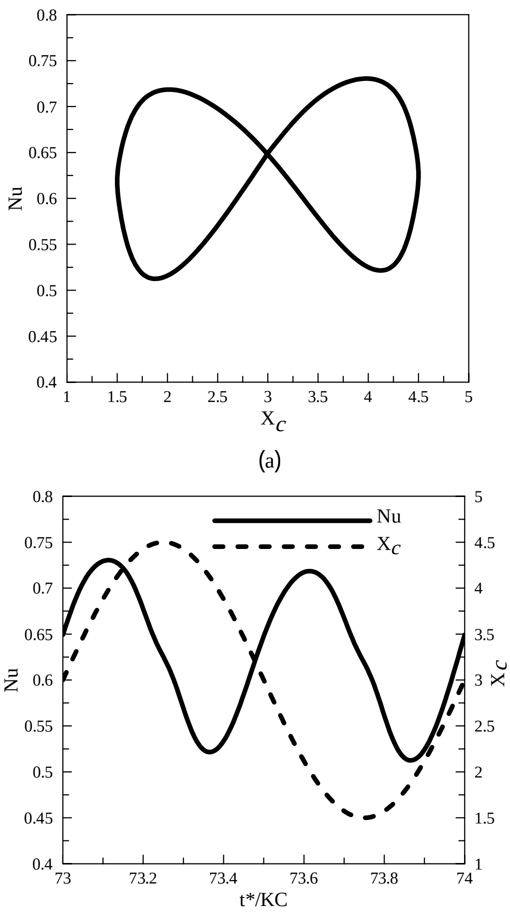


Fig. 8 a) Changes of Nusselt number vs X_c b) Changes of Nusselt number and the position of center of cylinder vs time

شکل 8 الف) تغییرات عدد ناسلت نسبت به X_c؛ ب) تغییرات عدد ناسلت و مکان مرکز استوانه نسبت به زمان

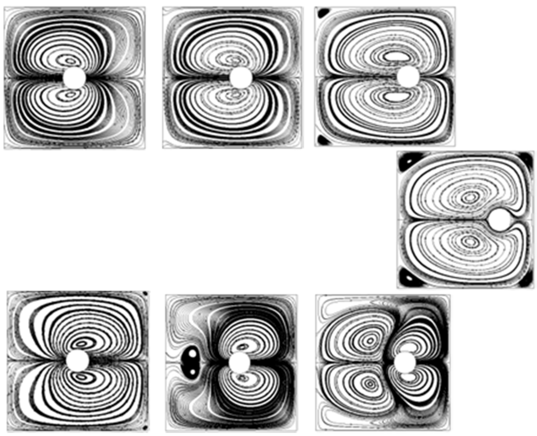


Fig. 9 Distribution of streamlines

شکل 9 توزیع خطوط جریان

عمودی در حرکت بوده است، صحت این موضوع در زوایای 180 و 360 درجه در شکل 12 تأیید شده است.

شکل 13 تغییرات عدد ناسلت را بر حسب مکان مرکز استوانه در دو دور متفاوت نشان می‌دهد، با چرخش استوانه در سیال، گرما از استوانه به سیال انتقال می‌یابد و بدین ترتیب دمای متوسط سیال در هر دور چرخش استوانه افزایش پیدا می‌کند، به این ترتیب میزان انتقال حرارت بین استوانه و سیال

کاهش پیدا می‌کند و به دنبال آن با گذشت زمان و افزایش تعداد چرخش‌های استوانه نیز عدد ناسلت با کاهش روبرو می‌شود، همان‌طور که در شکل دیده می‌شود محدوده تغییرات عدد ناسلت در دور 74 نسبت به دور 70 کمتر است، دلیل آن هم مربوط به افزایش دمای متوسط سیال درون محفظه است، توجه شود که در تعریف عدد ناسلت، اختلاف دمای سطح استوانه و دمای اولیه‌ی سیال به کار رفته است.

