.
ماهنامه علمی پژوهشی

mme.modares.ac.in

بررسی رشد ترک خستگی ناشی از خمش در استوانههای اتوفرتاژ شده با ترک خارجی

، حمن سيغي¹"، حسين حكيمي²

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان 2- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان ّ همدان، صندوق پستى 1161 -65175، rseifi@basu.ac.ir

Evaluation of fatigue crack growth due to bending on the autofrettaged cylinders with external crack

Rahman Seifi^{*}, Hossein Hakimi

Department of Mechanical Engineering, Engineering Faculty, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran * P.O.B 65175-4161, Hamedan, Iran, rseifi@basu.ac.in

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 16 August 2016 Accepted 24 September 2016 Available Online 22 October 2016

.
ت آن ار م

لى λ .

ć.

ABSTRACT

In this study, fatigue growth of external surface cracks on the autofrettaged cylinders under bending is investigated. Autofrettage is a process in which a thick-walled cylinder subjected to internal pressure with known amount, causing some portions on the inner zone of the cylinder deformed plastically. In this case, removing the pressure causes compressive residual stresses on the inner layers and tensile stresses on the outer wall. The goal is increasing the fatigue durability of the product by inducing residual compressive stresses into materials, but along with this, there are adverse tensile stresses which can decrease the life due to the outer defects. In this paper, the external cracks are in the forms of halfelliptical, semi-elliptical and semi-circle. Samples made by aluminum 2024 alloy. The cylinders were autofrettaged up to 40 and 60 percent. Cracks were located in circumferential direction and normal to cylinder axis. The numerical simulations were performed by finite element method. Experimental data and numerical results were compared. Results show that the number of load cycles to fracture, in the 60% autofrettaged cylinders are smaller than those for 40% and also smaller than the state without autofrettage. Distribution of stress intensity factor along the crack front is symmetric and crack grows in its initial plane which indicating the dominance of the first mode of failure during the crack growth. In all samples, after some steps of the growth, crack front transforms to the semi-elliptical shape until complete fracture

هستند که استفاده بهینه از مواد را در اولویت قرار دهند. یکی از روشهای بهینه در تولید استوانههای جدار ضخیم، فرایند اتوفرتاژ میباشد. اتوفرتاژ فرایندی است که با اعمال فشار داخلی مناسب در استوانههای جدار ضخیم و باربرداری می تواند تنش های پسماند فشاری را در جداره استوانه ایجاد کند. تنش6ای پسماند فشاری باعث افزایش ظرفیت تحمل بار در استوانهها

1- مقدمه

مخازن تحت فشار و در حالت کلی¤ر استوانههای جدار ضخیم یکی از پر کاربردترین قطعات در صنعت مے،باشند. این استوانهها به طور گستردهای در صنایع نظامی، شیمیایی و هستهای استفاده میشوند. به منظور صرفهجویی در مواد و کاهش هزینههای تولید بسیاری از محققان و مهندسان درصدد

يداي ارجاع به اين مقاله از عبارت ذيل استفاده نعاييد:
"R. Seifi, H. Hakimi, Evaluation of fatigue crack growth due to bending on the autofrettaged cylinders with external crack, *Modares Mechanical Engineering*, Woll 16, N 35-44, 2016 (in Persian)

میشود. تحلیل رفتار استوانههای جدار ضخیم در شرایط کاری مختلف اهمیت زیادی دارد.

در بیشتر موارد وجود ترک در دیواره استوانه جدار ضخیم محتمل است که ضرورت بررسی و تحلیل از دیدگاه مکانیک شکست را ایجاب میکند. ترکها می توانند ناشی از خوردگی، برخورد جسم خارجی، عیوب به وجود آمده در حین فرایند تولید و غیره باشند. رشد ترکها، از مهم ترین عوامل گسیختگی در بسیاری از قطعات مهندسی است. گسیختگی ناشی از بار گذاری تکراری و خستگی است، بیش از نیمی از شکستها را شامل میشود. با توجه به كاربرد وسيع استوانههاى جدار ضخيم در صنعت، بررسى رفتار اين نوع سازمها با وجود ترک و تحت بار خستگی موضوع تحقیقات و گزارشهای متعددی بوده است. ترکهایی که برای مدلسازی توسط محققان استفاده شده است، در بیشتر مواقع ترکهای نیم بیضوی میباشد که مرکز آن بر روی محیط جسم قرار گرفته است. این شکل ترک بر اساس مشاهدات آزمایشگاهی و تحلیل های عددی مختلف بدست آمده است [2,1]. در مجموعه تحلیل هایی که لین و اسمیت [1-3] انجام دادند، مشخص شد که ترکها با هر شکل اولیه دلخواه پس از چند مرحله بارگذاری به سرعت به ترک نیم بیضوی تبدیل خواهند شد. برای این کار آنها 9 نقطهی مختلف روی خط ترک در نظر گرفتند و با استفاده از 200 مدل المان محدود برای ترک سه بعدی، تغییر شکل نقاط در نظر گرفته شده را بررسی نمودند. آنها نشان دادند که ترکهای نیم بیضوی اولیه در طول رشد ترک با انجراف کمتر از 5% به شکل نیم بیضوی باقی میمانند و ترکهای بیقاعده به سرعت به شکل نیم بیضوی در میآیند. کارپینتری و همکاران [4] و نیز کارپینتری و بریگنتی [5] مسأله رشد ترک سطحی در یک میله استوانهای تحت بار خستگی خمشی و ترکیبی از خمش و کشش با دامنه ثابت را مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که برای هر عمق نسبی ترک با افزایش نسبت| منظر ترک، محل بیشینه ضریب شدت تنش از نقطه عمق ترک به گوشهها منتقل خواهد شد. کرونیو و رویر [6] به بررسی ترک خستگی در میله استوانهای تحت کشش و خمش پرداختند. آنها نشان دادند که مدل سه درجه آزادی ترک که در آن مرکز بیضی ترک بر امتداد شعاع استوانه حرکت كند، باعث بهبود قابل توجهي حاصل نميشود. فونته [7] مسأله ترك سطحي نیم بیضوی را در استوانهای تحت گشتاور پیچشی و خمشی بررسی نمود. به منظور تعیین درستی نتایج، ابتدا مسأله ترک سه بعدی را برای بار خمشی متناوب در کنار بار پیچشی بررسی نمود. او مشاهده کرد که برای نقاطی که ترک با سطح خارجی میله تقاطع دارد با وجود اعمال گشتاور پیچشی خالص، در کنار مود III، مود II نیز وجود دارد ولی برای عمیقترین نقطه فقط مود III موجود است. شاهانی و شاهحسینی [8]، شاهحسینی و شاهانی [10٫9] و نیز شاهانی و حبیبی [11] به تحلیل رشد ترک خستگی در استوانههای جدار ضخیم تحت اعمال همزمان بار محوری، خمشی و پیچشی پرداختند. آنها از معادله پاریس جهت محاسبه عمر خستگی استفاده کردند و رشد ترکهای سطحی در نسبت منظرهای مختلف بر حسب رابطه عمق نسبی را بررسی نمودند. مقایسه نتایج با دادههای آزمایشگاهی نشان داد که تحت تاثیر بار خمشی ترک به صورت متقارن رشد میکند.

