ماهنامه علمى پژوهشى



mme.modares.ac.ir

# بررسی رفتار دینامیکی بالانسر اتوماتیک ساچمه - فنر در حضور اثر ژیروسکوپی

# موسى رضائى<sup>1\*</sup>، مىر محمد اتفاق<sup>2</sup>، رضا فتحى<sup>3</sup>

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

3- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

m\_rezaee@tabrizu.ac.ir ،51665-315 تبريز، صندوق يستى

| چکیدہ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | اطلاعات مقاله                                                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| یکی از روشهای جدید کاهش ارتعاشات در روتورهای دارای نابالانسی متغیر با شرایط کاری استفاده از بالانسر دینامیکی اتوماتیک ساچمهای<br>می باشد. این اتوبالاسر علاوه بر مزیتهای مختلف، دارای یک عیب اساسی یعنی افزایش دامنه روتور در ناحیه گذرا می باشد که سبب محدودیت<br>استفاده از این نوع بالانسر می شود. در مطالعات پیشین برای رفع عیب مذکور طرح جدیدی از اتوبالانسر که نام آن اتوبالانسر ساچمه- فنر است<br>ارائه شده و رفتار دینامیکی اتوبالانسر ساچمه- فنر برای روتور جفکات مجهز به آن بررسی شده است. مدل روتور جفکات مدلی است که در آن<br>اثر ژیروسکوپی در نظر گرفته نمی شود، در حالی که در عمل و در بسیاری از کاربردها، محدودیتهایی از لحاظ نصب روتور در وسط شفت وجود<br>دارد که عدم تقارن باعث پدید آمدن اثر ژیروسکوپی می شود. در چنین شرایطی نتایج تحلیلهای حاصل از مدل جفکات قابل اعتماد نبوده و رفتار<br>دینامیکی اتوبالانسر ساچمه - فنر باید در حضور اثر ژیروسکوپی می شود. در چنین شرایطی نتایج تحلیلهای حاصل از مدل جفکات قابل اعتماد نبوده و رفتار<br>درد که عدم تقارن باعث پدید آمدن اثر ژیروسکوپی می شود. در چنین شرایطی نتایج تحلیلهای حاصل از مدل جفکات قابل اعتماد نبوده و رفتار<br>دینامیکی اتوبالانسر ساچمه - فنر باید در حضور اثر ژیروسکوپی مورد بررسی قرار گیرد. در این مقاله با در نظر گرفتن عدم تقارن در محل نصب<br>روتور، معادلات حرکت دینامیکی روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه - فنر در حضور اثر ژیروسکوپی استخراج و ضمن بدست آوردن پاسخ زمانی،<br>نواحی پایداری سیستیم با استفاده از روش اول لیاپانوف استخراج شده است. نتایج حاکی از آن است که وجود اثر ژیروسکوپی نه تنها خللی در<br>کارآئی اتوبالانسر سیندی بلکه دامنه ارتعاشات ناشی از اثر ژیروسکوپی در روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه - فنر نسبت به روتور<br>مجهز به اتوبالانسر متداول کمتر می شود. | مقاله پژوهشی کامل<br>دریافت: 26 مرداد 1395<br>پذیرش: 10 مهر 1395<br>ارائه در سایت: 05 آبان 1395<br>بالانسر اتوماتیک ساچمه- فنر<br>اثر ژیروسکوپی<br>ناحیه پایداری<br>ناحیه گذرا |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                |

# Investigating the dynamic behavior of ball-spring automatic balancer in presence of gyroscopic effect

# Mousa Rezaee<sup>\*</sup>, Mir Mohammad Ettefagh, Reza Fathi

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran \*P.O.B. 51665-315 Tabriz, Iran, m\_rezaee@tabrizu.ac.ir

#### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 16 August 2016

Keywords:

Gyroscopic Effect Stable Region

Transient State

Accepted 01 October 2016

Available Online 26 October 2016

Automatic Ball-Spring Balancer

### ABSTRACT

One of the new methods for reducing the vibrations of rotors with variable imbalance is implementing automatic ball balancer (ABB). Although the ABB has numerous advantages, it has one major deficiency; increasing the rotor vibration amplitude at transient state that limits the use of this type of balancers. In the previous studies for diminishing the mentioned deficiency, a new type of ball balancer which is called the ball-spring ABB is introduced, and the dynamic behavior of Jeffcott rotor equipped with the ball-spring ABB is investigated. In the Jeffcott rotor model the gyroscopic effect is not considered, however, in practice and in many applications, due to asymmetry which comes from the offset of the rotor from the shaft mid-span, the gyroscopic effect is generated. In such conditions, the results of Jeffcott model are not reliable and dynamic behavior of the ball-spring ABB should be investigated in the presence of gyroscopic effect. In this paper by considering the asymmetry in the rotor-shaft system and taking into account the gyroscopic effect, the equations of motion of a rotor equipped with the ball-spring ABB are derived. The time responses of the system are computed and based on the Lyapanov first method, the stable regions are extracted. The results show that not only does the gyroscopic effect not affect on the performance of the ball-spring ABB, but also the magnitude of the Eulerian angles of the rotor equipped with the ball-spring ABB is less than those the rotor equipped with the traditional one.

#### 1- مقدمه

سیستمهای دوار یکی از پرکاربردترین تجهیزات مورد استفاده در صنعت می-باشد. به طور معمول این سیستمها در معرض ارتعاشات ناخواسته ناشی از نابالانسی قرار دارند که این ارتعاشات سبب آسیب رسیدن به سیستم، ایجاد سر و صدا و کاهش عمر آنها می شود. به همین خاطر رفع یا کاهش این

ارتعاشات با استفاده از عملیات بالانس حائز اهمیت است. مرسومترین روش عمليات بالانس، متوقف كردن سيستم و وزنه گذاري يا برداشتن جرم از صفحات خاصی که برای انجام این کار بر روی روتور تعبیه شدهاند، انجام می یذیرد؛ ولی در صورتی که نابالانسی بسته به شرایط کاری تغییر کند دیگر با یک بار بالانس کردن، مشکل حل نمی شود. در چنین شرایطی، استفاده از



اتوبالانسر ساچمهای دینامیکی توصیه میشود که قادر است بدون نیاز به متوقف کردن دستگاه برای عملیات بالانس، عمل بالانس را انجام دهد. بالانسر دینامیکی ساچمهای متداول از یک دیسک دوار شیاردار تشکیل شده است که در آن ساچمههایی قرار دارند و در فضای خالی بین ساچمهها در داخل شیار، یک مایع لزج وجود دارد. تحت شرایطی این ساچمهها نهایتا در وضعیتی قرار می گیرند که نابالانسی سیستم را جبران کرده و آن را به حالت بالانس در می آورند. اتوبالانسر ساچمهای کاربردهای متفاوتی از جمله در سیدیرام یا دیوی دی درایوها و ماشینهای ابزار دارد [1-4].