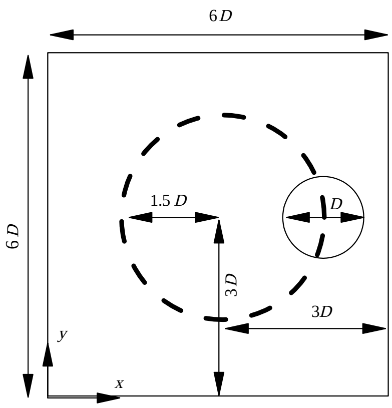
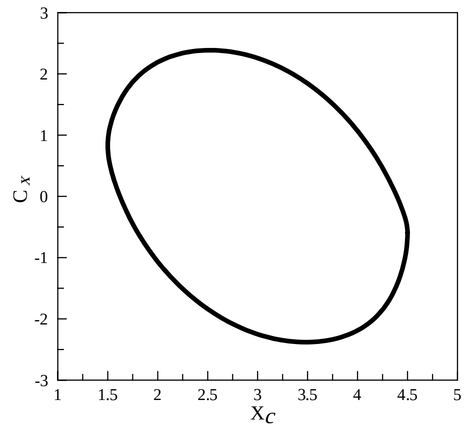
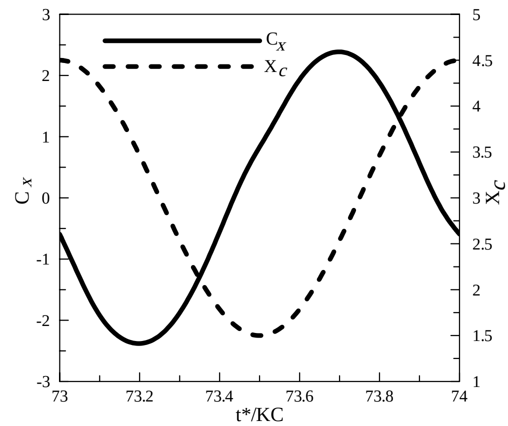


Fig. 10 Schematic of geometry

شکل 10 هندسه مسأله مورد بررسی



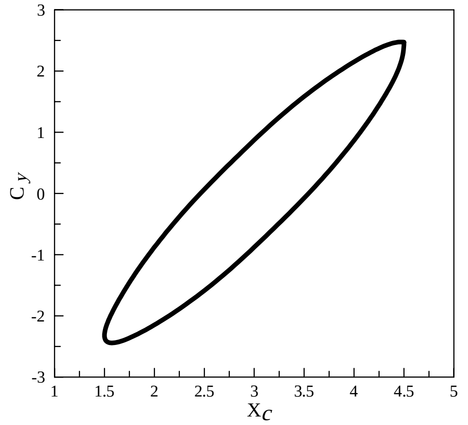
(a)



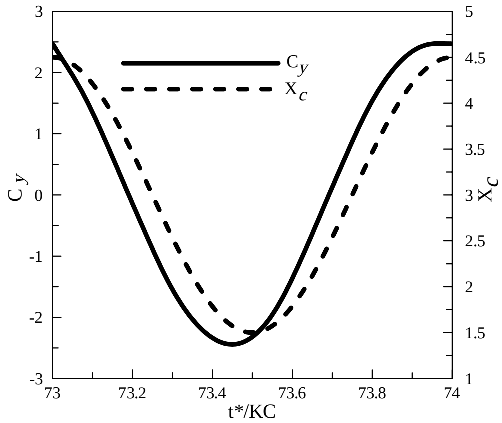
(b)

Fig. 11 a) Changes of coefficient of x component of force vs X_c b) Changes of coefficient of x component of force and position of center of cylinder vs time

شکل 11 الف) تغییرات ضریب مؤلفه x نیرو نسبت به X_c؛ ب) تغییرات ضریب مؤلفه x نیرو و مکان مرکز استوانه نسبت به زمان



(a)



(b)

Fig. 12 a) Changes of coefficient of y component of force vs X_c b) Changes of coefficient of y component of force and position of center of cylinder vs time

شکل 12 الف) تغییرات ضریب مؤلفه y نیرو نسبت به X_c؛ ب) تغییرات ضریب مؤلفه y نیرو و مکان مرکز استوانه نسبت به زمان

وقتی استوانه از سمت راست شروع به حرکت به سمت چپ می‌کند، و وقتی دوباره به انتهای سمت راست برمی‌گردد عددهای ناسلت یکسانی ندارد، زیرا با توجه به حرکت استوانه‌ی گرم در سیال سرد به تدریج دمای سیال داخل محفظه افزایش پیدا می‌کند و به دنبال آن نیز مقدار دمای متوسط سیال رو به افزایش است، بنابر این مقدار عدد ناسلت زمانی که استوانه یک دور کامل

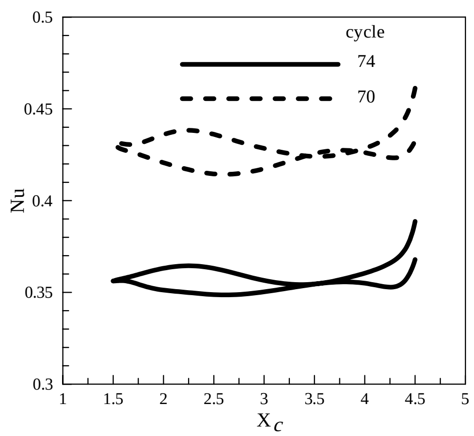


Fig. 13 Changes of Nusselt number vs X_c

شکل 13 تغییرات عدد ناسلت نسبت به X_c در دو دوره متفاوت

در داخل محفظه می‌زند در شروع و پایان حرکت یکسان نیست و به تدریج کاهش پیدا می‌کند. در این مسأله نوسان استوانه تا جایی ادامه داشته که دمای متوسط سیال در محفظه به مقدار بدون بعد یک رسیده است.

