.
ماهنامه علمی پژوهشی

mme.modares.ac.in

مدلسازی دینامیکی و کنترل یک کوادروتور با استفاده از روشهای غیرخطی، بر مبنای داده های آزمایشگاهی سنسورهای ممز

احسان داودی¹، محمود مزارع²، پدرام صغرپور^{3*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران ۔
2- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران 3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی ، تهران

* تهران، صندوق پستی 16765-1719، p_safarpour@sbu.ac.ir

Dynamic modeling and control of a quadrotor using nonlinear approaches based on MEMS sensors' experimental data

Ehsan Davoodi, Mahmood Mazare, Pedram Safarpour[®]

Department of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran * P.O.B. 1719-16765 Tehran, Iran, p_safarpour@sbu.ac.ir

1- مقدمه

وسیله پرنـده شـش درجـه آزادی اسـت کـه قابلیـت پـرواز عمـودی و انجـام مانورهای پیچیده را داراست. این وسـیله دارای سـاختاری شـبه صـلیبی مـی باشد که چهار ملخ در چهار گوشه آن قرار داشته و با تغییـر سـرعت ملـخ هـا می تواند حرکات و مانورهای مختلف را انجام دهد. این وسیله به سبب قابلیت

امروزه، وسایل نقلیه هوایی بدون سرنشین در عملیات نجات، نظارت، بازرسـی، نقشه برداری و فیلمبرداری هـوایی مـورد اسـتفاده قـرار مـیگیرنـد. یکـی از معمول ترین مدل های این تجهیزات، کوادروتور می باشـد [1]. کوادروتـور یـک

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

E. Davoodi, M. Mazare, P. Safarpour, Dynamic modeling and control of a quadrotor using nonlinear approaches based on MEMS sensors' experimental data, Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 10, pp. 31-41, 2016 (in Persian)

نشست و برخاست عمودی در دسته عمود پروازها قرار میگیرد که بـه جهـت برخی مزایا و ویژگیهایش مورد توجه قرار گرفتـه اسـت. ظرفیـت حمـل بـار، سادگی ساختار وسیله، قابلیت مانورپذیری بالا، داشتن قیـود کـم در حرکـت، هزینه کم تعمیر و نگهداری از جمله این ویژگیهاست. البتـه مصـرف انـرژی بالا، رفتار به شدت غیرخطی، محدودیت برد و زمان پرواز از چالش های پـیش روی استفاده از این وسیله میباشد.

در حــوزه کنتــرل کوادروتــور کارهــای مختلفــی انجــام گرفتــه اســت. در کارهای انجام شده به روشهای خطی می توان از روشهای کنترلی تناسبی-مشتقی و نیز تناسبی- مشتقی- انتگرالی نام برد که هر کدام به دلایلی مورد توجه قرار داشتهاند [3,2]. روش تناسبي- مشتقى به سبب خاصيت همگرايبي نمـایی|ش بـا جبـران تـرمهـای کریـولیس و ژیروسـکوپی و روش تناسـبی-مشتقی- انتگرالی به دلیل عدم احتیاج به پارامترهای خـاص مـدل و سـادگی اجرای آن کنترلرهای مناسبی محسوب مے شـوند. در مرجـع [4] از تکنیـک هـای تطبیقـی بـه دلیـل کـارایی خـوب آن بـرای دینامیـک مـدل نشـده و نایقینیهای پارامتریک استفاده شده است. روش LQR ^آهم بـه سـبب مزیـت در ارائه سیگنال ورودی بهینه از پسخورد متغیرها موضوع برخـی کارهـا قـرار گرفته است [6,5]. مشكل اين تكنيك، دشواري حل تحليلـي معادلـه ريكـاتي مے باشد.

از طرف دیگر از آنجاییکه کوادروتور دارای یک مدل غیرخطی چند ورودي- چندخروجي داراي پارامترهاي عدم قطعيت و نـايقيني مـيباشـد، از این رو به منظور کنترل آن روشهای کنترلی غیرخطی و مقاوم مناسبتر بـه نظر میرسند. روشهایی از قبیل خطیسازی پسخورد، مود لغزشی، تطبیقی و روشهای هوشند برای کنترل ردیابی این نوع از وسائل بـدون سرنشـین بکـار گرفته شده است [7]. در [8] از یک کنترل کننده خطی سازی پسخورد بـرای کنترل یک کوادروتور بهره گرفته شد. به اینصورت که یک کنترل کننـده PD وظیفه کنترل زاویه یاو و جهت y را به عهده داشت و برای کنترل وضعیت کوادروتور در جهات x و z یک کنترل کننده خطی سازی پسخورد اعمال گردیده بود. کنترل گام به عقب² روش دیگری است که همگرایـی متغیرهـای داخلی کوادروتور را تضمین می کند اما نیاز به محاسبات زیادی دارد [9-11]. البته روشهای دیگری مانند فیـدبک دینـامیکی [12]، فیـدبک بینـایی -15] [13، تکنیکهای فازی [17,16] شبکههـای عصـبی [19,18] نیـز هـر چنـد کمتر ولی در بحث کنترل کوادروتور از نظر دور نگاه داشته نشدهاند.

روش مود لغزشی نیز در بسیاری از تحقیقات مورد استفاده قـرار گرفتـه است [20-22]. اين روش نيز باوجود نقاط ضعفى مانند پديده نوسان فركانس بالا، از جمله روشهای موثر و مفید برای مقابلـه بـا نـایقینیهـای موجـود در مدل، عوامل غیر خطی، اغتشاشات خارجی و ویژگیهای متغیر با زمان است و به همین دلیل توجه بسـیاری از محققـان را بـه خـود جلـب كـرده اسـت. در [24,23] با استفاده از کنترل کننده مود لغزشی تطبیقی کنتـرل کننـدهای در حضور نایقینی و اغتشاش خارجی ارائه شده است.

بنالگو و همکاران [25] یک روئیتگر اغتشـاش بـا اسـتفاده از روش مـود لغزشی و خطیسازی پسخورد ارائه دادند که در مقابل اغتشاش و نـویز ناشـی از باد مقاوم بود. همچنین یک رویتگر اغتشاش برای کنتـرل مقـاوم پـرواز بـا استفاده از مود لغزشی طراحی شد که در مقابل اغتشاشات عملکرد مناسبی از خود نشان داد [26]. در مرجع [27] نيز يک کنترل کننده مود لغزشي مرتبـه بالا برای سیستم غیرخطی در حضور نایقینی با سه درجـه نسـبی ارائـه شـده

است. یک روئیت گر بر مبنای مود لغزشی، قابـل اسـتفاده بـرای سیسـتمهـای تأخيري غيرخطي با وجود نايقيني نيز در [28] معرفي شده است.

هدف از این مقاله، ترکیب شبیهسازیهای تئوریک با دادههای بدست آمده از آزمایشات تجربی است. کوادروتور برای حفظ پایداری نیاز بـه تخمـین زاویه و سرعتهای زاویهای خود دارد که عملکرد سنسورها و تأثیر اغتشاشـات مختلف روى آنها مىتواند در خروجى پايداركنندهها و كنترلكنندههـا تـأثير بسزایی داشته باشد. در کارهای مشابه قبلی، کمتـر در رابطـه بـا سنسـورها و تخمین وضعیت سیستم با استفاده از فیلتر کالمن بحث شده اسـت. اصـولا در كارهاي گذشته، الگوريتم كنترلي مهمترين بخش را شـامل مـىشـده اسـت و کارهای عملی انجام گرفته نیز صرفا با هدف تست کـارایی کنتـرل کننــده در پایداری سیستم و بهتر کردن نتایج آن مورد توجه قرار گرفتـه اسـت. در ایـن مقاله، شبیهسازی کنترل وضعیت کوادروتور بر اساس سنسورهایی خواهد بـود كه اطلاعات آنها از آزمايشات تجربي بدست آمدهاند و اثرات ارتعـاش موتورهـا به همراه سایر اغتشاشات و نویزهـا در آنهـا مـورد توجـه قـرار گرفتـه اسـت. همچنین عملکرد دو کنترل کننـده مـود لغزشـی و خطـیسـازی پسـخورد در کنترل زوایا و ارتفاع کوادروتور در این حالت بررسی شده و میزان خطا و دقت آنها که یک مسأله بسیار مهم برای کوادروتور است، نیز مورد توجه قـرار داده شده است.