تحقیقات مقدماتی در زمینه بالانسر اتوماتیک ساچمهای توسط تیرل [5] انجام شده است. چانگ و رو [6] رفتار دینامیکی روتور جفکات مجهز به اتوبالانسر را بررسی کردهاند. آنها معادلات حرکت را به کمک دستگاه مختصات قطبی به صورت خودگردان تبدیل کرده و توانستند پایداری سیستم را حول نقاط تعادل بررسی کنند. همچنین چانگ و جانگ [7] در مقاله دیگری به بررسی رفتار دینامیکی و پایداری مدل روتور استودلا-گرین مجهز به اتوبالانسر پرداختند. در مدل مذکور هم انعطاف پذیری شفت و هم اثر ژیروسکوپی در نظر گرفته شد. نتایج بررسی آنها نشان داد اتوبالانسر علاوه بر بالانس سیستم قادر است زوایای اویلر ناشی از اثر ژیروسکوپی را میرا کند. بایکو [8] به بررسی رفتار روتور انعطاف پذیر ارتوتروپیک مجهز به اتوبالانسر ساچمهای پرداخت. نتایج تحلیل ایشان نشان داد که ناحیه پایدار برای روتور ارتوتروپیک کمتر از ناحیه پایدار روتور ایزوتورپیک است. رضائی و فتحی [9] تاثیر ضریب میرایی و جرم ساچمههای اتوبالانسر بر پایداری و بالانس روتور مجهز به اتوبالانسر را بررسی کردند. رضائی و همکاران [10] تأثیر پارامترهای ضریب میرایی و جرم ساچمههای اتوبالانسر متداول در حضور اثر ژیروسکوپی بر پایداری سیستم را مورد مطالعه قرار دادند و در ادامه با استفاده از الگوریتم سیمپلکس نلدر- مید، مقدار بهینه این پارامترها بر اساس کمینهسازی زمان بالانس و صفر شدن زوایای اویلر را تعیین کردند. در سال 2015 سانق و همکارانش [11] تاثیر تحریک خارجی بر موقعیت زاویهای ساچمههای اتوبالانسر را مطالعه کردند. یانگ و دی اسمیت [12] به بررسی رفتار چرخه حدی روتور صفحهای مجهز به اتوبالانسر تحت اثر نیروی آلفورد پرداختند. آنها با ارائه روش نيمه تحليلى رفتار چرخه حدى روتور نابالانس مجهز به اتوبالانسر متداول را بررسی کردند. نتایج تحقیق آنها نشان داد که افزایش میرایی یاتاقانها و ضریب میرایی اتوبالانسر میتواند رفتار چرخه حدی سیستم تحت اثر نیروی آلفورد را از بین ببرد. همچنین آنها در تحقیق دیگری [13] با در نظر گرفتن شفت انعطاف پذیر، رفتار چرخه حدی روتور غیرصفحهای مجهز به اتوبالاسر را بررسی کردند. مرور تحقیقات پیشین نشان میدهد که اتوبالانسر ساچمهای علاوه بر مزایای متعدد، از جمله ساختار ساده و بالانس اتوماتیک نابالانسی های متغیر در شرایط خاص [14] دارای یک عیب عمده یعنی افزایش دامنه در دورهای زیر دور بحرانی اول (ناحیه گذرا) [15] مىباشد.

با توجه به اینکه افزایش دامنه روتور مجهز به اتوبالانسر متداول در ناحیه گذرا ناشی از همگرایی ساچمهها به طرف نابالانسی در دورهای زیر دور بحرانی اول است کیم و نا [16] و رضائی و فتحی [17] با ارائه طرحهایی جدید عیب مذکور را رفع کردند. در مدل ارائه شده توسط مرجع [16] فنرهایی به صورت محیطی در بین ساچمهها قرار داده شده تا با جلوگیری از همگرایی ساچمهها به طرف نابالاسی سبب کاهش دامنه سیستم در ناحیه گذرا شوند. همچنین مدل ارائه شده در مرجع [17] علاوه بر قرار دادن

فنرهای محیطی، ساچمهها به فنرهای شعاعی متصل هستند که سبب جلوگیری از افزایش دامنه سیستم در ناحیه گذرا میشود. رضائی و فتحی [18] در تحقیق دیگری به بررسی رفتار اتوبالانسر جدید با در نظر گرفتن سه ساچمه پرداختند. لازم به به توضیح است که استخراج نواحی پایدار بالانس به ازای سه ساچمه همانطور که در مرجع [19] نیز اشاره شده است، نسبت به حالت دو ساچمه متفاوت بوده و با توجه به کاربرد اتوبالانسر نیاز است این نواحی به ازای سه ساچمه منز استخراج شود. در تحقیقات مذکور از مدل روتور جفکات برای بررسی کارایی اتوبالانسر جدید استفاده شده است و اثر ژیروسکوپی در سیستم در نظر گرفته نشده بود. با توجه به اینکه در بسیاری از کاربردهای سیستمهای دوار اثر ژیروسکوپی به دلایل مختلف از جمله عدم تقارن محل نصب روتور، متفاوت بودن قطر شفت در طرفین دیسک و سه پدید میآید بنابراین لازم است کارایی اتوبالانسر ساچمه- فنر در حضور اثر رژیروسکوپی بررسی شود.

در مقاله حاضر، معادلات غیرخطی حاکم بر روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه- فنر در حضور اثر ژیروسکوپی استخراج و وضعیتهای تعادل سیستم تعیین شده است. سپس با استفاده از روش اغتشاشات، معادلات حول نقاط تعادل خطیسازی شده و پایداری سیستم در حول نقاط تعادل بررسی شده است. در نهایت با استخراج پاسخ زمانی سیستم، نتایج برای روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه- فنر در حضور اثر ژیروسکوپی با بالانسر نوع متداول مقایسه شده است.

# 2- استخراج معادلات غیرخطی روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه-فنر در حضور اثر ژیروسکوپی

قبل از استخراج معادلات حرکت سیستم ساچمه- فنر لازم است علت افزایش دامنه روتور مجهز به اتوبالانسر متداول در ناحیه گذرا توضیح داده شود. نیروی گریز از مرکز وارد بر ساچمه در دورهای زیر دور بحرانی اول باعث حرکت ساچمهها در جهت نابالانسی شده و نابالانسی روتور را تشدید میکنند. اما وقتی سرعت سیستم بالاتر از سرعت بحرانی باشد نیروی مذکور سبب حرکت ساچمهها در جهت مقابل نابالانسی شده و با رسیدن ساچمهها به موقعیت تعادل خود که در خلاف جهت نابالانسی قرار دارد، باعث بالانس سیستم میگردد. پس با توجه به توضیحات بالا در ناحیه گذرا به دلیل اینکه ساچمهها در طرف نابالانسی قرار دارد بنابراین نیروی گریز از مرکز وارد بر ساچمهها در طرف نابالانسی قرار دارد بنابراین نیروی گریز از مرکز وارد بر ساچمهها در مجهز به بالانسر نوع متداول در این ناحیه افزایش یابد. در شکل 1 روتور مجهز به بالانسر نوع متداول در این ناحیه افزایش یابد. در شده است. همان طور که در شکل 1 مشاهده میشود برای رفع افزایش دامنه شده است. همان طور که در شکل 1 مشاهده میشود برای رفع افزایش دامنه روتور، در اتوبالانسر نوع جدید میان ساچمهها فنرهایی محیطی قرار داده شده تا این فنرها از همگرایی ساچمه از دار داد و گرا بلوگیری کند.