شکل 14 توزیع خطوط جریان برای یک دور چرخش استوانه در داخل محفظه نشان داده است. همان‌طور که دیده می‌شود در همه موقعیت‌ها یک گردابه‌ی پادساعتگرد اصلی در محفظه تشکیل شده است، که مرکز گردابه به سمت مکان قرارگیری استوانه متمایل است. گردابه‌ی اصلی با توجه به ماهیت حرکت استوانه در داخل سیال و گردابه‌های فرعی به دلیل پدیده‌ی جدایی جریان در گوشه‌ها شکل گرفته‌اند.

3-2-3- حرکت قطری استوانه در یک محفظه مربعی

در این مسأله، به بررسی حرکت قطری استوانه، درون سیال ساکن با دمای اولیه صفر، داخل یک محفظه‌ی مربعی پرداخته شده است. شرایط مرزی در تمام مرزهای محفظه به صورت دیوار ساکن و عایق در نظر گرفته شده است. هندسه‌ی مسأله مورد بررسی در شکل 15 نشان داده شده است. استوانه

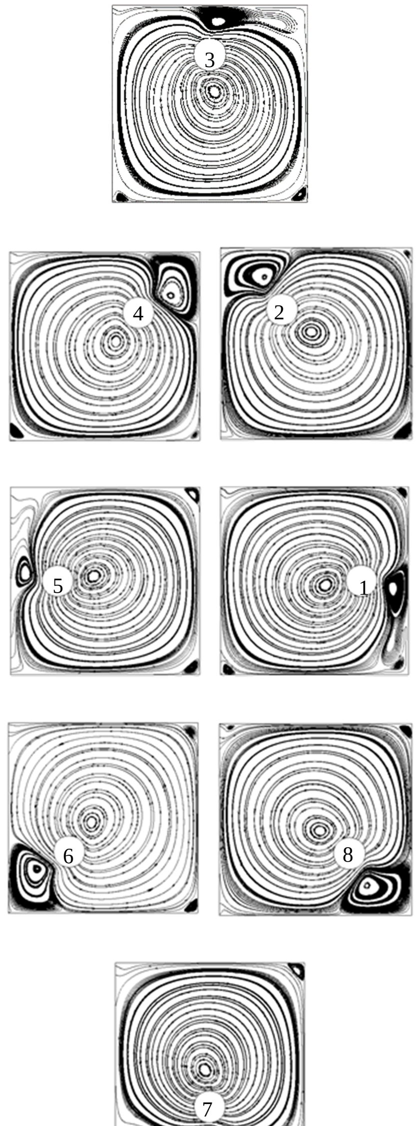


Fig. 14 Distribution of streamlines

شکل 14 توزیع خطوط جریان

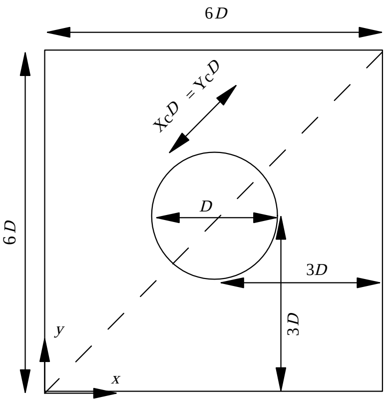


Fig. 15 Schematic of geometry

شکل 15 هندسه مورد بررسی

مطابق با معادله حرکت (38) به حرکت در آمده است.

$$Y_c(t^*) = X_c(t^*) = 3 + A\sin\left(\frac{2\pi}{KC}t^*\right) \quad (38)$$

در شکل 16 تغییرات ضرایب نیرو نسبت به مکان مرکز استوانه، و تغییرات ضرایب نیرو و مکان مرکز استوانه نسبت به زمان نشان داده شده‌اند، همان‌طور که در شکل دیده می‌شود با توجه به نوع حرکت، تغییرات ضرایب