در بیشتر مطالعات انجام شده در مورد مخازن اتوفرتاژ شده، تاثیر وجود تنش پسماند و فشار داخلی بر رفتار ترک بررسی شده است. به همین دلیل در بیشتر منابع، ترکها به صورت شعاعی یا طولی و در قسمت داخلی مخزن منظور شده است. پارکر [12] به بررسی تجربی و عددی اثر اتوفرتاژ بر ضریب شدت تنش و رشد ترک خستگی در استوانههای ضخیم با چند ترک شعاعی

 $www.SIB in$

پرداخته است. پارکر و فارو [13] بر اساس توزیع تنش محیطی ناشی از اتوفرتاژ یا اعمال دما و وجود فشار داخلی و با استفاده از اصل جمع آثار، رابطهی تقریبی برای محاسبه ضریب شدت تنش در ترک شعاعی ارایه كردهاند. همچنين شاو و همكاران [14] و آرشه و پرل [15] رفتار استوانه اتوفرتاژ شده با ترکهای شعاعی را بررسی نموده و اثرات پارامترهایی مانند ابعاد ترک، ابعاد استوانه و درصد اتوفرتاژ را بر ضریب شدت تنش مطالعه نمودند. پرل و ناچوم در دو تحقیق جداگانه به بررسی اثر اندازه اتوفرتاژ [16] و اثر ترکیبی اتوفرتاژ و فشار داخلی [17] بر ترکهای نیم بیضی داخلی در استوانههای ضخیم پرداختند. با توجه به تنش پسماند فشاری در قسمتهای داخلی استوانه، اتوفرتاژ باعث کاهش مقادیر ضریب شدت تنش در ترک میشود. پرل و استینر [19,18] اثرات مفید اتوفرتاژ بر ترک سطحی داخلی در مخزن کروی را مطالعه نمودند. در این تحقیق مشخص شد که در ترکهای داخلی با عمق زیاد که به سطح بیرونی مخزن و نقاطی با تنش پسماند کششی نزدیک است مقادیر ضریب شدت تنش مقدار مثبتی خواهند داشت. قاجار و سعیدی [20] به بررسی اثر فشار غیر یکنواخت بر توزیع ضریب شدت تنش در پیشانی ترک نیم بیضی طولی در سطح داخلی استوانه اتوفرتاژ شده پرداختهاند. آنها بر اساس استفاده از روش تابع وزنی نتیجه گرفتند که در این حالت نقاط بحرانی در سطح یا عمق ترک نیستند. سیفی [21] و سیفی و دژم [22] اثر اتوفرتاژ مخازن ساخته شده با مواد مدرج تابعی بر تغییرات ضریب شدت تنش در پیشانی ترک سطحی در قسمت داخلی و خارجی دیواره را ارزیابی کردند. مشاهده شد که فرایند اتوفرتاژ در این نوع مواد هم مانند مواد یکنواخت بر مشخصات ترک داخلی اثر مفید و ترک خارجی تاثیر مضری دارد. همچنین اثر بارهای مکانیکی (فشار خارجی) و حرارتی بر مخازن با ترک خارجی با استفاده از روش تابع وزنی و اصل جمع أثار محاسبه شده است [23]. مشخص گردید که برای نسبتهای مختلف ابعاد ترک و نسبت بارهای اعمالی ممکن است نقاط سطحی یا عمقی مهمتر باشند. همچنین اثر ترکهای خارجی مایل نیز با استفاده از روش انتگرال J در آستوانه با فشار داخلی محاسبه شد [24].

همان گوله که ملاحظه میشود در بیشتر تحقیقات انجام شده، اثر مفید فرایند اتوفرتاژ بر رفتار ترکهای داخلی در مخازن تحت فشار داخلی بررسی شده است. همچنین در بیشتر موارد ذکر شده، ترک خارجی بدون اثر اتوفرتاژ و با در نظر گرفتن فشار داخلی مطالعه شده است. از سوی دیگر اثر اتوفرتاژ و اعمال خمش بر رشد خستگی ترک خارجی مطالعه نشده است. در این تحقیق سعی شده است که اثر خمش متناوب بر رشد ترک خستگی در مخازن اتوفرتاژ شده با وجود ترک سطحی خارجی بررسی شده و اثر پارامترهای مختلف بر آن سنجیده شود.

2- فرايند اتوفر تاژ

در یک استوانه جدار ضخیم، تحت فشار داخلی، بیشینه تنش موثر در سطح داخلی رخ میدهد. با افزایش فشار داخلی، تغییر شکل پلاستیک از سطح داخلی آغاز و سپس در جداره گسترش می یابد تا اینکه تمامی استوانه به حالت تسلیم درآید. اگر فشار داخلی طوری کنترل شود که استوانه تا شعاع معینی پلاستیک گردد، آنگاه استوانه دارای دو ناحیه خواهد شد: ناحیه الاستیک خارجی و ناحیه پلاستیک داخلی. اگر فشار داخلی استوانه برداشته شود، ناحيه الاستيک به علت وجود ناحيه پلاستيک داخلي نميتواند به حالت اوليه بركردد، بنابراين اين ناحيه را تحت فشار قرار داده و سبب ايجاد تنشهای پسماند فشاری در آن میگردد. البته این فرایند باعث ایجاد تنش کششی در لایههای بیرونی جداره میشود. تنشهای فشاری قسمتی از

تنشهای کششی ناشی از بارگذاری مجدد مخزن را خنثی نموده و بدین ترتیب، ظرفیت تحمل بار مخزن و عمر خستگی را افزایش میدهد. این افزایش ظرفیت در مراحل ایجاد و رشد ترک خستگی و نیز شکست نهایی مهم است. برای محاسبه فشار لازم برای ایجاد استوانه الاستیک-پلاستیک فرض می شود، استوانه تا شعاع $r = \rho$ پلاستیک گردد. در این صورت، استوانه به شعاع خارجی p و شعاع داخلی r_i کاملا پلاستیک و به شعاع AF خارجی r_o و شعاع داخلی ρ یک استوانه الاستیک است. نسبت اتوفرتاژ، به صورت نسبت ضخامت ناحيه پلاستيک شده به ضخامت کل جداره استوانه تعريف مي شود. البته نسبت اتوفر تاژ معمولا به درصد به صورت رابطه (1) بيان مے شود:

$$
{}^{\circ}\mathsf{A}\mathsf{F} = \mathsf{100}\frac{\frac{\rho}{r_i} - \mathsf{1}}{k - \mathsf{1}}
$$
 (1)