برای بهدست آوردن معادلات حرکت همان طور که در شکل 2 دیده می شود، سیستم مختصات XYZ به عنوان دستگاه مرجع اینرسی انتخاب شده است و برای مشخص کردن مرکز هندسی C از مختصات قطبی r و  $\theta$  استفاده شده است. از دو پارامتر  $\mathcal{F}$  (خروج از مرکز) و tw برای تعیین موقعیت مرکز جرم G نسبت به C استفاده شده است. موقعیت ساچمهها نسبت به C نیز با دو پارامتر R و  $n, \dots, p$  مشخص شده اند که n تعداد ساچمهها در داخل شیار می باشد.  $\vec{r}_G = [T_\beta] [T_\alpha] [T_{\omega t}] \vec{r}_{\frac{OC}{VVZ}} + \vec{r}_{CG}$ 



(7)

(8)



L



Fig. 2 Schematic of the ball-spring ABB and reference frame شکل 2 شکل شماتیک اتوبالانسر ساچمه- فنر و دستگاه مرجع

بهمنظور نشان دادن جهت دستگاه مختصات متحرک متصل به روتور،xyz، میتوان از زوایای اویلر و رابطه بین دستگاه مختصات متحرک و دستگاه مختصات مرجع XYZ استفاده کرد.

ابتدا دستگاه مختصات متحرک به اندازه زاویه wt در جهت پادساعتگرد حول محور Z دوران کرده سپس به اندازه زاویه  $\alpha$  در جهت پادساعتگرد حول محو 'x دوران میکند و چرخش سوم به اندازه زاویه  $\beta$  در جهت پادساعتگرد حول محور "y انجام میپذیرد. همان طور که در شکل 2 نشان داده شده است، چرخشهای مذکور به ترتیب باعث تبدیل  $XYZ \rightarrow XYZ$ ناده شده است، چرخشهای مذکور به ترتیب باعث تبدیل میتوند. این تبدیل مختصات با م تمان به فرم مات بست (1) بیان کرد:

$$\vec{x}' = [T_{\omega t}]\vec{X}, \ \vec{x}'' = [T_{\alpha}]\vec{x}', \ \vec{x} = [T_{\beta}]\vec{x}''$$
(1)

که در آن [ $T_{eta}$ ]، [ $T_{eta}$ ] و [ $T_{\omega t}$ ] ماتریسهای دوران میباشند و عبارتند از: [ $\cos \omega t \quad \sin \omega t \quad 0$ ]

$$\begin{bmatrix} T_{\omega t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\omega t & \cos\omega t & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} T_{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cos\alpha & \sin\alpha \\ \mathbf{0} & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} T_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \sin\beta & \mathbf{0} & \cos\beta \end{bmatrix}$$
(2)

برای استخراج معادلات حرکت ابتدا انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و تابع اتلاف ریلی سیستم بدست آورده میشود. برای بیان انرژی جنبشی روتور به همراه بالانسر، ابتدا بردار موقعیت مرکز جرم G در دستگاه مختصات *Xyz* با استفاده از ماتریسهای دوران به صورت رابطه (3) بیان میشود:

$$\vec{r}_{\frac{\alpha c}{XYZ}} = r(\cos\theta \vec{l} + \sin\theta \vec{J}), \quad \vec{r}_{CG} = \varepsilon \vec{i}$$

$$\xi = r(\cos\theta \vec{l} + \sin\theta \vec{J}), \quad \vec{r}_{CG} = \varepsilon \vec{i}$$

$$\xi = r(\cos\theta \vec{l} + \sin\theta \vec{J}), \quad \vec{r}_{CG} = \varepsilon \vec{i}$$

$$\xi = r(\cos\theta \vec{l} + \sin\theta \vec{J}), \quad \vec{r}_{CG} = \varepsilon \vec{i}$$

$$T = \frac{1}{2}\vec{\Omega} [J] \vec{\Omega} + \frac{1}{2}M \frac{d\vec{r}_{G}}{dt} \cdot \frac{d\vec{r}_{G}}{dt} + \frac{1}{2}m \sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{r}_{B_{i}}}{dt} \cdot \frac{d\vec{r}_{B_{i}}}{dt}$$

$$(5)$$

که در آن M جرم دیسک و m جرم هر یک از ساچمهها میباشد **[/**] تانسور اینرسی و  $\overline{\Omega}$  بردار سرعت زاویهای روتور میباشد که به صورت روابط (7,6) تعریف میشوند [7]:

$$\begin{bmatrix} J_1 = \begin{bmatrix} J_t & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J_t & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & J_z \end{bmatrix}$$

$$\vec{z} \quad (6)$$

 $\vec{\Omega} = (-\omega \cos\alpha \sin\beta + \dot{\alpha} \cos\beta)\vec{i} + (\omega \sin\alpha + \dot{\beta})\vec{j}$ 

+( $\omega \cos \alpha \cos \beta + \dot{\alpha} \sin \beta$ ) $\vec{k}$ 

که در آن J<sub>t</sub> نشان دهنده ممان اینرسی جرمی حول محورهای x و y و J<sub>z</sub> و ممان اینرسی جرمی حول محور z است.