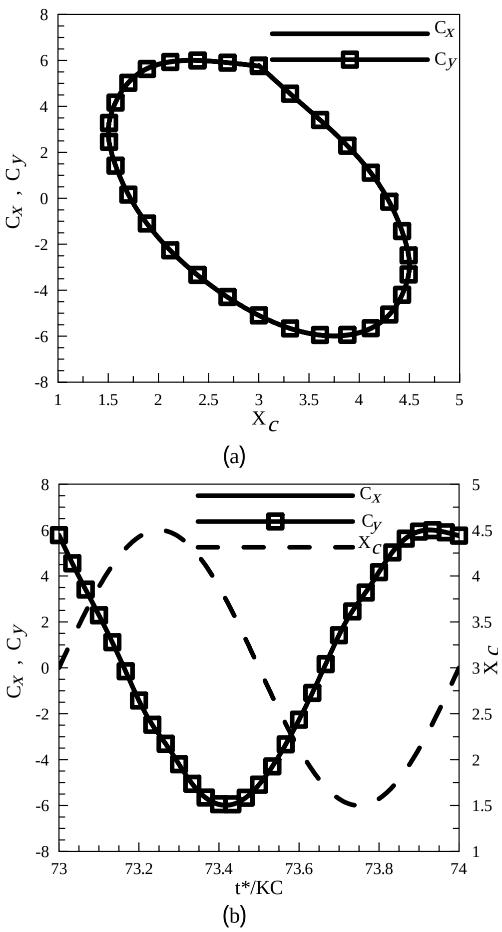


Fig. 16 a) Changes of coefficients of force vs X_c b) Changes of coefficients of force and position of center of cylinder vs time

شکل 16 الف) تغییرات ضرایب نیرو بر حسب X_c؛ ب) تغییرات ضرایب نیرو و مکان مرکز استوانه بر حسب زمان

نیرو (مؤلفه افقی و عمودی) تقریبا یکسان است. بیشترین و کمترین مقدار ضرایب نیرو کمی قبل از عبور استوانه از مکان مرکز نوسان اتفاق افتاده است، به همین ترتیب این ضرایب قبل از رسیدن استوانه به بیشترین و کمترین مقدار دامنه‌ی نوسان خود مقدار صفر را نشان داده‌اند. دلیل اختلاف زمانی میان نمودار ضریب نیرو و تغییر مکان به دلیل این است که هنگامی که استوانه در حال حرکت است سیال موجود در جلوی استوانه هنوز سرعت دریافت شده از استوانه در دوره تناوب قبلی آن را دارا است. لذا سرعت سیال در یک X مشخص به هنگام گذر استوانه در یک رفت و برگشت متفاوت است.

شکل 17 تغییرات عدد ناسلت را طی نوسان استوانه در داخل محفظه نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود بیشینه مقدار عدد ناسلت در هنگام عبور استوانه از مرکز اتفاق افتاده است. کمترین مقدار این کمیت به هنگام رسیدن استوانه به ابتدا و انتهای بازه حرکت خود رخ داده است. همچنین با دقت در نمودارها دیده می‌شود که ابتدا و انتهای نمودار عدد ناسلت یک مقدار یکسان را نشان نمی‌دهد. دلیل آن این است که با توجه به حرکت استوانه گرم در سیال سرد به تدریج دمای سیال داخل محفظه افزایش پیدا می‌کند و به دنبال آن نیز مقدار دمای متوسط سیال رو به افزایش است پس مقدار انتقال حرارت به مرور کم می‌شود. بنابر این مقدار عدد ناسلت زمانی که استوانه یک دور کامل در داخل محفظه می‌زند در شروع و پایان حرکت یکسان نیست و به تدریج کاهش پیدا می‌کند.