که در آن $k = r_o/r_i$ است. اگر استوانه مذکور از مادهای با رفتار الاستيک-پلاستيک خطي با مدول الاستيسيته E ، مدول مماسي H ، ضريب یواسون ۷ و تنش تسلیم S_Y ساخته شده باشد، مقادیر تنش های پسماند شعاعی، σ_{rr} و محیطی، $\sigma_{\theta\theta}$ با فرض کرنش صفحهای از روابط (2) به دست می آید [25]:

 $r_i \leq r \leq \rho$ در ناحيه پلاستيک

$$
\frac{\sigma_{rr}}{S_{\rm Y}} = \frac{\frac{r_{\sigma}}{r^2} - \mathbf{1}}{k^2 - \mathbf{1}} F(r_i) - F(r)
$$
\n
$$
\frac{\sigma_{\theta\theta}}{S_{\rm Y}} = -\frac{\frac{r_{\phi}^2}{r^2} + \mathbf{1}}{k^2 - \mathbf{1}} F(r_i) + G(r)
$$
\n
$$
\tag{3-1}
$$

$$
\frac{dP}{dx} = \frac{V_0^2}{V_0^2} - 10\frac{FV_0}{k^2 - 1} - \frac{P^2}{2r_0^2}
$$
\n
$$
\frac{dP}{dx} = -\frac{V_0^2}{r^2} + 10\frac{FV_0}{k^2 - 1} - \frac{P^2}{2r_0^2}
$$
\n
$$
\tag{4.2}
$$

$$
F(r) = \frac{1 - \frac{\rho^2}{r_o^2} + 2\ln\frac{\rho}{r} + (1 - \nu^2)\frac{H}{E}\left(\frac{\rho^2}{r^2} - \frac{\rho^2}{r_o^2}\right)}{2\left[1 + (1 - \nu^2)\frac{H}{E}\left(\frac{\rho^2}{r^2} - \frac{\rho^2}{r_o^2}\right)\right]}
$$

$$
G(r) = \frac{1 + \frac{\rho^2}{r_o^2} - 2\ln\frac{\rho}{r} + (1 - \nu^2)\frac{H}{E}\left(\frac{\rho^2}{r^2} + \frac{\rho^2}{r_o^2}\right)}{2\left[1 + (1 - \nu^2)\frac{H}{E}\left(\frac{\rho^2}{r^2} + \frac{\rho^2}{r_o^2}\right)\right]}
$$

$$
y' = \frac{2\left[1 + (1 - v^2)\frac{H}{E}\right]}{(3)}
$$

بدیهی است بر اساس فرض ذکر شده، مقدار تنش محوری، σ_{zz} از رابطه [25] به دست میآید. روابط (1) تا (3) از مرجع $\sigma_{zz} = v(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})$ بازنویسی شدهاند. با اعمال بار خارجی مانند فشار داخلی یا خمش، تنشهای نهایی بر اساس اصل جمع آثار برابر مجموع تنشهای اعمالی و تنشهای يسماند خواهد بود.

3- مواد و آزمایش

برای ساخت نمونههای اتوفرتاژ از فلز آلومینیوم 2024 استفاده شد. این آلیاژ به دلیل استحکام بالا دارای کاربردهای وسیعی در صنایع خودرو، هوافضا و نظامی میباشد. برای به دست آوردن ترکیب شیمیایی و تعیین استاندارد آلياژ معادل از آزمون كوانتومتري استاندارد ASTM E1251-07 استفاده شد. تركيب شيميايي آلياژ در جدول 1 آورده شده است. منحني تنش-كرنش از آزمون کشش استاندارد ASTM E8M-09 برای دو نمونه استاندارد استخراج شده و در شکل 1 و خواص مکانیکی آن در جدول 2 ارایه شده است.

برای ایجاد تنش پسماند در نمونهها با توجه به فشار مورد نیاز برای

اتوفرتاژ و همچنین کاهش تمرکز تنش در بخش طولی نمونهها، ابعاد و شکل قطعه به صورت نشان داده شده در شکل 2 در نظر گرفته شد. تعدادی از نمونههای ساخته شده نیز در شکل 3 آورده شدهاند. فشار اتوفرتاژ مورد نیاز به کمک پمپ دستی فشار بالا از نوع اینرپک P-2282 به همراه آداپتور مخصوص تامین شد. این پمپ قادر است فشاری حدود MPa و280 را اعمال نمايد. در اين تحقيق اثرات اتوفرتاژ %40 و %60 بررسي شده است. اين مقادیر تحت فشاری در حدود 157 و 169 مگاپاسکال ایجاد میگردد.

بعد از ساخت نمونهها و اتوفرتاژ نمودن تعداد مورد نظر، ترک نیم بیضی در سطح خارجی آنها به صورت محیطی با عمق و پهنای لازم ایجاد گردید. این کار به روش اسپارک و استفاده از ورقهای نازک مسی انجام شد. ابعاد و مشخصات ترک ایجاد شده به صورت شماتیک در شکل 4 نشان داده شده

در شکل 4، 4 عمق ترک (شعاع بیضی) و c پهنای ترک مجازی در موقعیت عمود بر شعاع دیگر بیضی می باشد. مقدار s نیز نصف طول محیطی ترک در سطح خارجی استوانه است. دو نمونه از استوانههای اتوفرتاژ که ترک در آنها ایجاد شده، در شکل 5 آورده شده است.

در بررسی اثر ابعاد ترک، برای نسبت عمق ترک به ضخامت استوانه، قادیر 0.4 و 0.6 و برای نسبت منظر ترک، $\alpha = a/c$ از مقادیر $\zeta = a/t$ 2/3، 1.0 و 3/2 استفاده شده است.

جدول 1 ترکیب شمیایی آلیاژ آلومینیوم 2024 بر حسب درصد وزنی								
Table 1 Chemical compositions of Al 2024 (% wt.)								
A1	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Ni	
Base	0.56	0.47	4.6	0.26	1.4	0.03	0.05	
Zn	Ti	Ph	Sn	V	Co	Zr	B	
0.23	0.14	0.043	0.023	0.008	0.005	0.007	0.004	
					جدول 2 خواص مكانيكي آلومنيوم			
Table 2 Mechanical properties of Aluminum								
ضريب يواسون		مدول الاستيك		آلياژ استحكام تسليم				
0.32		72.9 [±] 2 GPa		370±5 MPa AL2024				
500								
habsonnegy 400								
300					۰	Sample 1		
Stress (MPa) 200		Sample 2						
	Bilinear Fit							
100								
	$\mathbf{0}$							
	0.00	0.02	0.04 strain	0.06	0.08		0.10	

Fig. 1 Stress-strain curve of Al 2024 with two samples شكل 1 منحنى تنش-كرنش واقعى آلومينيوم 2024 با دو نمونه.

