.<br>ماهنامه علمی پژوهشی





mme.modares.ac.in

# کنترل خیز میکروتیر دوسردرگیر تحت تاثیر شوک های مکانیکی با استفاده از خطیسازی يسخورد

# وحد معرفت خليلآياد

مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه اروميه، صندوق پستى v.marefat@uut.ac.ir، 57197-97734



# Control of a Clamped-Clamped Microbeam under Mechanical Shock Effects **Using Feedback Linearization Technique**

## **Vahid Marefat Khalilabad**

School of Mechanical Engineering, Urmia University of Technologies, Urmia, Iran \* P.O.B. 57197-97734, Urmia, Iran, v.marefat@uut.ac.ir



فرکانس های طبیعی بالا نقش مهمی در افزایش حساسیت و بازه عملیاتی تجهیزات میکرو الکترو مکانیکی دارد. این ادوات شامل گستره وسیعی از فیلترها و سویچهای فرکانس رادیویی، رزوناتورها، عملگرهای حرارتی، حسگرهای میکرو الکترو مکانیکی و … میباشد.

میکروتیرهای رزونانسی از اواسط 1980 میلادی به عنوان ترنسدیوسرهای مكانيكي استفاده شدهاند [1]. در سال 1990-1991 با حمايت آژانس پروژههاي تحقيقاتي پيشرفته دفاعي<sup>3</sup> (DARPA) دكتر لارسن اولين سويچ ميكرو الكترو

1- مقدمه

<sup>1</sup> Micro Electro Mechanical Systems

<sup>2</sup> Surface Micromachining

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید: V. Marefat Khalilabad, Control of a Clamped-Clamped Microbeam under Mechanical Shock Effects Using Feedback Linearization Technique, Modares Mechanical Engineering, Vol.

16, No. 10, pp. 69-76, 2016 (in Persian)

میکروتیرهای دوسردرگیر به دلیل سهولت در ساخت، نقش سازهای مهمی در بسیاری از سیستمهای میکرو الکترو مکانیکی<sup>1</sup> (MEMS) دارند. سهولت در ساخت آنها ناشی از وجود روشهای میکروماشین¢اری<sup>2</sup> سطحی میباشد. از ویژگیهای این تیرها که آنها را برای استفاده در سیستمهای میکرو الکترو مکانیکی مطلوب می گرداند، فرکانسهای طبیعی نسبتا بالای آنها است.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Defense Advanced Research Projects Agency

مکانیکی را که به طور خاص برای کاربردهای مایکروویو طراحی شده بود، ساخت [2]. هرچند این طرح قابلیت اطمینان کمی داشت اما تا بازه فرکانسی 50 گیگاهرتز عملکرد عالی از خود نشان میداد. با افزایش نیاز و تقاضا برای ابزارهای میکرو الکترو مکانیکی در کاربردهای ارتباطات بی سیم، تقاضا برای فاکتورهای فرکانس بالا و معیار کیفی افزایش یافت، تا اینکه در اواسط دهه نود رزوناتورهای میکرو الکترو مکانیکی به عنوان جایگزینهایی برای رزوناتورهای با اندازه بزرگ مطرح شدند [3].

با توجه به اینکه روشهای متعددی برای عملگری<sup>1</sup> ابزارهای میکرو الکترو مکانیکی وجود دارد اما به دلیل سادگی و کارایی بالاتر و بهتر، روش عملگری الكترواستاتيكي در مقايسه با ساير روشها توسعه يافتهتر است [4]. در اين روش میکروتیر توسط جریان DC بایاس، خیز پیدا کرده سپس به وسیله جريان هارمونيك AC حول فركانس طبيعي خود ارتعاش مي كند [3]. مسئله اساسی در این روش تنظیم صحیح بار الکتریکی در محدودهای است که پایداری کشش داخل<sup>2</sup> را تضمین کند [5]. در صورت ایجاد ناپایداری، میکروتیر کشیده شده و به الکترود میچسبد در نتیجه باعث خرابی وسیله خواهد شد. میکروتیرها به دلیل داشتن قابلیت تحمل خیزهای بزرگ در وسط تیر، نسبت به تیرهای ماکرو رفتار غیرخطیتری دارند. بنابراین برای بررسی دقیق تر رفتار این تیرها، ناپایداری دینامیکی با استفاده از مدلی غیر خطی تحلیل شده است [6]. علاوه بر بررسی اثرات بارگذاریهای مکانیکی بر ناپایداری کشش داخل، اثرات بارگذاریهای الکترواستاتیکی نیز بر پایین آمدن آستانه پایداری دینامیکی کشش داخل بررسی شده است [7].

امروزه سیستمهای میکرو الکترو مکانیکی در حال رشد و گسترش هستند و علاوه بر مسئله پایداری یکی دیگر از مهمترین مسائل حساسی که بر تجاریسازی آنها اثر دارد، قابلیت اطمینان آنها تحت تاثیر شوک و ضربههای مکانیکی است. شوکها در فازهای ساخت، توزیع و عملیات این وسیله دیده میشوند. معیار سخت گیرانهای که در صنایع خودروسازی برای ابزارهای شامل قطعات میکرو الکترو مکانیکی جهت مقاومت در برابر افتادن بر روی سطوح سخت وضع شده است، دلیلی بر اهمیت این موضوع میباشد [8]. شوکهای مکانیکی قادر به ایجاد بارهای دینامیکی بزرگی روی سازه هستند که میتواند باعث ترک، شکست یا متلاشی شدن قطعه شود. اینها خود باعث خرابی مکانیکی یا الکتریکی خواهند شد. از اتفاقات مهمی که برای اعضای میکرو الکترو مکانیکی در طول شوک میافتد معلق شدن و خمش میکروتیر سپس برخورد أن با بخش الكترود ثابت وسيله و ايجاد اتصال كوتاه مي باشد [9]. برخلاف دستگاههای بزرگ، خرابی سیستمهای میکرو الکترو مکانیکی به معنی به وجود آمدن شکست در سازه به علت تنشهای بالا نیست و می تواند در اثر اتصال کوتاه سیستم نیز به وجود آید. این خاصیت به دلیل ساختار سیلیکنی یا پلیسیلیکنی اکثر قطعات میکروسازهای میباشد. این مواد و به تبع آن میکروسازهها در برابر تنشهای خمشی ناشی از شتابهای شوک بسیار مقاوم هستند و شکست در آنها اتفاق نادری است [10]. گام نخست در غلبه بر اثرات نامطلوب شوک بررسی پاسخ دینامیکی میکروسازهها تحت تاثیر شوکهای مختلف در شرایط کاری متفاوت میباشد. از این رو دینامیک غیرخطی تیر دوسردرگیر استخراج شده و پس از شبیهسازی، پاسخهای دینامیکی میکروتیر به سه نوع شوک مکانیکی متفاوت بررسی شده است  $[12, 11]$ 