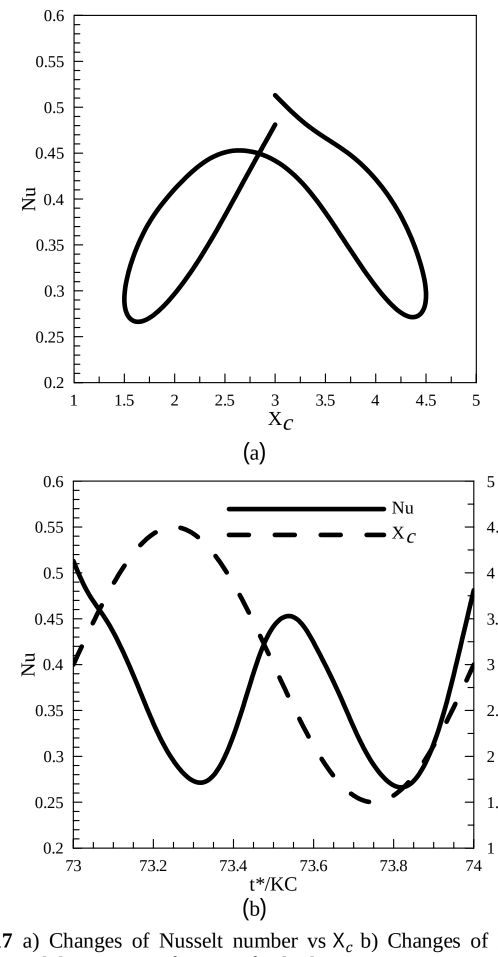


Fig. 17 a) Changes of Nusselt number vs X_c b) Changes of Nusselt number and the position of center of cylinder vs time

شکل 17 الف) تغییرات عدد ناسلت نسبت به X_c؛ ب) تغییرات عدد ناسلت و مکان مرکز استوانه نسبت به زمان

3-2-4- حرکت دایره‌ای رفت و برگشتی استوانه در یک محفظه‌ی مربعی

در این مسأله، به بررسی حرکت دایره‌ای استوانه، درون سیال ساکن با دمای اولیه صفر، داخل یک محفظه‌ی مربعی پرداخته شده است. در این مسأله ماهیت حرکت به گونه‌ای است که استوانه در مسیر رفت به صورت پادساعتگرد، و در برگشت به صورت ساعتگرد حرکت می‌کند. شرایط مرزی در تمام مرزهای محفظه به صورت دیوار ساکن و عایق در نظر گرفته شده است. هندسه‌ی مسأله مورد بررسی در شکل 10 نشان داده شده است.

در شکل 18 به ترتیب تغییرات ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو بر حسب مکان و تغییرات ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو و مکان مرکز استوانه بر حسب زمان نشان داده شده است. مانند نمودارهای بخش 3-3 دیده می‌شود که به هنگام عبور استوانه از یک چهارم و سه چهارم بازه حرکتی خود مقدار ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو بیشینه است و به دنبال آن ضریب مؤلفه‌ی عمودی نیرو مقدار صفر را دارا است. دلیل این است که در این موقعیت حرکت استوانه به صورت افقی است و بنابراین بیشترین مقدار نیروی افقی بر استوانه وارد می‌شود که نتیجه آن بیشینه شدن ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو در این مناطق است. به دنبال آن کمترین مقدار زمانی رخ داده است که استوانه در نیمه حرکت، و در پایان حرکت خود در یک دور نوسان قرار گرفته است. در این حالت بیشترین مقدار نیرویی که بر استوانه وارد می‌شود نیروی عمودی است

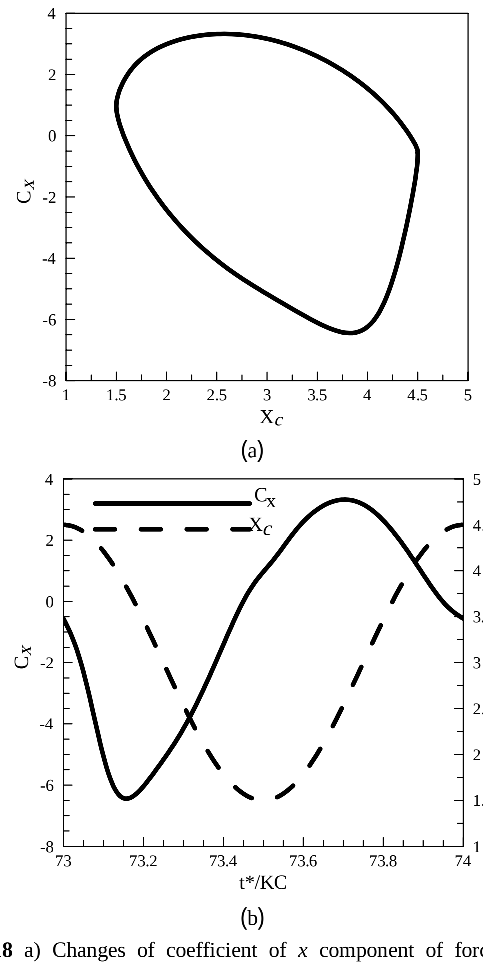


Fig. 18 a) Changes of coefficient of *x* component of force vs X_c b) Changes of coefficient of *x* component of force and position of center of cylinder vs time