Fig. 2 Dimensions of test samples (in mm) شكل 2 ابعاد نمونه هاى آزمايش (ابعاد برحسب ميلي متر)

Fig. 3 A numbers of the built samples

برای بارگذاری خستگی خمشی روی نمونهها از دستگاه کشش-فشار اینسترون 8502 اسفاده شد. برای این که گشتاور خمشی معینی در محل ترک ایجاد شود و با توجه به هندسه نمونهها و گیرههای دستگاه سنتام، مجموعه قید و بست مناسبی طراحی و ساخته شد. شکل شماتیک و نمونه ساخته شدهی قید و بست در شکل 6 نشان شده است.

شکل 3 تعدادی از نمونههای ساخته شده

نیروی متناوب وارد بر انتهای نمونه با توجه به شکل 6 بین 1kN تا 10kN نوسان میکند. فرکانس دستگاه نیز بر روی Hz 3 تنظیم شد. نتیجه آزمایش براساس تعداد سیکلها و طول محیطی دهانه ترک تا زمان شکست نمونه ثبت شد. برای اینکه در طول آزمایش رشد ترک در سطح خارجی نمونه مشاهده شود از تست رنگ نفوذی، PT استفاده شد.

دو حالت از سطوح شکست ایجاد شده در نمونهها در شکل 7 آورده شده∥ است. همچنین مشخصات کامل نمونهها در جدول 3 ارایه شده است. در این ٰ جدول، نمونه 8 تكرار نمونه 1 و نمونه 9 تكرار نمونه 5 مىباشد. دو نمونه 10

Fig. 4 Specifications and dimensions of semi-elliptical external crack شکل 4 مشخصات و ابعاد ترک خارجی نیم بیضی

Fig. 5 Two samples of cracked specimens with $\xi = 0.4$ $\xi = 0.4$ شکل 5 دو نمونه از قطعات تر کدار با

Fig 6. Built Jigs and fixtures with assembled sample شکل 6 قید و بست ساخته شده به همراه نمونه نصب شده

و 11 هم بدون اتوفرتاژ با تركى به ترتيب مشابه با نمونه 1 و 4 تحت بارگذاري قرار گرفتند.

4- مدلسازی و تحلیل عددی

در این تحقیق از روش اجزاء محدود در نرمافزار تجاری آباکوس برای تعیین مقادیر پارامترهای مورد نظر مانند توزیع تنش پسماند و ضریب شدت تنش استفاده شده است.

نمونهها به صورت کامل و با وجود ترک در نرمافزار مدلسازی و المان بندی می گردند. در مرحله اول که فشار اتوفرتاژ اعمال می گردد، سطوح ترک به هم چسبیده فرضٌ میشوند. در مرحله اعمال بار خمشی، قید سطوح ترک برداشته شده و این سطوح به صورت سطح آزاد رفتار می کنند. در شکل 8 نمونهای از مدل المان محدود با وجود شرایط مرزی و بارگذاری در مرحله

Fig. 7 Two samples of the fatigue fractured surfaces شکل 7 دو نمونه از سطوح شکست خستگی

رحمن سیفی و حسین حکیمی

جدول 3 مشخصات كامل نمونهها

Table 3 Complete specifications of the samples

$\xi = a/t$	$\alpha = a/c$	درصد اتوفر تاژ	شماره نمونه
0.4	2/3	40%	1.8
0.6	2/3	40%	2
0.4	1.0	40%	3
0.4	3/2	40%	4
0.4	2/3	60%	5,9
0.4	1.0	60%	6
0.4	3/2	60%	7
0.4	2/3	Ω	10
0.4	3/2	Ω	11

اعمال بار خمشی آورده شده است. در انتهای استوانه، شرایط مرزی گیردار منظور شده است. در نزدیکی ترک و در نقطه مقابل آن حرکت در راستای y محدود میشود. بار خمشی در انتهای دیگر استوانه با استفاده از نقطه مرجع متصل به سطح مقطع اعمال شده است. این مدل از 65165 گره و 59648 المان آجري هشت گرهي تشكيل شده است. بزرگترين بعد المان در نقاط دور از ترک برابر 7mm و کوچکترین آن در نزدیک پیشانی ترک حدود 0.01mm

Fig. 8 Finite element model of cracked cylinder, boundary conditions and bending load

شکل 8 مدل المان محدود استوانه ترکدار، شرایط مرزی و بار خمشی

Fig. 9 A sample of meshing around the crack front شکل 9 نمونهای از المان بندی در اطراف پیشانی ترک

میباشد. نمونهای از نحوه المان بندی در اطراف پیشانی ترک نیز در شکل 9 آورده شده است.

آنچه در رشد ترک تحت بار خستگی اهمیت دارد، تعیین تعداد سیکل لازم برای رسیدن طول ترک از مقداری اولیه، a_i به طول مورد نظر یا نهایی، است. a_f

معمولا در مکانیک شکست، رابطهای بین نرخ رشد ترک و تغییرات ضریب شدت تنش، هندسه و بارگذاری برای بررسی رشد ترک خستگی استفاده میگردد. ساده ترین ولی پرکاربردترین معادله، معادله پاریس است كه با رابطه (4) بيان ميشود [26]:

 (4)

 (5)

da $= C(\Delta K)^m$ \overline{dN}

که در آن ΔK گستره تغییرات ضریب شدت تنش به ازای تغییرات بار از مقدار کمینه تا بیشینه است. C و m ثابتهای مادی معادله هستند که از طریق برازش منحنی بر نتایج تجربی به دست میآید. برای آلومنیوم 2024، $da/dN = 1.86 *$ معادله نرخ رشد ترک در سیستم متریک به صورت * 48.6 .[26] خواهد بود 10^{-11} (ΔK).