برای به دست آوردن انرژی پتانسیل سیستم مطابق شکل 1، ابتدا تابع خیز شفت در دو طرف دیسک محاسبه می شود. در ناحیه سمت چپ دیسک از مختصه  $Z_1$  که مبداء آن در نقطهی A قرار دارد استفاده شده و برای محاسبه خیز شفت در ناحیه سمت راست دیسک از مختصه  $Z_2$  که مبداء آن در نقطهی B قرار دارد استفاده شده است. یاتاقانهای شفت در دو انتها ساده در نظر گرفته شده است که در  $\mathbf{0} = Z_2$  و  $\mathbf{0} = Z_2$  دارای خیز صفر است. خیز شفت در جهات X و Y در  $\mathbf{a} = D_x$  ار  $Z_2 = \mathbf{b}$  با  $Z_1 = a$  نشان داده شده است:

 $D_x = r\cos\theta, D_y = r\sin\theta$ 

زوایای دوران دیسک حول محورهای X وY بهترتیب  $\phi_X$  و  $\phi_Y$  است [7]:

 $\Phi_X = \alpha \cos \omega t - \beta \cos \alpha \sin \omega t$  $\Phi_Y = \alpha \sin \omega t + \beta \cos \alpha \cos \omega t$ 

انرژی پتانسیل شفت ناشی از خمش در دو صفحه Y - Z و X - Z استخراج می شود. برای این کار ابتدا صفحه X - Z در نظر گرفته می شود. در این صفحه معادله خیز شفت به صورت رابطه (10) است:

$$\delta_X = AZ^3 + BZ^2 + CZ + D \tag{10}$$

در رابطه (10)، A، A، Cو D ضرایب ثابتی میباشند که با اعمال شرایط مرزی بهدست میآیند. برای  $a \ge Z_1 \le 0$  با توجه به این نکته که در  $Z_1 = \mathbf{0}$  خیز و گشتاور برابر صفر است، بنابراین:

$$\delta_{X_1} = AZ_1^3 + CZ_1 \tag{11}$$

همچنین، در  $a=X_1=a$  خیز شفت برابر  $D_x$  و شیب آن  $\Phi_Y$  میباشد بنابراین:

$$\delta_{X_1} = \frac{\mathbf{3}D_X - a\Phi_Y}{\mathbf{2}a} Z_1 - \frac{D_X - a\Phi_Y}{\mathbf{2}a^3} Z_1^3$$
(12)

رابطه (12) نشان دهنده خیز شفت در صفحه X - Z برای محدودهی Z = Z - X برای محدودهی  $0 \le Z_1 \le a$  میباشد. مشابه تحلیل انجام شده، رابطه خیز شفت در صفحه  $Z_1 \le Z = 2$  میباشد. متابه  $Z = Z_2 \le b$  میارت است از:

$$\delta_{X_2} = \frac{\mathbf{3}D_X - b\Phi_Y}{\mathbf{2}b} Z_2 - \frac{D_X - b\Phi_Y}{\mathbf{2}b^3} Z_2^3$$
(13)

$$Z - Y$$
 با توجه به اینکه خیز شفت در  $Z_1 = a$  و  $Z_2 = b$  در صفحه  $Z_2 = b$  برابر  $D_y$  و شیب آن  $-\Phi_X$  میباشد بنابراین:  
 $\delta_{Y_1} = \frac{\mathbf{3}D_Y + a\Phi_X}{\mathbf{2}a} Z_1 - \frac{D_Y + a\Phi_X}{\mathbf{2}a^3} Z_1^3$ 
(14)

$$(J_{t} + mR^{2} \sum_{i=1}^{n} \cos^{2}\varphi_{i})\ddot{\beta} - mR^{2}\ddot{\alpha} \sum_{i=1}^{n} \sin\varphi_{i}\cos\varphi_{i} + (c_{r} - 2mR^{2} \sum_{i=1}^{n}\dot{\varphi}_{i}\sin\varphi_{i}\cos\varphi_{i})\dot{\beta} - [(J_{z} - 2J_{t})\omega + 2mR^{2} \sum_{i=1}^{n}\dot{\varphi}_{i}\cos^{2}\varphi_{i}]\dot{\alpha} - r\cos(\omega t - \theta) \\ \times \left(\frac{3EI}{a^{2}} + \frac{3EI}{b^{2}}\right) + \left[\frac{3EI}{a} + \frac{3EI}{b} + (J_{z} - J_{t})\omega^{2} + mR^{2} \sum_{i=1}^{n} (2\omega\dot{\varphi}_{i} + \omega^{2} + 2\omega\dot{\omega}t + \dot{\omega}^{2}t^{2} + 2\dot{\omega}\dot{\varphi}_{i}t) \right] \\ \times \cos^{2}\varphi_{i} + mR^{2} \sum_{i=1}^{n} 2\dot{\omega}\sin\varphi_{i}\cos\varphi_{i}]\beta - mR^{2}\alpha \\ \times \sum_{i=1}^{n} [(2\omega\dot{\varphi}_{i} + \omega^{2} + 2\omega\dot{\omega}t + \dot{\omega}^{2}t^{2} + 2\dot{\omega}\dot{\varphi}_{i}t) \\ \times \sin\varphi_{i}\cos\varphi_{i} - 2\dot{\omega}\cos^{2}\varphi_{i}] + J_{t}\dot{\omega}\alpha = 0$$
(22)  
$$mR^{2}(\ddot{\varphi}_{i} + 2\dot{\omega}) + D\dot{\varphi}_{i} - mR[(\ddot{r} - r\dot{\theta}^{2}) \\ \times \sin(\varphi_{i} + \omega t - \theta) - (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \\ \times \cos(\varphi_{i} + \omega t - \theta)] + k_{d}R^{2}p_{i}(\varphi_{i}) = 0$$

$$p_{1}(\varphi) = (\varphi_{1} - \varphi_{2} - \frac{2\pi}{n})$$

$$p_{i}(\varphi) = (2\varphi_{i} - \varphi_{i-1} - \varphi_{i+1})$$

$$p_{n}(\varphi) = (\varphi_{n} - \varphi_{n-1} - \frac{2\pi}{n})$$

$$i = 2,3,...,n-1$$
(23)

لازم به توضیح است با در نظر گرفتن  $\dot{w} = \mathbf{0}$  و  $k_a = \mathbf{0}$  و همچنین در نظر گرفتن شرایط یکسرگیردار برای پیدا کردن تابع پتانسیل، معادلات اخیر به معادلات مرجع [7] تبدیل میشود و با در نظر گرفتن  $m{eta}=\mathbf{0}, m{eta}=\mathbf{0},$ و عدم انعطاف پذیری شفت، معادلات به معادلات مرجع  $k_a = \mathbf{0}$ ،  $\dot{\omega} = \mathbf{0}$ . $\dot{\omega} = \mathbf{0}$ ،  $\alpha = \mathbf{0}$ ،  $\beta = \mathbf{0}$  تبدیل می گردد. در نهایت، با در نظر گرفتن (6 = 6  $\alpha$ و  $n = \mathbf{0}$  و  $n = \mathbf{0}$  معادلات به معادلات حرکت روتور استودلا- گرین تبدیل  $k_d = \mathbf{0}$ می شود که هر کدام از حالات اخیر حاکی از صحت مدل می باشد.