جهت کاهش اثرات شوکهای مکانیکی ایدههای متفاوتی مطرح شده

است. این فرایند با طراحی شیوههایی برای تست اثرات شوک و بررسی مکانیزمهای خرابی آغاز شده [14,13] و برای محافظت از میکروسازهها در برابر شوک ایدههایی از ایزولاسون شوک بوسیله بسته بندی گرفته تا تکنیکهایی برای محافظت در برابر اثرات شوک مطرح شده است [15]. در كارهاى بعدى پاسخهاى ديناميكى سيستم بستهبندى ابزارهاى ميكرو الكترو مکانیکی در زمان تست سقوط، مورد ارزیابی قرار گرفته است [16]. از ایدههای دیگری که در این زمینه مطرح شده استفاده از روشهای طراحی برای مصونیت در برابر شوک بوسیله الگوریتم ژنتیک میباشد [17]. تلاشهای انجام گرفته در زمینه غلبه بر اثرات شوک و ناپایداری دینامیکی که بیان شد، غير عامل <sup>3</sup> بودەاند.

در تحقیق حاضر کنترلری برای غلبه بر اثرات شوک و افزایش بازه ناپایداری دینامیکی طراحی شده است. برای کنترل میکروتیر عملگر استاتیکی دیگری در جهت مخالف عملگر سابق تعبیه شده و با اعمال بار مناسب از بوجود آمدن پدیده چسبیدن تیر به عملگر زیرین جلوگیری میشود. این عمل بازه تحمل شوک و ناپایداری را افزایش میدهد.

مقاله حاضر به شرح زیر مرتب شده است. در بخش 2 مفهوم شوک و سیگنالهای مرجع شوک معرفی میشود. در بخش 3 مدل دینامیکی میکروتیر استخراج، سپس بوسیله روش گلرکین گسستهسازی شده است. در قسمت 4 با منطق خطیسازی پسخورد کنترلری برای کنترل رفتار خیز میکروتیر طراحی شده و حاصل اعمال کنترلر بر رفتار میکروتیر در بخش 5 شبیهسازی شده است. در نهایت نتایج حاصله در بخش 6 مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

#### 2- شو ک در میکروتیر

شوک را میتوان به عنوان نیرویی که ناگهان و در بازه زمانی کوتاهی در مقایسه با ثابت زمانی طبیعی سازه به میکروتیر وارد میشود، تعریف کرد [18]. پارامترهای اساسی پالس شوک عبارتند از مقدار بیشینه، دوره زمانی و شکل شوک. با استفاده از روشهای مختلفی میتوان پاسخ سیستم را به بارهای شوک وارده تعیین کرد. استفاده از پاسخ طیفی (رویکرد حوزه فرکانس) یا پاسخ زمانی سیستم (رویکرد حوزه زمان) برای تعیین پاسخ به ورودی شوک متعارف است. در این بخش فرض شده است که میکروتیر درون بستهبندی قرار دارد که در مسیر انتقال نیروی شوک به میکروتیر، تغییری در نیروی شوک ایجاد نمیکند. نیروی شوک بوسیله تکیهگاههای آن به سازه ميكروتير اعمال ميشود [19]، بنابراين تحريك پايه دقيقا مانند اعمال شتاب شوک به عنوان نیروی گسترده بر میکروتیر میباشد.

یونس و همکاران [11] تاریخچه مفصلی از مطالعات انجام شده در این حوزه را ارائه دادهاند. توابع شوک معرفی شده در این مرجع به عنوان توابع شوک ورودی استفاده شدهاند. توابع شکل موج شوک در شکل 1 نشان داده شده و با معادلات (1-الف) تا (1-ج) معرفی شدهاند.

 $u(t)$  در معادلات شکل موج معرفی شده  $T$  بازه اعمال شوک،  $u(t)$  تابع پله واحد و  $r$ (t تابع رمپ واحد می $\,$ باشد. تابع  $\,$  [1-الف) مرتبط با پالس شوک نیمه سینوسی، تابع (1-ب) مرتبط با پالس شوک مثلثی و تابع (1-ج) مرتبط با پالس شوک مستطیلی میباشد.

 $g(t) = \sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)u(t) + \sin\left[\frac{\pi}{T}(t-T)\right]u(t-T)$ (1-الف)

 $g(t) = 2[r(t) - 2r(t - T/2) + r(t - T)]/T$ (1-ب)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Actuation

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Pull-in Stability

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Passive



Fig. 2 Schematic of clamped-clamped Microbeam suspended between two layers of piezoelectric

**شکل 2** شماتیک میکروتیر دوسردر گیر پیزوالکتریک پوشش داده شده توسط دولایه الكترود

$$
\mathbf{c} = \frac{\partial l^4}{EIT} \cdot \mathbf{N} = \frac{\widehat{N}l^2}{EI} \cdot \mathbf{W} = \frac{\widehat{w}}{g_0} \cdot \mathbf{x} = \frac{\widehat{x}}{l}
$$
  

$$
t = \widehat{t} \sqrt{\frac{EI}{\rho bhl^4} \cdot \Omega} = \widehat{\Omega} \sqrt{\frac{\rho bhl^4}{EI}} \cdot \mathbf{T} = \sqrt{\frac{\rho bhl^4}{EI}}
$$
 (3)