با انتگرال گیری از معادله (4) میتوان تعداد سیکلهایی که باعث رشد ترک از مقدار اولیهای مانند a_i به مقدار نهایی a_f میشود را به دست آورد. به منظور به دست آوردن تغییرات ΔK بر حسب a در یک بارگذاری با دامنه K_{max} ثابت، برای طول ترک a_i به ازای بار بیشینه، R_{max} مقدار P_{min} ازای بار کمینه، P_{min} مقدار K_{min} تعیین می شود. مقدار ΔK برابر اختلاف این مقادیر است و از رابطه $K = K_{\text{max}} - K_{\text{min}}$ محاسبه میشود. سپس ترک را به میزان مقادیر کوچک Δa و به صورت مجازی رشد داده شده و در $a_{i+1} = a_i + \Delta a$ طول ترک جدید $a_{i+1} = a_{i+1}$ مقدار ΔK جدید محاسبه گردد. به این α ترتیب مقادیر ΔK بر حسب a به دست خواهند آمد و میتوان با تقریبی از معادله (4) به صورت معادله (5) تعداد سیکلهای مورد نیاز ۵ Λ را محاسبه

$= C(\Delta K)^m \Rightarrow \Delta N = \frac{\Delta a}{C(\Delta K)^m}$ $\overline{\Lambda N}$

هرچه مقدار Δa کوچکتر باشد دقت رابطه 4 بیشتر خواهد بود. در ییشانی ترک، این فرایند فقط برای موقعیتی که ΔK آن بیشینه است مورد استفاده قرار می گیرد. برای رشد نقاط دیگر بر اساس نسبت مقدار ΔK آن به مقدار ماکزیمم، میزان رشد تعیین میگردد. به عنوان نمونه در نقطهای مانند برای محاسبه رشد ترک a_i میتوان از رابطه (6) استفاده نمود: i

$$
\frac{\Delta a_i}{\Delta a} = \left(\frac{\Delta K_i}{\Delta K}\right)^m \Rightarrow \Delta a_i = \Delta a \left(\frac{\Delta K_i}{\Delta K}\right)^m \tag{6}
$$

رابطه (6) نشان می۵هد که رشد نقاط مختلف پیشانی ترک به ازای تعداد سیکل معین بارگذاری، ۵N به یک اندازه نیست و لذا شکل ترک با رشد آن تغيير خواهد كرد.

5- نتايج، بحث و بررسي

5-1- تغييرات ضريب شدت تنش

در این قسمت، ابتدا نتایج تحلیلهای عددی برای تعیین مقادیر تنش پسماند و ضریب شدت تنش در استوانههای اتوفرتاژ آورده شده و در ادامه به مقایسه نتایج تجربی و عددی پرداخته خواهد شد.

با توجه به شکل 1 مشاهده می شود که ناحیه پلاستیک منحنی تنش-كرنش نيز تقريبا خطى است. با برازش بهترين خط بر اين قسمت، شيب آن که مدول مماسی، H است برابر 614 مگاپاسکال به دست میآید. با داشتن این پارامتر و سایر متغیرهای معادله (2) می توان تنش پسماند را به صورت

تقریبی محاسبه نمود. برای تحلیل عددی فرایند اتوفرتاژ، منحنی تنش-كرنش واقعي در نرم افزار المان محدود استقاده شده است. در شكل 10 نتايج روش تحلیلی (با نماد A_) و روش عددی (با نماد N_) برای محاسبه تنش پسماند ناشی از اتوفرتاژ 40% باهم مقایسه شده است.

همان گونه که ملاحظه می شود نتایج عددی مطابقت خوبی با نتایج تحلیلی دارد و میتوان از آن در مراحل مختلف رشد ترک استفاده نمود.

برای بررسی تغییرات ضریب شدت تنش در پیشانی ترک، در هر هفت حالت جدول 3 تعداد 9 مرحله رشد با $\Delta a = 0.25$ برای 5.4 $\xi = \xi$ و با برای 5**0.6 × 6 برای 50.6 × 6** برای 50.6 × بر نظر گرفته شد. این مقادیر برای Aa = 0.125mm عمیقترین نقطه در پیشانی ترک (نقطه A در شکل 4) منظور شد. در هر مرحله ابتدا با تحليل عددى مقدار ضريب شدت تنش در نقاط مختلف پیشانی ترک به دست میآید. در ادامه، با توجه به مطالب ذکر شده و مقدار ضریب شدت تنش در نقطه A در هر مرحله، میزان رشد هر نقطه از رابطه (6) تعیین می گردد.

تغییرات ضریب شدت تنش به ازای بار خستگی در مراحل مختلف رشد ترک در نمونه 1 در شکل 11 آورده شده است.

لازم به ذکر است که اعداد محور افقی بر اساس مختصه طولی نقاط ییشانی ترک (در راستای طول c ترک) پی بعد شده است. نقطه A عمیقترین و نقطه B سطحی ترین نقاط از پیشانی ترک هستند.

همان گونه که دیده می شود برای ترک بیضی شکل با عمق کمتر، در ابتدای رشد ترک خستگی، مقادیر ΔK در عمق ترک بیشتر یا برابر مقدار آن در نقاط دیگر است. با رشد ترک مقدار آن در نقاط نزدیک به سطح بیشتر افزایش می یابد و این به معنی آن است که در مراحل بالاتر در نقاط نزدیک به سطح سرعت و نرخ رشد ترک بیشتر میشود.

این مطلب در شکل 7 نیز مشخص است و مشاهده میشود در لحظه شک ترد (نواحی با رنگ تیره تر) مقدار رشد در نقاط سطحی بیشتر است.

در شکل 12 تغییرات ضریب شدت تنش برای نمونه 2 آورده شده است. در مقایسه با شکل 11 دیده میشود که فقط عمق ترک در نمونه 2 بیشتر شده است. ملاحظه میشود که مقادیر ΔK در نمونه 2 بزرگتر است ولی تغییرات آن به ازای رشد ترک نسبت به نمونه 1 کمتر است. با توجه به آن که نسبت a دو نمونه یکسان ولی عمق ترک در نمونه 1 کمتر است لذا سطح ترک (سطح بدون تنش با اعمال بار خمشی خارجی) نیز کوچکتر خواهد بود. به همین علت مقدار ممان اینرسی مقطع کاهش کمتری نسبت به نمونه 2 خواهد داشت. به همین ترتیب موقعیت تار خنثی نیز به مقدار کمی جابجا \bullet خواهد شد. از طرف دیگر با توجه به شکل 10 به ازای عمق \bullet ۰۰ و \bullet

Fig. 10 Comparing the numerical and analytical results of residual stress due to 40% autofrettage.

شكل 10 مقايسه نتايج عددي و تحليلي توزيع تنش پسماند ناشي از اتوفرتاژ %40

تنش پسماند محوری تفاوت زیادی ندارد. با توجه به این عوامل میتوان نتیجه گرفت که همه مراحل رشد ترک، تغییرات ΔK در نمونه 2 بیشتر از نمونه 1 و عمر آن کمتر میباشد.

در شكل 13 نتايج براي نمونه 3 آورده شده است. با توجه به اينكه اين نمونه نسبت به نمونه 1 پهنای کمتر و لذا سطح آزاد کوچکتری دارد لذا بنا به علل گفته شده مقادیر ΔK در آن کوچکتر است. با توجه به این که عمق ترک در دو نمونه 1 و 3 یکسان است با وجود عوامل گفته شده، تغییرات مقادیر در نمونه 3 شديدتر خواهد بود. در مراحل اوليه رشد، مقادير ضريب ΔK شدت تنش کمتر از نمونه 1 است ولی در مراحل پایانی مقدار آن سریعتر افزایش یافته و در مراحل نهایی مقادیر ΔK تقریبا یکسانی خواهند داشت.