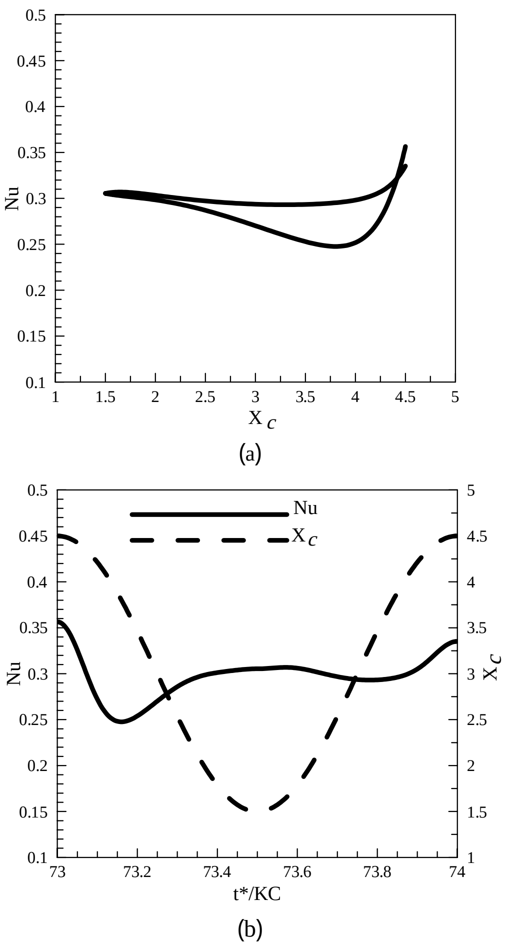
شکل 18 الف) تغییرات ضریب مؤلفه *x* نیرو بر حسب X_c؛ ب) تغییرات ضریب مؤلفه *x* نیرو و مکان مرکز استوانه بر حسب زمان

و بنابراین ضریب مؤلفه‌ی افقی نیرو بیشینه و ضریب مؤلفه‌ی عمودی نیرو کمینه می‌گردد.

شکل 19 تغییرات عدد ناسلت را نسبت به مکان مرکز استوانه، و تغییرات عدد ناسلت و مکان مرکز استوانه نسبت به زمان را نشان می‌دهد. این نمودارها برای زمانی است که استوانه در دور برگشت قرار گرفته است. با توجه به شکل دیده می‌شود که در ابتدای حرکت به دلیل اینکه سیال جلوی استوانه در دور قبلی گرم شده است و دمای خود را کمتر از دست داده است، اختلاف دما این مقطع از سیال در این دور و دور قبلی کم است و بنابر این عدد ناسلت کمترین مقدار را بدست آورده است. به طوری که دیده می‌شود کمترین مقدار عدد ناسلت قبل از رسیدن استوانه به یک چهارم اول بازه‌ی حرکت خود رخ داده است. اما در ادامه حرکت به دلیل محسوس شدن اختلاف دمای بین استوانه و سیالی که در جلوی آن واقع شده است عدد ناسلت بیشتر شده، که روند تقریبا یکسانی را برای سه چهارم بعدی حرکت نشان داده است.