در نهايت معادله خيز ميكروتير بىبعد تحت تاثير تحريك الكترواستاتيك  $\alpha_{\scriptscriptstyle 3}$  متناوب و مستقیم در معادله (4) نشان داده شده است. در این معادله نماینده پارامتر بیبعد شوک بوده و بر اساس این پارامتر می توان دید اثر شوک به طرز قابل توجهی با افزایش طول تیر یا با کاهش ضخامت آن افزایش می یابد. این گزاره با نتایج تحلیل های نظری و اندازهگیری های تجربی همخوانی دارد [11].

$$
\frac{\partial^4 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^4} + \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2} + \mathbf{c} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} - [\alpha_1 \Gamma(\mathbf{w}, \mathbf{w}) + \mathbf{N}] \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^2} \n= \frac{\alpha_2 \mathbf{N}_{\rm DC} + \mathbf{V}_{\rm AC} \sin(\Omega t)^2}{(1 - \mathbf{w})^2} - \frac{\alpha_2 \mathbf{V}_{\rm C}^2}{(1 + \mathbf{w})^2} + \alpha_3 \mathbf{g}(\mathbf{t}) \n\Gamma(\mathbf{w}, \mathbf{w}) = \int_0^1 \left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}}\right)^2 d\mathbf{x} \n\alpha_1 = \frac{Ag_0}{2I}, \alpha_2 = \frac{\epsilon b l^4}{2g_0^3 EI}, \alpha_3 = \frac{F_0 l^4}{g_0 EI},
$$
\n(4)

در گام بعد پس از ضرب طرفین معادله (4) در مخرج مشترک طرف راست سپس گسستهسازی معادله حاصله به شکل سیستمی از معادلات (1- w) دیفرانسیل عادی در حوزه زمان با درجات آزادی محدود، مدلی کاهش مرتبه یافته تولید شده است. برای این منظور توابع شکل حالت<sup>4</sup> میکروتیر نامیرای خطی، به عنوان توابع پایه در فرایند گسسته سازی گلرکین استفاده شدهاند. در تحقیق حاضر از روش گلرکین متعارف استفاده شده است اما روشهای دیگری نیز در این زمینه ارائه شدهاند که بر پایه اعمال روش گلرکین بهطور مستقیم بر روی معادله دیفرانسیل حاکم میباشند [23]. در این بخش خیز میکروتیر به صورت ترکیبی از توابع گسسته که بر پایه توابع شکل حالت تیر ساخته شدهاند، به شکل نشان داده شده در معادله (5) گسسته شده است.

$$
\mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = \sum \mathbf{q}_i(\mathbf{t}) \varphi_i(\mathbf{t})
$$
 (5)

تابع  $\mathbf{q}_\mathrm{i}(\mathbf{0})$  مختصات عمومی $\mathrm{i}^3$  ام و تابع  $\mathbf{\varphi}_\mathrm{i}(\mathbf{0})$  نیز  $\mathbf{i}$ مین تابع شکل حالت نامیرای خطی میکروتیر مستقیم می باشد. در صورتی که طرفین معادله (4) را در  $\varphi_i(\pmb{0})$  ضرب کرده و معادله (5) در آن جاگذاری شود سپس از معادله حاصل در بازه 1..0 = x انتگرال گیری گردد، مدل کاهش مرتبه یافته میکروتیر به شکل معادله حاصل میشود. پاسخ میکروتیر را به ورودی شوک، تحريک الکترود پايه و تحريک الکترود کنترلی میتوان با انتگرالگيری از معادلات دیفرانسیل عادی بدست آمده در حوزه زمان، سپس جاگذاری پاسخ



Fig. 1 Simple Shock pulses used to represent real shock pulses. A) Rectangular Pulse, B) Half-Sine Pulse, C) Triangular Pulse **شکل 1** پالسهای ساده شوک که برای مدل کردن بارهای واقعی شوک استفاده شده اند. A) پالس مستطيلي، B) پالس نيمه سينوسي، C) پالس مثلثي

$$
g(t) = u(t) + u(t - T)
$$
 (z-1)

## 3- مدل میکروتیر دوسردرگیر تحت تاثیر شوک

مدل غیرخطی پیشنهادی مرجع [20] برای تیر دوسردرگیری که بین دو لایه از پیزو الکتریک به صورت سرتاسری پوشش داده شده است و در شکل 2 نمایش داده شده، استفاده شده است. در این مدل لایههای پیزوالکتریک در سرتاسر طول میکروتیر بر روی سیلیکون خالص قرار گرفتهاند. لایههای زیرین و فوقانی توسط جریانهای مستقیم DC و متناوب AC که با نمادهای  $V_{\text{DC}}$  و نمایش داده میشود، تحریک میشوند. دامنه ولتاژ متناوب با VAC و VAC فركانس آن با نماد  $\Omega$  نمايش داده مىشود. ولتاژ اعمال شده به لايه فوقانى که به منظور کنترل رفتار میکروتیر استفاده شده است با نماد  $V_{\rm C}$  نمایش داده  $a$  .h .l .f (ست. زمان، طول، ضخامت، عرض و ممان اینرسی میکروبیم با  $i$ ، d .i  $\epsilon_0$ و  $I$ مشخص میشوند.  $\varepsilon_0$  و  $\rho$ به ترتیب مدول یانگ، ضریب معادل پیزوالکتریک و چگالی سیلیکون هستند و  $g_0$ فاصله بین میکروتیر و پیزوالکتریک میباشد. میکروتیر در معرض میرایی لزج که میتواند در اثر میرایی لایه فشرده شده<sup>ا</sup>ً باشد، قرار دارد [21]. علاوه بر این، میرایی فیلم فشرده سیال در میکروتیر رزوناتور با بکارگیری تئوری میکروپولار در کارهای بعدی مورد بررسی قرار گرفته و در آن اثرات پارامترهایی چون عدد فشردگی، فشار محيط و همينطور پارامترهای هندسی ميکروتير روی اختلاف مقادير کیفیت مورد بررسی قرار گرفته است [22]. این اثر با ضریب میرایی معادل  $\hat{c}$ بر واحد طول تخمین زده میشود. پارامتر  $\widehat{N}$  بسته به مثبت یا منفی بودن، متناظر با بار محوری کششی یا فشاری وارد بر میکروتیر میباشد. دستگاه مختصات مطابق شکل 2 به صفحه میانی انتهای سمت چپ میکروتیر متصل شده است و خیز میکروتیر در طول محور z با نماد  $\widehat{w}(x,t)$ نمایش داده میشود. برای اعمال اثر شوک بر میکروتیر به پیشنهاد مرجع [11] از توابع پالس بر واحد طول با دامنه  $F_0$  و شکل  $g(t)$  که در معادلات (1-الف) تا (1-ج) معرفی شدهاند استفاده می شود.