Fig. 11 Variations of ΔK in sample 1 for various steps of the crack growth

شكل 11 تغييرات ΔK در نمونه 1 در مراحل مختلف رشد ترک

growth شکل 12 تغییرات ΔK در نمونه 2 به ازای مراحل رشد ترک

Fig. 13 Variations of ΔK in sample 3 for various steps of the crack growth

شکل 13 تغییرات ΔK در نمونه 3 در مراحل مختلف رشد ترک

تغییرات ضریب شدت تنش در نمونه 4 در شکل 14 ارایه شده است. در مقایسه با نمونه 1، عمق ترکها برابر است ولی پهنای ترک در نمونه 4 کمتر

به همین دلیل سطح ترک کوچکتر و لذا تنش خمشی کمتری در سطح مقطع استوانه وجود خواهد داشت. ولي با رشد ترک، تغييرات ΔK در پيشاني ترک نمونه 4 شدیدتر شده و در مراحل پایانی، رفتاری همانند نمونه 1 خواهد

همانگونه که دیده میشود به ازای نسبت اتوفرتاژ %40 و عمق ترک برابر، تغییرات ΔK در مراحل آخر رشد ترک خستگی در هر سه نمونه 1، 3 و 4 یکسان میشود ولی برای ترک عمیقتر (شکل 12) مقادیر بزرگتر و تغییرات کمتر خواهد بود. می توان نتیجه گرفت که به ازای نسبت اتوفرتاژ و عمق برابر برای هر نوع ترک اولیه، در نزدیک لحظه شکست استاتیکی، شکل نهایی ترک و مقادیر ΔK در پیشانی آن یکسان خواهند بود.

 ΔK در ادامه به بررسی اثر نسبت اتوفرتاژ بر تغییرات ΔK برداخته شده است. با افزایش نسبت اتوفرتاژ مقادیر، تنشهای پسماند نیز تغییر میکند. با توجه به این که ترکها به صورت محیطی در نظر گرفته شدهاند لذا تغییرات تنش محوری مهم خواهد بود. تغییرات این تنش برای دو نسبت اتوفرتاژ 40 و 60% در شکل 15 آورده شده است. مشاهده می شود که برای اتوفرتاژ 60% مقدار تنش6مای کششی افزایش یافته ولی ناحیه کششی کوچکتر شده است. به همین علت تفاوت تغییرات ΔK در **0.4** = ξ بیشتر از 0.6 = ξ خواهد بود. در شکلهای 16 تا 18 به ترتیب تغییرات ضریب شدت تنش در نمونه-های 5 6 و 7 نشان داده شده است. در هر سه نمونه نسبت اتوفرتاژ 60% و عمق ترکها نیز یکسان و برابر **0.4 =** ξ است. مشاهده می شود که رفتار ترک در این حالت همانند رفتار آنها در نسبت اتوفرتاژ %40 است و فقط مقدار تغییرات ضریب شدت تنش بزرگتر شده است. این افزایش به علت افزایش تنش پسماند کششی محوری در اتوفرتاژ 60% میباشد. در این حالت برای ترک با عمق یکسان و پهنای بزرگتر مقدار ΔK بزرگتر است ولی رشد ΔK ترک و تغییرات ΔK آهستهتر است و مانند اثر اتوفرتاژ %40، در لحظه شکست نهایی، ابعاد ترکها تقریبا یکسان میشود.

تقریبا در همه حالات مشاهده میشود که مقدار ΔK در نقاط سطحی (نقاط B) بیشتر از سایر نقاط پیشانی ترک است. این به معنی آن است که حتی ترکھایی به شکل دایره 1.0 = α و بیضی معکوس 1.0 < α نیز بعد از چند مرحله رشد، به شکل بیضی مستقیم $\alpha < 1$ درخواهند آمد. مراحل رشد نشان داده شده در شکل 7 نیز مؤید این موضوع میباشد. در حقیقت با توجه به اینکه مشخصات نمونهها (جنس، هندسه، عمق ترک، بارگذاری و

Fig. 14 Variations of ΔK in sample 4 for various steps of the crack growth

شکل 14 تغییرات ΔK در نمونه 4 به ازای مراحل رشد ترک

Fig. 15 Effect of AF ratio on the residual axial stress شكل 15 اثر نسبت اتوفرتاژ بر تنش پسماند محوری

Fig. 16 Variations of ΔK in sample 5 for various steps of the crack growth

شکل 16 تغییرات ΔK در نمونه 5 به ازای مراحل رشد ترک

شکل 17 تغییرات ΔK در نمونه 6 به ازای مراحل رشد ترک

Fig. 17 variations of ΔK in sample 6 for various steps of the crack growth

Fig. 18 variations of ΔK in sample 7 for various steps of the crack growth

شکل 18 تغییرات
$$
\Delta K
$$
 در نمونه 7 به ازای مراحل رشد ترک

تغییرات مقادیر ΔK در نقطه عمقی ترک، $\Delta K_{\rm A}$ در مراحل مختلف رشد در نمونهها در شکل 19 نشان داده شده است. مشاهده می شود که نسبت تنش نقاط سطحی به نقاط عمقی در اتوفرتاژ 60% بیشتر از اتوفرتاژ 40% است. این روند در طول رشد ترک برقرار است. همچنین ملاحظه میشود که با افزایش طول ترک در همه نمونهها، مقادیر ΔK به مقدار تقریبا یکسان و برابری نزدیک می شوند.

در شكل 20 نسبت مقادير ضريب شدت تنش در نقاط سطحي به نقاط عمقی در مراحل مختلف رشد ترک در نمونههای مورد بررسی، ارایه شده

همان گونه که دیده می شود در ابتدای رشد خستگی برای ترکهایی با این نسبت کوچکتر از واحد است ولی با افزایش طول ترک، مقدار $\alpha \geq 1.0$ آن افزایش پیدا می کند.