5-2-3- بررسی اثر حرکت استوانه در گرمایش سیال داخل محفظه

در ادامه برای بررسی تاثیر حرکت استوانه در گرمایش سیال داخل محفظه به مقایسه چهار مسأله‌ای که در بخش‌های قبلی بررسی گردید، پرداخته شده است. همان‌گونه که قبلا نیز بیان شده است در هر چهار مسأله شرایط کاملا یکسان در نظر گرفته شده، و دامنه و سرعت نوسان یا چرخش استوانه در همه موارد یکسان است. برای بررسی تاثیر حرکت استوانه در گرمایش سیال داخل محفظه نمودار دمای متوسط در داخل محفظه بر حسب زمان بدون بعد در شکل 20 رسم شده است. با توجه به نمودار دیده می‌شود که در زمان‌های اولیه، هر چهار حرکت به یک اندازه در گرمایش موثر بوده‌اند اما با گذشت زمان تأثیر حرکت دایره‌ای استوانه، در گرمایش بیشتر دیده می‌شود. در زمان‌های انتهایی هر چهار نمودار تغییرات بسیار کمی را از خود نشان داده و در نهایت به مقدار دمای بدون بعد یک می‌رسند. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، زمان لازم برای رسیدن دمای بدون بعد متوسط، به مقدار $\bar{\theta} = 0.99$ در چرخش دایره‌ای رفت و برگشتی استوانه $t^* = 942$، در چرخش دایره‌ای استوانه زمانی که استوانه تنها در جهت پادساعتگرد حرکت می‌کند $t^* = 1180$، در نوسان استوانه در راستای قطری $t^* = 1183$ و در نوسان افقی آن $t^* = 1500$ است. بنابر این می‌توان بیان نمود که حرکت دایره‌ای رفت و برگشتی تأثیر بیشتری در گرمایش داشته است و سیال درون محفظه سریع‌تر گرم می‌شود، دلیل آن این است که بر هم زده شدن جریان در این حرکت بیشتر است و بنابر این سرعت نسبی ایجاد شده بین لایه‌های سیال بیشتر گردیده است، و گرم شدن لایه‌های بعدی سیال که در تماس با استوانه‌ی گرم نیستند سریع‌تر صورت می‌گیرد. در واقع فاصله زمانی عبور استوانه از یک محل و برگشت آن به همان محل در گرمایش سیالی که در جلوی استوانه در یک دور رفت و برگشت ایجاد می‌شود کم است و سیال فرصت چندانی برای از دست دادن دمای اکتسابی خود ندارد. همان‌طور که دیده می‌شود کمترین تأثیر در گرمایش توسط حرکت افقی ایجاد شده است چرا که در این حالت در یک دور نوسان کامل استوانه فاصله زمانی عبور استوانه از یک محل و برگشت آن به همان محل در گرمایش سیالی که در جلوی استوانه قرار گرفته است در یک رفت و برگشت بیشتر است و بنابر این سیال فرصت بیشتری برای از دست دادن دمای خود دارد به این ترتیب دمای متوسط در کل محفظه با سرعت کمتری نسبت به سایر حرکت‌ها رشد داشته است. در مورد حرکت دایره‌ای معمولی و قطری نیز باید گفت که، تغییرات دما طی این دو حرکت تقریبا یکسان است و دو نمودار اختلاف بسیار ناچیزی با یکدیگر دارند، که نشان می‌دهد میزان برهم زده شدن سیال در این دو حرکت و در پی آن سرعت نسبی بین لایه‌های سیال یکسان است. نشان داده شده است که حرکت دایره‌ای رفت و برگشتی تأثیر بیشتری در گرمایش سیال داخل محفظه دارد. به طوری که می‌توان گفت این حرکت، زمان گرمایش سیال را در حدود 20 درصد نسبت به حرکت دایره‌ای معمولی و نوسان قطری، و در حدود 37 درصد نسبت به نوسان افقی کاهش می‌دهد.



(a)

(b)

Fig. 19 a) Changes of Nusselt number vs X_c b) Changes of Nusselt number and the position of center of cylinder vs time

شکل 19 الف) تغییرات عدد ناسلت بر حسب X_c؛ ب) تغییرات عدد ناسلت و مکان مرکز استوانه بر حسب زمان

4- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مطالعه روش اختلاف محدود- مرز شناور برای حل مسائل حرارتی در حضور جسم شناور پیشنهاد شده است. نشان داده شده، که استفاده از این روش برای حل مسائل همراه با انتقال حرارت روشی کارآمد است و با توجه به نتایج، از دقت مناسبی برخوردار است.

این مطالعه نشان داده‌است که استفاده از روش اختلاف محدود در حل میدان دما منجر به کاهش حجم محاسبات مربوط می‌شود. مزیت این روش نسبت به روش دو تابع توزیع، توانایی در حل مسأله‌های با عدد پرانتل بالا است. در واقع به کارگیری روش اختلاف محدود در حل میدان دما، تأثیر افزایش عدد پرانتل بر روی عدد رینولدز و تعداد گره‌ها را برداشته است و بدون نیاز به ریزسازی شبکه، با تعداد گره کمتر قادر به حل مسأله می‌گردد.