معادله حاکم بر رفتار خیز میکروتیر با معادله شماره (2) توصیف می شود. توابع ديناميک ميکروتير و توابع تحريک الکترودها مستخرج از مرجع [20] و توابع شوک نیز مستخرج از مرجع [11] می باشد.

$$
EI\frac{\partial^4 \hat{w}}{\partial \hat{x}^4} + \rho A \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{t}^2} + \hat{c} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{t}} - \left[\frac{EA}{2I} \int_0^1 \left(\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}}\right)^2 d\hat{x} + \hat{N} \right] \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}^2} = \frac{\varepsilon_0 b [V_{\text{DC}} + V_{\text{AC}} \sin(\hat{\Omega} \hat{t})]^2}{2(g_0 - \hat{w})^2} - \frac{\varepsilon_0 b V_c^2}{2(g_0 + \hat{w})^2} + F_0 g(\hat{t})
$$
(2)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Mode Shape

<sup>3</sup> Generalized Coordinate

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Squeeze-Film Damping

در معادله (6) با توجه به وجود توان چهارم **w** حاصل از ضرب مخرج مشترک سمت راست معادله (4) در طرفین به اضافه توان دوم w موجود در تابع گاما یا  $\Gamma$ **(w, w)** و ضرب در مشتق دوم موقعیت نسبت به جابجایی  $\partial^2$ w/ $\partial$ »، در مجموع انتظار مشاهده بخشي از معادله با هفت مرتبه ضرب ¶ در هم وجود دار د.

یونس و همکاران نشان دادند که استفاده از معادله مرتبه چهار و بالاتر برای گرفتن پاسخ مناسب دینامیکی از میکروتیر دوسردرگیر مناسب است [24]. جهت طراحى كنترلر از مدل مرتبه اول كه سادهتر مى باشد استفاده مىشود.

در ادامه برای مدل کردن تیر تنها از شکل حالت اول استفاده میشود. با توجه به اینکه وظیفه کنترلر طراحی شده مقابله با اغتشاشات، سیگنالهای مخالف و عدم قطعیتهای موجود در مدلسازی میباشد، بنابراین استفاده از مدل مرتبه اول برای طراحی کنترلر و در نهایت تست کنترلر بر روی مدل دقیقتر معقول میباشد. رابطه کلی با در نظر گرفتن یک شکل حالت به شکل معادله (7-الف) میباشد. تابع (7-ب) برای سادهسازی شکل معالات نهایی معرفی شده است.

$$
(\mathbf{\dot{q}} + c\mathbf{\dot{q}}) \left( \int_0^1 \phi^2 \, \mathbf{dx} - 2\mathbf{q}^2 \int_0^1 \phi^4 \, \mathbf{dx} \right. \left. + \mathbf{q}^4 \int_0^1 \phi^6 \, \mathbf{dx} \right) = \alpha_1 \mathbf{q}^7 \int_0^1 \phi^5 \, \phi^1 \, \mathbf{dx} \right. \left. + \mathbf{q}^5 \left( \mathbf{N} \int_0^1 \phi^5 \phi'' \, \mathbf{dx} - \int_0^1 \phi^5 \phi^{iv} \, \mathbf{dx} \right. \left. - 2\alpha_1 \int_0^1 \phi^2 \, \mathbf{dx} \int_0^1 \phi^3 \phi'' \, \mathbf{dx} \right) + \mathbf{q} \left( \mathbf{N} \int_0^1 \phi \phi'' \, \mathbf{dx} \right. \left. - \int_0^1 \phi \phi^{iv} \, \mathbf{dx} \right) + \mathbf{q}^3 \left( 2 \int_0^1 \phi^3 \phi^{iv} \, \mathbf{dx} + \alpha_1 \right. \left. \mathbf{x} \int_0^1 \phi^2 \, \mathbf{dx} \int_0^1 \phi \phi'' \, \mathbf{dx} - 2\mathbf{N} \int_0^1 \phi^3 \phi'' \, \mathbf{dx} \right) \left. + \alpha_2 \mathbf{V}_{DC} + \mathbf{V}_{AC} \sin(Qt) \mathbf{I}^2 \left( \int_0^1 \phi \, \mathbf{dx} + 2\mathbf{q} \right. \left. \mathbf{x} \int_0^1 \phi^2 \, \mathbf{dx} + \mathbf{q}^2 \int_0^1 \phi^3 \, \mathbf{dx} \right) - \alpha_2 \mathbf{V}_c^2 \left( \int_0^1 \phi \, \mathbf{dx} \right. \left. - 2\mathbf{q} \int_0^1 \phi^2 \, \mathbf{dx} + \mathbf{q}^2 \int_0^1 \phi^3 \, \mathbf{dx} \right) + \alpha_2 \mathbf{g}(0) \left. \mathbf{x} \left( \int_0^1 \phi \, \mathbf{dx} - 2\mathbf{q}^2 \int_0^1 \phi^3 \, \math
$$