در این مقاله، ابتدا به مدلسازی دینامیکی کوادروتور پرداخته شده است. سپس با استفاده از تکنیک کنترلی خطیسازی پسخورد و مود لغزشی، کنترل کننده وضعیت طراحی شد. در ادامـه بـه منظـور نشـان دادن عملکـرد کنترل کنندههای پیشنهادی، اثر اغتشاشات واقعی، نایقینی و خطای ناشـی از سنسورها بر روی مدل اعمال شد. برای واقعیتر شدن نتایج از دادههای آزمایشگاهی سنسورهای ممز در شرایط موتور روشن استفاده شده است. بـه منظور کاهش خطاهای سنسورهای ممز شتابسنج و سرعت زاویهای نیز یک تخمین گر کالمن طراحی و بر روی نمونه آزمایشگاهی پیادهسازی گردیـد کـه از نتایج آن در شبیهسازیها استفاده شد. در انتها نتایج شبیهسـازیهـا نشـان داده شده که امکان بررسی عملکرد کنترلکنندههـا و مقایسـه آنهـا را فـراهم می آور د.

ساختار این مقاله نیز بلدین ترتیب است: در بخش 2 ملدل دینامیکی کوادروتور استخراج شده است. در بخش 3 کنترل کننـدههـای طراحـی شـده خطی سازی پسخورد و مود لغزشی بیان میشـوند. در بخـش 4 بـه چگـونگی ترکیب نتایج سنسورهای شتابسنج و سرعت زاویهای در بستر فیلتـر کـالمن به منظور كاهش خطاى آنها پرداخته شده است. نتـايج حاصـل از تركيب سنسورها و کنترل کنندههای پیشنهادی در بخش 5 ذکر شده و در پایان نیـز نتيجه گيري آورده شده است.

2- مدلسازي ديناميكي

کوادروتور با وجود داشتن سیستم مکانیکی ساده، مجموعهای از اثرات فیزیکی متعدد ناشی از حوزه های مکانیک و آیرودینامیک میباشـد. مـدل کوادروتـور باید تمامی اثرات مهم را در بر داشته باشد. جـدول 1 لیسـتی از اثـرات اصـلی وارد شده به كوادروتور را به طور خلاصه نشان مى دهد [29].

به منظور استخراج معادلات حاکم بر کوادروتور مفروضات زیر در نظر *گ*رفته شد [30]:

- ساختار كوادروتور و ملخها صلب مى باشد؛ - از اثرات زمین صرفنظر شده و زمین مسطح فرض میشود؛
	- ساختار كوادروتور متقارن فرض شده است؛

 $\frac{1}{2}$ Linear-quadratic regulator
 $\frac{1}{2}$ Back-stepping

$F_{\rm 4}$ e_{3B} right	front
θ pitch $e_{\rm 2B}$ $F_{\rm a}$ end	\oint roll \mathcal{C}_{1B} F_{2} ψ yaw left
$e_{\scriptscriptstyle 3{\scriptscriptstyle I}}$ $e_{\scriptscriptstyle{\mathrm{II}}}$	

inertial frame Fig. 1 A schematic of quadrotor

شکل 1 شماتیکی از سیستم کوادروتور

(منطبق بر مبدا دستگاه مختصات متصل به کوادروتور) در نظر گرفته می شود، گشتاوری تولید نمی کند و تنها خاصیت نیرویی دارد. معادله (3) چگونگی بازنویسی این نیرو در دستگاه نیروهای تعمیم یافته متصل به کوادروتور را نشان می دهد.

$$
G_B = \begin{bmatrix} F_G^B \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_\theta^{-1} F_G^E \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_\theta^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ -mg \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\textbf{g}\sin\theta \\ -mg\textbf{cos}\theta\sin\varphi \\ -mg\textbf{cos}\theta\cos\varphi \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}
$$
(3)

 F_G^E که در آن F_G^B بردار نیروی گرانشی در فـریم متصـل بـه جســم B و بردار نیروی گرانشی در فریم مرجع اینرسی E می باشـد. بعـلاوه از آنجاییکـه ماتریس دوران R_{θ} ماتریس متعامد نرمالیزه شـده مـی باشـد وارون آن یعنـی ، معادل با R_A^T مے باشد. R_A^{-1}

2-2- اثرات ژيروسكويي

دومین بخش، اثرات ژیروسکوپی تولید شده در اثر چرخش ملخ است. چـون دو ملخ در جهت عقربهها و دوتای دیگر در خلاف جهت عقربه ها می چرخند، وقتیکه جمع جبری سرعت ملخ ها صـفر نباشـد یـک عـدم تعـادل سراسـری بوجود ميآيد. اگر علاوه بـر آن، نـرخ رول يـا پـيچ هـم مخـالف صـفر باشـند کوادروتور یک گشتاور ژیروسکوپی مطابق با معادله (4) را تجربه میکند:

$$
O_B(\mathbf{v})\Omega = -\sum_{K=1}^{4} J_{TP} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \omega^B \times \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \times (-1)^K \Omega_K
$$

$$
= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ J_{TP} \begin{bmatrix} -q \\ p \end{bmatrix} \Omega \end{bmatrix} = J_{TP} \begin{bmatrix} q & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ -q & q & -q \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \\ \Omega_4 \end{bmatrix}
$$
(4)

کل حول محور ملخ و Ω نشانگر مجموع جبری سرعت ملخها میباشد که در معادله (5) نشان داده شده است:

$$
\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4 \tag{4}
$$

نشاندهنده سرعت ملخ جلو، Ω_2 نشان دهنده سرعت ملخ راست، Ω_1 نشان دهنده سرعت ملخ عقب و Ω_4 نشان دهنده سرعت ملخ چپ Ω_3 میباشد. واضح است که اثرات ژیروسکوپی تولید شده توسط چرخش ملخ ها

- نیروی رانش¹ و پسا² با مربع سرعت زاویه ای متناسب میباشد؛

- مرکز جرم و مبدا فریم متصل به کوادروتور بر هم منطبق هستند؛ - محورهای فریم بدنی متصل به کوادروتور بر محورهـای اینرسـی اصـلی

کوادروتور منطبق هستند در این صورت ماتریس ممان اینرسی، قطری شده و باعث سادهتر شدن معادلات مے شود.

به منظور بدست آوردن معادلات نیاز به دو فریم می باشد. فریم اینرسی (متصل به زمین) و فریم متصل به کوادروتور. در شکل 1 شماتیکی از کوادروتور به همراه فریمهای بدنی و اینرسی نشان داده شده است.

معادلات حرکت به دلایلی مانند ثابت بودن مـاتریس اینرسـی نسـبت بـه زمان، مشخص بودن نیروهای کنترلی و انجام شدن انـدازهگیـریهـا در فـریم متصل به جسم، در دستگاه متصل به جسم فرمول میشود. می توان دینامیک جسم صلب با جرم [kg]n و ماتريس ممان اينرسـي **[Nms²]/** را در حـالتي که معادلات در دستگاه بدنی (متصل به جسم) نوشته میشوند و مرکـز فـریم متصل به جسم بر مركز جرم آن منطبق باشد، بهصورت رابطه (1) نشان داد:

$$
m((\frac{\partial}{\partial t}) + W \times V^B) = F^B
$$

که در آن \dot{V}^B و V^B به ترتیب معرف بردار شتاب و سرعت خطی کوادروتور و \dot{W}^B و W^B به ترتیب نشانگر بردار شتاب و سرعت زاویهای τ^B [N **m]** کوادروتور در فریم بدنی B میباشد. علاوه بر این، F^B [N] کوادروتور در فریم بدنی ترتیب بردار نیرویی و بردار گشتاور زاویهای کوادروتور در فریم B میباشند. فرم مبسوط ,ابطه (1) بهصورت ,ابطه (2) مے باشد:

$$
m[\dot{u} - vr + wq] = \sum F_x
$$

\n
$$
m[\dot{v} - wp + ur] = \sum F_y
$$

\n
$$
m[w - uq + vp] = \sum F_z
$$

\n
$$
I_{xx}\dot{p} + Q_{zz} - I_{yy})qr = \sum M_x
$$

\n
$$
I_{yy}\dot{q} + Q_{xx} - I_{zz})rp = \sum M_y
$$

\n
$$
I_{zz}\dot{r} + Q_{yy} - I_{xx})pq = \sum M_z
$$
\n(2)

معادله (2) كاملا كلي و عام است و براي همه اجسـام صـلب كـه فرضـيه های قبلی را ارضا کنند معتبر است. آنچه وجه تمایز بین اجسام مختلف است، ترم مربوط به نیروهای تعمیم یافته در این معادلـه مــ باشــد کــه دربردارنــده اطلاعات خاصی از دینامیک وسـیله مـیباشـد. نیروهـای تعمـیم یافتـه بـرای کوادروتور را می توان به چهار جزء تقسیم کـرد: نیـروی وزن، نیـروی ناشـی از اثرات ژیروسکوپی، نیروی اصطکاک، نیروها وگشتاورهای کنترلی.