 $\alpha < 1$ تر ک α ایی با مقدار اولیه $\alpha < 1$,فتار متفاوتی دارند بعنی در ابتدا نسبت به مقدار قابل ملاحظهای از مقدار واحد بزرگتر است ولی با رشد A $K_{\rm B}/\Delta K_{\rm A}$ ترک این نسبت کوچکتر میشود. همچنین با رشد ترک و افزایش قطر کوچک ترک، نسبت تغییرات ضریب شدت تنش به مقدار تقریبا ثابتی همگرا می گردد. ملاحظه می شود که برای اتوفرتاژ 60% نسبت $\Delta K_{\rm B}/\Delta K_{\rm A}$ کوچکتر است

5-2- تغييرات عمر خستگي

در این قسمت به بررسی عمر خستگی و رابطه پرشد ترک با تعداد سیکل اعمالی بار خارجی در نمونهها پرداخته شده است. با توجه به آنکه امکان

Fig. 19 Variations of ΔK in point A for various steps of the crack growth

شكل 19 تغييرات ΔK در نقطه A در مراحل مختلف رشد ترك

Fig. 20 Ratio of ΔK in point B to A for various steps of the crack growth

شکل 20 نسبت تغییرات ΔK در نقطه B به نقطه A در مراحل مختلف رشد ترک

اندازهگیری طول ترک نیم بیضی و میزان رشد آن وجود نداشت، در این تحقیق به بررسی تغییرات موقعیت نقاط سطحی $\mathbf B$ در سیکلهای مختلف بر اساس فاصله محيطى اين نقاط (مقدار 2S در شكل 4 معادل دهانه ترك) پر داخته شد.

در شکل 21 به مقایسه نتایج عددی و تجربی رشد ترک خستگی در نمونههای 1 و 8 (تکرار نمونه 1) پرداخته شده است. مشاهده می شود که تکرار آزمایش نتایج نزدیکی با آزمایش اول دارد و اختلاف نتایج قابل قبول است. نتايج عددي نيز همخواني قابل قبولي با نتايج تجربي نشان مى دهند. هرچند که عمر خستگی بیشتری با روش عددی محاسبه میشود. در مراحل اولیه رشد، همخوانی نتایج بهتر است که علت آن می تواند اثر کمتر تغییر شکلهای پلاستیک و نیز عدم تغییرات تنش پسماند اولیه در مراحل ابتدایی ياشد.

در شکل 22 نتایج برای نمونههای 5 و 9 (تکرار نمونه 5) آورده شده است. همانند نمونه قبلي نتايج تجربي و تكرار آنها مطابقت قابل قبولي دارند و تحلیل عددی نیز در پیش بینی عمر خستگی دقت مناسبی را دارا می باشد. با توجه به این دو شکل که تفاوت آنها در درصد اتوفرتاژ است، ملاحظه می شود که درصد بالاتر اتوفرتاژ باعث کاهش قابل ملاحظه عمر خستگی شده و برای طول محيطي يكسان، تعداد سيكل تقريبا %25 كاهش مي يابد.

اثر همزمان درصد اتوفرتاژ و هندسه ترک بر عمر خستگی نمونهها در شکل 23 برای 213 = α و در شکل 24 برای 312 = α نشان داده شده

Fig. 21 Comparing the numerical and experimental results in samples 1 and 8(test repeating study)

شکل 21 مقایسه نتایج عددی و تجربی در نمونههای 1 و 8 (بررسی تکرار آزمایش)

Fig. 22 Comparing the numerical and experimental results in samples 5 and 9(test repeating)

شکل 22 مقایسه نتایج عددی و تجربی در نمونههای 5 و 9 (تکرار آزمایش)

Fig. 23 Experimental results of the fatigue crack growth in samples 1, 5 and 10 (Effects of the autofrettage ratio)

شکل 23 نتایج تجربی رشد ترک خستگی در نمونههای 1، 5 و 10 (اثر نسبت اتوفر تاژ)

Fig. 24 Experimental results of the fatigue crack growth in samples 4, 7 and 11 (Effects of the autofrettage ratio) شکل 24 نتایج تجربی رشد ترک خستگی در نمونههای 4، 7 و 11 (اثر نسبت اتوفر تاژ)

مشاهده می شود که در هر دو حالت در شروع رشد ترک، در نمونه بدون اتوفرتاژ دیرتر شروع به رشد میکند و در ادامه نیز نرخ رشد آن کمتر است. $\alpha = 3/2$ عمق ترک در هر دو حالت یکسان است ولی به علت آن که برای دهانه ترک کوچکتر است، عمر خستگی بزرگتر خواهد بود. در این حالت، $\alpha = 2/3$ اختلاف حالت بدون اتوفرتاژ با حالت وجود اتوفرتاژ بیشتر از حالت است. میتوان به این نتیجه رسید که تحلیل عددی نتایج قابل قبولی دارد ولی ممکن است در حالاتی عمر را بیشتر از حالت واقعی ارایه دهد. با این وجود می توان با ضریب اطمینان مناسبی به نتایج آن اعتماد نمود. وجود اختلاف در نتایج می تواند ناشی از عدم دقت در حین آزمایش نیز باشد؛ که از آن جمله میتوان به وجود عیوب در ماده مورد آزمایش، نحوه ایجاد اتوفرتاژ، ایجاد ترک به وسیله اسپارک و مواردی از این قبیل اشاره کرد.

6- نتيجه گيري

در این تحقیق به بررسی اثر فرایند اتوفرتاژ بر رفتار خستگی ترکهای سطحی در سطح خارجی استوانه آلومینیومی تحت بار خمشی پرداخته شده است. اثر درصد اتوفرتاژ، ابعاد هندسی ترک و نسبت عمق آن به ضخامت استوانه بر عمر خستگی بررسی شده است. تغییرات گستره ضریب شدت تنش در نقاط مختلف پیشانی ترک در مراحل مختلف رشد آن تعیین گردید. رشد ترک خستگی بر حسب تعداد سیکلهای بار گذاری برای ابعاد مختلف ترک و درصد اتوفرتاژ بررسی شد. نتایج تجربی و عددی در محاسبه عمر خستگی نیز

باهم مقایسه گردید. بر اساس تحلیلهای انجام شده، از نتایج مهم می توان به موارد زیر اشاره نمود:

سطح ترک در نمونههایی که تحت خمش خالص هستند، در طول رشد، شکل نیم.بیضوی خود را حفظ میکنند. در نمونههایی با ترک اولیه نیم.بیضوی معکوس و نیم دایرهای، با رشد ترک، ترک به شکل نیم بیضوی در می آید. سرعت رشد ترک در نقاط سطحی بیشتر از نقاط عمقی است.

تحت بار خستگی و در لحظه شکست استاتیکی، بدون توجه به هندسه اولیه، هندسه نهایی ترک شکل معین و تقریبا ثابتی دارد.

برای هر نوع هندسه اولیه ترک (نیم بیضی مستقیم یا معکوس و نيمدايره)، گستره ضريب شدت تنش با تناسب تقريبا خطى بر حسب عمق افزایش مییابد. برای هر نوع ترک، نسبت ضریب شدت تنش نقطه سطحی به عمقی، با رشد ترک به مقدار تقریبا ثابتی خواهد رسید.