معادله (7-الف)، یک معادله دیفرانسیل عادی مرتبه دو بوده و برای اینکه قابليت حل آن وجود داشته باشد بايد از صفر نبودن ضريب ♥ اطمينان حاصل شود. ضریب **ü ت**ابعی درجه دو است و تعیین علامت تابع دلتای آن که در معادله (8) نشان داده شده، اطلاعات مفیدی در مورد وضعیت ریشههای آن آن در رابطه تابع (5) برای محاسبه خیز میکروتیر (w(x,t بدست آورد.

$$
\sum_{i=1}^{M} \mathbf{q}_{i} \int_{0}^{1} \phi_{i}^{iv} \phi_{p} dx - 2 \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \phi_{i} q_{i} q_{k} dx
$$
\n
$$
+ \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{M} \sum_{m=1}^{M} \phi_{i} q_{i} q_{j} q_{k} q_{l} d_{m}
$$
\n
$$
+ \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{M} \sum_{m=1}^{M} \phi_{i} q_{j} q_{k} q_{l} q_{m}
$$
\n
$$
-2 \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{M} \phi_{i} q_{j} \phi_{i} \phi_{i} dx
$$
\n
$$
+ \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{M} \phi_{i} q_{j} \phi_{i} \phi_{i} dx
$$
\n
$$
+ \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{M} \phi_{i} q_{j} \phi_{i} dx
$$
\n
$$
+ \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \sum_{l=1}^{M} \phi_{i} q_{j} \phi_{k} dx
$$
\n
$$
+ \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \phi_{i} q_{j} \phi_{k} dx - 2c \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \phi_{i} q_{j} \phi_{k} dx
$$
\n
$$
+ c \sum_{i=1}^{M} \phi_{i} \phi_{i} \phi_{i} dx - 2c \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} \phi_{i} q_{j} \phi_{k}
$$
\n
$$
+ c \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M}
$$

مہندسی مکانیک مدرس، دی 1395، دورہ 16، شمارہ 10

(6)

ا, ائه مے ٖدهد.

$$
\Delta' = \left(\int_0^1 \varphi^4 \, \mathrm{d}\mathbf{x}\right)^2 - \int_0^1 \varphi^6 \, \mathrm{d}\mathbf{x} \int_0^1 \varphi^2 \, \mathrm{d}\mathbf{x} < \mathbf{0} \tag{8}
$$

در معادله (8) تابع شكل حالت تير، اولين تابع شكل حالت بوده و ضرايب ثابت آن در رابطه (9) تعريف مي شود [18]. تابع (9) بر اساس تعريف تابع شکل حالت تیر با شرایط اولیه مرتبط با میکروتیر دوسردرگیر حاصل شده استأس

$$
\varphi_{n} = c_{1} e^{\beta n l_{1}^{2}} + c_{2} e^{-\beta n l_{1}^{2}} + c_{3} \sin \left(\beta_{n} l \frac{x}{l}\right)
$$
  
+  $c_{4} \cos \left(\beta_{n} l \frac{x}{l}\right)$   
 $n = 1 \rightarrow \beta_{n} l = 4.7300$   
 $c_{1} = 1, c_{2} = 113.3002, c_{3} = 112.3002$   
 $c_{4} = -114.3002$  (9)

از آنجاییکه با استفاده از تابع (9) علامت تابع دلتا منفی است بنابراین نگرانی از بابت صفر شدن ضریب ۲ وجود ندارد. در نهایت با تقسیم طرفین بر ضریب **ü** و با استفاده از تابع (7-الف) معادله (10) حاصل شده است.

$$
\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{H}(\mathbf{t}) + \left[ -\alpha_2 \mathbf{V}_c^2 \left( \int_0^1 \varphi \, \mathbf{dx} - 2\mathbf{q} \int_0^1 \varphi^2 \, \mathbf{dx} \right. \right. \left. + \mathbf{q}^2 \int_0^1 \varphi^3 \, \mathbf{dx} \right) + \mathbf{g}(\mathbf{t}) \alpha_3 \left( \int_0^1 \varphi \, \mathbf{dx} - 2\mathbf{q}^2 \int_0^1 \varphi^3 \, \mathbf{dx} \right. \left. + \mathbf{q}^4 \int_0^1 \varphi^5 \, \mathbf{dx} \right) \right] \left( \int_0^1 \varphi^2 \, \mathbf{dx} - 2\mathbf{q}^2 \int_0^1 \varphi^4 \, \mathbf{dx} \right. \left. + \mathbf{q}^4 \int_0^1 \varphi^6 \, \mathbf{dx} \right)^{-1} \tag{10}
$$

4- طراحی کنترل کننده با روش خطیسازی پسخورد

کنترل کنندهای بر اساس منطق خطیسازی پسخورد طراحی شده است. ایده اصلی این روش تبدیل دینامیک غیرخطی سیستم به دینامیک تماما یا نسبتا خطی می باشد [25] تا بتوان از روشهای طراحی کنترلر خطی برای آن استفاده کرد. در این روش معادلات سیستم به شکل معادله (11) است که در آن ¥بردار حالت و Ü بردار ورودی کنترلی میباشد.