3- تعيين ناحيه بالانس پايدار روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه - فنر برای تعیین ناحیه بالانس پایدار، ابتدا نقاط تعادل سیستم مورد نظر را پیدا کرده و در ادامه با خطی سازی معادلات حول نقاط تعادل پایداری سیستم مورد بررسی قرار می گیرد. برای تعیین موقعیتهای تعادل معادلات حرکت در فضای حالت به صورت ماتریسی- برداری به شکل رابطه (24) بیان می شوند:  $A(x)\vec{x} = \vec{X}(x)$ (24)که در آن بردار حالت و بردار تحریک سیستم به ترتیب با روابط (25) و (26) نشان داده شده است: (25)  $\vec{x} = \left[r_1 \theta_1 \alpha_1 \beta_1 \varphi_1, \dots, \varphi_n, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\alpha}, \dot{\beta} \phi_1, \dots, \dot{\phi}_n\right]^{1}$  $\vec{X} = \begin{bmatrix} X_r, X_{\theta}, X_{\alpha}, X_{\beta}, X_{\varphi_1}, \dots, X_{\varphi_n} \end{bmatrix}$  $X_{\dot{r}}, X_{\dot{\theta}}, X_{\dot{\alpha}}, X_{\dot{\beta}}, X_{\dot{\varphi}_1}, \dots, X_{\dot{\varphi}_n}$ (26) و ماتریس A به صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M \end{bmatrix}$$

در رابطه (27) ماتریس A بیانگر ضرایب مشتقات مرتبه دوم معادلات حرکت میباشد. در رابطه (27)، I ماتریس مربعی واحد از مرتبه n+4 میباشد و M ماتریس مربعی است که به دلیل مفصل بودن از آوردن آن خودداری Mشده است. با بیان معادلات در فضای حالت، (۹ + ۹) معادله دیفرانسیل مرتبة اول حاصل مى شود. وضعيت هاى تعادل عبارتند از: (28)

(27)

# $\vec{X}(x^*) = 0$

براساس معادلات بدست آمده از رابطهٔ (28)، وضعیتهای تعادل سیستم در دو حالت  $\mathbf{0} = r^* = \mathbf{0}$  در دو حالت که با توجه به اهمیت حالت بالانس، فقط وضعیت بالانس،  $r^* = 0$ ، مورد بررسی قرار می گیرد. در حالت

$$\delta_{Y_2} = \frac{\mathbf{3}D_Y + b\Phi_X}{\mathbf{2}b} Z_2 - \frac{D_Y + b\Phi_X}{\mathbf{2}b^3} Z_2^3 \tag{15}$$

که  $\delta_{Y_1}$  معادله خیز شفت برای ناحیه  $a \leq Z_1 \leq a$  و  $\delta_{Y_2}$  معادله خیز شفت  $\delta_{Y_1}$ برای ناحیه  $b \ge Z_2 \ge 0$  در صفحهٔ Z - Y است.

انرژی پتانسیل کل ناشی از خمش شفت و فنرهای محیطی از رابطه (16) بەدست مىآيد:

$$V = \frac{1}{2} EI \int_{0}^{a} \left[ \left( \frac{\partial^{2} \delta_{X_{1}}}{\partial Z_{1}^{2}} \right)^{2} + \left( \frac{\partial^{2} \delta_{Y_{1}}}{\partial Z_{1}^{2}} \right)^{2} \right] dZ_{1}$$
  
+  $\frac{1}{2} EI \int_{0}^{b} \left[ \left( \frac{\partial^{2} \delta_{X_{2}}}{\partial Z_{2}^{2}} \right)^{2} + \left( \frac{\partial^{2} \delta_{Y_{2}}}{\partial Z_{2}^{2}} \right)^{2} \right] dZ_{2}$   
+  $\frac{1}{2} k_{d} R^{2} \left[ \left( \varphi_{2} - \varphi_{1} - \frac{2\pi}{n} \right)^{2} + \cdots + \left( \varphi_{n} - \varphi_{n-1} - \frac{2\pi}{n} \right)^{2} \right]$ (16)

که در آن  $k_a$  سفتی فنرهای محیطی، E مدول یانگ و I ممان اینرسی سطح مقطع شفت میباشد.

تابع اتلاف ریلی از رابطه (17) به دست میآید [7]:

$$F = \frac{1}{2}c_t(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}c_r(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + \frac{1}{2}D\sum_{i=1}^n \dot{\phi}_i^2$$
(17)

که  $c_t$  ضریب میرایی انتقالی،  $c_r$  ضریب میرایی دورانی ناشی از گردش  $c_t$ مخروطی روتور و D ضریب میرایی لزج ناشی از ویسکوزیته سیال درون شیار است. ثابت میرایی لزج برای همه ساچمهها یکسان فرض میشود.

پس از به دست آوردن انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و تابع اتلاف ریلی، معادلات غیرخطی حرکت برای اتوبالانسر ساچمهای با استفاده از معادلات لاگرانژ، مطابق (18)، بدست مىآيند:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial F}{\partial q_k} = \mathbf{0}, \ k = \mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, n + \mathbf{4}$$
(18)

.  $r_{I} heta_{I}lpha_{I}eta_{I}arphi_{i}$  مختصات تعميم يافته مىباشند که عبارتند از  $q_{k}$ 

$$\begin{aligned} & (\mathcal{M} + nm)(\ddot{r} - r\dot{\theta}^{2}) + c_{t}\dot{r} + (\frac{^{3EI}}{a^{3}} + \frac{^{3EI}}{b^{3}})r - (\frac{^{3EI}}{a^{2}} + \frac{^{3EI}}{b^{2}}) \\ & \times (\alpha \sin(\omega t - \theta) + \beta \cos(\omega t - \theta)) \\ & -mR \sum_{i=1}^{n} [(\ddot{\varphi}_{i} + 2\dot{\omega})\sin(\varphi_{i} + \omega t - \theta)] \\ & + (\dot{\varphi}_{i} + \omega + \dot{\omega}t)^{2}\cos(\varphi_{i} + \omega t - \theta)] - M\varepsilon \\ & \times [(\omega + \dot{\omega}t)^{2}\cos(\omega t - \theta) + 2\dot{\omega}\sin(\omega t - \theta)] = 0 \end{aligned}$$
(19)

$$\begin{aligned} (M + nm)(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) + c_t r\dot{\theta} + (\frac{3EI}{a^2} + \frac{3EI}{b^2}) \\ \times (\alpha \cos(\omega t - \theta) - \beta \sin(\omega t - \theta)) \\ + mR \sum_{i=1}^{n} [(\ddot{\varphi}_i + 2\dot{\omega})\cos(\varphi_i + \omega t - \theta)] \\ - (\dot{\varphi}_i + \omega + \dot{\omega}t)^2 \sin(\varphi_i + \omega t - \theta)] - M\varepsilon \\ \times [(\omega + \dot{\omega}t)^2 \sin(\omega t - \theta) - 2\dot{\omega}\cos(\omega t - \theta)] = 0 \end{aligned}$$
(20)