1-2- اثرات گرانشی

 (1)

اولین بخش مربوط به بردار نیروی گرانشی می باشد که ناشی از شتاب جاذبه معین و معلوم زمین میباشد. از آنجاییکه این نیرو در مرکز جرم وسیله

 1 Thrust 2 Drag

فقط با معادلات زاویهای ارتباط دارد و با معادلات خطی ارتباطی نخواهد داشت.

2-3- اثرات آیرودینامیکی

سومین بخش از نیروها و گشتاورها بوسیله ورودیهـای اصـلی حرکـت ایجـاد میشوند. از ملاحظات آپرودینامیکی ایـن نتیجـه منـتج مـیشـود کـه هـر دو نیروی رانش و گشتاور پسا متناسب با مربع سرعت ملخ ها مـیباشـند کـه در رابطه (6) نیز نشان داده شدهاند.

$$
T_i = b\Omega_i^2
$$
\n
$$
Q_i = d\Omega_i^2
$$
\n
$$
i \text{ and } q_i \in Q_i \text{ and } \Omega_i^2
$$

ام و b و d معرف ضرایب تراست و یسا هستند.

معادله (7) نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی وارد بر مجموعه کوادروتور در اثر چرخش ملخها را نشان میدهد که در آن l فاصله بین مرکز كوادروتور و مركز ملخ مى باشد.

$$
U_B(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ dl(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_3^2 - \Omega_1^2) \end{bmatrix}
$$
(7)

رابطه (8) معادلات دینامیکی حاکم بر کوادروتور را در دستگاه بدنی (متصل به کوادروتور) نشان میدهد:

$$
\dot{u} = (vr - wq) + g\sin\theta
$$
\n
$$
\dot{v} = (wp - ur) - g\cos\theta\sin\varphi
$$
\n
$$
\dot{w} = (uq - vp) - g\cos\theta\cos\varphi + \frac{U_1}{m}
$$
\n
$$
\dot{p} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}qr - \frac{J_{TP}}{I_{xx}}q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}}
$$
\n
$$
\dot{q} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}rp - \frac{J_{TP}}{I_{yy}}p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}}
$$
\n
$$
\dot{r} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}pq + \frac{U_4}{I_{zz}} \tag{8}
$$

$$
U_1 = b(Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2 + Q_4^2) = T_1 + T_2 + T_3 + T_4
$$

\n
$$
U_2 = bl(Q_4^2 - Q_2^2)
$$

\n
$$
U_3 = bl(Q_3^2 - Q_1^2)
$$

\n
$$
U_4 = d(Q_2^2 + Q_4^2 - Q_3^2 - Q_1^2)
$$

\n
$$
\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4
$$

\n
$$
[9]
$$

\n
$$
[10]
$$

شتابهای خطی مخصوصا در بحث کنتـرل ارتفـاع در فـریم مرجـع اینرسـی آسانتر و کارآتر از فریم متصل به جسم میباشد بـا اسـتفاده از مـاتریسهـای انتقال و دوران، معادلات خطي در فريم اينرسي و معـادلات زاويــهاي در فـريم متصل به جسم بهصورت رابطه (10) بازنويسي مي شوند [31].

$$
\ddot{X} = (\sin\psi \sin\varphi + \cos\psi \sin\theta \cos\varphi) \frac{U_1}{m}
$$

\n
$$
\ddot{Y} = (-\cos\psi \sin\varphi + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi) \frac{U_1}{m}
$$

\n
$$
\ddot{Z} = -\mathbf{g} + (\cos\theta \cos\varphi) \frac{U_1}{m}
$$

\n
$$
\dot{y} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \,qr - \frac{J_{TP}}{I_{xx}} \,q\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}}
$$

\n
$$
\dot{q} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \,rp - \frac{J_{TP}}{I_{yy}} \,p\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}}
$$

$$
(10)
$$

$$
\dot{r} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq + \frac{U_4}{I_{zz}}
$$

3- الگوريتم كنترلي

برای بدست آوردن یک مدل ساده که بتوانـد در الگـوریتمهـای کنترلـی اجـرا شود دینامیک کوادروتور باید تا حدودی سادهسازی شود. معادله (10) می تواند بر طبق ملاحظات زیر سادهسازی شده و بازنویسی گردد:

- بخشهای دورانی به دلیل وجود چندین متغیر بسیار پیچیـده هسـتند. بیشتر آنها از جفتشدگی سرعتهای زاویهای (فرم کریولیس مرکـزی و اثرات ژيروسكوپي) حاصل ميشوند. چون هـدف اصـلي كنتـرل2ننـده، حفظ وضعیت پرواز ایستا کوادروتور مےباشـد مـیتـوان حرکـت آن را نزدیک به وضعیت پرواز ایستا فرض نمـود. بنـابراین تغییـرات زاویـهای مخصوصا حـول محورهـای x و y را مـیتـوان کوچـک فـرض کـرده و معادلات مربوطه را ساده سازی نمود.

- شتاب های زاویهای در فریم متصل بـه کوادروتـور ($\hat{p}_I \dot{q}_I \dot{r}$ بـا شـتاب زوایای اویلر $\bm{\zeta} \bm{\theta_l} \bm{\theta_l}$ که نسبت به فریم اینرسـی محاسـبه مـیشـوند برابر نیستند. از آنجا که ماتریس انتقال T₀ که ارتباط بین سرعتهای زاویهای در فریم اینرسے و سرعتهای زاویـهای در فـریم متصـل بـه کوادروتور را تعیین میکنـد (رابطـه 11) در وضـعیت پـرواز ایسـتا، بـه ماتریس همانی نزدیک است معادلات شتاب زاویهای بطور مسـتقیم بـه شتاب زوایای اویلر ارجاع داده می شوند.

$$
[\hat{\varphi}, \hat{\theta}, \hat{\psi}]^{\mathrm{T}} = \mathbf{T}_{\theta} [p, q, r]^{\mathrm{T}}
$$

$$
\mathbf{T}_{\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ \mathbf{0} & \cos\phi & -\sin\phi \\ \mathbf{0} & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix}
$$
(11)

كل الگوريتم كنترلي براي دادن سيگنالهاي مناسب به موتورها استفاده میشود. چون تعداد ملخ هـا چهـار عـدد مـی باشـد بیشـتر از چهـار متغیـر نمی تواند در حلقه کنترل شود. از آنجاییکه کنترل زوایای اویلر و کنترل ارتفاع اهداف اصلی سیستم کنترلی کوادروتور می باشند، تصـمیم بـر آن شـد که معادلات موقعیت x و y از معادلات سیستم حذف شوند.

معادله (12)، دینامیک مورد استفاده درکنترل را نشان میدهد:

$$
\ddot{Z} = -\mathbf{g} + \text{(cos}\theta\cos\varphi)\frac{U_1}{m}
$$
\n
$$
\ddot{\varphi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}\dot{\theta}\,\dot{\psi} - \frac{I_{TP}}{I_{xx}}\dot{\theta}\,\Omega + \frac{U_2}{I_{xx}}
$$
\n
$$
\ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}\dot{\psi}\,\dot{\phi} - \frac{J_{TP}}{I_{yy}}\dot{\phi}\,\Omega + \frac{U_3}{I_{yy}}
$$
\n
$$
\ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}\,\dot{\phi}\,\dot{\theta} + \frac{U_4}{I_{zz}}\tag{12}
$$

1-3- كنترل كننده مود لغزشي

نایقینیهای مدل در سیستمهای مکانیکی میتواند اثـرات منفـی بـر عملکـرد آنها بگذارد. رهیافت کنترل مقاوم از جملـه ابزارهـای مهـم بـرای مقابلـه بـا نایقینی در مدل میباشد. به عنوان نمونه، یکی از رهیافتهای کنتـرل مقـاوم، روش کنترل مود لغزشی میباشد که در آن با تعریـف یـک سـطح هـم ارز بـا هدف کنترلی، کنترل کننده بگونهای طراحی مے شـود کـه در هـر لحظـه بـه سمت سطح تعریفی میل کند. از جمله معایب این روش کنترلـی کـه معمـولا کاربرد آن را برای کنترل سیستمهای مکانیکی محدود مـیکنـد، سـوئیچینگ

فرکانس بالا است که باعث به وجود آمدن پدیده چترینگ¹ مـیشـود. بـا ایـن حال با ترفندهایی میتوان این نوسانات را محدود و در حـد قابـل قبـول نگـاه

مهترين بخش در طراحي كنترل كننده مود لغزشي، تعريف صفحه لغزش است، صفحهای که قرارگیری بر روی آن معادل با ارضای هدف مسأله می-باشد. از آنجاییکه معادلات حاکم بر کوادروتور (رابطه 12) به فرم زیر میباشد: $q^{(n)} = f(q, t) + b(q, t)u(t)$ (13)