#### $\dot{\vec{x}} = f(\vec{x}) + g(\vec{x})\vec{u}$

در صورتی که تابع (ga معکوس پذیر باشد می توان کنترلر را به شکل معادله (12) تعریف کرد. با این تعریف می توان بخشهای غیرخطی سیستم را حذف کرده و دینامیک دلخواه را با استفاده از ورودی ⊽ به سیستم اعمال کرد.  $-1$  and the first  $\rightarrow$  $(12)$ 

$$
=-g^{-1}(x)[I(x) + v]
$$

سیگنال کنترلی با تحریک لایه الکترود فوقانی حاصل میشود و این تحریک به شکل  $\bm{\mathsf{V}}^2_{\text{c}}$  خود را در معادله (10) نشان میدهد. توان دوم این سیگنال به معنی عدم توانایی در تولید اعداد منفی در صورت نیاز است. این موضوع با توجه به اینکه لایه فوقانی تنها قادر به جذب میکروتیر و ناتوان از دفع آن می باشد قابل توجیه است. برای حصول شکل پاسخ مطلوب در سیستم خطی شده باید میرایی و فرکانس طبیعی نامیرای دلخواه نیز در معادلات وارد شوند. با توجه به این خواستهها می توان سیگنال کنترلی را با حل معادله (13) بەدست آورد.

$$
\mathbf{u}_{\rm c} - \mathbf{c}'\mathbf{q} - \mathbf{k}\mathbf{q} = \mathbf{H}(\mathbf{t}) - \alpha_2 \mathbf{V}_{\rm c}^2 \left( \int_0^1 \varphi \, \mathbf{dx} \right)
$$

$$
-2\mathbf{q} \int_0^1 \varphi^2 \, \mathbf{dx} + \mathbf{q}^2 \int_0^1 \varphi^3 \, \mathbf{dx} \right) \left( \int_0^1 \varphi^2 \, \mathbf{dx} \right)
$$

$$
-2\mathbf{q}^2 \int_0^1 \varphi^4 \, \mathbf{dx} + \mathbf{q}^4 \int_0^1 \varphi^6 \, \mathbf{dx} \right)^{-1} \tag{13}
$$

در معادله (13) ترمهای G'**q-kq-ب**رای ایجاد میرایی و فرکانس طبیعی نامیرای دلخواه در سیستم در نظر گرفته شدهاند و سیگنال  $u_c$  نیز کنترلر

خطی مطلوب می باشد. پس از حل معادله (13) سیگنال کنترلی  $V_c$  به شکل معادله (14) تولید میشود. در صورتی که ترم درون رادیکال منفی باشد در نظر گرفته می شود.  $V_c = 0$ 

$$
\mathbf{V}_{c} = \left[ (\mathbf{H}(\mathbf{t}) + \mathbf{c}'\mathbf{q} + \mathbf{k}\mathbf{q} - \mathbf{u}_{c}) \left( \int_{0}^{1} \phi^{2} \, \mathbf{dx} \right. \left. -2\mathbf{q}^{2} \int_{0}^{1} \phi^{4} \, \mathbf{dx} + \mathbf{q}^{4} \int_{0}^{1} \phi^{6} \, \mathbf{dx} \right) \alpha_{2}^{-1} \left( \int_{0}^{1} \phi \, \mathbf{dx} \right. \left. -2\mathbf{q}^{2} \int_{0}^{1} \phi^{4} \, \mathbf{dx} + \mathbf{q}^{4} \int_{0}^{1} \phi^{6} \, \mathbf{dx} \right)^{-1} \right]^{1/2}
$$
\n(14)

با توجه به اینکه تابع شوک اغتشاشی و غیرقابل پیشبینی است بنابراین در طراحی کنترلر در نظر گرفته نشده و در نهایت قابلیت کنترلر در مقابله با شوک بررسی می شود.

انتخاب پارامترهای کنترلر براساس دستیابی به نسبت میرایی 0.7 و فرکانس طبیعی نامیرای 10 برای تیر خطی شده میباشد، بنابراین میرایی و  $k^2 = 10^2$  ,  $c' = 2 \times 0.7 \times 10 - c$  خریب فنریت دلخواه به شکل  $c' = 2 \times 0.7 \times 10$ گرفته می شوند. برای کنترلر مطلوب نیز از یک کنترلر تناسبی انتگرالی به شکل معادله (15) استفاده میشود.

$$
\mathbf{u}_{\rm c} = \mathbf{k}_{\rm p} \mathbf{e}_{\rm q} + \mathbf{k}_{\rm i} \int \mathbf{e}_{\rm q} \mathbf{dt}
$$
  
\n
$$
\mathbf{q}_{\rm des} = \frac{\mathbf{w}_{\rm des}}{\mathbf{w}_{\rm max}}, \mathbf{e}_{\rm q} = \mathbf{q}_{\rm des} - \mathbf{q}
$$
 (15)

## 5- شىيەسازى

پاسخ خیز میکروتیر به ورودیهای شوک متفاوت معرفی شده، بدون حضور سيگنال كنترلى و تحريک متناوب يا مستقيم از طرف الكترودها، در شكل 3، نمایش داده شده است. در این شبیهسازی پاسخ میکروتیر در بازه زمانی 10 ثابت زمانی میکروتیر محاسبه و ترسیم شده است. پاسخ خیز میکروتیر به ترتیب در بخشهای a b a و c به ورودی شوک نیمه سینوسی با اندازه 1000g، شوک مثلثی با اندازه 970g و شوک مستطیلی با اندازه 1000gترسیم شده است. دلیل انتخاب اندازه 970g برای شوک مثلثی وجود ناپایداری کشش داخل در مقدار 1000g برای این شوک میباشد. میتوان دید وجود شوک قادر است پدیده ناپایداری را به مقدار قابل ملاحظهای نزدیک گرداند.

فركانس شوك ورودي كمتر از فركانس طبيعي اول سيستم است بنابراين همانطور که در شکل 3 نیز مشاهده میشود اثر سوپرهارمونیک روی پاسخ سیستم دارد. البته با توجه به در نظر گرفتن حالت اول تیر در مدل کاهش مرتبه داده شده عملا بررسی فرکانسهای شوک بزرگتر از فرکانس حالت اول منوط به در نظر گرفتن حالتهای بیشتر در سیستم کاهش مرتبه داده شده مے شود.

در گام دوم شبیهسازی، پاسخ خیز میکروتیر به شوکهای مستطیلی، مثلثی و نیمه سینوسی در حضور کنترلی تناسبی انتگرالی طراحی شده برای سیستم خطی شده، محاسبه شده است. این پاسخها در شکل 4، شکل 5 و شکل 6 نمایش داده شدهاند. لازم به ذکر است که در این شکلها تمامی شوكها با اندازه 1000g وارد شدهاند. در صورتي كه تير به سمت الكترود كنترل كننده خيز بردارد امكان كنترل آن وجود ندارد زيرا الكترود توان جذب میکروتیر و نه دفع آن را دارد. در چنین مواقعی از تحریک الکترود زیرین می توان برای کنترل خیز میکروتیر استفاده کرد.