$$\begin{aligned} (J_t + mR^2 \sum_{i=1}^n \sin^2 \varphi_i) \ddot{\alpha} - mR^2 \ddot{\beta} \sum_{i=1}^n \sin \varphi_i \cos \varphi_i \\ + (c_r + 2mR^2 \sum_{i=1}^n \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \cos \varphi_i) \dot{\alpha} + [(J_z - 2J_t) \omega \\ + 2mR^2 \sum_{i=1}^n \dot{\varphi}_i \sin^2 \varphi_i] \dot{\beta} - r \sin(\omega t - \theta) \\ \times \left(\frac{3EI}{a^2} + \frac{3EI}{b^2}\right) + \left[\frac{3EI}{a} + \frac{3EI}{b} + (J_z - J_t) \omega^2 \\ + mR^2 \sum_{i=1}^n (2\omega \dot{\varphi}_i + \omega^2 + 2\omega \dot{\omega} t + \dot{\omega}^2 t^2 + 2\dot{\omega} \dot{\varphi}_i t) \\ \times \sin^2 \varphi_i - mR^2 \sum_{i=1}^n 2\dot{\omega} \sin \varphi_i \cos \varphi_i] \alpha + mR^2 \beta \\ \times \sum_{i=1}^n [\ddot{\varphi}_i - (2\omega \dot{\varphi}_i + \omega^2 + 2\omega \dot{\omega} t + \dot{\omega}^2 t^2 + 2\dot{\omega} \dot{\varphi}_i t) \\ \times \sin \varphi_i \cos \varphi_i + 2\dot{\omega} \cos^2 \varphi_i] + \dot{\omega} (J_z - J_t) \beta = 0 \end{aligned}$$
(21)

بالانس سیستم، با قرار دادن  $\mathbf{0} = \mathbf{\alpha}^* = \mathbf{\alpha}^* = \mathbf{\alpha}^*$  در معادلات (28) دو معادلهٔ (29) و (30) حاصل میشود:

$$\sum_{i=1}^{n} \cos\varphi_i^* + \frac{M\varepsilon}{mR} = \mathbf{0}$$
<sup>(29)</sup>

$$\sum_{i=1}^{n} \sin \varphi_i^* = \mathbf{0} \tag{30}$$

معادلات (29) و (30) نشانگر وضعیت قرارگیری ساچمهها در حالت پایا (نقاط تعادل بالانس پایدار سیستم) هستند. در واقع برای اینکه اتوبالانسر قادر به بالانس سیستم باشد باید ساچمهها تحت زوایای خاصی نسبت به CG قرار گیرند.

برای بررسی ارتعاشات کوچک سیستم حول نقاط تعادل پایدار، از مختصههای اغتشاشی به صورت رابطه (31) استفاده می شود:

 $\vec{x} = \vec{x}^* + \Delta \vec{x}$  (31) که در آن $\vec{x}$  معرف نقطه تعادل سیستم است و بردار  $\vec{x}$  به صورت رابطه (32) تعریف میشود:

 $\Delta \vec{x} = \begin{bmatrix} \Delta r, \Delta \theta, \Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \varphi_1, \dots, \Delta \varphi_n, \\ \Delta \dot{r}, \Delta \dot{\theta}, \Delta \dot{\alpha}, \Delta \dot{\beta}, \Delta \dot{\varphi}_1, \dots, \Delta \dot{\varphi}_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ (32)

در واقع مؤلفههای  $\Delta x$  تغییرات بسیار کوچکی هستند که در x داده شدهاند. با قرار دادن رابطه (31) در رابطه (24)، معادلات حرکت در فضای حالت بهصورت رابطه (33) بدست میآید:

(33)  $A(x^* + \Delta x)\Delta \vec{x} = \vec{X}(x^* + \Delta x) - \vec{X}(x^*)$  (33) با معرفی مختصهٔ جدید  $\psi$  که نشان دهندهٔ زاویهٔ بین راستای r و خط واصل از مرکز هندسی روتور و مرکز جرم ( $(\theta - \theta t - \theta)$ ) است میتوان معادلات حاکم بر حرکت را حول نقاط تعادل به صورت یک سیستم خودگردان بیان کرد. در ادامه با بسط رابطه (33) و صرفنظر کردن از جملات مرتبه دوم و بالاتر  $\Delta x$ ، رابطه (34) بدست میآید:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}^*)\Delta \vec{\mathbf{x}} = B\Delta \vec{\mathbf{X}} \tag{34}$$

که در آن، B ماتریس مربعی میباشد که بهصورت رابطه (35) تعریف

$$B^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ -K^* & -C^* \end{bmatrix}$$
(35)

که در آن \*C و\*K ماتریسهای مربعی هستند که برای اختصار، از آوردن آنها خودداری شده است.

### 4- بیبعد کردن ضرایب

بهمنظور کسب نتایج عمومیتر، پارامترهای بیبعد به صورت رابطه (36) تعریف میشوند:

$$\zeta_t = \frac{c_t}{4} \sqrt{\frac{L^3}{3MEI}}, \quad \zeta_r = \frac{c_r}{4} \sqrt{\frac{L}{JEI}}, \quad \overline{m} = \frac{m}{M}, \quad \overline{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0},$$
$$\lambda = \frac{D}{mR^2\omega_0}, \quad \overline{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{R}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{3EIL}{Ma^2b^2}} \quad (36)$$

که در آن $\zeta_r$  و  $\zeta_r$  بهترتیب میرایی بیبعد انتقالی و دورانی میباشد.  $\lambda$  نشان دهنده نسبت میرایی بالانسر و  $\omega_0$  فرکانس مبنا میباشد.

پایداری سیستم در همسایگی وضعیت تعادل به وسیله معادلات خطیسازی شده حول نقاط تعادل و با استفاده از مسأله مقدار ویژه بررسی میشود:

$$1^* \Delta \dot{x} = B^* \Delta X \tag{37}$$

پایداری حول وضعیت تعادل را میتوان به یک مساله مقدار ویژه تبدیل کرد، پاسخ سیستم بهصورت رابطه (38) در نظر گرفته میشود:

س مىندىس مكانيك مدرس، بىمن 1395، دورە 16، شمارە 11

معادلات حـاکم، به مسأله مقدار ویژه که با رابطه (40) نشان داده شده تبدیل میشوند:

(40)

$$(B^* - \lambda_0 A^*)\Delta X = \mathbf{0}$$
هنگامی که همه مقادیر ویژه دارای قسمت حقیقی منفی باشند سیستم به

صورت مجانبی پایدار است. ولی اگر یکی از مقادیر ویژه دارای قسمت حقیقی مثبت باشد، سیستم ناپایدار است [20]. مسأله مقدار ویژه را میتوان با حل معادله مشخصه که به صورت رابطه (41) به دست میآید حل نمود:  $det(B^* - \lambda_0 A^*) = 0$  (41)

که میتوان آن را با یک چندجملهای بر حسب 
$$\lambda_0$$
 طبق رابطه (42) بیان کرد:  

$$\sum_{i=0}^{n} c_i \left(\frac{\lambda}{\alpha_0}\right)^i = \mathbf{0}$$
(42)

در ادامه، حالت تعادل بالانس سیستم، **ت = \***r، با فرض دو ساچمه مورد بررسی قرار میگیرد. در نقطه تعادل محل قرارگیری ساچمهها بهصورت رابطه (43) میباشد:

$$\varphi_1^* = -\varphi_2^* = \cos^{-1}\left(-\frac{\bar{\varepsilon}}{2\bar{m}}\right) \tag{43}$$

همچنین با حذف  $\Psi$  از معادلات و انجام یک سری عملیات جبری، ضرایب معادله مشخصه به دست میآیند که به دلیل طولانی بودن، از آوردن آنها خودداری شده است. هر یک از ضرایب در حالت کلی تابعی از پارامترهای بی بعد سیستم یعنی  $\lambda$ ,  $\overline{s}$ ,  $\overline{\zeta}_{t}$ ,  $\overline{\zeta}_{r}$  و  $\overline{w}$  است. بنابراین مقادیر ویژه سیستم تابعی از پارامترهای بی بعد خواهد بود.