که در آن q بردار متغیرهای حالت، u ورودی کنترلی، f و b نیز توابعی از متغیرهای حالت و زمان هستند، سطح لغزش S بهصورت رابطـه (14) تعریـف مى شود:

$$
S(q, t) = \left(\frac{d}{dt} + A\right) \tilde{q} = 0
$$
\n(14)

 \tilde{q} (t) = $q(t) - q_d(t)$ در رابطه (14)، Λ یـک ثابـت اکیـدا مثبـت و میباشد. هدف از این تعریف، نگه داشتن سطح لغزش در نزدیکی صفر است. با مشتق گیری از رابطه (14) نتیجه می شود:

$$
= \mathbf{G} \dot{q} - \ddot{q}_d \mathbf{)} + A \mathbf{G} \dot{q} - \dot{q}_d \mathbf{)}
$$
 (15)

که در آن q_{d} ، و به ترتیب بیانگر شتاب، سرعت و وضعیت مرجع می باشد. با جایگذاری معادلات دینامیکی کوادروتور به صورت سیستم مرتبـه دو، معادله شیب سطح لغزش را میتوان به صورت رابطه (16) بازنویسی کرد: $\ddot{q} = f(q, t) + b(q, t)u(t)$ (16)

 $\rightarrow \dot{S} = f + b u - \ddot{q}_d + A(\dot{q} - \dot{q}_d)$ (17) قانون كنترلى $\hat{u}(t)$ جهت رسيدن به $\dot{S} = 0$ به صورت رابطه تقریب زده میشود:

$$
\hat{u}(t) = -\hat{f} + \ddot{q}_d - A(\dot{q} - \dot{q}_d)
$$
\n
$$
f(q, t) = f(q, t)
$$
\n
$$
\text{where } \hat{f}(t) = \
$$

باشد، روی سطح S = 0، یک جمله ناپیوسته بـه $\hat{u}(t)$ اضـافه مـیشـود کـه بیانگر قانون کنترلی سوئیچینگ است:

$$
u(t) = \hat{u}(t) - k(q, t) \tanh(S(t))
$$
\n(18)

 (19) که kQ_t یک ثابت مثبت است. تابع سوئیچینگ بهصورت رابطه مے باشد:

$$
tanh(S(t)) = \frac{(e^{2S} - 1)}{(e^{2S} + 1)}
$$
 (19)

علت استفاده از تابع هایپربولیک هموار کردن ورودی کنترلی و جلوگیری از چتریتگ در نتایج مـیباشـد. بـا انتخـاب $k\bm{Q_l}$ نســبتا بـزرگ، مـیتـوان تضمین کرد که مربع فاصله تـا سـطح، در امتـداد همـه مسـیرهای سیسـتم كـاهش يابـد. از آنجاييكـه هـدف، كنتـرل زوايـا و ارتفـاع كوادرورتـور اسـت، متغیرهای حالت q بهصورت زیر در نظر گرفته میشوند:

$$
= [z, \varphi, \theta, \psi]
$$
 (20)

برای بررسی پایداری سیستم در حضور کنترل کننده مـود لغزشـی، تـابع لياپانوف بهصورت رابطه (21) در نظر گرفته می شود:

$$
V = \frac{1}{2}S^{T}.S > 0
$$
 (21)

با توجه به روابط (14) و (15) و صفحه لغـزش تعريـف شـده بـه آسـاني می توان دید که شرط پایداری ارضا شده است.

از آنجا که هدف کنترلی در کوادروتورها معمولا رسیدن به یـک وضـعیت

زاويهاي وارتفاعي ثابت است ميتوان وضعيت مرجع سرعت وشتاب \dot{q}_{d} , متغیرهای هدف را صفر در نظر گرفت: \ddot{q} = 0 با توجه به آنچه ذکر شد و همچنین سادهسـازی ریاضـی، قـانون کنتـرل

مود لغزشي براي كوادروتور به صورت رابطه (23) استخراج مي شود: $U = -W - \Lambda \dot{q} - k$. tanh(S)

$$
W = \begin{bmatrix} \frac{I_y - I_x}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} \\ \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} \\ \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}
$$

$$
U_1 = -\frac{\cos\theta \cos\phi}{m} - \frac{1}{\omega} (\hat{u}t) - k \cdot \tanh(S) \tag{23}
$$

مؤلفههای U_2 روایای ورودی های کنترلی اعمالی در جهت زوایای رول، پیچ، یاو و U_1 مؤلفه ورودی کنترلی در جهت z میباشد. برای کاهش نوسانات از تابع (tanh(S) استفاده شده است.

3-2- روش کنترلی خطیسازی پسخورد

Ś

در این بخش با اعمال روش خطی سازی پسخورد روی معـادلات کوادروتـور، معادلات مذکور به حالت خطی در آمده و در ادامـه کنتـرل کننـده PID بـه سیستم اعمال شده است که روابط آن بهصورت نشان داده شده در رابطـه 24 مے باشد.

$$
U_z = \frac{m}{\cos\varphi \cos\theta} (\mathbf{g} + U_{PID})
$$

\n
$$
U_{\varphi} = I_{xx} \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}} qr + \frac{J_{Tp}}{I_{xx}} q\Omega + U_{PID})
$$

\n
$$
U_{\theta} = I_{yy} \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} r p + \frac{J_{Tp}}{I_{yy}} p\Omega + U_{PID})
$$

\n
$$
U_{\psi} = I_{zz} \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} p q + U_{PID})
$$
\n(24)

مدل دینامیکی استخراجی بیانگر مدل دقیق سیستم نمیباشد، از ایـن و سیستم دارای نایقینی پارامتری و غیر ساختار یافته است، که این مهم باعث کاهش حاشیه پایداری و حساسیت به اغتشاش خارجی در روش خطی سـازی پسخورد می شود. البتـه وجـود کنتـرلکننـده PID در ورودی خطـیسـازی پسخورد تا حدودی این عوارض ناخواسته را تعدیل میکنـد. بنـابراین در کـل کـارايي ايــن روش بــه ميــزان خطـا در مــدلسـازي وابســته بـوده کــه در شبیهسازیها میزان اثرپذیری آن نسبت به پارامترها بررسی شده است.

4- تئوري تخمين

تخمین به دلایل متنوعی از جمله عدم امکـان انـدازهگیـری مسـتقیم بعضـی پارامترها، گرانی سنسـورها، کـاهش نـویز سنسـورها، ترکیـب اطلاعـات چنـد سنسور برای رسیدن به نتیجه بهتر و غیره استفاده می شود. در دو دهه اخیـر تكنولوژي سيستمهاي ميكروالكترومكانيكي باعث بوجـود آمـدن سنسـورهايي شده است که بسیار کوچک، سـبک و ارزان قیمـت بـوده و بـرای بسـیاری از كاربردها دقت قابل قبول دارند. از جمله اين سنسورها مي توان به سنسورهاي شتاب و ژیروسکوپهای سرعت زاویهای اشـاره کـرد. البتـه سنسـورهای ممـز باوجود مزیتهای زیادی که دارند، به دلیل ماهیت خود دارای نقاط ضعف و محدودیتهایی هستند که استفاده از آنها را با چالشهایی روبرو میکند. این سنسورها معمولا داراي خطاهايي چـون بايـاس ثابـت و متغيـر، عـدم تنظـيم محور، خطای مقیاس گـذاری و غیـره هسـتند. عـلاوه بـر ایـن، خروجـی ایـن سنسورها نویزی بوده و از این جهت نیز خطـای مضـاعفی در خروجـی آنهـا

 \overline{C} Chattering

ایجاد مے شود.

در حال حاضر سنسور ممزی که مستقیما برای اندازه گیری زاویه بـه کـار رود وجود ندارد اما می توان از سنسورهای شتاب و ژیروسکوپهای سرعت زاویهای به عنوان ابزاری برای تخمین غیرمستقیم زاویه استفاده نمود. در ایـن بخش از مقاله بحث تركيب اطلاعات دو سنسور شتاب سنج و ژيروسكوپ بـه منظور بهبود نتايج بررسي خواهـد شـد. سنسـور شـتاب بسـيار بـه ارتعاشـات حساس است و ژیروسکوپ نیز دارای دریفت مے باشد. از همین رو بـا اسـتفاده از فیلتر کالمن سعی در جبران ضعفهای هـر یـک از سنسـورها بـا ترکیـب اطلاعات آنها شده است.