در شکل 4 پاسخ میکروتیر به ورودی مستطیلی نمایش داده شده است. در این حالت می توان دید کنترلر بدون خطای حالت ماندگار توان دنبال كردن سيگنال مبنا را دارد. دليل اين قابليت، حضور كنترلر تناسبي انتگرالي است که سیستم حلقه بسته را تبدیل به سیستم نوع یک کرده است.



Fig. 3 Micro-beam's response to shock input without controller or actuation signal interference, a) Micro-beam's response to half-sine shock pulse of 1000g amplitude, b) Micro-beam's response to triangular shock pulse of 1000g amplitude, c) Micro-beam's response to rectangular shock pulse of 950g amplitude

شکل 3 پاسخ میکروتیر به ورودی شوک بدون حضور سیگنال کنترلی و تحریک الكتريكي، a) پاسخ ميكروتير به ورودي شوك نيمه سينوسي با دامنه l000g) پاسخ میکروتیر به ورودی شوک مثلثی با دامنه 000g(c) ،اسخ میکروتیر به ورودی شوک مستطیلی با دامنه 970g

در شکل 5 پاسخ تیر به شوک مثلثی دیده میشود. بهبود رفتار پاسخ با حضور کنترلر در مقایسه با شکل 3 بخش b مشهود است. دلیل عدم توانایی کنترلر در دنبال کردن نقطه مرجع<sup>1</sup>، نوع سیستم حلقه بسته است. سیستم نوع یک

قابلیت دنبال کردن ورودی پله را بدون خطای حالت ماندگار ندارد. این خاصیت در پاسخ ترسیم شده مشهود است.

در این مرحله وجود خطای حالت ماندگار در مقایسه با مزیت بدست آمده برای مقابله با شوک اهمیتی ندارد. در صورت تمایل میتوان کنترلری طراحی کرد تا خطای حالت ماندگار نیز از بین برود ولی در این مجال نیازی به آن نیست. در شکل 6 پاسخ میکروتیر به ورودی سینوسی دیده میشود. در این شکل نیز به دلیل نوع یک بودن سیستم حلقه بسته می توان گفت شکل پاسخ معقول و منطقی است.

#### 6- نتيجه گيري

در این پژوهش، پس از مدلسازی دینامیک میکروتیر پاسخ آن به ورودیهای شوک متفاوت بررسی شده است. در بررسیهای به عمل آمده نشان داده شد که وجود شوک می تواند خیزهای حداکثری بی بعد نزدیک به یک بوجود آورد که به راحتی میتواند باعث ناپایداری کشش داخل میکروتیر و در نتیجه اختلال در عملکرد آن شود. برای فائق آمدن بر این مشکل و به منظور کنترل خیز میکروتیر کنترلری با منطق خطیسازی پسخورد طراحی شد.



Fig. 4 Controller effect on micro-beam's response to rectangular shock pulse of 1000g amplitude

شکل 4 پاسخ میکروتیر به ورودی شوک مستطیلی با دامنه 1000g در حضور كنترلر تناسبي انتگرالي



Fig. 5 Controller effect on micro-beam's response to triangular shock pulse of 1000g amplitude

شکل 5 پاسخ میکروتیر به ورودی شوک مثلثی با دامنه 1000g در حضور کنترلر تناسبي انتگرالي