قبل از رسم نواحی پایدار سیستم جدید به منظور صحهسنجی نتایج ابتدا با در نظر گرفتن **0** =  $\beta$  **0** =  $\alpha$  **0** =  $\omega$ ,  $\theta$  = **0** و عدم انعطاف پذیری شفت ناحیه پایداری سیستم بر حسب پارامترهای  $\lambda$  و  $\overline{m}$  استخراج می شود. لازم به توضیح است در این حالت معادلات به معادلات روتور جفکات مجهز به اتوبالانسر متداول تبدیل شده و انتظار می ورد به نتایج یکسان با نتایج مرجع [6] منجر شود. همان طور که از شکل 3 مشاهده می شود ناحیه بالانس پایدار استخراجی با نتیجه ارائه شده در شکل 4 مرجع مذکور یکسان می باشد که حاکی از صحت نتایج تحلیل پایداری است.



Fig. 3 Balanced stable region for a rotor equipped with a traditional ABB in  $\lambda$  -  $\overline{\omega}$  plane

 $\overline{w} - \lambda$  شکل 3 ناحیه بالانس پایدار برای روتور مجهز به بالانسر متداول در صفحه

پس از اطمینان از صحت نتایج، در ادامه نواحیه پایدار برای سیستم جدید استخراج میگردد.

شکل 4 نشان دهنده نواحی پایدار بر حسب پارامترهای  $\lambda$  و  $\overline{w}$  به ازای  $\overline{m} = \overline{\varepsilon} = 0.01$  و  $\zeta_t = \zeta_r = 0.1$ 

در شکل 5 ناحیه پایدار بر حسب پارامترهای  $\overline{m}$  و  $\overline{w}$  نشان داده شده  $\lambda = \zeta_t = \zeta_r = 0.1$  است، در این حالت چهار پارامتر دیگر بهصورت  $\lambda = \zeta_t = \overline{\zeta}_r = 0.1$  و**0.1** 

همان طور که از شکلهای 4 و 5 مشاهده می شود اتوبالانسر ساچمه- فنر فقط به ازای محدودهٔ خاصی از پارامترها قادر به بالانس سیستم می باشد. به عبارت دیگر، به ازای پارامترهای مشخص سیستم، دو پارامتر باقیمانده باید در ناحیه بالانس پایدار انتخاب شود تا اتوبالانسر قادر به بالانس سیستم باشد.

5- پاسخ زمانی سیستم

در این بخش برای نشان دادن مزیت اتوبالانسر ساچمه- فنر نسبت به نوع متداول، پاسخ زمانی معادلات غیرخطی حرکت به وسیله روش رانگ کوتا مرتبه 4 استخراج شده است. همان طور که در بخش قبل توضیح داده شد برای اینکه اتوبالانسر قادر به بالانس روتور باشد باید پارامترهای سیستم در محدوه بالانس پایدار انتخاب شود که این محدوده در شکلهای 4 و 5 نشان داده شده است. در شکل 6 پاسخ زمانی دامنه روتور نابالانس مجهز به بالانسر



Fig. 4 Balanced stable region for a rotor equipped with ball-spring ABB in  $\lambda - \overline{\omega}$  plane

 $-\lambda$  شکل 4 ناحیه بالانس پایدار برای روتور مجهز به بالانسر ساچمه- فنر در صفحه  $-\lambda$ 



Fig. 5 Balanced stable region for a rotor equipped with the ball-spring ABB in  $\overline{m}$  -  $\overline{\omega}$  plane

**شکل 5** ناحیه بالانس پایدار برای روتور همراه بالانسر ساچمه- فنر در صفحه -  $\overline{m}$ 

ساچمه- فنر به ازای  $\mathbf{0} = \lambda$  نشان داده شده است. همان طور که از این شکل مشاهده می شود اتوبالانسر به ازای  $\mathbf{0} = \lambda$  قادر به بالانس روتور نیست که خود تأیید کننده صحت نمودار پایداری است.

در این بخش برای اطمینان از صحت نتایج پاسخ زمانی، پاسخ زمانی سیستم به ازای  $\beta = 0$ ,  $\beta = 0$ ،  $\omega = 0$ ،  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$  و صرفنظر کردن از انعطاف پذیری شفت استخراج می گردد. همان طور که قبلا اشاره شد در این حالت انتظار می رود نتایج مشابه نتایج مرجع [6] (شکل 9) باشد که شکل 7 مؤید این امر است.

بعد از اطمینان از صحت نتایج و با توجه به توضیحات با انتخاب پارامترهای سیستم در محدوده بالانس پایدار یعنی **1.0** =  $\zeta_r = \zeta_r = \delta_r = \delta_r$  پارامترهای سیستم در محدوده بالانس پایدار یعنی **1.0** =  $\delta_r = \delta_r = 0.01$  به اتوبالانسر ساچمه- فنر و ب- روتور مجهز به اتوبالانسر نوع متداول در شکل 8 رسم شده است. همان طور که از این شکل مشاهده میشود دامنه ارتعاشی در روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه-فنر در ناحیه گذرا نسبت به روتور مجهز به اتوبالانسر متداول کاهش یافته است. دلیل این امر این است که نیروی وارد به ساچمهها در ناحیه گذرا به دلیل پایین بودن سرعت دورانی روتور کم است. پایین بودن این نیرو سب میشود که ساچمهها قادر به فشردن فنرهایی محیطی نبوده و عدم همگرایی آنها در ناحیه گذرا مانع افزایش دامنه ارتعاشی سیستم میشود. همچنین با افزایش سرعت روتور نیروی وارد به ساچمهها افزایش یافته و باعث فشردهتر شدن فنرها میشود و با رسیدن



Fig. 6 Time response of the rotor equipped with the ball-spring ABB شکل 6 پاسخ زمانی روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه- فنر