معادله سینماتیکی نشان داده شده در رابطه (25) بهعنوان مدلی از سیستم که همواره برقرار است در نظر گرفته می شود:

$$
\theta_{k+1} = \theta_k + \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} W \, \mathrm{d} \mathbf{t} \tag{25}
$$

به علت بایاس ژیروسکوپ، انتگرالگیری از خروجی های ژیروسکوپ موجب ایجاد دریفت میشود. به همین جهت، بایاس ژیروسکوپ ثابت و کوپل شده با نویز سفید در نظر گرفته می شود. در نتیجه معادله (25) میتواند يەصورت روابط (26-28) بازنويسى شود [32]:

$$
\theta_{k+1} = \theta_k + W_K \times \Delta T - b \times \Delta T + \omega \tag{26}
$$

$$
\dot{b} = \mathbf{0} \Rightarrow b_{k+1} = b_k \tag{27}
$$

$$
z_k = \theta_k + \nu = \theta_{\text{acc}} \tag{28}
$$

یا همان سرعت زاویه ای که از ژیروسکوپ بدست مـیآیـد بـهعنـوان ورودي براي معادله (26) در نظر گرفته مي شـود و خروجـي مـورد نظـر كـه همان θ است و در معادلـه خروجـی (28) نشـان داده شـده اسـت از طريـق شتابسنج حس میشود. با ترکیب روابط (26) تـا (28)، رابطـه (29) نتیجـه مىشود [33]:

$$
x_{k+1} = \begin{bmatrix} \theta_{k+1} \\ b_{k+1} \end{bmatrix}
$$

\n
$$
x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta T \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_k \\ b_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u_k + \omega
$$

\n
$$
z_k = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_k \\ b_k \end{bmatrix} + \nu
$$
\n(29)

 b ام، k دام اوری است که θ_k بیانگر زاویـه در زمـان نمونـهگیـری k ام نماینـده بایـاس سنسـور سـرعت زاویـهای و ΔT زمـان نمونـه بـرداری اسـت. همچنین ω و ν به ترتیب نویز فرایند و اندازهگیری را نشان میدهند.

با توجه به رابطه (29) كه مدل فضاى حالت را دارد از الگوريتم فيلتر كالمن خطى بيان شده توسط رابطه (30) استفاده شده است:

$$
k_k = \mathbf{A} P_K \mathbf{C}^{\mathrm{T}} (\mathbf{C} P_K \mathbf{C}^{\mathrm{T}} + R)^{-1}
$$

\n
$$
\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = (\mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}}_k) + k_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}_k)
$$

\n
$$
P_{k+1} = \mathbf{A} P_K \mathbf{A}^{\mathrm{T}} + Q - \mathbf{A} P_K \mathbf{C}^{\mathrm{T}} R^{-1} \mathbf{C} P_K \mathbf{A}^{\mathrm{T}}
$$
\n(30)

 Q که k_k بهره فیلتر کالمن، P_K ماتریس کواریانس خطای تخمـین، R و به ترتیب ماتریس کواریانس نویز فرایند و نویز اندازهگیری هستند. همچنین و B و C به ترتیب نشاندهنده ماتریس ضرایب متغیرهای حالت، ورودی و \rm{A} خروجي در رابطه (29) هستند. با استفاده از اين الگوريتم و مدل فضاي حالت كه در رابط (29) مشخص شده است تخمين زاويه انجام مي شود.

5- نتايج

در این بخش ابتدا نتایج دادههای آزمایشگاهی بـرای سنسـورها آورده شـده و سپس با اعمال فیلتر کالمن، مقایسهای بین خروجی سنسورها و فیلتر کـالمن انجام و کارایی فیلتر کالمن برای بهبود نتایج بررسی میشود. در ادامـه، نتـایج شبیهسازی کنترل کننده های پیشـنهادی بـر مبنـای اطلاعـات مسـتخرج از

دادههای آزمایشگاهی و چگونگی تغییرات متغیرهای حالـت بـرای کوادروتـور نشان داده شده است.

1-5- نتايج آزمايشگاهي

برای نزدیک کردن شبیهسازی بـه واقعیـت، تـلاش گردیـد تـا حـد امکـان از دادههای آزمایشگاهی در مدل شبیهسازی استفاده گردد. همـان طور کـه در بخش قبلی ذکر شد به جهت نویزی بودن خروجی سنسورها، از فیلتـر کـالمن برای ترکیب خروجی سنسورها با یکدیگر و بهبود نتایج بهره گرفته شد. بـرای تعیین پارامترهای فیلتر کالمن از یک مدل نصف کوادروتور استفاده شـده کـه مشخصات سنسورهای شتاب سنج و سرعت زاویهای مورد استفاده در جـدول 2 نشان داده شده است.

در نمونه آزمایشگاهی از یک شاسی که سایر اجزا بر روی آن سوار میشوند استفاده شده است. دو موتور براشلس در دو انتهای شاسی و برد الكترونيكي در وجه بالايي تعبيه شدهاند. ملخهاي 4.5 × 9 مورد استفاده برای ایجاد نیروی عمودی در دو سمت شاسی، یکی راستگرد و دیگری چپگرد است تا بدین ترتیب اثرات گشتاور پسای ملخها تا حدودی با یکدیگر خنثی شوند. درجات آزادی سیستم توسط یک شفت که به راحتی حول محور خود دوران میکند محدود شده است. در نمونه آزمایشگاهی سعی بر آن بوده که تا حد امکان سیستم متقارن و محور دوران از مرکز جرم مجموعه عبور کند تا بدین ترتیب اثر گشتاور نیروی وزن بر روی مجموعه کم گردد. نحوه آرايش اجزا نيز بر همين مبنا انجام گرفته است. شكل 2 نمايي از اين نمونه آزمایشگاهی را نشان میدهد.

سنسورهای مـورد اسـتفاده در آزمـایش هـا از نـوع آنـالوگ هسـتند کـه دادههای آنها از طریق یک میکروکنترلر و با زمان نمونـهگیـری 0.02 ثانیـه دریافت می شود. به جهت رزولوشن ده بیتی مبدل های آنـالوگ بـه دیجیتـال (ADC) میکروکنترلر، خروجی سنسورها اعدادی بین 0-1023 خواهنـد بـود. .
میکرو، اطلاعات دریافتی از سنسورها را از طریق پـورت سـریال بــه کــامپیوتر انتقال میدهد. همچنین دستورات کنترلی از کامپیوتر به میکرو نیـز از طریـق همین پورت منتقل میشود. برای دریافت، تجزیـه و تحلیـل دادههـا و ارسـال دستورات کنترلی از زبان برنامهنویسی ویژوال سی شارپ استفاده شده است.

با توجه به اطلاعات سنسـورها و تسـتهـای انجـام شـده، مـاتریس۵مـای کواریانس R و Q زیر بهترین جوابهـا را در اسـتفاده از فیلتـر کـالمن فـراهم مے آورند:

$$
R = [0.0015] , Q = \begin{bmatrix} 0.00008 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}
$$
 (31)

میدهد. در مقایســه بــا حالــت موتــور خــاموش، نــویز زاویــه بدسـت آمــده از شتابسنجها بیشتر شده است. لازم بـه ذکـر اسـت کـه بـا تخمـین بایـاس ژيروسكوپ توسط فيلتر كالمن، دريفت سنسور سرعت زاويـهاي تـا حــد قابـل

جدول 2 مشخصات سنسورهای نمونه آزمایشگاهی

Table 2 Characteristics of laboratory setup's sensors			
مشخصات	شر کت سازنده	اسم	نام جزء
3 محوره - 3g ± $300\,\frac{\text{mv}}{\text{g}}$ حساسیت	آنالوگ ديوايسز	ADXL330	سىسور شتاب
تک محورہ ^{deg} ہے 3.3 حساسيت $\frac{mv}{\frac{deg}{m}}$	اس تی میکرو الكترونيكس	LISY300AL	ژیروسکوپ

Fig. 2 View from the laboratory setup **شكل 2** نمايي از نمونه آزمايشگاهي

قبولی کاهش می یابد اما این مورد تأثیر محسوسـی از نظـر کـاهش نـویز روی سنسور سرعت زاویهای ندارد زیـرا در مـدل مـورد اسـتفاده بـرای تخمـین *گـر* كالمن در مورد سرعت زاويهاي، تنهـا مقـدار بايـاس تخمـين زده مـىشـود و انتظاری برای حذف نویز سرعت زاویهای نمی رود.

برای مقایسه کمی نتایج، انحراف معیار نتایج حاصل برای سنسـور شـتاب سنج و خروجی فیلتر کالمن در جدول 3 نشان داده شده است. همان طور کـه ملاحظه میشود، فیلتر کالمن باعث بهبود بسیار در نتایج بدست آمـده بـرای زاويه شده است.