 $1$  Set point

- [4]V. K. Varadan, K. J. Vinoy, K. A. Jose, RF MEMS and their applications: pp. 45-50, West Sussex, England, John Wiley & Sons, 2003.
- [5] M. Younis, E. Abdel-Rahman, A. Nayfeh, Static and dynamic behavior of an electrically excited resonant microbeam, in Proceeding of Structural Dynamics, and Materials Conference, the 43rd AIAA Structures, Denver, Colorado, pp. 1298-1305, 2002.
- [6] A. H. Nayfeh, M. I. Younis, E. M. Abdel-Rahman, Dynamic pull-in phenomenon in MEMS resonators, Nonlinear dynamics, Vol. 48, No. 1-2, pp. 153-163, 2007.
- [7] M. I. Younis, R. Miles, D. Jordy, Investigation of the response of microstructures under the combined effect of mechanical shock and electrostatic forces, Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 16, No. 11, pp. 2463, 2006.
- [8] U. Wagner, J. Franz, M. Schweiker, W. Bernhard, R. Müller-Fiedler, B. Michel, O. Paul, Mechanical reliability of MEMS-structures under shock load, Microelectronics Reliability, Vol. 41, No. 9, pp. 1657-1662, 2001.
- [9] D. M. Tanner, J. Walraven, K. Helgesen, L. W. Irwin, F. Brown, N. F. Smith, N. Masters, MEMS reliability in shock environments, Proceeding of Reliability Physics Symposium, Proceedings, 38th Annual IEEE International, USA, Florida, pp. 129-138, 2000.
- [10] O. Millet, D. Collard, L. Buchaillot, Reliability of packaged MEMS in shock environment: crack and striction modeling, Proceeding of Symposium on Design, Test, Integration, and Packaging of MEMS/MOEMS 2002, International Society for Optics and Photonics, Cannes-Mandelieu, France, pp. 696-703, 2002
- [11] M. I. Younis, F. Alsaleem, D. Jordy, The response of clampedclamped microbeams under mechanical shock, International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 42, No. 4, pp. 643-657, 2007.
- [12] Y. Lu, Y. Cheng, Y. Sun, Numerical Simulation of Shock Resistant Microsystems (MEMS), Modern Mechanical Engineering, Vol. 4, No. 3, pp. 48-54, 2014.
- [13] J. Knapp, E. Altmann, J. Niemann, K.-D. Werner, Measurement of shock events by means of strain gauges and accelerometers, Measurement, Vol. 24, No. 2, pp. 87-96, 1998.
- [14] M. Sheehy, J. Punch, S. Goyal, M. Reid, M. Lishchynska, G. Kelly, The failure mechanisms of micro-scale cantilevers under shock and vibration stimuli, Strain, Vol. 45, No. 3, pp. 283-294, 2009.
- [15] W. Sang, L. Sangwoo, C. Noel, N. Khalil, Vibration isolation and shock protection for MEMS, PhD Thesis, Department of Electrical Engineering, University of Michigan, USA, 2009.
- [16] C. Yang, B. Zhang, D. Chen, L. Lin, Drop-shock dynamic analysis of MEMS/package system, Proceeding of 23rd International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), IEEE, Hong Kong, pp. 520-523, 2010.
- [17] H. R. Sabouhi, M. Baghelani, Design of a shock immune MEMS acceleration sensor and optimization by genetic algorithm, Journal of Basic Applied Scientific Research, Vol. 2, No. 10, pp. 10480-10488, 2012.
- [18] W. Thomson, *Theory of vibration with applications*, pp. 237-240, California, CRC Press, 1996.
- [19] E. Suhir, Could shock tests adequately mimic drop test conditions?, Journal of Electronic Packaging, Vol. 124, No. 3, pp. 170-177, 2002
- [20] S. Azizi, M. R. Ghazavi, G. Rezazadeh, I. Ahmadian, C. Cetinkaya, Tuning the primary resonances of a micro resonator, using piezoelectric actuation, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 76, No. 1, pp. 839-852, 2014.
- [21] A. H. Nayfeh, M. I. Younis, A new approach to the modeling and simulation of flexible microstructures under the effect of squeezefilm damping, Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 14, No. 2, pp. 170, 2003.
- [22] M. Ghanbari, S. Hossainpour, G. Rezazadeh, Effect of fluid media on vibration of a microbeam resonator using micropolar theory, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 10, pp. 205-210, 2014. (in Persian (فارسی)
- [23] M. Fathalilou, M. Rezaee, A comparison between two approaches for solving the governing nonlinear equation of vibrations of electrostatic micro-sensors, Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 6, pp. 101-107, 2016. (in Persian (فارسی)



Fig. 6 Controller effect on micro-beam's response to half-sine shock pulse of 1000g amplitude

شکل 6 یاسخ میکروتیر به ورودی شوک نیمه سینوسی با دامنه  $1000$ در حضور كنترلر تناسبي انتگرالي

حاصل اعمال کنترلر طراحی شده به میکروتیر که از طریق کنترل ولتاژ لایه الکترود فوقانی اعمال شد، بهبود قابل توجهی در رفتار میکروتیر در حضور شوک بود. به راحتی می توان پهبود محسوس رفتار خیز حداکثری میکروتیر را با مقایسه نتایج بدست آمده قبل و بعد از اعمال کنترلر مشاهده کرد. وجود این کنترلر می تواند قابلیت تحمل شوکهای بسیار بزرگتری را بدون مواجه شدن با پدیده ناپایداری کشش داخل ایجاد کند. این مقاله درصدد معرفی کنترل فعال به عنوان ابزاری قدرتمند جهت مقابله با اثرات نامطلوب شوکهای مکانیکی می باشد. از نتایج حاصله علاوه بر غلبه بر اثر نامطلوب شوک حفظ نقطه تنظیم<sup>1</sup> مطلوب توسط کنترلر نیز مے باشد. از مزایای عمده کنترل فعال نسبت به روشهای غیرفعال مانند جاذبهای ارتعاشی، می توان به این مورد اشاره کرد که جاذبهای ارتعاشی برپایه خاصیت فنر و دمپری جاذب ارتعاشی، عمل کرده و محدود به ورودیهای خاص می باشد و قابلیت تغيير در نقطه تنظيم را ندارد، اما كنترل فعال، قابليت دنبال كردن انواع ورودیها، قابلیت تطابق با شرایط متفاوت و تغییرات در دینامیک و قابلیت مقابله با اغتشاشات را داراست. در عين حال بايد به هزينه بالاى اعمال .<br>روشهای کنترل فعال نسبت به کنترلهای غیرفعال اشاره کرد و در نظر داشت که بسته به مورد استفاده ممکن است کنترل فعال توجیه اقتصادی نداشته باشند. استفاده از کنترلرهای غیرخطی متفاوت مانند کنترلر مد لغزشی و … همچنین اعمال آنها به مدلهای با مرتبه بالاتر و مقایسه نتایج گام بعدی پژوهش حاضر مے باشد.

#### 7- مراجع

- [1] M. Elwenspoek, R. J. Wiegerink, Mechanical microsensors: pp. 14-Verlag Berlin Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2001.
- [2] L. E. Larson, R. H. Hackett, M. A. Melendes, R. F. Lohr, Micromachined microwave actuator (MIMAC) technology-a new tuning approach for microwave integrated circuits, in Proceeding Microwave and Millimeter-Wave Monolithic Circuits of the Symposium Digest, IEEE, pp. 27-30, 1991.
- [3] J. R. Clark, F. D. Bannon III, A.-C. Wong, C. T. Nguyen, Parallelresonator HF micromechanical bandpass filters, in *Proceeding of* Solid State Sensors and Actuators, Transducers'97, IEEE, Chicago, pp. 1161-1164, 1997.

 $<sup>1</sup>$  Set Point</sup>

- 672-680, 2003.<br>[25] J.-J. E. Slotine, W. Li, Applied Nonlinear Control, pp. 207-220,<br>Englewood Cliff, New Jersey, Prentice-Hall, 1991.
- [24] M. I. Younis, E. M. Abdel-Rahman, A. Nayfeh, A reduced-order model for electrically actuated microbeam-based MEMS, Microelectromechanical Systems, Journal of, Vol. 12, No. 5, pp.