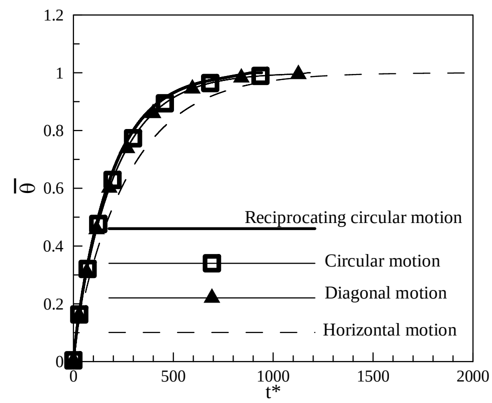


Fig. 20 Effect of cylinder movement in fluid heating

شکل 20 اثر حرکت استوانه در گرمایش سیال

بررسی جریان حول استوانه متحرک که به صورت افقی، دایره‌ای و قطری در داخل محفظه‌ی مربعی نوسان می‌کند، نشان داده است که چگونه حرکت استوانه بر میدان جریان و دما و در نتیجه گرمایش سیال داخل محفظه تأثیر گذار است. دیده شد که هرچه میزان بر هم زده شدن جریان داخل محفظه و به دنبال آن سرعت نسبی بین لایه‌های سیال بیشتر باشد، گرمایش سیال از نظر زمانی سریع‌تر اتفاق می‌افتد. از سوی دیگر به دلیل اینکه سیال به طور پیوسته در حال گرم شدن است، عدد ناسلت محاسبه شده نیز به تدریج کاهش پیدا می‌کند، و همین باعث می‌شود که مقدار عدد ناسلت در هر دور نوسان استوانه متفاوت باشد و در نتیجه ابتدا و انتهای نمودار عدد ناسلت همان‌طور که نشان داده شد بر هم منطبق نباشد. البته قابل ذکر است که در مورد نوسان افقی از آن‌جایی که این نوع حرکت کمترین میزان تأثیر را بر گرمایش دارد درنتیجه اختلاف دمای ایجاد شده بیشتر است و بنابر این مقدار عدد ناسلت در ابتدا و انتهای حرکت اختلاف چندانی ندارند. در تمام مسائل حل شده کارآیی، دقت و صحت روش پیشنهاد شده نشان داده شده است.

5- مراجع

[1] M. J. Pourquie, B. J. Boersma, The use of immersed boundary methods for the calculation of flow around objects, *Proceedings of the European Conference on Computational Fluid Dynamics*, Egmond aan Zee, The Netherlands, September 5-8, 2006.

[2] J. Wu, C. Shu, Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications, *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, No. 6, pp. 1963-1979, 2009.

[3] Z. G. Feng, E. E. Michaelids, The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid–particles interaction problems, *Journal of Computational Physics*, Vol. 195, No. 2, pp. 602-628, 2004.

[4] X. D. Niu, C. Shu, Y. T. Chew, Y. Peng, A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows, *Physics Letters A*, Vol. 354, No. 3, pp. 173-182, 2006.

[5] Y. Peng, C. Shu, Y. T. Chew, X. D. Niu, X. Y. Lu, Application of multi-block approach in the immersed boundary–lattice Boltzmann method for viscous fluid flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 218, No. 2, pp. 460-478, 2006.

[6] H. K. Jeong, H. S. Yoon, M. Y. Ha, M. Tsutahara, An immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method using an equilibrium internal energy density approach for the simulation of flows with heat transfer, *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, No. 7, pp. 2526-2543, 2010.

[7] K. H. Lin, C. C. Liao, S. Y. Lien, C. A. Lin, Thermal lattice Boltzmann simulations of natural convection with complex geometry, *Computers & Fluids*, Vol. 69, pp. 35-44, 2012.

[8] Y. G. Park, M. Y. Ha, H. S. Yoon, Natural convection in a square enclosure with a circular cylinder at different horizontal and diagonal locations, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 25, pp. 5905-5919, 2010.

[9] J. M. Lee, M. Y. Ha, H. S. Yoon, Study on natural convection in a cold square enclosure with a pair of hot horizontal cylinders positioned at different vertical locations, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 65, pp. 696-712, 2013.

[10] S. Bettaibi, F. Kuznik, E. Sediki, Hybrid lattice Boltzmann finite difference simulation of mixed convection flows in a lid-driven square cavity, *Physics Letters A*, Vol. 378, No. 32, pp. 2429-2435, 2014.

[11] S. K. Kang, Y. A. Hassan, A direct-forcing immersed boundary method for the thermal lattice Boltzmann method, *Computers & Fluids*, Vol. 49, No. 1, pp. 36-45, 2011.

[12] A. Alizadeh, A. Dadvand, Simulation of the dynamics of an elastic membrane in a grooved channel using a combined lattice Boltzmann-immersed boundary method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 240-248, 2015. (in Persianفارسی)

[13] M. H. Sedaghat, M. M. Shahmardan, M. Nazari, M. Norouzi, Immersed boundary – lattice Bolltzmann method for modeling non-Newtonian fluid flow around curved boundaries, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 146-156, 2014. (in Persian فارسی)

[14] A. D'Orazio, S. Succi, S. Becker, Simulation two- dimensional thermal channel flows by means of a lattice Boltzmann method with new boundary conditios, *Future Generation Computer Systems*, Vol. 20, No. 6, pp. 935-944, 2004.

[15] H. Dutsch, F. Durst, S. Becker, H. Lienhart, Low-Reynoldz-Number flow around an oscilliating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 360, No. 1, pp. 249-271, 1998.

[16] S. A. NabaviZadeh, S. Talebi, M. Sefid, Natural convection in a square cavity containing a sinusoidal cylinder, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 51, No. 1, pp. 112-120, 2012.