در ادامه برای بررسی کـارایی فیلتـر کـالمن در حالـت دینـامیکی، بدنـه بوسیله دست و با موتور روشن حرکت داده شـد و نتـایج حاصـله بـا یکـدیگر مقایسه گردید. در شکل 4 زاویه و در شکل 5 سرعت زاویهای مجموعـه نشـان داده شده است. همان طور که پیش بینی میشد و در شکل 4 نیـز مشـخص است فیلتر کالمن با کاهش نویز زاویه، خروجی مناسبی را ارائه میکند. شـکل 5 نیز حاکی از نزدیکی زیاد بین منحنبی خروجبی سنسور سـرعتزاویـهای و منحنی منتج از فیلتر کالمن میباشد که این امر به دلیل کوچک بودن بایـاس و همچنین عـدم ثابـت بـودن وضـعیت سیسـتم، بـه جهـت حركـت دادن آن مىباشد.

نتایج حاصله از تستهای حلقه باز نشانگر اینسـت کـه اسـتفاده از فیلتـر كالمن موجب كاهش نوسانات زاويه و بدست آمدن منحنى همـوارتر بـراى آن شده است. لازم به ذکر است که در نظـر گـرفتن خروجـی سنسـورها و فیلتـر كالمن در حالت موتور خاموش منجر به نتايج اشتباه خواهد شد كه علـت ايـن امر به دو موضوع بر میگردد. اول اینکه کالیبراسیون سنسورها بایـد در حالـت

Fig. 3 Angle output: motor off without horizontal movement شکل 3 خروجی زاویه در حالت موتور روشن و بدون حرکت افقی

جدول 3 انحراف معيار نتايج در حالت موتور روشن و خاموش بر حسب درجه Table 3 results STD in motor mode on and off

Fig. 4 Angle output: motor on and Moving by hand شکل 4 خروجی زاویه در حالت موتور روشن و جابجایی با دست

موتور روشن انجام شود و دوم، میزان نویز وارده بر سنسورها در حالـت موتـور خاموش نسبت به حالت موتور روشن بسیار کمتر است.

از همین نتایج بدست آمده برای نویز سنسورها قبل و بعد از اعمال فیلتـر كالمن، در شبیهسازی استفاده شده است تا عملکرد کنترل کننده بـه واقعیـت نزديكتر شود.

2-5- نتايج شيبهسازي

برای بررسی عملکرد کنترل کنندههای پیشنهادی، مدل کوادروتور در نرمافـزار متلب شبیهسازی شد. از یک تأخیر زمانی برای ورودیهـا اسـتفاده گردیـد تـا اثرات حذف مدل ديفرانسيلي موتور كاهش يافتـه و شـبيهسـازي بـه واقعيـت نزدیکتر شود. همچنین با اسـتفاده از دادههـای آزمایشـگاهی بدسـت آمـده از سنسورها و فيلتر كالمن كه در بخش قبل نتـايج آن آورده شـد، نـويز لازم بـه سیستم اعمال گردید. تمـامی شـبیهسـازیهـا بـه ازای نـایقینی 5 درصـد در

Fig. 5 Angle velocity output: motor on and Moving by hand

شکل 5 سرعت زاویهای در حالت موتور روشن و جابجایی با دست

	20 15								Sensor 	Kalman filter	
	10										
$\phi\left(\deg\right)$	5										
	$\mathbf 0$	\mathcal{L}									
	-5										
	-10										
	$-15\frac{L}{0}$	1	\overline{c}	3	$\pmb{4}$	5	6	$\overline{7}$	8	9	10
						T(s)					

Fig. 6 Roll angle output with feedback linearization controller شکل 6 تغییر زاویه رول با اعمال کنترل کننده خطیسازی پسخورد

Fig. 7 Pitch angle output with feedback linearization controller شکل 7 تغییر زاویه پیچ با اعمال کنترل کننده خطیسازی پسخورد

Fig. 8 Yaw angle output with feedback linearization controller **شکل 8 تغ**ییر زاویه یاو با اعمال کنترل *کن*نده خطیسازی پسخورد

نشان مے،دهد. در هر شکل مے،توان تغییرات متغیرهای زاویـه و ارتفـاع در هـر دو حركت غير ايستا به ايستا و ايستا به غير ايستا را مشاهده نمود.

همان طور که از نتایج برمی آید کنترل کننده خطیسازی پسخورد توانسته كوادروتور را به وضعيت مطلوب برساند. از شكلهاى 6-9 مشخص است كـه اعمال فیلتر کالمن باعث بهبود عملکرد کنترل زوایا شده در حالی کـه بـر روی ارتفاع تأثير قابل توجهي نداشته است. همچنين با اعمال فيلتر كالمن تغييرات زوایا هموارتر شده که این یک مزیت و نکتـه مثبـت بـرای کنتـرل سیسـتم می باشد چرا که هموارتر شدن تغییرات زوایا باعث کـاهش تغییـرات سـرعت .
زاویهای و نرم شدن حرکت کوادروتور مے شود. لازم بذکر است کـه بهـرمهـای

جدول 4 شرایط اولیه و وضعیت هدف اعمال شده در شبیهسازی کوادروتور

			شرايط اوليه					
	$z(\frac{m}{s})$ $r(\frac{deg}{s})$ $q(\frac{deg}{s})$ $p(\frac{deg}{s})$ $z(m)\psi(deg)$ (deg) φ (deg)							
0	0	0	0	o	0	0	0	اىستا ىە
			وضعيت هدف					غيرايستا
	$z(\frac{m}{s})$ $r(\frac{deg}{s})$ $q(\frac{deg}{s})$ $p(\frac{deg}{s})$ $z(m)\psi (deg)\theta (deg)\varphi (deg)$							
θ	Ω	Ω	Ω	1	20	15	-10	

جدول 5 مشخصات كوادروتور مورد بررسى

ممانهای اینرسی و جرم کوادروتور انجام گرفتـه اسـت. همچنـین بـه جهـت امکان مقایسه بین نتایج، تمـامی شـبیه سـازیهـا تحـت دو شـرایط حرکتـی مرسوم ایستا به غیر ایستا و غیر ایستا بـه ایسـتا انجـام شـد کـه در جـدول 4 شرایط اولیه و وضعیت نهایی نشان داده شده است.

پارامترهای مورد استفاده در شبیهسازی در جدول 5 نشان داده شده ک مقادیر این پارامترها بر اساس شبیهسازی یـک کوادروتـور نمونـه در نـرمافـزار ساليدور كس استخراج شده است.

با توجـه بـه نتـايج بدسـت آمـده از دادههـاى آزمايشـگاهى، مشخصـات نویزهای اعمالی به زوایای اویلر و سرعتهای زاویهای در شبیهسازیها تعیـین شدند. برای سنسور ارتفاع نیز با توجه به میزان خطای عرفی آنها، نـویزی بـا واریانس 0.1 در نظر گرفته شد که باعث خطـایی در حـدود 30 سـانتی متـری میشود. نکته مهمی که باید در اینجا بیان کرد این است که اگر چه زاویه یـاو را نمی توان مشابه زوایای رول و پیچ از شتاب سنج بدست آورد ولی میتوان بدون كاستن از كليت مسأله، نويز سنسور قطبنمـا را كـه بـراي انـدازهگيـري زاويه ياو از آن استفاده مى شود، مشابه نويز سنسور شتاب سنج در نظر گرفت و شبیهسازی را بر همین اساس انجام داد. در جدول 6 مشخصات نویز اعمـالی به متغیرهای اندازهگیری شده توسط سنسورها نشان داده شده است.

شکل های 6 تا 9 نتایج عملکرد روش خطیسازی پسخورد ترکیب شـده با كنترل كننده PID ,ا در حضور نويز سنسورها با و بدون اعمال فيلتر كـالمن

جدول 6 مشخصات نویز اعمالی به متغیرها در شبیهسازی بر حسب واریانس Table 6 The noise characteristics applied to the variables in simulations

$0.1^{6.8}$		6.8 $\frac{60}{x+10^{-4}}$ $\frac{60}{x+10^{-4}}$ $\frac{60}{x+10^{-4}}$ 0.1 1.5e - 4 1.5e - 4 1.5e - 4	6.8		
			با اعمال فيلتر كالمن		
	$0.1\frac{6.8}{x}$ 10 ⁻⁴	6.8 6.8 $\begin{array}{@{}c@{\hspace{1em}}c@{\hspace{1em}}l} \times 10^{-4} & \times 10^{-4} & 0.1 & 2.223e & 2.223e \\ \times 10^{-4} & \times 10^{-4} & 0.1 & -3 & -3 \end{array}$			2.223 e

Fig. 9 Altitude output with feedback linearization controller شكل 9 تغيير ارتفاع با اعمال كنترل كننده خطىسازي پسخورد

کنترل کننده PID با سعی و خطا و با انجام شبیه سازیهای مختلف بـا هـدف کسب بهترین نتیجه بدست آمدهاند. مقدار این بهرههای کنترلی در جدول 7 نشان داده شده است.