**شکل 7** پاسخ زمانی سیستم برای روتور مجهز به اتوبالانسر نوع متداول

در شکلهای 9 و 10 پاسخ زمانی زوایای اویلر در وضعیت بالانس پایدار به ازای پارامترهای مذکور آورده شده است. همان طور که از این شکلها مشاهده می شود اگر پارامترهای سیستم در محدوهی بالانس پایدار قرار گیرد اتوبالانسر جدید نه تنها قادر به تصحیح زوایای اویلر است بلکه دامنه زوایای اویلر در روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه- فنر نسبت به نوع متداول آن کمتر است.









lpha شکل 9 پاسخ زمانی زاویه اویلر، lpha



Fig. 10 Time response of Euler angle, *b* 

شکل 10 پاسخ زمانی زاویه اویلر، β

## 6- نتیجه گیری

یکی از ایرادهای اصلی بالانسر اتوماتیک ساچمهای افزایش دامنه روتور در حالت رسیدن دور روتور از صفر به دور بحرانی اول است. با توجه به اینکه این نوع اتوبالانسرها معمولا در سیستمهایی به کار میرود که روزانه ممکن است چند بار سیستم از ناحیه گذرا عبور کند بنابراین افزایش دامنه در این ناحیه سبب ایجاد ارتعاشات شدید و کاهش عمر سیستم میشود. همچنین در بسیاری از کاربردهای سیستمهای دوار به دلایل مختلف از جمله عدم نصب روتور در وسط شفت در حین چرخش روتور اثر ژیروسکوپی ظاهر میشود. در این تحقیق، کارایی اتوبالانسر ساچمه- فنر در حضور اثر ژیروسکوپی به منظور کاهش دامنه ارتعاشات در ناحیه گذرا بررسی شد و نتایج زیر حاصل گردید:

- نتایج مربوط به تحلیل پایداری نشان داد که برای این که اتوبالانسر ساچمه- فنر قادر به بالانس روتور نابالاس باشد باید پارامترهای سیستم در محدودهی بالانس پایدار قرار گیرند. به همین دلیل، اتوبالانسر مذکور به ازای مقادیر معینی از پارامترها قادر به بالانس سیستم است.

- وجود فنرهای محیطی در اتوبالانسر ساچمه- فنر از همگرایی ساچمهها جلوگیری کرده و سبب کاهش دامنه ارتعاشی سیستم در ناحیه گذرا میشود.

- اتوبالانسر ساچمه- فنر نه تنها قادر به تصحیح زوایای اویلر است بلکه ماکزیمم دامنه پاسخ زمانی زوایای اویلر در روتور مجهز به اتوبالانسر ساچمه- فنر نسبت به نوع متداول آن کمتر است.



R

شعاع چرخش ساچمەھا

سرعت دورانی بیبعد 
$$\overline{\omega}$$

- فرکانس مبنا  $\omega_0$
- ن شتاب زاویهای بیبعد ن
- میرایی بیبعد دورانی روتور ζ<sub>r</sub>
  - میرایی بیبعد انتقالی روتور  $\zeta_t$
- ر میرایی بیبعد اتوبالانسر

### 8- مراجع

- W. Kim, J. Chung, Performance of automatic ball balancers on optical disc drives, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 216, No. 11, pp. 1071-1080, 2002.
- [2] P. C. Chao, C.-K. Sung, C.-C. Wang, Dynamic analysis of the optical disk drives equipped with an automatic ball balancer with consideration of torsional motions, *Journal of applied mechanics*, Vol. 72, No. 6, pp. 826-842, 2005.
- [3] P. C.-P. Chao, C.-K. Sung, H.-C. Leu, Effects of rolling friction of the balancing balls on the automatic ball balancer for optical disk drives, *Journal of Tribology*, Vol. 127, No. 4, pp. 845-856, 2005.
- [4] C. Rajalingham, S. Rakheja, Whirl suppression in hand-held power tool rotors using guided rolling balancers, *Journal of Sound* and Vibration, Vol. 217, No. 3, pp. 453-466, 1998.

- [13] D. Jung, H. DeSmidt, Limit-cycle analysis of three-dimensional flexible shaft/rigid rotor/autobalancer system with symmetric rigid supports, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 138, No. 3, pp. 031005, 2016.
- [14] W.-Y. Huang, C.-P. Chao, J.-R. Kang, C.-K. Sung, The application of ball-type balancers for radial vibration reduction of high-speed optic disk drives, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 250, No. 3, pp. 415-430, 2002.
- [15] D. Rodrigues, A. Champneys, M. Friswell, R. Wilson, Experimental investigation of a single-plane automatic balancing mechanism for a rigid rotor, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, No. 3, pp. 385-403, 2011.
- [16] T. Kim, S. Na, New automatic ball balancer design to reduce transient-response in rotor system, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 37, No. 1, pp. 265-275, 2013.
- [17] M. Rezaee, R. Fathi, Improving the working performance of automatic ball balancer by modifying its mechanism, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 358, pp. 375-391, 2015.
- [18] M. Rezaee, R. Fathi, Presenting and dynamic analysis of a new type of three-ball automatic balancer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 97-103, 2015 (in Persian).
- [19] C.-J. Lu, C.-H. Hung, Stability analysis of a three-ball automatic balancer, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 130, No. 5, pp. 051008, 2008.
- [20] L. Meirovitch, Fundamentals of vibrations, pp. 617-638, McGraw- Hill, 2001.

- [5] E. Thearle, Automatic dynamic balancers (Part 2-Ring, pendulum, ball balancers), *Machine Design*, Vol. 22, No. 10, pp. 103-106, 1950.
- [6] J. Chung, D. Ro, Dynamic analysis of an automatic dynamic balancer for rotating mechanisms, *Journal of Sound and vibration*, Vol. 228, No. 5, pp. 1035-1056, 1999.
- [7] J. Chung, I. Jang, Dynamic response and stability analysis of an automatic ball balancer for a flexible rotor, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 259, No. 1, pp. 31-43, 2003.
- [8] B. Bykov, Auto-balancing of a rotor with an orthotropic elastic shaft, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 77, No. 4, pp. 369-379, 2013.
- [9] M. Rezaee, R. Fathi, The effect of damping ratio and balls mass on the stability of automatic ball balancer and determining their optimum values, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 110-118, 2014 (in Persian (نفارسی)).
- [10] M. Rezaee, R. Fathi, A. M. Alizadeh Fard, Investigating the stability of automatic ball-balancer under the gyroscopic effect and optimization of its parameters using the Nelder-Mead simplex algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, pp. 155-166, 2015 (in Persian (نارسی)).
- [11] C. Sung, T. Chan, C. Chao, C. Lu, Influence of external excitations on ball positioning of an automatic balancer, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 69, pp. 115-126, 2013.
- [12] D. Jung, H. DeSmidt, Limit-cycle analysis of planar rotor/autobalancer system influenced by alford's force, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 138, No. 2, 2016.