اعمال فرایند اتوفرتاژ باعث ایجاد تنش پسماند کششی محوری در سطح بیرونی استوانه میگردد. مقدار این تنش با افزایش درصد اتوفرتاژ، افزایش می یابد. به همین علت در نمونههای تحت خمش، تعداد سیکلها تا لحظه شکست برای نمونهای با اتوفرتاژ %60 از نمونهای با اتوفرتاژ %40 است. هر دوی آنها از نمونه بدون اتوفرتاژ سیکل کمتری تا لحظه شکست تحمل مے کنند.

تحت بار خمشی خستگی، هر چه سطح ترک بزرگتر باشد، مقادیر ضریب شدت تنش در پیشانی ترک بزرگتر و لذا عمر خستگی آن کمتر خواهد شد.

تحليل عددي عمر خستگي، نتايج قابل قبولي دارد. هرچند در حالاتي عمر را بیشتر از حالت واقعی نشان دهد، ولی میتوان با ضریب اطمینان مناسبی به نتایج آن اعتماد نمود.

7- مراجع

- [1] X. B. Lin, R. A. Smith, Shape growth simulation of surface crack in tension fatigue round bars, International Journal of Fatigue, Vol. 19, No. 6, pp. 461-469.1997
- [2] X. B. Lin, R. A. Smith, Fatigue growth prediction of internal surface cracks in pressure vessels, *International Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 120, pp. 17-23, 1998.
- [3] X. B. Lin, R. A. Smith, Finite element modeling of fatigue crack growth of surface cracked plate part II: crack shape change, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 63, No. 5, pp. 523-540, 1999.
- [4] A. Carpinteri, R. Brighenti, A. Spagnoli, Part-through cracks in pipes under
- cyclic bending, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 185, pp. 1-10, 1998.
[5] A. Carpinteri, R. Brighenti, Part-through cracks in round bars under cyclic combined axial and bending loading, International Journal of Fatigue, Vol. 18, No. 1, pp. 33-39, 1996.
- [6] N. Couroneau, J. Royer, Simplified model for the fatigue growth analysis of surface cracks in round bars under mode I, International Journal of Fatigue, Vol. 20, No. 10, pp. 711-718, 1998.
- [7] M. Fonte, L. Reis, The effect of steady torsion on fatigue crack growth in shaft, International Journal of Fatigue, Vol. 28, No. 5-6, pp. 609-617, 2005.
- [8] A. R. Shahani, A. Shahhosseini, Finite element analysis and experimental investigation of fatigue crack growth in pipes containing a circumferential semi-elliptical crack subjected to bending, Experimental Mechanics, Vol. 50, No. 5, pp. 563-573, 2010.
- [9] A. Shahhosseini, A. R. Shahani, Analysis of growth of surface semi-elliptical crack on thick cylinders under alternate bending load, 16th annual ISME conference Kerman, Iran, 2008.
- [10] A. Shahhosseini, A. R. Shahani, FEM analysis of fatigur crack growth in pipes unsed mixed loading, 16th annual ISME conference, Kerman, Iran, 2008. (in Persian فارسی)
- [11] A. R. Shahani, S. E. Habibi, Stress intensity factors in a hollow cylinder containing a circumferential semi-elliptical crack subjected to combined loading, International Journal of Fatigue, Vol. 29, pp. 128-140, 2007.
- [12] A. P. Parker, stress intensity and fatigue crack growth in multiply-cracked, pressurizex, partially autofrettaged thick cylinders, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 4, No. 4, pp. 321-330, 1981.
- [13] A. P. Parker, J. R. Farrow, Stress intensity factors for multiple radial cracks emanating from the bore of an autofrettaged or thermally stressed, thick

two dimensional weight function method, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 8, pp. 137-145, 2014. (in Persian أفارسي)

- [21] R. Seifi, Stress intensity factors for internal surface cracks in autofrettaged functionally graded thick cylinders using weight function method, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics,* Vol. 75, pp. 113-123, 2015.
- [22] R. Seifi, A. Dejam, Study the effect of autofrettaging of functionally graded cylinder on the surface crack parameters using numerical discretizing of stress fields, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 4, pp. 255-264, 2015. (in Persian آفارسی)
- [23] R. Ghajar, M. Abbaspour Niasani, H. Saeidi Googarchin, Explicit expressions of stress intensity factor for external semi-elliptical circumferential cracks in a cylinder under mechanical and thermal loads, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 9, pp. 90-98, 2014. (in (فارسی Persian
- [24] C.-Q. Li, G. Fu, W. Yang, Stress intensity factors for inclined external surface cracks in pressurised pipes, *Engineering Fracture Mechanics,* Vol. 165, pp. 72-86, 2016.
- [25] G. H. Majzoobi, A. Ghomi, Optimisation of autofrettage in thick-walled cylinders, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering,* Vol. 16, No. 1-2, pp. 124-131, 2006.
- [26] E. P. Phillips, The Influence of Crack Closure on Fatigue Crack Growth Thresholds in 2024-T3 Aluminum Alloy, *Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP,* Vol. 982, pp. 505-515, 1988.

Archive C

cylinder, *Engineering Fracture Mechanics,* Vol. 14, No. 1, pp. 237-241, 1981.

- [14] H. M. Shu, J. Petit, G. Bezine, Stress intensity factors for radial cracks in thick walled cylinders—II. Combination of autofrettage and internal pressure, *Engineering Fracture Mechanics,* Vol. 49, No. 4, pp. 625-629, 1994.
- [15] R. Arché, M. Perl, Influence of autofrettage on the stress intensity factors for a thick-walled cylinder with radial cracks of unequal length, *International Journal of Fracture,* Vol. 39, No. 1, pp. R29-R34, 1989.
- [16] M. Perl, A. Nachum, 3-D stress intensity factors for internal cracks in an overstrained cylindrical pressure vessel—part i: The effect of autofrettage level, *Journal of Pressure Vessel Technology,* Vol. 122, No. 4, pp. 421-426, 2000.
- [17] M. Perl, A. Nachum, 3-D stress intensity factors for internal cracks in an overstrained cylindrical pressure vessel—part ii: The combined effect of pressure and autofrettage, *Journal of Pressure Vessel Technology,* Vol. 123, No. 1, pp. 135-138, 2000.
- [18] M. Perl, M. Steiner, 3-d stress intensity factors due to full autofrettage for inner radial or coplanar crack arrays and ring cracks in a spherical pressure vessel, *Procedia Structural Integrity,* Vol. 2, pp. 3625-3646, 2016.
- [19] M. Perl, M. Steiner, The beneficial effect of full or partial autofrettage on the combined 3-D stress intensity factor for an inner radial lunular or crescentic crack in a spherical pressure vessel, *Engineering Fracture Mechanics,* Vol. 156, pp. 124-140, 2016.
- [20] R. Ghajar, H. Saeidi, Investigation of pressure gradient effect on stress intensity factor variations in autofrettaged cracked thick-walled tubes using