شکل های 10 تا 13 نتایج شبیهسازی کنترل کننــده مــود لغزشــی را بــا و بدون اعمال فیلتر کالمن نشان میدهد. برای نیل بـه هـدف مـوردنظر مقـادیر پارامترهای Λ و k در کنترل کننده مود لغزشی به ترتیب برابر 10 و 100 در نظر گرفته شدند. این مقادیر بـا جایگـذاری در کنتـرل کننــده مـود لغزشــی و بررسی پاسخ متناظر با آنها و بـه روش سـعی و خطـا بدسـت آورده شـدند و جزء مناسبترین مقادیر برای نیل به اهداف کنترلی مورد نظر هستند.

.
همانطور که از شکلها مشاهده میشود کنترل *ک*ننـده مـود لغزشــی نیـز عملکرد قابل قبولی در کنترل زوایا و ارتفاع داشته است امـا نمـودار تغییـرات متغیرهای زاویهای و ارتفاع حـاکی از همـواری کمتـر نتـایج نسـبت بـه روش خطی سازی پسخورد می باشد و پدیده نوسان در نتایج به وضوح دیده می شود. همچنین با مقایسه نمودارهای پاسخ سیستم با و بـدون اعمـال فیلتـر کـالمن مشاهده می شود که اعمال فیلتر کالمن باعث بهبود عملکرد کنترل کننده مــود لغزشی شده است. هموارتر شدن زوایا یک مزیت و نکته مثبت بـرای کنتـرل

جدول 7 بهرههای کنترل کننده PID حاضر در روش خطیسازی پسخورد

	Table <i>I</i> FID controller gains in recuback inicarization			
z		θ	ω	
22	20	25	25	K_{P}
0.1	0.3	0.5	0.5	\mathbf{K}_I
12	8	10	10	K_D
20 15 10 5 (deg)	١n n Â n JN.	Δ Δ	------------ Sensor AJ 1 ΛA	Kalman filter AAA

Fig. 10 Roll angle output with sliding mode controller شكل 10 تغيير زاويه رول با اعمال كنترل كننده مود لغزشى

شكل 11 تغيير زاويه پيچ با اعمال كنترل كننده مود لغزشي

Fig. 12 Yaw angle output with sliding mode controller شكل 12 تغيير زاويه ياو با اعمال كنترل كننده مود لغزشي

Fig. 13 Altitude output with sliding mode controller شكل 13 تغيير ارتفاع با اعمال كنترل كننده مود لغزشى

سیستم مے باشد چرا که هموارتر شدن تغییرات زوایـا باعـث کــاهش تغییــرات سرعت زاویهای، نرم شدن حرکت کوادروتور و کاهش تلاش کنترلی میشود. با مقایسه پاسخ سیستم به کنترل کنندههای مبتنی بر روش خطی سازی پسخورد و مود لغزشی میتوان دریافت کـه روش خطـیسـازی پسـخورد در صورتی که نایقینیها و اغتشاشات از حد مجاز فراتر نـرود عملکـرد بهتـری در کنترل کوادروتور از خود نشان داده است که این عملکرد مطلوب هم از لحـاظ حفظ حالت مطلوب و هم همواري تغييرات زوايا و ارتفـاع.مي باشـد. همچنـين نتايج حاصل از اعمال فيلتر كالمن در هر دو كنترل كننده نشان از بهبود نتايج زوايا نسبت به حالت بدون فيلتر كالمن است.

5-3- حساسيت به نايقيني ها

در انتهای این بخش به بررسی میزان تأثیر نایقینی ها بر روی عملکرد کنتـرل کنندهها پرداخته شده است. شبیهسازیها به ازای مقادیر مختلف نـایقینی در ممان های اینرسی انجام گردید که نتایج حاصل در جدول 8 نشان داده شـده است. از آنجا که جرم کوادروتور را با استفاده از ترازو میتوان با دقت بالا اندازهگیری کرد، برای جرم همان نایقینی 5 درصد در نظر گرفته شده است.

همه نتایج جدول برای امکان مقایسه، در وضعیت ایستا آورده شده است بعبارت دیگر بعد از رسیدن کوادروتور به وضعیت ایستا میزان قـدرت سیسـتم در حفظ این حالت به ازای نایقینیهای مختلف و با استفاده از معیـار انحـراف معيار (STD) مشخص شده است.

همانطور که از جدول 8 مشاهده می شود با بالا رفتن میزان نـایقینیهـا عملکرد کنترل کننـده مـود لغزشـی تغییـر محسوسـی پیـدا نکـرده اسـت در حالی که با افـزایش نـایقینیهـا، متوسـط خطـای کنتـرل کننـده مبتنـی بـر خطىسازى پسخورد ابتدا افزايش و سپس تا حدودى كاهش يافته است. البتـه به جهت وجود کنترل کننده PID در روش مبتنی بر خطی سازی پسخورد کـه تا حدودی مقاومت کنترل کننده را بالا می برد، پاسخ سیستم و عملکـرد آن در حد قابل قبول باقی مانده است. نکتهای که باید در اینجا به آن اشاره کرد ایـن است که در روش خطیسازی پسخورد با افزایش نایقینی مدت زمـان رسـیدن کوادروتور از وضعیت اولیه به وضعیت هدف افزایش مےپابـد در حـالی کـه در كنترل كننده مود لغزشي با تغيير نايقيني، زمـان رسـيدن بـه وضـعيت نهـايي تغییر قابل توجهی را نشان نمی دهد.

6- بحث و نتيجه گيري

در این مقاله تلاش گردید مدلسازی و کنترل یک کوادروتور تا حد امکـان بـر اساس دادههای بدست آمده از آزمایشهای تجربی انجام گیرد تا کنترل کننـده طراحی شده و نتایج حاصل از شبیهسازی تطابق مناسبی بـا واقعیـت داشـته

همان طور که از نتایج مشاهده شد هر دو کنترل کننده عملکرد مطلـوبی از خود نشان دادند. با مقايسه نتايج به وضوح ديده شد كه اعمال فيلتر كـالمن عملکرد سیستم را بهبود داده و میـزان تغییـرات متغیرهـای زاویـهای کـاهش یافته است. درست است که در این مقاله درباره دنبال کردن مسیر و دقت وسیله در ماندن در موقعیت سطحی خـاص بحـث نشـده ولـی ایـن كـاهش تغییرات و نوسانات زوایای کوادروتور ناشی از اعمال فیلتر کالمن از آنجایی کـه مستقیما بـر روی دقـت سیسـتم در دنبـال کـردن مسـیر و ثابـت مانـدن در موقعیتی مشخص اثرگذار است دارای اهمیت مـیباشـد. در مـورد ارتفـاع بـه

جدول 8 انحراف معيار زوايا و ارتفاع در وضعيت ايستا
Table 8 Altitude and angles STD in hower situation

	مقدار ن ايقينى	φ (rad)	θ (rad)	ψ (rad)	z (m)
	5%	0.0072	0.0066	0.0069	0.0424
خطی ساز ی	10%	0.0070	0.0065	0.0067	0.0417
۔ پسخورد	25%	0.0076	0.0071	0.0075	0.0465
	50%	0.0067	0.0063	0.0066	0.0407
	100%	0.0064	0.0064	0.0066	0.0442
	5%	0.00871	0.00900	0.00891	0.0654
	10%	0.00871	0.00901	0.00892	0.0654
مود لغزشی	25%	0.00872	0.00901	0.00892	0.0654
	50%	0.00874	0.00903	0.00893	0.0654
	100%	0.00874	0.00904	0.00895	0.0654

جهت عدم تأثير مستقيم فيلتر كالمن، نتايج با و بـدون اعمـال فيلتـر كـالمن تغییر محسوسی نداشته است. همچنین نتایج نشان مـیدهـد کـه اسـتفاده از فیلتر کالمن باعث هموارتر شدن نمودار تغییرات زوایا شـده اسـت کـه از نظـر عملیاتی بهتر است زیرا هر چه دامنـه نوسـانات بزرگتـر و بـا شـیب بیشـتری باشند، تغییرات سرعتزاویهای سیستم نیز بیشـتر خواهـد شـد کـه ایـن امـر مطلوب نیست. لازم بذکر است که با هموار شدن متغیرهـای زاویـهای در اثـر اعمال فیلتر کالمن تلاش کنترلی نیز کاهش می یابد که بدین ترتیب با صرفه-جویی انرژی، برد پروازی کوادروتور افزایش خواهد یافت.

از شکلهای 6-8 و مقایسه با شکلهای 10-12 میتوان دریافت ک تغییرات زوایا در روش مبتنی بر خطیسازی پسخورد مجهز به PID نسبت به مود لغزش هموارتر است. بررسی جدول 8 نیز نشانگر این قضیه است کـه بـا افزایش نایقینیها تا 100 درصد مقدار نامی، کنترل کننده خطیسازی پسخورد بـه جهـت حضـور كنتـرلكننـده PID، همچنـان تغييـرات زاويـه هموارتری را نتیجه میدهد که برای حفظ وضعیت کوادروتور در حالت پایا مطلوب است در حالی که عملکرد کنترل کننده مود لغزشـی تقریبـا مســتقل از نایقینیها بوده ولی همواری زوایا در آن کمتر است.

البته در حالت گذار كوادروتور از يك وضعيت به وضعيت ديگر، نايقينيها اثر خود را نشان دادند بطوريكه با افزايش نايقيني، زمان رسـيدن بـه وضـعيت نهایی در کنترل کننده خطیسازی پسخورد افزایش یافته و در نایقینی 100 درصد به حدود 6 ثانیه میرسـد کـه اصـلا مناسـب نیسـت در حـالیکـه در كنترل كننده مود لغزشي زمان رسيدن به وضعيت مرجع بـا افـزايش نـايقيني، تغییر محسوسی را نشان نمیدهـد و در تمـامی آنهـا در حـد قابـل قبـول و مناسب میباشد.

با توجه به جمیع آنچه گفته شد میتوان اینگونه نتیجهگیـری کـرد کـه برای کنترل کوادروتور در حالت پایا، کنترل کننده خطی سازی پسخورد مجهـز به PID مناسب بوده ولي براي حالت گذار، كنترل كننده مود لغزشي عملكرد بهتری داشته و پیشنهاد می شود.

بعد از حصول تجربه و کشف چـالشهـا و مشـکلات موجـود در کنتـرل مجموعه و همچنین گرفتن نتـایج مناسـب از شـبیهسـازیهـا، در ادامـه کـار، عملیاتی کردن کنترل کننده و اعمـال آن بـه یـک نمونـه آزمایشـگاهی کامـل کوادروتور مـدنظر قـرار دارد. بحـث اسـتفاده از مـدل دينـاميکي سيسـتم در الگوريتم فيلتر كالمن با هدف بهبود نتايج زوايا نيز در دست بررسي است.

7- فهرست علايم

Proceedings of The IEEE International Conference on Robotics and Automation, New Orleans, USA, April-May 26-1, 2004.

- [13] N. Guenard, T. Hamel, A practical visual servo control for an unmanned aerial vehicle, Robotics, Vol. 24, No. 2, pp.331-340, 2008.
- [14] C. Schlaile, O. Meister, Using natural features for vision based navigation of an indoor-VTOL MAV, Aerospace Science and Technology, Vol. 13, No. 7, pp. 349-357, 2009.
- [15] F. Kendoul, J. Fantoni, Optic flow-based vision system for autonomous 3D localization and control of small aerial vehicles. Robotics and Autonomous Systems, Vol. 57, No. 6, pp. 591-602, 2009.
- [16] G. V. Raffo, M. G. Ortega, An integral predictive/nonlinear H∞ control structure for a quadrotor helicopter, Automatica, Vol. 6, No. 1, pp. 29-39, 2010
- [17] K. Zemalache, H. Maaref, Controlling a drone: Comparison between a based model method and a fuzzy inference system, Applied Soft Computing, Vol. 9, No. 2, pp. 553-562, 2009.
- [18] T. Dierks, S. Jagannathan, Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks, Neural Networks, Vol. 21, No. 1, pp. 50-66, 2010.
- [19] H. Voos, Nonlinear and neural network-based control of a small four-rotor aerial robot, IEEE/ASME international conference on advanced intelligent mechatronics, Zurich, Switzerland, September 4-7, 2007.
- [20] L. Luque-Vega, B. Bastillo-Toledo, Robust block second order sliding mode control for a quadrotor, Journal of the Franklin Institute, Vol. 349, No. 2, pp. 719-739 2012
- [21] M. Guisser, H. Medromi, A high gain observer and sliding mode controller for an autonomous quadrotor helicopter, International Journal of Intelligent Control and Systems, Vol. 14, No. 3, pp. 204-212, 2009.
- [22] A. Benallegue, A. Mokhtari, High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV, International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 18, No. 4, pp. 427-440, 2007.
- [23] V. Nekoukar, A. Erfanian. Adaptive fuzzy terminal sliding mode control for a class of MIMO uncertain nonlinear systems, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 179, No. 1, pp. 34-49, 2011.
- [24] H. F. Ho, Y. K. Wong, A. B. Rad, Adaptive fuzzy sliding mode control with chattering elimination for nonlinear SISO systems, Simulation Modelling Practice and Theory, Vol. 17, No. 7, pp. 1199-1210, 2009.
- [25] A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman, Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV, Proceedings of the International Workshop on Variable Structure Systems, pp. 365-372, 2006.
- [26] L. Besnard, Y. Shtessel, B. Landrum, Control of a quadrotor vehicle using sliding mode disturbance observer, Proceedings of The American Control Conference, New York City, USA, July 11-13, pp. 5230-5235, 2007.
- [27] A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft, Control Systems Technology, Vol. 14, No. 3, pp. 562-571, 2006.
- [28] L.G. Wu, C.H. Wang, Q.S. Zeng, Observer-based sliding mode control for a class of uncertain nonlinear neutral delay systems, Journal of the Franklin Institute. Vol. 345, pp. 233-253, 2008.
- [29] S. Bouabdallah, Design and control of quadrotors with application to autonomous flying, PhD Thesis, Lausanne Polytechnic University, 2007. [30] T. Bresciani, Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter,
- Master's Thesis, Department of Automatic Control, Lund University, 2008. [31] E. davoodi, M. rezaei, Dynamic modeling, simulation and control of a
- quadrotor using MEMS sensors' experimental data, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 3, pp. 176-184, 2014. (in Persian فارسى)
- [32] A. Kivrak, Design of control systems for a quadrotor flight vehicle equipped with inertial sensors. MScThesis. Atilim University. 2006
- [33] M. rezaei, M. Babaei, Active vibration isolation using 6-DOF Stewart platform: An experimental study, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 14, pp. 89-96, 2015. (in Persian (فارسی)

سرعتهای انتقالی در دستگاه بدنی u, v, w ш.

علايم يوناني

زمان نمونهبردارى، s ΔT

نماد سرعت زاويهاي، (rad/s) ė

بردار گشتاور در دستگاه اینرسی
$$
\tau^B
$$

$$
\varphi_{\mathbf{I}}\theta_{\mathbf{I}}\psi
$$

$$
\nu
$$

$$
\omega
$$

8- مراجع

- [1] L. Derafa, A. Benallegue, L. Fridman, Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV. Journal of the Franklin Institute. Vol. 349, pp. 685-699, 2012.
- A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot, 43rd IEEE Conference on Decision and Control, Bahamas, December 14-17, 2004
- A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude stabilization of a VTOL quadrotor $\lceil 3 \rceil$ aircraft, Control Systems Technology, Vol. 14, No. 3, pp. 562-571, 2006.
- Y. Morel, A. Leonessa, Direct adaptive tracking control of quadrotor aerial $[4]$ vehicles, Conference on Recent Advances in Robotics, Florida, USA, May 25-26, 2006.
- [5] A. Ö Kivrak, Design of control systems for a quadrotor flight vehicle equipped with inertial sensors, Master's Thesis, Atilim University, 2006.
- $[6]$ G. Hoffmann, D. G. Rainaravan, The Stanford testbed of autonomous rotorcraft for multi agent control (STARMAC), Proceedings of The 23rd Digital Avionics Systems Conference, Salt Lake City, USA, October 28, 2004
- [7] B. Bluteau, R. Briand, O. Patrouix, Design and control of an outdoor autonomous quadrotor powered by a four strokes RC engine, Proceedings of The 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, Paris, France, November 7-10, pp. 4136-4141, 2006.
- E. Altug, J. P. Ostrowski, R. Mahony, Control of a quadrotor helocopter [8] using visual feedback, Proceedings of The IEEE International Conference on Robotics and Automation, Washington DC, USA, May 11-15, Vol. 1, pp. 72-77 2002
- A. A. Mian, W. Daobo, Modeling and backstepping-based nonlinear control strategy for a 6 DOF quadrotor helicopter, Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 21, No. 3, pp. 261-268, 2008.
- [10] A. Soumelidis, P. Gáspár, Control of an experimental mini quad-rotor UAV, Proceedings of The 16th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation, Ajaccio-Corsica, France, June 25-27, 2008.
- [11] A. A. Mian, M. I. Ahmad, Backstepping based nonlinear flight control strategy for 6 DOF aerial robot, International Conference on Smart Manufacturing Application, Goyang-si, South Korea, April 9-11, pp. 146-151.2008.
- [12] A. Mokhtari, A. Benallegue, Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle.